

2.8. НАДЕЖНОСТЬ ЭВМ

Современная ЭВМ – достаточно сложный объект с позиции теории надежности. ЭВМ – это ансамбль, включающий технические (Hardware) и программные средства (Software). Даже техническая часть ЭВМ далеко не проста при изучении ее надежности в зависимости от надежности входящих в нее устройств. Работа устройств и узлов в общем случае основывается на различных физических принципах. При изучении функционирования ЭВМ как системы могут быть использованы известные методы и теории надежности и теории массового обслуживания. Здесь мы отразим специфическую для ЭВМ сторону и будем рассматривать ЭВМ в целом, не вдаваясь в детальную ее структуру и архитектуру. Мы изучим способности ЭВМ функционировать в условиях отказов. Этот материал будет полезен и при исследовании потенциальной надежности параллельных вычислительных систем.

2.8.1. Основные понятия надежности ЭВМ

Основополагающими понятиями теории надежности ЭВМ являются *отказ и восстановление*. *Отказом называется событие, при котором ЭВМ теряет способность выполнять заданные функции по переработке информации* (включая функции по вводу и выводу информации, хранению и собственно преобразованию информации). Это событие может произойти вследствие выхода из установленных пределов (допусков) значений одного или нескольких физических параметров, нарушения контактов, возникновения электрических пробоев, порчи программного обеспечения и т.п.

Различают *полный и частичный* отказы ЭВМ. Полный отказ приводит к абсолютному нарушению работоспособности ЭВМ, или, говоря иначе, к потере её способности выполнять любые из заданных функций по переработке информации. (Это может произойти, например, вследствие аварийного отключения электропитания ЭВМ). Частичный отказ ЭВМ вызывает ухудшение качества её функционирования или сокращение количества выполняемых функций. В данном параграфе полный и частичный отказы ЭВМ различать не будем.

Отказы приводят к таким изменениям в функционировании ЭВМ, которые носят постоянный характер. Для подчеркивания этого постоянства часто вместо термина “отказ” используют термин “устойчивый отказ”. *Устойчивые отказы* могут быть устранены только в результате ремонта (или восстановления) машины. Наряду с отказами, как показывает опыт, в ЭВМ нередко происходят неожиданные изменения физических параметров, когда они выходят за допустимые пределы. Такие изменения носят временный характер, они самоустраниются и называются *перемежающимися (или неустойчивыми) отказами или сбоями*. Ниже мы будем иметь дело с устойчивыми отказами и для краткости использовать термин “отказ”.

В случае, когда в машине произошел отказ, и он не устранен, то говорят, что ЭВМ находится в неработоспособном состоянии (в состоянии отказа) или ЭВМ отказавшая. При эволюционном развитии ЭВМ уменьшается вероятность состояния отказа, увеличивается период работоспособности ЭВМ. Так, работоспособность машин первого поколения ограничивалась, как правило, десятками минут, а в ЭВМ третьего поколения она достигала тысячи и более часов, в современных машинах составляет годы и десятки лет.

Несмотря на достаточную редкость отказов современных ЭВМ, требуются средства для поддержания работоспособности машины, т.е. средства технического обслуживания, контроля, диагностики и устранения неисправностей (или самоконтроля, самодиагностики и самоустранения неисправностей). Среди этих средств имеются микропрограммные, аппаратные, аппаратурно-программные и программные

компоненты. Более того, в ЭВМ общего назначения контроль, диагностика и устранение неисправностей осуществляются с участием людей – бригад технического обслуживания.

Восстановлением называется событие, заключающееся в том, что отказавшая ЭВМ полностью приобретает способность выполнять заданные функции по обработке информации. Восстановление отказавшей ЭВМ может быть осуществлено автоматически (в общем случае с помощью аппаратурно-программных средств) или полуавтоматически (с участием бригады технического обслуживания). Ниже мы не будем различать способ восстановления отказавшей машины, а будем считать, что оно производится средством, называемым *восстанавливающим устройством* (ВУ). Следовательно, переход отказавшей ЭВМ в работоспособное состояние может произойти лишь в результате работы ВУ или, говоря точнее, после ремонта машины восстанавливающим устройством.

