

Matemáticas

Docentes: Fran Olaya

10:00

Natalia Andrea Gómez Valencia



- 1 Ángulos de elevación y depresión.
- 2 Solución de triángulos no rectángulos
- 3 Ley del seno
- 4 Ley del coseno
- 5 Área de un triángulo

TRIGONOMETRÍA ANALÍTICA.

- 1 Identidades trigonométricas.
- 2 Identidades fundamentales.
- 3 Expresiones que se obtienen a partir de las identidades fundamentales.
- 4 Demostración de una identidad trigonométrica.
- 5 Identidades para la suma de ángulos.
Identidades para la diferencia de ángulos.
- 6 Identidades para ángulos dobles.
- 7 Identidades para ángulos medios.
- 8 Transformación de productos en sumas o diferencias.

ECUACIONES TRIGONOMETRICAS.

1. Ecuaciones trigonométricas de la forma
 $f(x) = K$
2. Ecuaciones Trigonométricas lineales.
3. Ecuaciones Trigonométricas con identidades.
4. Ecuaciones Trigonométricas con identidades para ángulos dobles y medios.
5. Ecuaciones Trigonométricas con funciones inversas.

DESEMPEÑOS.

Competencia científica: Utilizo la ley del seno y del coseno para solucionar problemas de todo tipo en los que se involucre cualquier clase de triángulo. Analizo los procedimientos adecuados para demostrar identidades y ecuaciones trigonométricas.

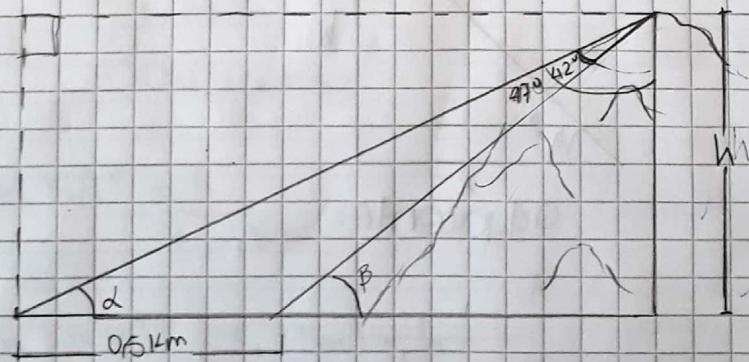
Competencia laboral: Demuestro identidades y ecuaciones trigonométricas con procedimientos matemáticos adecuados.

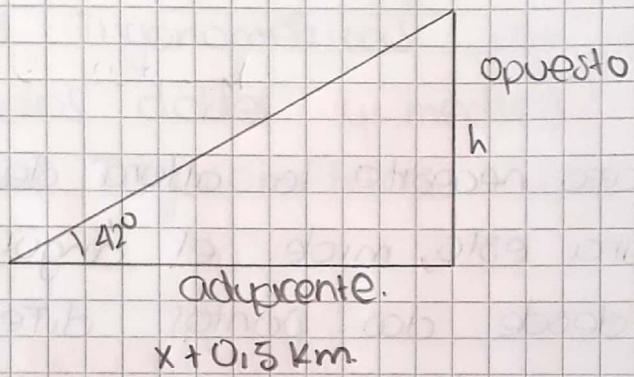
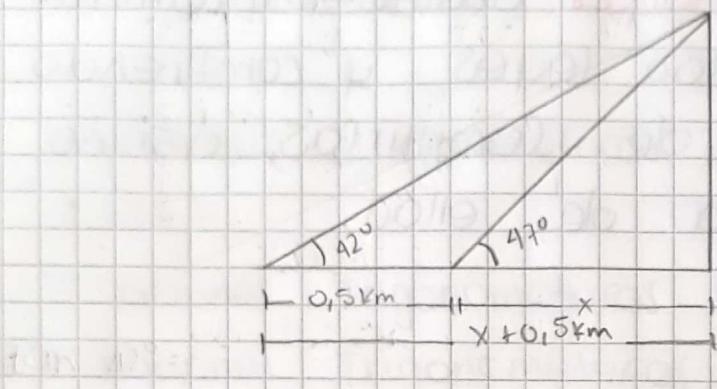
Competencia ciudadana: analizo críticamente el sentido de las leyes y comprendo la importancia de cumplirlas, así no comparta alguna de ellas.

