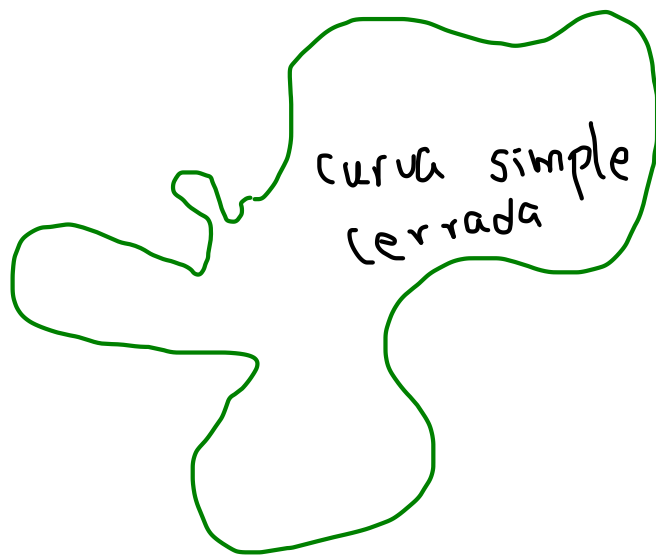
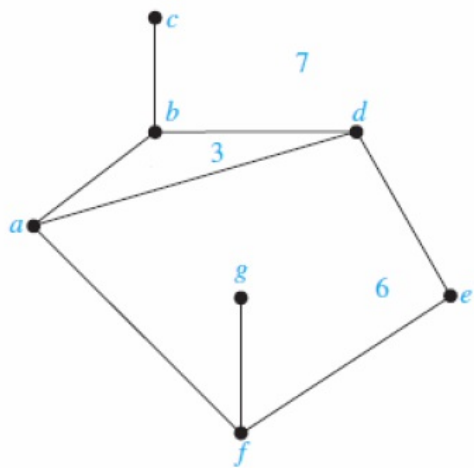


curva
no simple



curva simple
cerrada

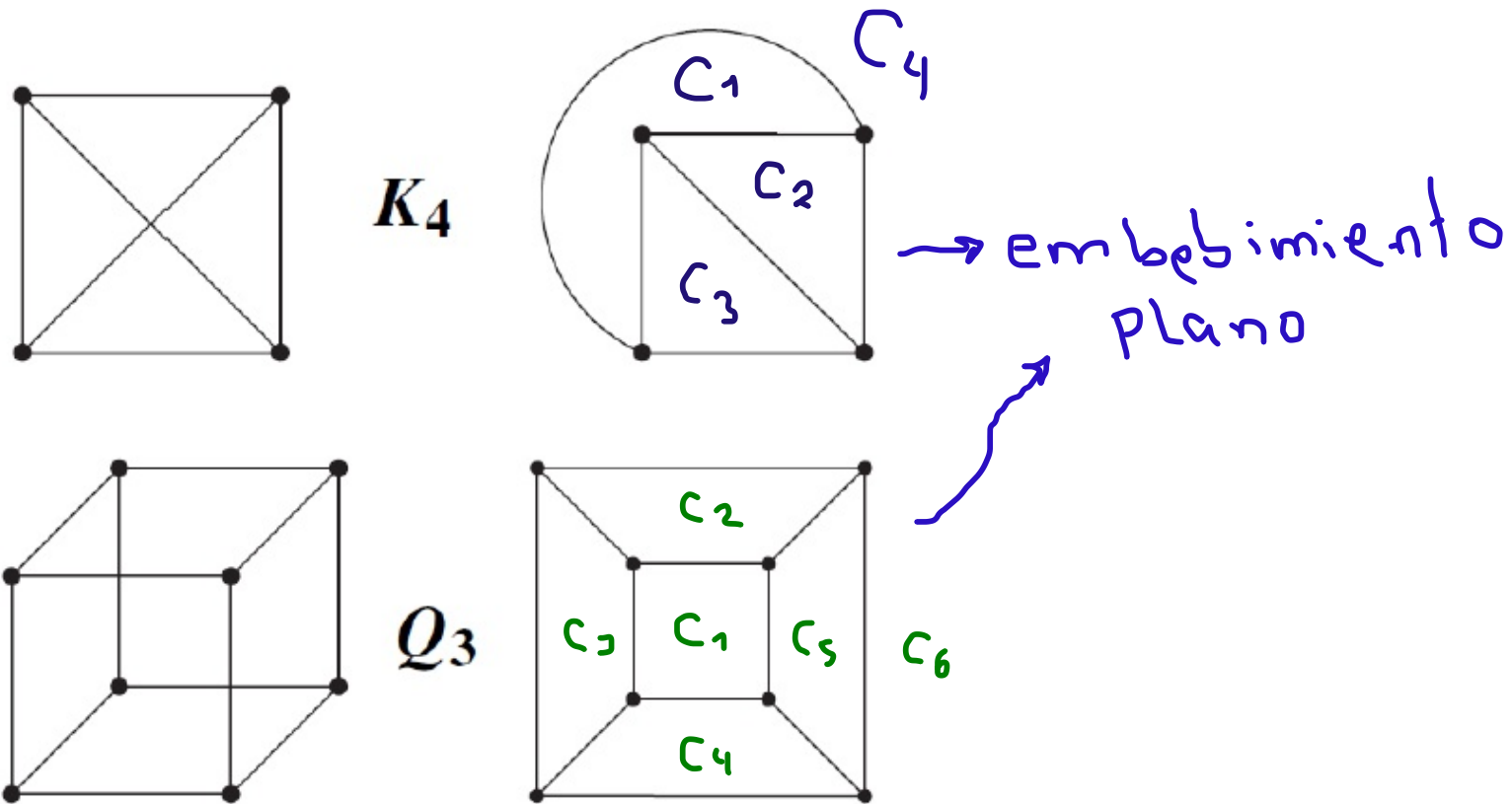
\mathbb{R}^2



Embebiemento
libre de cruces ✓

Grafo plano

Un grafo G es **plano** si tiene un embebimiento libre de cruces. Este embebimiento se denomina **embebimiento plano** de G .



