Curso: Computación y Programación Básica Semana 4

Billy Ernst & Diego Narvaez

Departamento de Oceanografía

Cabina 10 / Edificio Oceanografía (2do Piso)

biernst@udec.cl / diegonarvaez@udec.cl

Fono: 4012 / 1028

Contenido

- Vectores y Matrices
- Operaciones matriciales:
  - Por elemento
  - Matriciales

Operaciones básicas con vectores y matrices

- Suma y resta de matrices
- Multiplicación por elementos
- Multiplicación matricial
- Ejemplos

Vectores

- Los vectores son utilizados en muchas áreas del conocimiento para describir la estructura y funcionamiento de sistemas biológicos y del océano (e.g. La abundancia de individuos en el tiempo)
- Una representación común de los vectores es geométrica, donde 2 elementos de un vector pueden representar una coordenada en un espacio de 2 dimensiones o 3 elementos → 3 dimensiones.

Vectores

- Suma de un vector y un escalar
- Multiplicación de un vector por un escalar

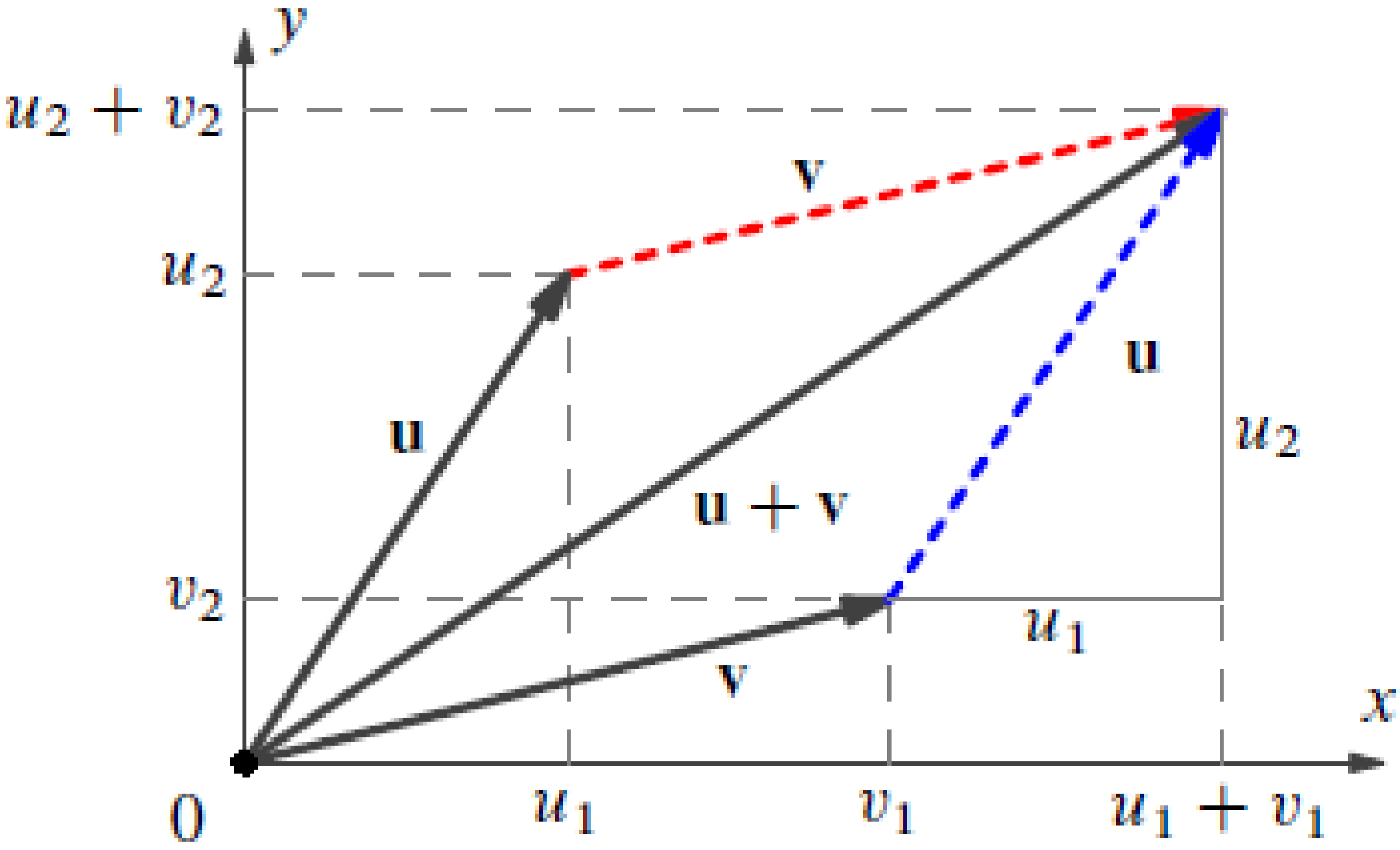
Suma de Vectores

$$\mathbf{u} \pm \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \pm v_1 \\ u_2 \pm v_2 \\ \vdots \\ u_n \pm v_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = [1, 2, 3] + [-1, 3, 2] = [0, 5, 5]$$

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = [1, 2, 3] - [-1, 3, 2] = [2, -1, 1]$$

Vectores



y
$u_2 + v_2$
$\mathbf{v}$
u_2
$\mathbf{u}$
$\mathbf{u}$
u_2
$\mathbf{u} + \mathbf{v}$
v_2
u_1
$\mathbf{v}$
x
0
u_1
v_1
$u_1 + v_1$

Matriz

Arreglo rectangular de elementos de una misma clase.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{22} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Matriz cuadrada

Matriz

En esta clase trabajaremos con números.