TALLER

- 1. Un topógrafo necesita la altura de una montaña. Para esto, mide el ángulo de elevación desde dos puntos diferentes. En el primer punto el ángulo mide 42° , luego avanza 0,5km hacia la montaña y el ángulo aumenta en 5° . ¿Cuál es la altura de la montaña?

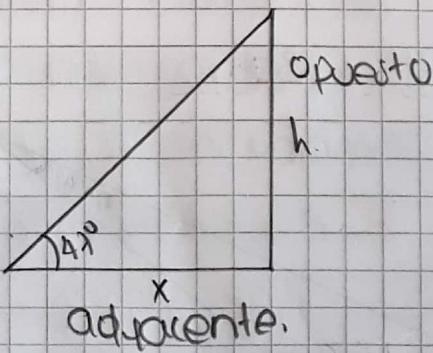
.





$$\tan \theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\tan 42^\circ = \frac{h}{x+0.5}$$



$$\tan 47^\circ = \frac{h}{x}$$

$$1.07 = \frac{h}{x}$$

$$= \boxed{x = \frac{h}{1.07}}$$

$$\tan 42^\circ = \frac{h}{1,07 + 0,5}$$

$$\tan 42^\circ = \frac{h}{\frac{h}{1,07} + 0,5}$$

$$\frac{h}{1,07} + 0,5 = \frac{h}{\tan 42^\circ}$$

$$\frac{h}{1,07} + 0,5 = \frac{h}{0,9}$$

$$\frac{h}{1,07} - \frac{h}{0,9} = -0,5$$

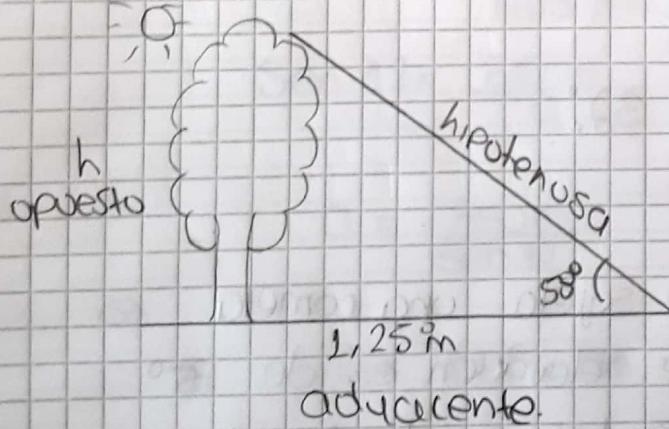
$$\frac{0,9h - 1,07h}{0,96} = -0,5$$

$$\frac{-0,17h}{0,96} = -0,5$$

$$h = \frac{0,5 \times 0,96}{0,17}$$

$$h = 2,82 \text{ Km}$$

2. Un árbol proyecta una sombra de 1,25m forma un ángulo de elevación con el sol de 58° , ¿cuál es la altura del árbol?



$$\tan 58^\circ = \frac{h}{1,25 \text{ m}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\tan 58^\circ \cdot (1,25 \text{ m}) = h$$

$$1,60 \cdot 1,25 = h$$

$$2 \text{ m} = h$$

$$A \ 12\sqrt{2} \text{ m}$$

$$C \ 12\sqrt{3} \text{ m}$$

$$B \ 24\sqrt{2} \text{ m}$$

$$D \ 24\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\tan 30 = \frac{24}{x}$$

$$x = \frac{24}{\tan 30}$$

$$x = \frac{24}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\left(\frac{24}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \right)$$

$$\frac{72}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{72\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{72\sqrt{3}}{3}$$

$$24\sqrt{3} \text{ m}$$

(D)

~~12do~~
20.01.2018

Septiembre - 20 - 2018

clases N° 4 y 5

Solución de triángulos no rectangulares.

Cuando un triángulo no es rectángulo, entonces es acutángulo este tipo de triángulos se resuelven teniendo en cuenta las medidas que se conocen del triángulo según los siguientes casos:

1. Cuando se conoce un lado y 2 ángulos.

L.A.A ó A.L.A.

2. Cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

L.L.A.

3. Cuando se conocen los tres lados del triángulo.

L.L.L

4. Cuando se conocen dos lados del triángulo.

L.A.L

los triángulos que corresponden al uno y dos se resuelven con la ley del seno, en cambio para los casos tres y cuatro se utilizan la ley de coseno.

