Proyecto Final Computacion Grafica

Tabla de contenido

Fractales

FRACTALES

Los fractales son estructuras geométricas complejas que se repiten a diferentes escalas, mostrando patrones auto-similares y detallados a medida que uno se adentra en ellos. Su estudio combina matemáticas, geometría, y arte para explorar formas y patrones que son intrínsecamente complejos y, a menudo, bellos.

Características Clave de los Fractales

1.

- **Auto-Similitud**: Los fractales tienen la propiedad de auto-similitud, lo que significa que sus estructuras se repiten a diferentes escalas. Al hacer zoom en un fractal, uno puede ver patrones similares a los del nivel anterior.
- **Complejidad**: Aunque los fractales son generados por reglas matemáticas simples, sus estructuras pueden ser extremadamente complejas y detalladas. Esto los hace fascinantes tanto para los matemáticos como para los artistas.
- **Dimensión Fractal**: Los fractales a menudo tienen una dimensión que no es un número entero. Esta "dimensión fractal" refleja la complejidad de la estructura y su capacidad para llenar el espacio de manera no uniforme.

Ejemplos de Fractales

1.

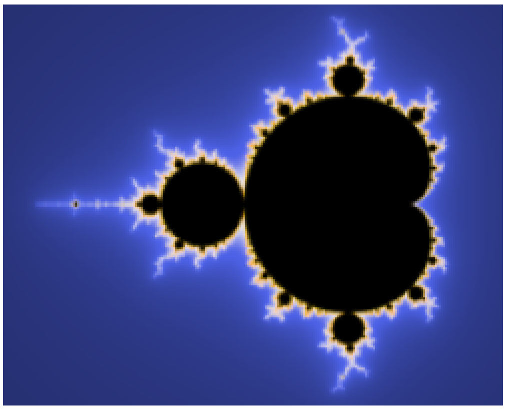
- **Conjunto de Mandelbrot**: Un fractal famoso que se genera a partir de la iteración de una función compleja. Su frontera es extremadamente compleja y auto-similar.
- **Triángulo de Sierpinski**: Un fractal geométrico formado por dividir un triángulo equilátero en tres triángulos más pequeños y repitiendo el proceso en cada uno.
- **Conjunto de Julia**: Similar al conjunto de Mandelbrot, pero generado con una función diferente. Dependiendo de los parámetros, puede producir una variedad de formas y patrones.

Aplicaciones de los Fractales

- **Arte**: Los fractales se utilizan para crear diseños visuales complejos y estéticamente agradables.
- **Naturaleza**: Se encuentran en muchas formas naturales, como copos de nieve, estructuras de árboles, y sistemas de ríos.
- **Ciencia e Ingeniería**: Los fractales se utilizan en la modelación de fenómenos naturales, en la compresión de imágenes, y en el diseño de antenas.

Fractal 1

Fractal 1 "Mandelbrot"



El fractal de Mandelbrot es uno de los fractales más famosos y estudiados en matemáticas y geometría fractal. Recibe su nombre del matemático Benoît B. Mandelbrot, quien popularizó su estudio en la década de 1980. Aquí tienes una explicación detallada:

Descripción del Fractal de Mandelbrot

1. **Definición Matemática**:
   - El conjunto de Mandelbrot se define mediante una iteración matemática en el plano complejo. Se considera un punto ccc en el plano complejo y se define una secuencia znz_nzn mediante la fórmula: $zn+1=zn2+c$ donde $z=0$. La secuencia se itera hasta que $|Zn|$ (la magnitud de Zn) se vuelve mayor que 2, o se alcanza un número máximo de iteraciones.

2. **Conjunto de Mandelbrot**:
   - Un punto ccc pertenece al conjunto de Mandelbrot si la secuencia generada a partir de él no tiende al infinito. En otras palabras, el punto C está en el conjunto si $|Zn|$ no excede un cierto límite después de un número razonable de iteraciones.

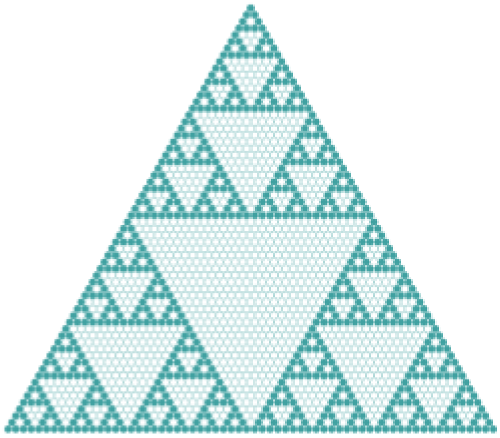
3. **Representación Gráfica**:
   - Visualmente, el conjunto de Mandelbrot se representa en el plano complejo. Los puntos que están en el conjunto se colorean generalmente en negro, mientras que los puntos fuera del conjunto se colorean en función de la rapidez con que su magnitud se aleja del infinito. Esto crea un patrón fractal muy detallado y hermoso.