Для характеристики качества работы ЭВМ используют систему показателей надежности, каждый из которых определяется через понятия отказа и (или) восстановления. Прежде чем дать определения показателей надежности ЭВМ, введем случайные функцию $\omega(\tau)$ и величину ξ . Пусть

$$\omega(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{если в момент времени } \tau \geq 0 \text{ ЭВМ} \\ & \text{находится в работоспособном состоянии;} \\ 0, & \text{если в момент времени } \tau \geq 0 \text{ ЭВМ} \\ & \text{находится в неработоспособном состоянии;} \end{cases} \quad (2.9)$$

$\omega(\tau)$ назовем производительностью ЭВМ в момент времени $\tau \geq 0$. Пусть также ξ является моментом, когда возникает первый отказ при работе ЭВМ в заданных условиях эксплуатации.

2.8.2. Функция надежности ЭВМ

Функция надежности (или вероятность безотказной работы) ЭВМ относится к основным показателям и характеризует производительность ЭВМ на заданном промежутке времени или, говоря иначе, характеризует способность ЭВМ обеспечить на промежутке времени потенциально возможную производительность. *Функцией надежности ЭВМ* называется

$$r(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \omega(\tau) = 1\}, \quad (2.10)$$

где запись $P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \omega(\tau) = 1\}$ означает вероятность того, что для всякого τ , принадлежащего промежутку времени $[0, t)$, производительность $\omega(\tau)$ ЭВМ равна единице (2.9), т.е. равна потенциально возможной (см.2.6).

Для доказательства свойств функции $r(t)$ и определения показателей надежности, производных от $r(t)$, удобнее дать следующее определение:

$$r(t) = P\{\xi > t\}, \quad (2.10)$$

где $P\{\xi > t\}$ означает вероятность события $\{\xi > t\}$, состоящего в том, что момент ξ возникновения первого отказа при работе ЭВМ в заданных условиях эксплуатации наступит после времени $t \geq 0$.

Функция $r(t)$ обладает следующими свойствами:

1) $r(0) = 1$; действительно, так как событие $\xi > 0$ (т.е. событие, заключающееся в том, что в момент начала функционирования ЭВМ работоспособна) считается достоверным, то $P\{\xi > 0\} = 1$;

2) $r(+\infty) = 0$; поскольку событие $\xi > (+\infty)$ считается невозможным (или, говоря другими словами, событие, заключающееся в том, что ЭВМ работоспособна на конечном промежутке времени, является достоверным), то, следовательно, $P\{\xi > (+\infty)\} = 0$;

3) $r(t_1) \geq r(t_2)$ для $t_1 \leq t_2$; в самом деле, события $\xi > t_2$ и $t_2 \geq \xi > t_1$ являются не совместными, поэтому по теореме сложения вероятностей имеем

$$\begin{aligned} r(t_1) &= P\{\xi > t_1\} = P\{(\xi > t_2) \cup (t_2 \geq \xi > t_1)\} = \\ &= P\{\xi > t_2\} + P\{t_2 \geq \xi > t_1\} \geq P\{\xi > t_2\} = r(t_2). \end{aligned}$$

Функцией ненадежности (или вероятностью отказа) ЭВМ называется

$$q(t) = 1 - r(t).$$

Функция $q(t)$ может рассматриваться как интегральная функция распределения случайной величины ξ . Для оценки $q(t)$ на практике пользуются формулой

$$q(t) \approx \tilde{q}(t) = n(t)/N,$$

где N – число работоспособных ЭВМ в начале испытаний, а $n(t)$ – число отказавших машин в промежутке времени $[0, t)$.

Функция $q(t)$ позволяет определить такие производные показатели надежности ЭВМ, как среднее время безотказной работы (средняя наработка до отказа) и интенсивность отказов машины. По определению, *среднее время безотказной работы* ЭВМ и оценка \tilde{g} соответственно равны:

$$g = \int_0^{\infty} t dq(t) = - \int_0^{\infty} t dr(t) = -tr(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} r(t) dt = \int_0^{\infty} r(t) dt; \quad \tilde{g} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (2.11)$$

где t_i – время безотказной работы i -й машины, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$.

