Lema

Si todos los vértices de un grafo G tienen grado mayor o igual a 2, entonces G contiene un ciclo.

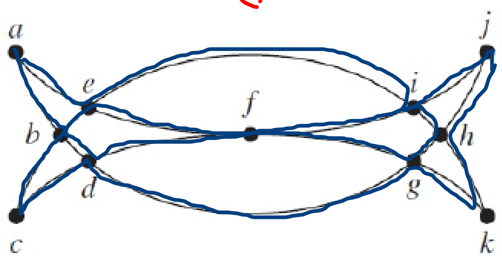
Teorema

Un grafo G es Euleriano sii tiene a lo sumo una componente no trivial y todos sus vértices tienen grado par.

Teorema

Un grafo G tiene un u, v-sendero Euleriano sii G tiene a lo sumo una componente no trivial y u y v son los únicos vértices de grado impar.

G

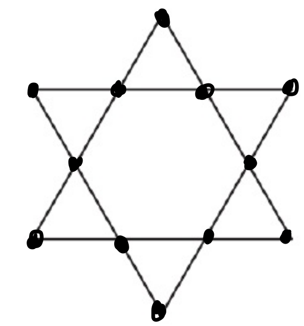


G es euleriano

Cimitarras de Mahoma

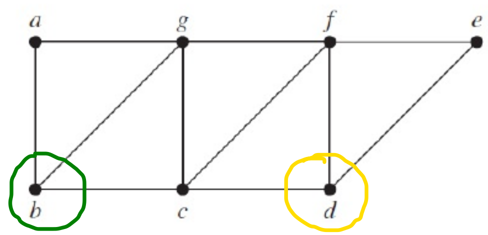
a b c d g k h j i h g f d b e f i e a

Circuito euleriano



es euleriano

H:



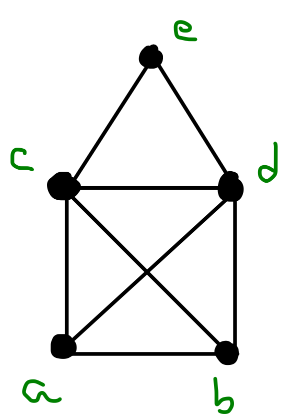
H no es euleriano:

$d(b) = 3$ ✓

¿H tiene sendero euleriano?

Si, H tiene un b,d-sendero euleriano.

J

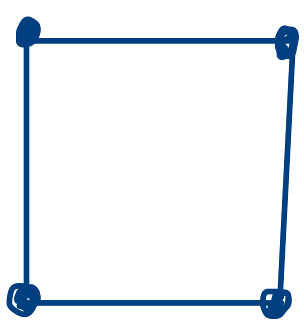


J tiene un a,b-sendero euleriano

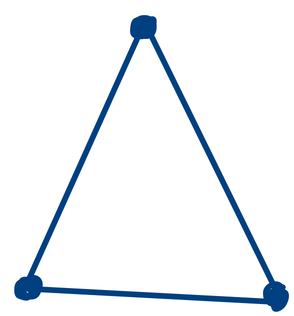
Grafo regular

Un grafo G es **regular** si $\Delta(G) = \delta(G)$ y es k-**regular** si $d(v) = k$ $\forall\ v \in V(G)$.

P: G es k-regular ¿P es un invariante? NO!

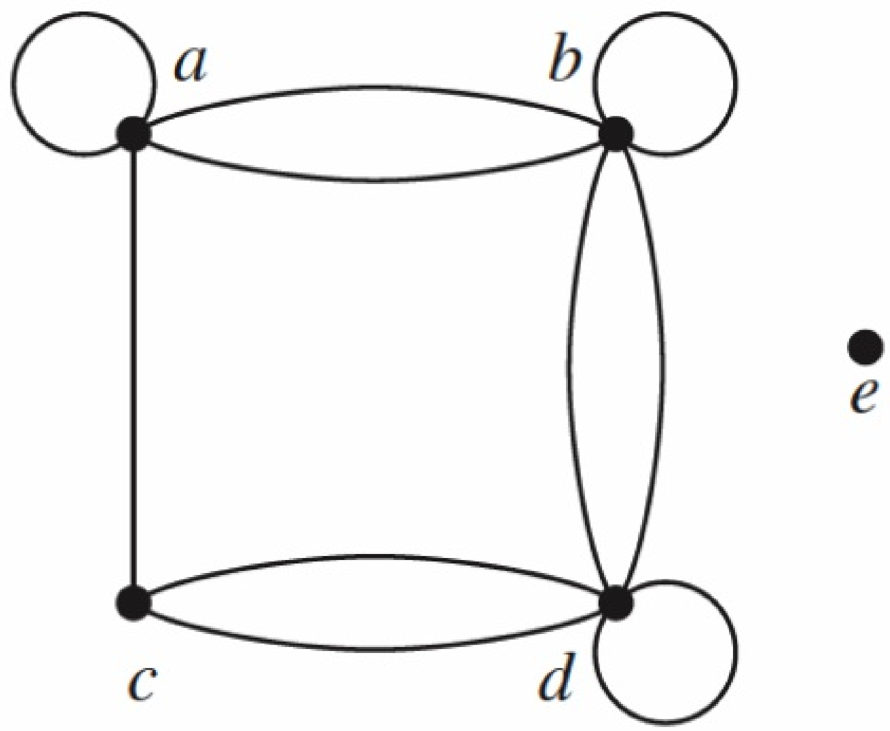


$\ncong$



2-regular 2-regular

2018



$d(a) = 5$

$d(b) = 6$

$d(c) = 3$

$d(d) = 6$

$\underline{d(e) = 0}$

$\sum d(v) = 20$

Calcular: $d(v)$ y $N(v)$ $\forall\, v \in V(G)$. $\Delta(G)$, $\delta(G)$, $n(G)$ y $e(G)$.

$\Delta(G) = 6$

$\delta(G) = 0$

$n(G) = 5$

$e(G) = 10$

$N(e) = \emptyset$

$N(c) = \{a, d\}$

$N(a) = \{a, b, c\}$

$$\overbrace{2e}^{\text{Par}} = \sum_{v\in V(G)} d(v) = \overbrace{\sum_{\substack{v\in V(G)\\ d(v)\text{ par}}} d(v)}^{\text{Par}} + \overbrace{\sum_{\substack{v\in G\\ \underbrace{d(v)\text{ impar}}_{\#\text{ par de sumandos}}}} d(v)}^{\text{Par}}$$

Dem

Corolario

Todo grafo G tiene un número par de vértices de grado impar.

Corolario

Un grafo k-regular con n vértices tiene $\frac{nk}{2}$ aristas.

$$2e = \sum_{v \in V(G)} d(v) = \sum_{v \in V(G)} k = nk$$

$$e = \frac{nk}{2} \checkmark$$

$Q_2 \rightarrow$ Cadenas binarias de longitud 2

00 01 10 11

↓

vértices •