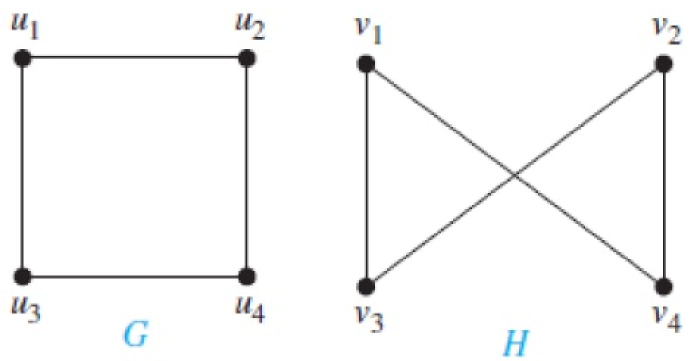
Isomorfismo de Grafos

Isomorfismo

Sean G y H grafos simples. Un **isomorfismo** de G a H es una función biyectiva $f : V(G) \to V(H)$ tal que $uv \in E(G)$ sii $f(u)f(v) \in E(H)$.



$G \cong H$

$f : V(G) \longrightarrow V(H)$

$u_1 \longrightarrow v_1$

$u_2 \longrightarrow v_3$

$u_3 \longrightarrow v_4$

$u_4 \longrightarrow v_2$

$$A(G) = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{array} \end{array}$$

$$A(H) = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} v_1 & v_3 & v_4 & v_2 \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} v_1 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_2 \end{array} \end{array}$$

f es un isomorfismo entre G y H

Grafos Isomorfos

G es **isomorfo** a H si existe un isomorfismo de G a H. Se nota $G \cong H$.

Invariante

Un **invariante** de un grafo es una propiedad P preservada por isomorfismos. De forma más precisa, P es un invariante si siempre que $G \cong H$:

Si G satisface P entonces H satisface P.

Nota:

Sea P es una propiedad invariante, si G satisface P y H no satisface P entonces $G \ncong H$.

Invariantes

- G tiene n vértices.
- G tiene m aristas.
- G tiene n vértices de grado k.
- G tiene n ciclos de longitud k.
- G tiene n vértices adyacentes a m vértices de grado k.
- $\chi(G) = k$.
- G es conexo.
- G es k-partito.
- G es plano.
- G es euleriano.
- G es hamiltoniano.

Propiedad no invariante:

P : G tiene un vértice dentro de algún ciclo.

G satisface P $\qquad$ H no satisface P.

P no es un invariante.

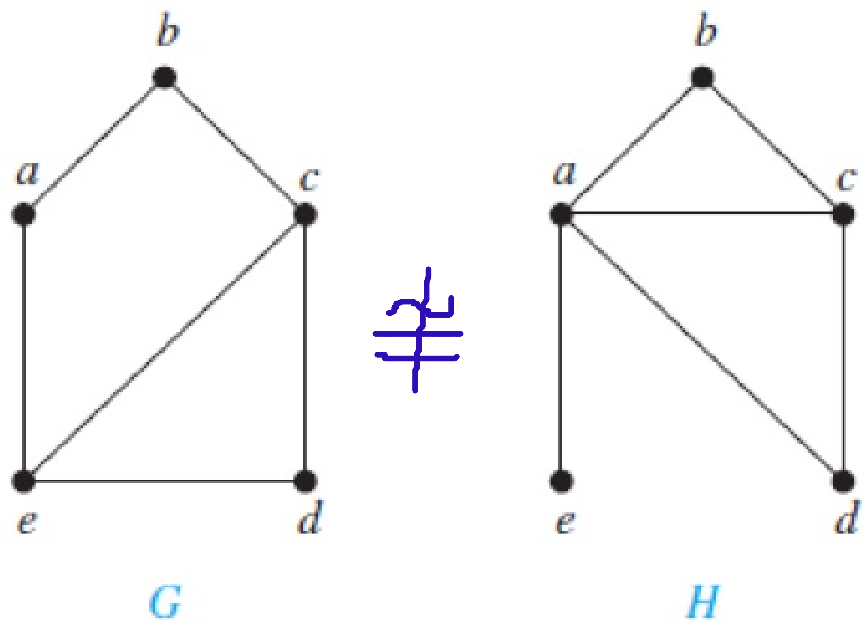
$G \ncong H$

P : F tiene 2 vértices de grado 2.

G satisface P H no satisface P

P : F tiene un vértice de grado 3

G no satisface P H satisface P



Invariante	G	H
G tiene un vértice de grado 4	✗	✓
G tiene un ciclo de longitud 5	✓	✗
~~G es conexo~~	~~✓~~	~~✓~~
G tiene 1 vértice adyacente a 2 vértices de grado 3	✓	✗