Интенсивностью отказов (лямбда-характеристикой) ЭВМ называется функция

$$\lambda(t) = \frac{1}{1-q(t)} \frac{dq(t)}{dt} = - \frac{1}{r(t)} \frac{dr(t)}{dt}. \quad (2.12)$$

На практике для определения $\lambda(t)$ пользуются кусочно-линейной аппроксимацией.

$$\lambda(t) \approx \tilde{\lambda}(t) = n(\Delta t) / [N(t) \cdot \Delta t], \quad (2.13)$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших ЭВМ в промежутке времени $[t, t + \Delta t)$; $N(t)$ – число безотказно работающих ЭВМ в момент t . В самом деле, подставив в (2.13) оценки:

$$n(\Delta t) = n(t + \Delta t) - n(t) \approx N[q(t + \Delta t) - q(t)],$$

$$N(t) = N - n(t) \approx N[1 - q(t)]$$

и осуществив соответствующий предельный переход при $\Delta t \rightarrow 0$, получим (2.12).

Интегрируя от 0 до t выражение (2.12), получаем

$$\int_0^t \lambda(\tau) d\tau = -\ln r(t); \quad r(t) = \exp \left[-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right].$$

Практически установлено, что зависимость интенсивности отказов от времени имеет место на периоде приработки ЭВМ. После приработки ЭВМ интенсивность отказов остается постоянной (до вхождения в предельное состояние или, по крайней мере, в течение промежутка времени, перекрывающего время морального старения). Следовательно, в нормальных условиях эксплуатации ЭВМ $\lambda = \text{const}$, а функция надежности (2.10) и математическое ожидание времени безотказной работы (2.11) соответственно равны:

$$r(t) = \exp(-\lambda t); \quad \mathcal{G} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.14)$$

Итак, среднее время безотказной работы ЭВМ подчиняется экспоненциальному закону. Следовательно, величина λ – *среднее число отказов, появляющихся в машине в единицу времени*.

Функция $r(t)$ есть вероятность того, что в ЭВМ произойдет ноль отказов за время t . Тогда вероятность появления в ЭВМ k отказов за время t будет равна:

$$r_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}; \quad \sum_{k=0}^{\infty} r_k(t) = 1. \quad (2.15)$$

где $r_0(t) = r(t)$. В самом деле, среднее число отказов, появляющихся на промежутке времени $[0, t)$, равно

$$\sum_{k=1}^{\infty} k r_k(t) = e^{-\lambda t} \lambda t \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda t, \quad (2.16)$$

так как последняя сумма в (2.16), очевидно, равна $\exp \lambda t$. Итак, *поток отказов в ЭВМ является пуассоновским или простейшим (2.15)*.

2.8.3. Функция восстановимости ЭВМ

Функция восстановимости (или вероятность восстановления работоспособного состояния) ЭВМ – основной показатель, характеризующий “надежностные” способности и ЭВМ, и восстанавливающего устройства одновременно. Или, говоря иначе, эта количественная характеристика дает информацию о том, как приспособлена машина к восстановлению своей производительности (после отказа) с помощью ВУ. *Функцией восстановимости ЭВМ* назовем

$$u(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \omega(\tau) = 0\}, \quad (2.17)$$

где $P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \omega(\tau) = 0\}$ – вероятность того, что (при выполнении восстановительных работ в машине) для всякого τ , принадлежащего промежутку времени $[0, t)$, производительность $\omega(\tau)$ ЭВМ остается равной нулю (2.9) (или, говоря иначе, есть вероятность того, что отказавшая ЭВМ при работе восстанавливающего устройства не будет восстановлена за время t).

Для функции $u(t)$ справедливо: 1) $u(0) = 0$; 2) $u(+\infty) = 1$; 3) $u(t_1) \leq u(t_2)$ для $t_1 \leq t_2$. Следовательно, $u(t)$ является интегральной функцией распределения времени восстановления отказавшей ЭВМ. Для практической оценки вероятности восстановления ЭВМ на промежутке времени $[0, t)$ используют формулу

$$u(t) \approx \tilde{u}(t) = m(t)/M,$$

где M – число отказавших машин в начале восстановления; $m(t)$ – число восстановленных машин за время t при условии, что ремонт каждой ЭВМ осуществляется своим ВУ.