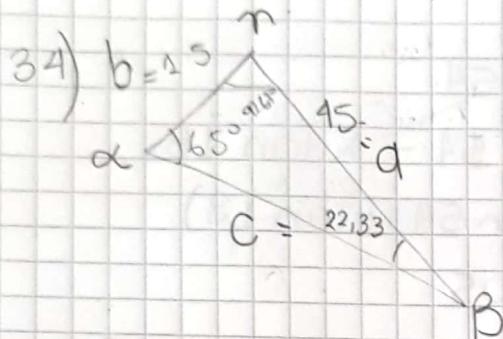
ley de senos:

Dado un triángulo de lados A.B.C. y ángulos opuestos α, β, γ se cumple que

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

1 10 JB

CLOSE N° 7.



$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{a}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\frac{\sin \beta}{15} = \frac{\sin 65}{95}$$

$$65^\circ + 22,33^\circ + r = 180^\circ$$

$$r = 180^\circ - 22,33^\circ - 65^\circ$$

$$r = 92,67^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{15 \cdot \sin 65}{95}$$

$$\sin \beta = 0,38$$

$$\beta = \sin^{-1}(0,38)$$

$$\beta = 22,33$$

$$\frac{\sin \gamma}{c} = \frac{\sin \beta}{b}$$

$$\frac{\sin 92,67}{c} = \frac{\sin 22,33}{15}$$

$$c = \frac{15 \cdot \sin 92,67}{\sin 22,33}$$

$$\frac{c}{\sin 92,67} = \frac{15}{\sin 22,33}$$

$$= 39,44$$



$$\frac{\sin B}{a} = \frac{\sin r}{c}$$

$$\frac{\sin 29^\circ}{c} = \frac{\sin 71^\circ}{15}$$

$$\frac{a}{\sin 29^\circ} = \frac{15}{\sin 71^\circ}$$

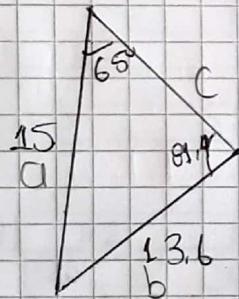
$$a = \frac{15 \cdot \sin 29^\circ}{\sin 71^\circ}$$

$$(a = 7,69)$$

Octombrie 1 - 2018

clase N° 7.

32.



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\frac{\sin \alpha}{15} = \frac{\sin 65^\circ}{13,6}$$

$$\sin \alpha = 0,99$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0,99)$$

$$\alpha = 81,9^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$81,9^\circ + 65^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 81,9^\circ - 65^\circ$$

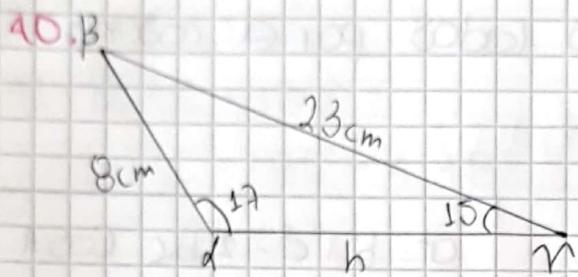
$$\gamma = 33,1^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{c} = \frac{\sin B}{b}$$

$$c = \frac{13,6 \cdot \sin 33,1^\circ}{\sin 65^\circ}$$

$$\frac{c}{\sin 33,1^\circ} = \frac{13,6}{\sin 65^\circ}$$

$$(c = 8,19)$$



$$\frac{8 \text{ cm}}{a} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin \alpha}{23} = \frac{\sin 15}{8}$$

$$\sin \alpha = \frac{23 \cdot \sin 15}{8 \text{ cm}}$$

$$\sin \alpha = 0,74$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0,74)$$

$$\alpha = 47,73^\circ$$

Evaluación →

4-10 - 18

Clase # 8

18 - Octubre - 2018

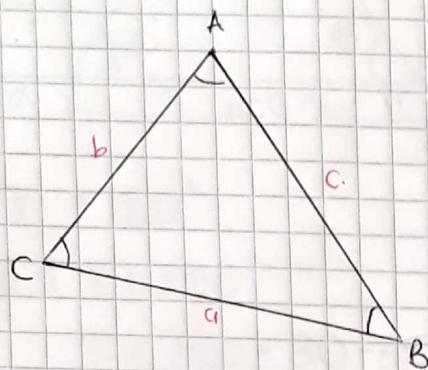
Clase N° 9-10.