4. **Propiedades Fractales**:
   - El conjunto de Mandelbrot es un fractal, lo que significa que tiene propiedades de auto-similitud y complejidad infinita. A medida que se hace zoom en diferentes áreas del conjunto, se observan detalles y estructuras similares a los que se ven a escalas mayores.

5. **Importancia y Aplicaciones**:
   - El fractal de Mandelbrot no solo es importante en matemáticas por sus propiedades únicas y su belleza visual, sino que también se utiliza en la computación gráfica, el arte y el análisis de sistemas caóticos. Su estructura compleja sirve como ejemplo de cómo los patrones simples pueden generar formas extremadamente detalladas.

Fractal 2

Fractal 2 "Sierpinski"



El fractal de Sierpinski es un tipo de fractal conocido por su estructura auto-similar y su simplicidad en la construcción. Existen varias formas de fractales de Sierpinski, pero los más comunes son el **triángulo de Sierpinski** y el **alfiler de Sierpinski**. Aquí te explico ambos:

Triángulo de Sierpinski

1. **Definición**:
   - El triángulo de Sierpinski es un fractal que se construye a partir de un triángulo equilátero. Se crea mediante un proceso iterativo de subdivisión del triángulo en tres partes más pequeñas y eliminando el triángulo central en cada iteración.

2. **Construcción**:
   - **Paso 1**: Comienza con un triángulo equilátero.
   - **Paso 2**: Divide el triángulo en tres triángulos equiláteros más pequeños, removiendo el triángulo central.
   - **Paso 3**: Repite el proceso para cada uno de los tres triángulos restantes.

3. **Propiedades**:
   - A medida que aumentas el número de iteraciones, el triángulo de Sierpinski muestra un patrón fractal auto-similar.
   - El triángulo tiene una estructura de dimensión fractal entre 1 y 2, y su área tiende a 0 a medida que se añaden más iteraciones.

4. **Visualización**:
   - Puedes visualizar el triángulo de Sierpinski mediante gráficos o algoritmos que implementen el proceso iterativo descrito.

Alfiler de Sierpinski

1. **Definición**:
   - El alfiler de Sierpinski es otro fractal que se construye a partir de una forma de triángulo equilátero, pero se enfoca en un patrón diferente al del triángulo.

2. **Construcción**:
   - **Paso 1**: Empieza con un triángulo equilátero.
   - **Paso 2**: Divide el triángulo en 12 triángulos equiláteros más pequeños y elimina los 6 triángulos en las posiciones centrales.

3. **Propiedades**:
   - Es un fractal con propiedades similares a las del triángulo de Sierpinski, mostrando auto-

similitud en su estructura.

Fractal 3

Fractal 3 "Julia-Set"

El fractal de Julia es un tipo de fractal complejo que se relaciona con la teoría de sistemas dinámicos y los conjuntos de Mandelbrot. El **conjunto de Julia** se forma mediante la iteración de una función compleja y su visualización en el plano complejo. Aquí te explico cómo se construye y qué lo caracteriza:

Definición

El conjunto de Julia se define para una función compleja de la forma:

$$f(z) = z^2 + c$$

donde z es un número complejo que varía en el plano complejo, y c es un número complejo constante.

Construcción del Conjunto de Julia

1. **Función Iterativa**:
   - El conjunto de Julia se construye al iterar la función $f(z) = z^2 + c$ para cada punto z en el plano complejo, comenzando desde el punto z y aplicando la función repetidamente.
2. **Puntos Atractores y Repelentes**:
   - Un punto z se considera parte del conjunto de Julia si, al iterar la función f(z) un número infinito de veces, los valores generados no tienden al infinito. En otras palabras, el punto es parte del conjunto de Julia si la secuencia de iteraciones no escapa a un límite.
3. **Visualización**:
   - Para visualizar el conjunto de Julia, se suele asignar un color a cada punto z en función de cómo se comporta bajo la iteración de la función. Los puntos que tienden a infinito se pintan con colores distintos, mientras que los puntos que permanecen dentro de un límite se pintan con otros colores.

Propiedades

- **Estructura Fractal**:
  - Los conjuntos de Julia tienen una estructura fractal, lo que significa que muestran auto-similitud a diferentes escalas.
- **Dependencia del Parámetro c**:

- La forma del conjunto de Julia depende del valor del parámetro c. Diferentes valores de c producen diferentes formas y estructuras para el conjunto de Julia. Para algunos valores de c, el conjunto de Julia es conectado y tiene una forma "compacta", mientras que para otros valores de c, el conjunto es un "fractal desconectado".