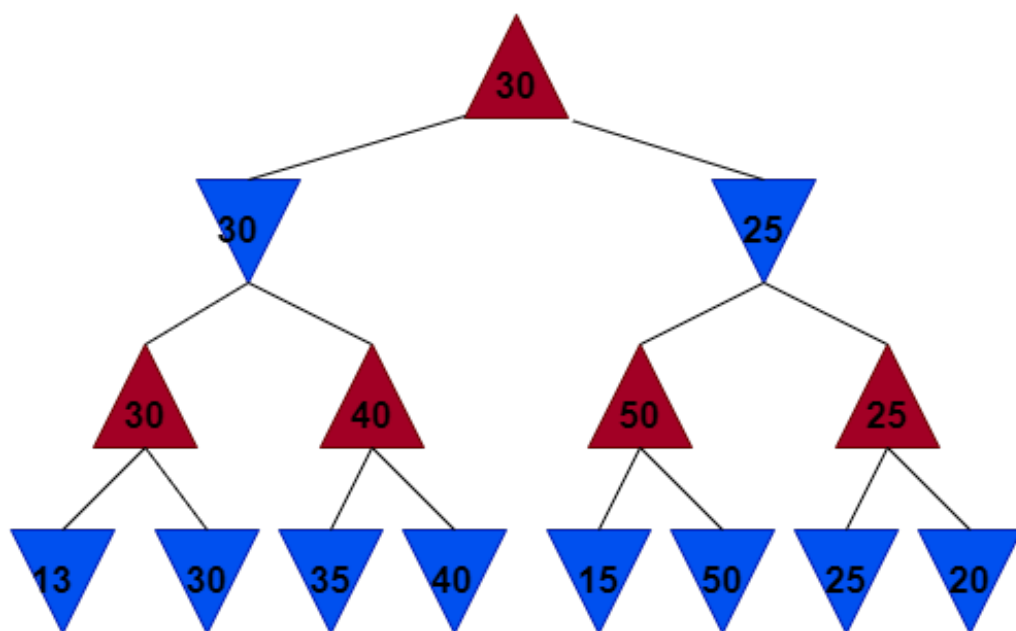
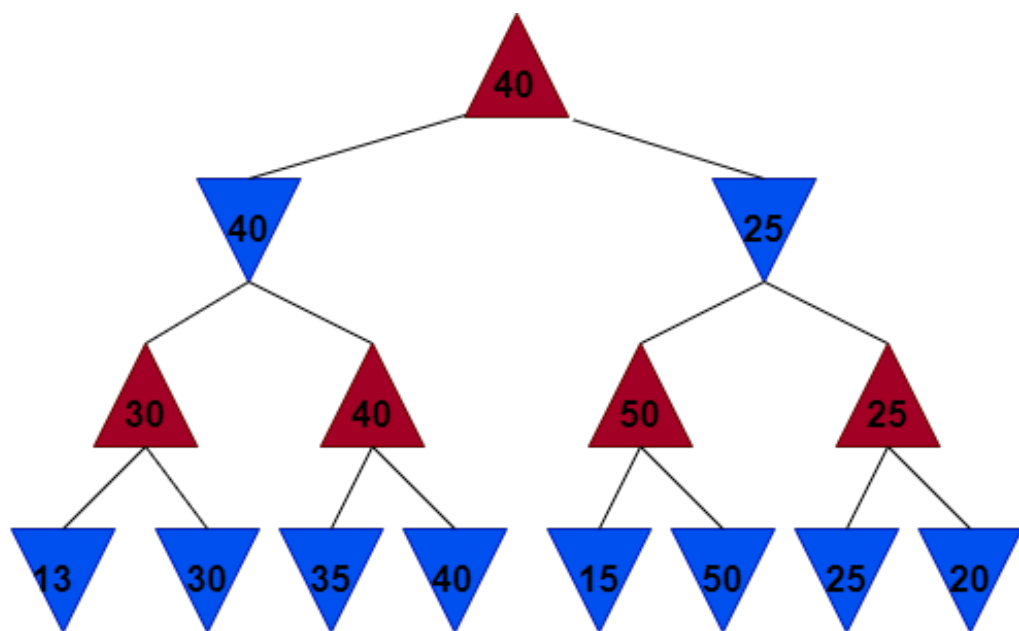