Основываясь на практическом материале по эксплуатации ЭВМ и применяя статистические критерии о достоверности гипотез относительно распределения случайных величин, можно доказать справедливость формул:

$$u(t) = 1 - \exp(-\mu t); \quad \tau = \int_0^{\infty} t du(t) = 1/\mu, \quad (2.18)$$

где τ – среднее время восстановления работоспособного состояния ЭВМ; μ – интенсивность восстановления ЭВМ или среднее число восстановлений ЭВМ, которое может произвести ВУ в единицу времени.

2.8.4. Функция готовности ЭВМ

Функции надежности (2.10) и восстановимости (2.17) характеризуют на промежутке времени $[0, t)$ возможности ЭВМ соответственно по обеспечению потенциальной производительности и по достижению этой производительности после отказа. Первый показатель связан с понятием отказа, а второй – с понятием восстановления ЭВМ. Следовательно, функция надежности позволяет пользователю оценить возможность решения той или иной задачи на ЭВМ (оценить, с какой вероятностью при наличии отлаженной программы и при известной оценке времени решения задача может быть пропущена через машину). Функция восстановимости информирует пользователя о том, с какой вероятностью отказавшая ЭВМ к заданному времени будет восстановлена (и, в частности, позволяет пользователю определить ожидаемое время простоя ЭВМ после отказа).

Функции надежности и восстановимости ЭВМ характеризуют поведение машины только на начальном этапе ее работы (на конечном промежутке времени $[0, t)$ или, как говорят, в переходном режиме функционирования. Эти показатели не информативны при оценке работы ЭВМ в течение длительного времени или в стационарном режиме функционирования. Действительно, для стационарного режима, т.е. для режима, который устанавливается при $t \rightarrow \infty$, имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 1.$$

Из сказанного следует, что требуется комплексный показатель надежности ЭВМ, который бы характеризовал производительность ЭВМ и в переходном, и в стационарном режимах и который был бы связан одновременно с понятиями отказа и восстановления.

Прежде чем определить такой показатель, введем обозначения: $E_0^1 = \{0, 1\}$ – множество состояний ЭВМ, причем $i = 0$ соответствует состоянию отказа, а $i = 1$ – работоспособному состоянию машины; $P_j(i, t)$ – вероятность нахождения ЭВМ в момент $t \geq 0$ в состоянии $j \in E_0^1$ при условии, что ее начальным было состояние $i \in E_0^1$. В качестве показателя, позволяющего достичь поставленной цели, может служить *функция готовности ЭВМ*

$$s(i, t) = P_1(i, t) = P\{i; \omega(t) = 1\}, \quad (2.19)$$

$P\{i; \omega(t) = 1\}$, есть вероятность того, что (в условиях потока отказов и восстановлений) машина, начавшая функционировать в состоянии $i \in E_0^1$, будет иметь в момент времени $t \geq 0$ производительность, равную единице (т.е. равную потенциально возможной, см. (2.9)).

Функция готовности ЭВМ обладает следующими свойствами:

- 1) $s(0, 0) = 0, s(1, 0) = 1$;
- 2) $s(i, +\infty) = s = \text{const}, \quad 0 < s < 1, \quad i \in E_0^1$;
- 3) $s(0, t_1) \leq s(0, t_2), \quad s(1, t_1) \geq s(1, t_2)$ для $t_1 \leq t_2$.

Смысл этих свойств интуитивно ясен. Дадим физические пояснения к этим свойствам.