La manipulación matemática de matrices deriva desde el análisis de sistema de ecuaciones lineales

Sistema de ecuaciones lineales

$$Y_1 = a_1X_1 + b_1X_2 + c_1X_3$$
$$Y_2 = a_2X_1 + b_2X_2 + c_2X_3$$
$$Y_3 = a_3X_1 + b_3X_2 + c_3X_3$$

Otra representación

$$Y_1 = a_1X_1 + b_1X_2 + c_1X_3$$
$$Y_2 = a_2X_1 + b_2X_2 + c_2X_3$$
$$Y_3 = a_3X_1 + b_3X_2 + c_3X_3$$

Puede ser representado como 3 matrices

$$\begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{vmatrix}$$

Vector Y

Matriz de coeficientes

Vector X

Letras en “negrita”

Generalmente las matrices se representan como **letras en negrita**

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\ \mathbf{X}$$

Es una forma muy conveniente de representar sistemas de ecuaciones lineales.

Nos sirve para representar un sistema con 10, 100,1000, etc ecuaciones lineales

Multiplicando matrices

Y = **A X**

El vector columna **X** multiplica a la matriz cuadrada **A.**

La regla básica de multiplicación indica que cada elemento de la primera fila de **A** multiplica a cada elemento del vector columna **X**

Multiplicando matrices

$$\begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_1X_1 + b_1X_2 + c_1X_3 \\ a_2X_1 + b_2X_2 + c_2X_3 \\ a_3X_1 + b_3X_2 + c_3X_3 \end{vmatrix}$$

Multiplicando matrices

Se pueden multiplicar si dimensión interna es la misma

2 x 2 2 x 2

Dimensión matriz resultante

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} (a_1c_1 + b_1c_2) & (a_1d_1 + b_1d_2) \\ (a_2c_1 + b_2c_2) & (a_2d_1 + b_2d_2) \end{vmatrix}$$

Matriz Identidad

En aritmética básica el elemento identidad es aquel que al multiplicarlo por un elemento el resultado es el mismo elemento.

$$a\, I = a$$

En aritmética elemental I=1

Cual será este en notación matricial?

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

A x I = A

I = ????

Matriz Identidad

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Matriz Triangular (Superior/Inferior)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 9 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Suma o resta

$$\mathbf{A}+\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 7 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 3+0 \\ 1+7 & 0+5 \\ 1+2 & 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Multiplicación por elemento / matricial

- En R existe ambas operaciones

Creando matrices

función m x n

```
x<-matrix(100,5,10)
```

Escalar

```
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
[1,]  100  100  100  100  100  100  100  100
[2,]  100  100  100  100  100  100  100  100
[3,]  100  100  100  100  100  100  100  100
[4,]  100  100  100  100  100  100  100  100
[5,]  100  100  100  100  100  100  100  100
```

```
x<-matrix(c(1,2,3),3,10)
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10]
[1,]    1    1    1    1    1    1    1    1    1     1
[2,]    2    2    2    2    2    2    2    2    2     2
[3,]    3    3    3    3    3    3    3    3    3     3
```

Crear Matrices

```
> Datos <-  1:20

   [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 11 12 13 14
   15 16 17 18 19 20

> (x<-matrix(Datos, 5,4, byrow = T))

     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    6   11   16
[2,]    2    7   12   17
[3,]    3    8   13   18
[4,]    4    9   14   19
[5,]    5   10   15   20
```

Cinco filas x cuatro columnas

Función dim()

```
> Datos <-  1:20
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9
[10] 10 11 12 13 14 15 16 17 18
[19] 19 20
> dim(Datos) <- c(5,4)
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    6   11   16
[2,]    2    7   12   17
[3,]    3    8   13   18
[4,]    4    9   14   19
[5,]    5   10   15   20
```

Cinco filas x cuatro columnas

Agregar filas y columnas

```
> Datos2 <- cbind(Datos, 21:25)
```

Agregue columna

```
> Datos3 <- rbind(Datos2,
  96:100)
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    6   11   16   21
[2,]    2    7   12   17   22
[3,]    3    8   13   18   23
[4,]    4    9   14   19   24
[5,]    5   10   15   20   25
[6,]   96   97   98   99  100
```

Agregue fila

Dimensión y largo

```
> dim(Datos3)
[1] 6 5

> length(Datos3)
[1] 30
```

Indexar - Matrices

Al igual que los Dataframes, las matrices tb se pueden indexar

- En R los índices se utilizan con paréntesis cuadrados [ ]

mi.matriz[2,3]

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]
[1,]	1	6	11	16
[2,]	2	7	12	17
[3,]	3	8	13	18
[4,]	4	9	14	19
[5,]	5	10	15	20

mi.matriz[,4]

mi.matriz[4,]

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]
[1,]	1	6	11	16
[2,]	2	7	12	17
[3,]	3	8	13	18
[4,]	4	9	14	19
[5,]	5	10	15	20

Completar una matriz a partir de un dataframe

- setwd("c:/computacion/clase7")
- crabs<-read.csv(file="crabs.txt",header=T)
- tail(crabs)
- r2<-matrix(0,71013,3)
- class(r2)
- r2[,1]<-crabs[,3]
- r2[,2]<-crabs[,1]
- r2[,3]<-crabs[,5]
- r2
- class(r2)

Multiplicación por elemento

```
x<-matrix(1,5,5)

y<-matrix(2.5,5,5)

x*y

      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5
[2,]  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5
[3,]  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5
[4,]  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5
[5,]  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5
```

Multiplicación matricial

```
x<-matrix(1,5,5)

y<-matrix(2.5,5,5)

X%*%y
```

```
 [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,] 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5
[2,] 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5
[3,] 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5
[4,] 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5
[5,] 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5
```