## Πρόβλημα 1

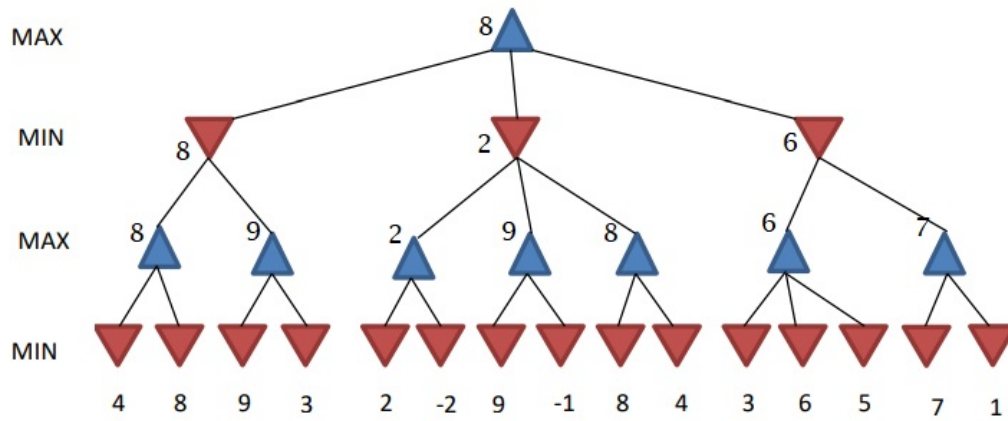
Γνωρίζουμε ότι ο στόχος ουσιαστικά του αλγορίθμου (εφόσον παίζουν και οι δύο παίκτες βέλτιστα) είναι ο κάθε παίκτης να παίζει όσο καλύτερα γιαυτόν και χειροτερεύοντας την θέση του άλλου παίκτη στο να επιλέξει κάτι που θα τον ωφελήσει ως κίνηση. Σε περίπτωση που ο αλγόριθμος MIN δεν λειτουργεί βέλτιστα τότε οι τιμές που θα παίρνει ουσιαστικά θα είναι μεγαλύτερες από αυτές που θα έπαιρνε σε περίπτωση που έπαιζε βέλτιστα ο αλγόριθμος ή και τις βέλτιστες τιμές που θα μπορούσε να πάρει. Άρα ο MAX θα επωφελείται διότι στην χειρότερη περίπτωση θα έχει να διαλέξει μεταξύ τιμών που θα διάλεγε ούτως ή αλλιώς αν έπαιζε βέλτιστα και ο MIN ή σε μεγαλύτερες τιμές διότι ο MIN δεν θα παίζει βέλτιστα. Επομένως σε κάθε περίπτωση ο MAX δεν θα παίρνει χειρότερες τιμές. Επίσης εφόσον γνωρίζουμε πως θα συμπεριφερθεί κατά προσέγγιση ο MIN (και ουσιαστικά θα χάνει) τότε ο MAX μπορεί να χρησιμοποιεί την μέθοδο αυτή ώστε να παίρνει μεγαλύτερες τιμές από ότι θα έπαιρνε αν ο MIN έπαιζε βέλτιστα. Παρατηρούμε στα δυο παρακάτω διαγράμματα ότι στην πρώτη περίπτωση που δεν λειτουργεί βέλτιστα ο MIN το αποτέλεσμα δεν είναι χειρότερο από ότι θα ήταν αν έπαιζε βέλτιστα.