Функция готовности (2.19) одновременно учитывает и отказы, и восстановления и характеризует производительность ЭВМ не на промежутке времени $[0, t)$, а в момент $t \geq 0$, следовательно, в качестве ее начального значения (начального состояния ЭВМ) может быть взято одно из возможных значений 0 или 1 (одно из состояний ЭВМ: “ЭВМ отказала”, $i = 0$, или “ЭВМ работоспособна”, $i = 1$). Из сказанного и из определения (2.19) вытекает справедливость первого свойства функции готовности ЭВМ. Далее, относительно второго свойства функции готовности ЭВМ: $s(i, t)$ характеризует поведение ЭВМ в любой момент $t \geq 0$, т.е. не только в переходном, но и в стационарном режимах работы. Ясно, что в режиме длительной эксплуатации ЭВМ ($t \rightarrow \infty$) при наличии ВУ (процедуры восстановления) вероятность отказа не равна 1, следовательно, можно записать

$$s(i, +\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} s(i, t) = s = \text{const},$$

где s не зависит от начального состояния $i \in E_0^1$ машины, $0 < s < 1$. Равенство $s = \text{const}$ объясняется следующим: так как за время $t = +\infty$ происходят и отказы и восстановления ЭВМ, то “забывается” предыстория, т.е. “теряется” зависимость от $i \in E_0^1$. Величина s называется *коэффициентом готовности ЭВМ*. Наконец, справедливость третьего свойства видна из первых двух свойств функции готовности ЭВМ.

Говоря иначе, функция готовности есть вероятность того, что ЭВМ в момент времени $t \geq 0$ работоспособна (т.е. вероятность того, что ЭВМ способна выполнять возглавляемые на нее функции). Следовательно, функция готовности несет информацию о том, может ли пользователь начать работу на ЭВМ в данный момент времени (и в переходном, и в стационарном режимах функционирования). Если же ЭВМ общего назначения и находится в постоянной эксплуатации, то пользователь может оценить возможность решения задач на ней только по коэффициенту готовности.

Выведем дифференциальное уравнение для расчета функции готовности ЭВМ. Пусть Δt – промежуток времени бесконечно малой длины. Оценим вероятность того, что ЭВМ в момент $t + \Delta t$ находится в работоспособном состоянии. Последнее событие сложное и может наступить, если произойдет, например, одно из несовместных событий:

- 1) ЭВМ при $t \geq 0$ неработоспособна, а на промежутке времени $[t, t + \Delta t)$ она будет восстановлена;
- 2) ЭВМ при $t \geq 0$ работоспособна, и на промежутке времени $[t, t + \Delta t)$ она не откажет.

Очевидно, что события, составляющие любое из этих несовместных событий, являются независимыми.

Оценим вероятности изучаемых событий. Вероятности того, что ЭВМ при $t \geq 0$ неработоспособна или работоспособна, соответственно равны $P_0(i, t) = 1 - S(i, t)$ или $P_1(i, t) = S(i, t)$, $i \in E_0^1$ (см.(2.19)). Вероятность того, что отказавшая ЭВМ за время Δt будет восстановлена (2.18), равна $u(\Delta t)$ или, применяя разложение функции восстановимости в ряд Маклорена, имеем:

$$u(\Delta t) = u(0) + \frac{u'(0)}{1!} \Delta t + \frac{u''(0)}{2!} (\Delta t)^2 + \dots = 1 - e^{-\mu \Delta t} = 0 + \frac{1}{1!} \mu \Delta t + o(\Delta t) = \mu \cdot \Delta t + o(\Delta t), \quad (2.20)$$

где $o(\Delta t)$ – величина более высокого порядка малости, чем Δt . Аналогично действуя, находим вероятность того, что ЭВМ за время Δt не откажет:

$$r(\Delta t) = r(0) + \frac{r'(0)}{1!} \Delta t + \frac{r''(0)}{2!} (\Delta t)^2 + \dots = e^{-\lambda \Delta t} = 1 - \lambda \cdot \Delta t + o(\Delta t), \quad (2.21)$$

Заметим, что ЭВМ может оказаться в момент $t + \Delta t$ в работоспособном состоянии и не только в результате наступления описанных выше событий. Например, при условии, что ЭВМ при $t \geq 0$ работоспособна, наступление сложного события, заключающегося в том, что на промежутке времени $[t, t + \Delta t)$ происходят отказ и восстановление ЭВМ, приводит к интересующему нас состоянию. Однако вероятность того, что данное сложное событие произойдет, имеет вид

$$r_1(\Delta t)u(\Delta t) = \lambda \cdot \Delta t \cdot [1 - \lambda \cdot \Delta t + o(\Delta t)] [\mu \cdot \Delta t + o(\Delta t)] = o(\Delta t),$$

что следует из (2.15), (2.20) и (2.21). Легко убедиться в том, что если ЭВМ в момент $t + \Delta t$ оказывается в работоспособном состоянии в результате наступления на промежутке времени $[t, t + \Delta t)$ более одного из событий “отказ” и “восстановление”, то изучаемые вероятности также имеют вид $o(\Delta t)$.

