Subgrafo

Un **subgrafo** de un grafo G es un grafo H tal que:

1. $V(H) \subseteq V(G)$.
2. $E(H) \subseteq E(G)$.

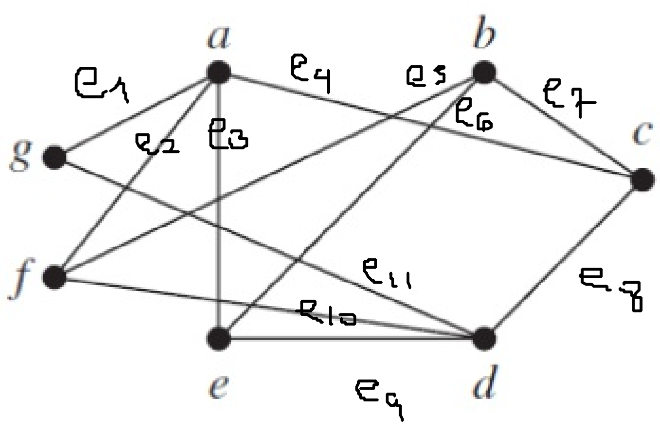
Y la asignación de extremos a las aristas en H es la misma que en G. Se nota $H \subseteq G$.

$V(G) = \{a, b, \ldots, g\}$

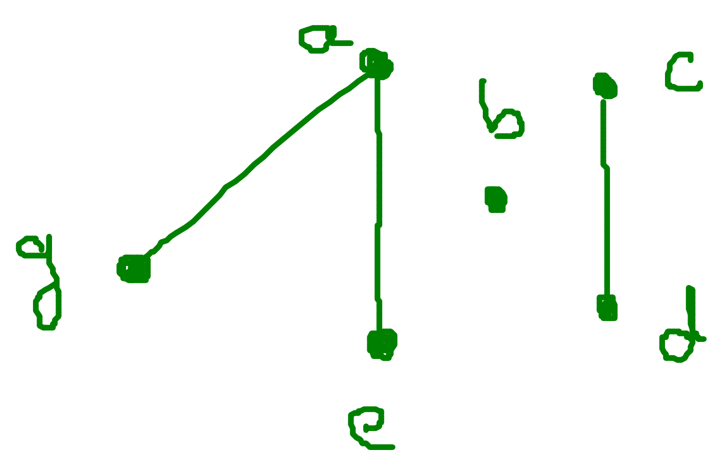
$E(G) = \{e_1, \ldots, e_{11}\}$

$E(H) = \{e_1, e_3, e_8\}$

$V(H) = \{a, g, e, c, d, b\}$



G



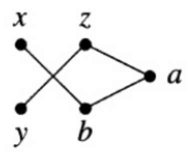
H

$H \subseteq G$

Camino

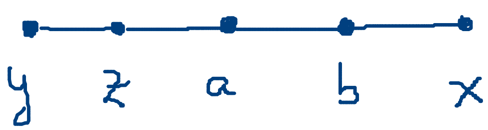
Un **camino** es un grafo simple cuyos vértices pueden ordenarse en una lista de tal manera que dos vértices son adyacentes sii son consecutivos en la lista.

G:

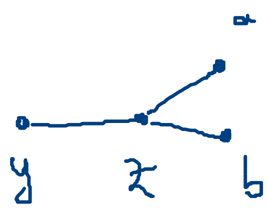


$V = \{a, b, x, y, z\}$

$\ell = (y, z, a, b, x)$

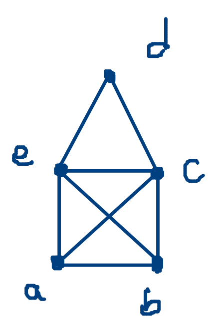


$\ell_2 = (x, b, a, z, y)$



No es un camino

G

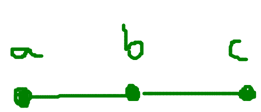


G

No es camino

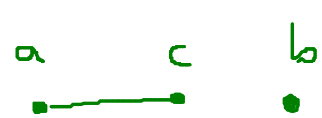
(Circuito Euleriano)

G



G es un camino

$\bar{G}$:

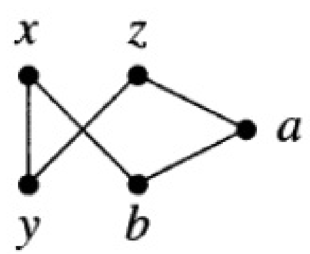


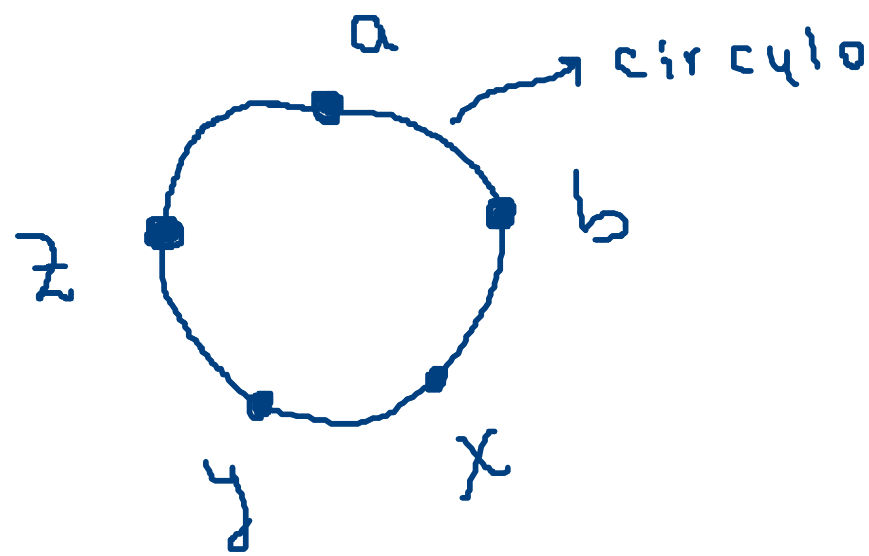
$\bar{G}$ no es un camino

'G tiene un camino'

Ciclo

Un **ciclo** es un grafo simple con el mismo número de vértices y aristas cuyos vértices pueden ubicarse alrededor de un circulo de tal manera que dos vértices son adyacentes sii aparecen de manera consecutiva sobre el circulo.