K_4 y Q_3 son grafos planos.

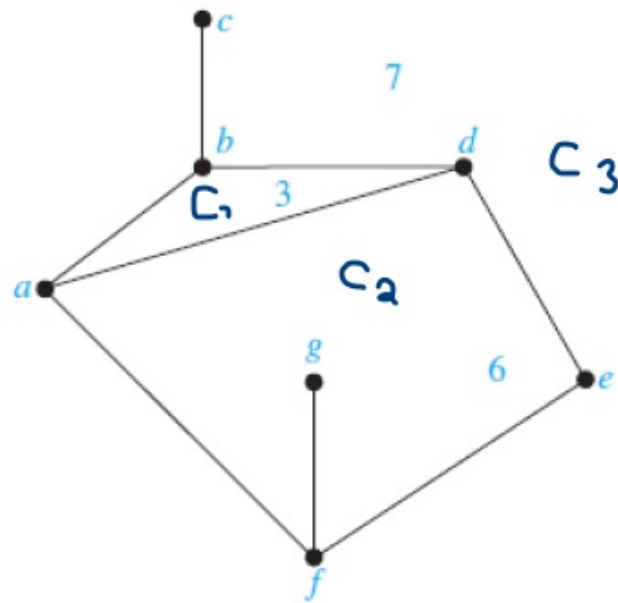
Teorema (Euler)

Si G es un grafo conexo plano con n vértices, e aristas y f caras, entonces

$$n - e + f = 2$$

Longitud o grado

La **longitud o grado de una cara** en un grafo plano G es la longitud de la(s) caminata(s) cerrada(s) sobre la frontera de la cara.



$$n = 7 \quad e = 8 \quad f = 3$$

$$\text{Fórmula de Euler: } n - e + f = 2 \quad \checkmark$$

Lema

Si $l(F_i)$ denota la longitud de la cara F_i en un grafo plano G , entonces

$$\sum l(F_i) = 2e$$

Corolario

Si G es un grafo plano simple con al menos tres vértices, entonces

$$e \leq 3n - 6$$

Contrareciproco:

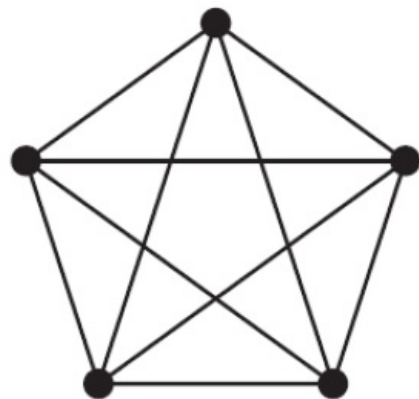
Si $e > 3n - 6$ ent G no es plano o no es simple o no tiene al menos 3 vértices.

Uso: Si G es simple, $n \geq 3$ y $e > 3n - 6$ ent G no es plano.

Corolario

K_5 no es plano.

- K_5 es un grafo simple con $e = 10$ y $n = 5$. Como $e > 3n - 6$, K_5 no es plano.



K_5

K_5 es simple, $n \geq 3$ ✓

$$n = 5 \quad e = 10$$

$$10 > 3(5) - 6 \quad \checkmark$$

$$K_{3,3} \quad n = 6 \quad e = 9$$

$$¿e > 3n - 6?$$

$$9 \nless 12$$

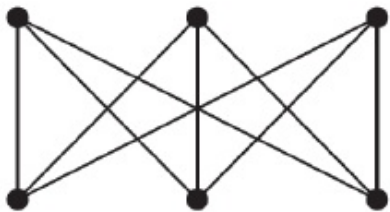
} El corolario no sirve

Corolario

Si G es un grafo plano simple con al menos tres vértices y G no tiene ciclos de longitud 3, entonces

$$e \leq 2n - 4$$

Uso: Si G es simple, $n \geq 3$, G no tiene ciclos de longitud 3
y $e > 2n - 4$ ent G no es plano.



$K_{3,3}$

$K_{3,3}$ es simple, $n \geq 3$ ✓

$K_{3,3}$ no tiene 3-ciclos: porque es Bipartito

$e > 2n - 4$?

$$9 > 2(6) - 4 \quad \checkmark$$

} $K_{3,3}$ no es plano

Corolario

Si G es un grafo plano simple, entonces $\delta(G) \leq 5$.

Uso: Si G es simple y $\delta(G) > 5$ ent G no es plano.

(De K_7 en adelante $\rightarrow K_n$ $n \geq 7$ no es plano)

K_6 no es plano ($\delta(K_6) = 5$) (No aplica este corolario).