Ley del Coseno.

En todo triángulo el cuadrado de la longitud de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros lados, menos dos

16 2019

veces el producto de estos lados por el coseno comprendido entre ellos.



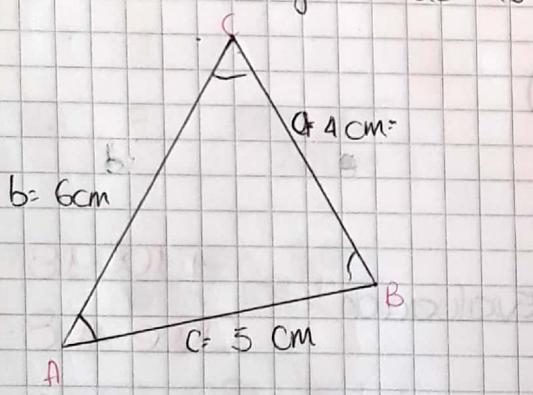
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cos C$$

Ejemplos:

1. Resolver el triángulo de la figura.



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cos B$$

$$6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos B$$

$$36 = 16 + 25 - 40 \cos B$$

$$40 \cos B = 16 + 25 - 36$$

$$40 \cos B = 5$$

$$\cos B = \frac{5}{40}$$

$$B = \cos^{-1} \left(\frac{5}{40} \right)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cos A$$

$$4^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cos A$$

$$16 = 36 + 25 - 60 \cos A$$

$$60 \cos A = 36 + 25 - 16$$

$$60 \cos A = 45$$

$$\cos A = \frac{45}{60}$$

$$A = \cos^{-1} \left(\frac{45}{60} \right)$$

$$A = 41,4^\circ \approx 41^\circ$$

$$B = 82,8^\circ \approx 83^\circ$$

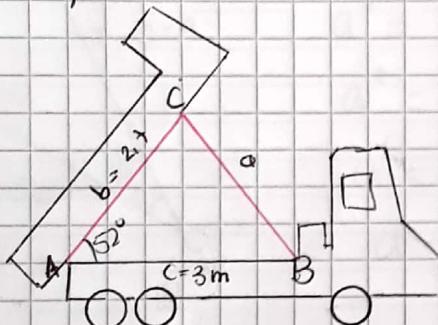
$$A + B + C = 180^\circ$$

$$41 + 83 + C = 180^\circ$$

$$C = 180^\circ - 41 + 83$$

$$C = 56^\circ$$

- ② Un camión para descargarl su carga debe tener una inclinación 52° . ¿Cuál debe ser la distancia de BC para tener esta inclinación?



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cos A.$$

$$a^2 = (2,7)^2 + 3^2 - 2(2,7)3 \cdot \cos 52^\circ$$

$$a^2 = 7,3 + 9 - 10$$

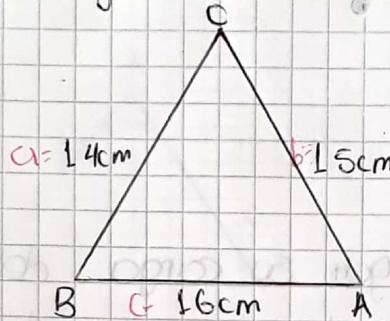
$$a^2 = \sqrt{6,3}$$

$$\boxed{| a = 2,5\text{ m} |}$$

Taller

- Resuelve los siguientes triángulos.

45.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c \cdot \cos A$$

$$14^2 = 15^2 + 16^2 - 2 \cdot 15 \cdot 16 \cdot \cos A$$

$$196 = 225 + 256 - 480 \cos A$$

$$480 \cos A = 225 + 256 - 196$$

$$480 \cos A = 285$$

$$\cos A = \frac{285}{480}$$

$$A = \cos^{-1} \left(\frac{285}{480} \right)$$

$$A = 53.57^\circ \approx 54^\circ$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c \cdot \cos B$$

$$15^2 = 14^2 + 16^2 - 2 \cdot 14 \cdot 16 \cdot \cos B$$

$$225 = 196 + 256 - 448 \cos B$$

$$225 = 196 + 256 - 448 \cos B$$

$$448 \cos B = 196 + 256 - 225$$

$$448 \cos B = 227$$

$$\cos B = \frac{227}{448}$$

$$B = \cos^{-1} \left(\frac{227}{448} \right)$$

$$B = 59.55^\circ \approx 60^\circ$$