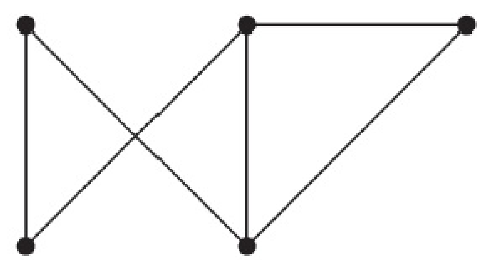


"lista" (a, b, x, y, z, a)

(x, y, z, a, b, x)

Conexidad

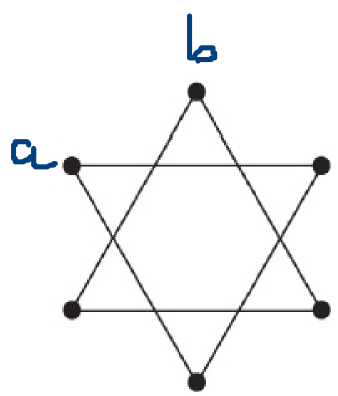
Un grafo G es **conexo** si cada par de vértices en G pertenece a un camino, de lo contrario, G es disconexo.



G

G es conexo

'Existe un camino entre cada par de vértices'

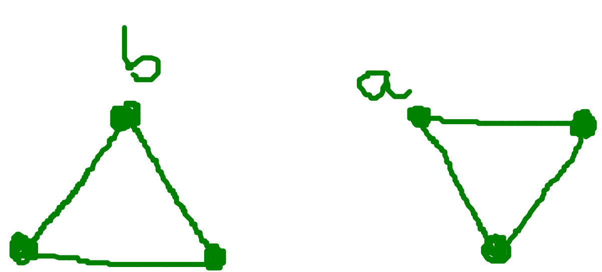


H

H no es conexo

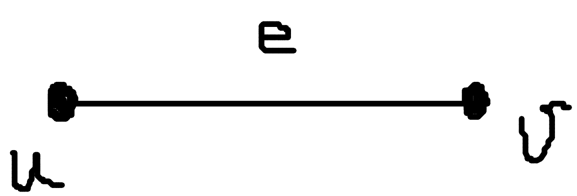
Los vértices a, b no pertenecen a un mismo camino

'No existe un camino entre a y b'

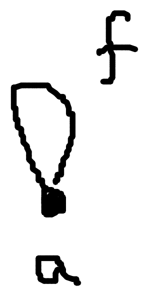


→ componentes (conexas) de H.

Adyacencia — Incidencia



u, v son adyacentes



e incide en u

e incide en v

f incide en a

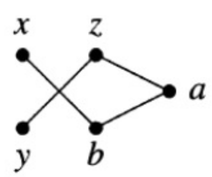
Matriz de Adyacencia - Matriz de Incidencia

Sea G un grafo sin bucles con $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ y $E(G) = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$.

- La **matriz de adyacencia** de G es la matriz $n \times n$, $A(G)$, definida por

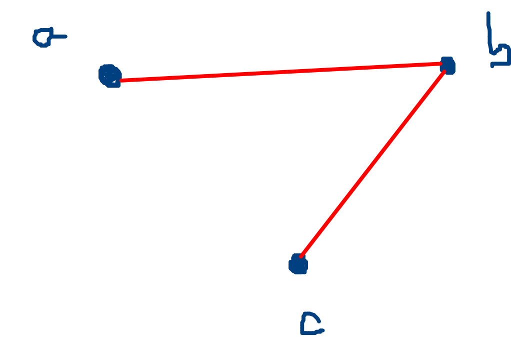
$$a_{ij} := \text{número de aristas en G con extremos } \{v_i, v_j\}$$

$$A(G) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



$V(G) = \{a, b, x, y, z\}$

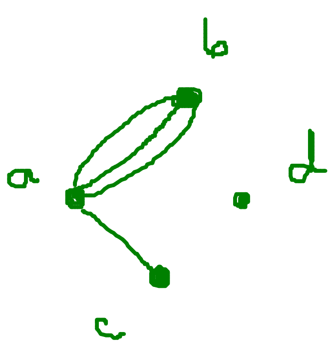
$a_{ij} = a_{ji}$ → simétrica



$A(G)_{5\times5}$

$a_{bx} : a_{23}$

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$



$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

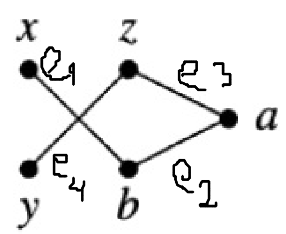
- La **matriz de incidencia** de G es la matriz $n \times m$, $M(G)$, definida por

$$m_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{si } v_i \text{ es extremo de } e_j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

vértices → filas

aristas → columnas

G :



$$M(G): \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$M(H): \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

H :