Таким образом, вероятность нахождения ЭВМ в момент времени $t + \Delta t$ в работоспособном состоянии будет равна

$$\begin{aligned} s(i, t + \Delta t) &= s(i, t)r(\Delta t) + [1 - s(i, t)]u(\Delta t) + o(\Delta t) = \\ &= s(i, t)(1 - \lambda \cdot \Delta t) + [1 - s(i, t)]\mu \cdot \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

(в силу независимости и несовместности рассматриваемых событий). Перенеся $s(i, t)$ в левую часть в (2.22), разделив на Δt и перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ в обеих частях рассматриваемого равенства, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{ds(i, t)}{dt} = \mu - (\lambda + \mu)s(i, t), \quad i \in \{0, 1\}. \quad (2.23)$$

Решениями уравнения (2.23), как легко убедиться путем подстановок, при начальных состояниях ЭВМ $i = 0, i = 1$, соответственно будут функции:

$$s(0, t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}; \quad (2.24)$$

$$s(1, t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}. \quad (2.25)$$

Итак, получены формулы (2.24), (2.25), позволяющие просто оценить готовность ЭВМ в переходном режиме функционирования. Если достаточно ограничиться анализом стационарного режима работы ЭВМ, то вместо (2.24), (2.25) можно использовать предельно простую формулу для коэффициента готовности ЭВМ

$$s = \lim_{t \rightarrow \infty} s(i, t) = \mu / (\lambda + \mu), \quad (2.26)$$

в которой нет зависимости от начального состояния ЭВМ $i \in E_0^1$. Уместно заметить, что ЭВМ “быстро” входят в стационарный режим работы, поэтому на практике, как правило, следует использовать не функцию готовности, а коэффициент s (2.26).

Замечание

На практике, да и в технической литературе довольно часто используется выражение типа “Надежность ЭВМ равна 0,999”. Это жаргонное выражение, которое не имеет однозначного толкования. Под “надежностью” здесь можно понимать значения или функции надежности, или функции готовности ЭВМ в некоторый момент времени. Но наиболее вероятно здесь считать под “надежностью” значение коэффициента готовности машины.

2.8.5. Функция осуществимости решения задач на ЭВМ

Цель функционирования ЭВМ – решение поступивших задач (выполнение программ решения задач). Однако введенные показатели надежности ЭВМ (2.10), (2.17), (2.19) устанавливают взаим производительностью и надежностью (безотказностью, ремонтпригодностью, готовностью) машины, т.е. характеризуют качество функционирования ЭВМ без-относительно к процессу решения задач. Этот пробел можно

устранить, если использовать для характеристики работы ЭВМ *функцию осуществимости решения задач*

$$f(t) = r(t)\varphi(t),$$

где $r(t)$ – вероятность безотказной работы ЭВМ (2.10); $\varphi(t) = P\{0 \leq \eta < t\}$, т.е. $\varphi(t)$ есть вероятность события $\{0 \leq \eta < t\}$; η – случайная величина, являющаяся моментом решения задачи на работоспособной (абсолютно надежной) ЭВМ. В качестве закона распределения времени решения задач на ЭВМ может быть взят экспоненциальный:

$$\varphi(t) = 1 - \exp(-\beta t),$$

где β – интенсивность решения задач на машине.

Говорят, что решение задачи на ЭВМ осуществимо, если для некоторого t одновременно выполняются $f(t) \geq f^o$ и $t \leq t^o$, где f^o и t^o – “пороги осуществимости”; они выбираются из практических соображений. Интерес представляет также величина $f(t_m) = \max_t f(t)$, которая отыскивается численными методами.