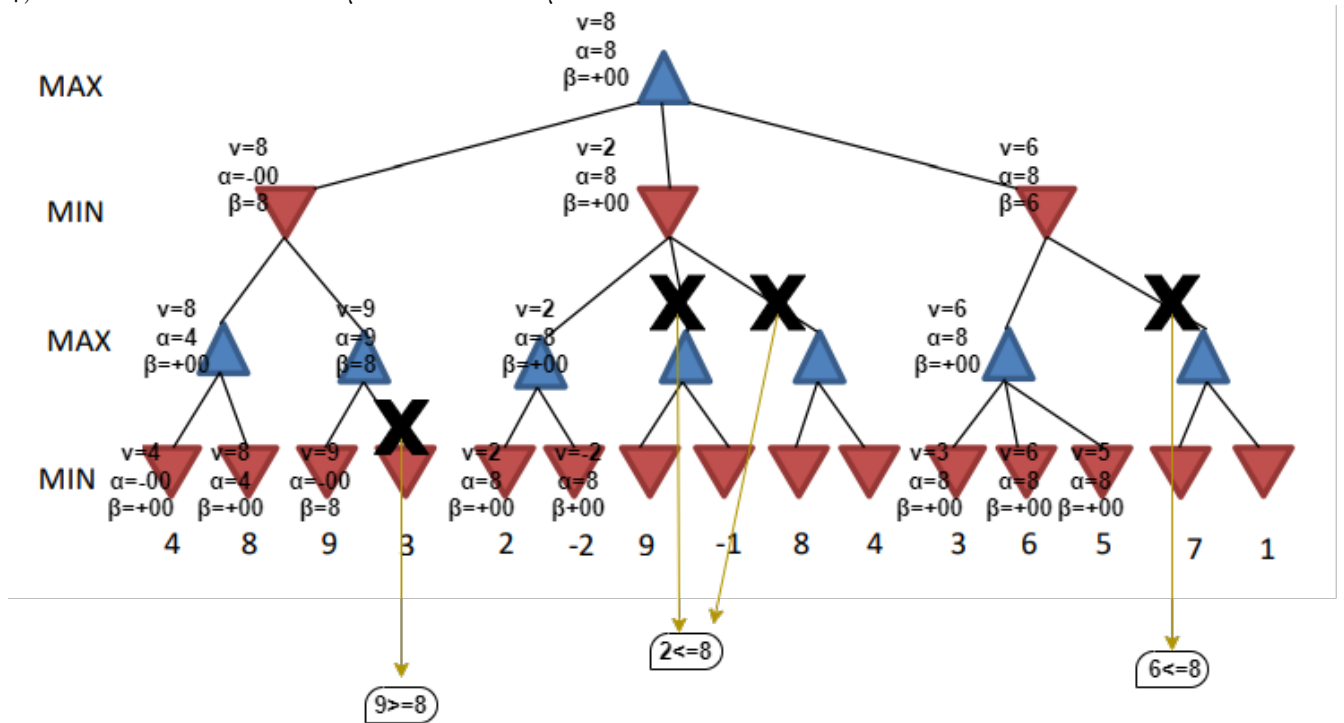
## Πρόβλημα 2

α)-β)

Ουσιαστικά η παρακάτω εικόνα μας δείχνει την τελική κατάσταση.

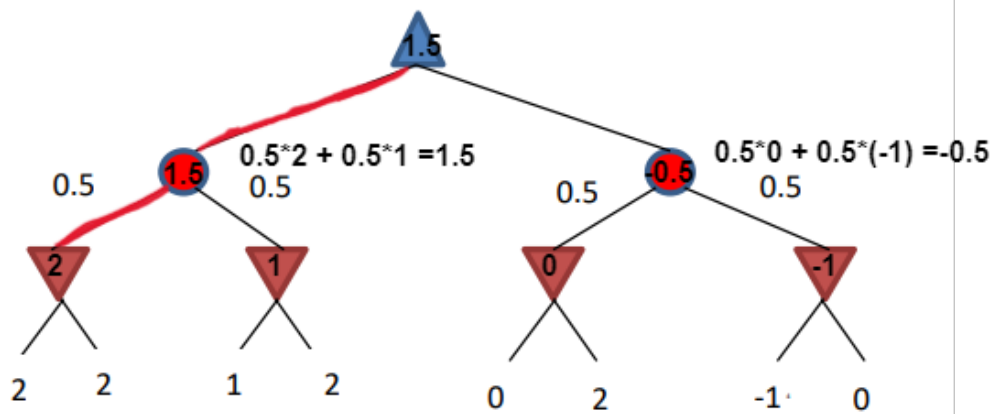


γ) Όταν τελειώσουν τα κλαδέματα το αποτέλεσμα θα είναι αυτό:

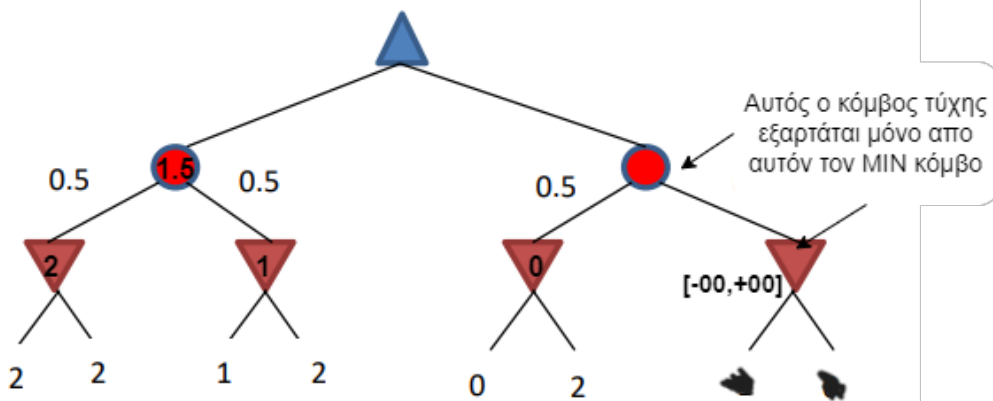


### Πρόβλημα 3

α)  
Το τελικό αποτέλεσμα θα είναι το παρακάτω :



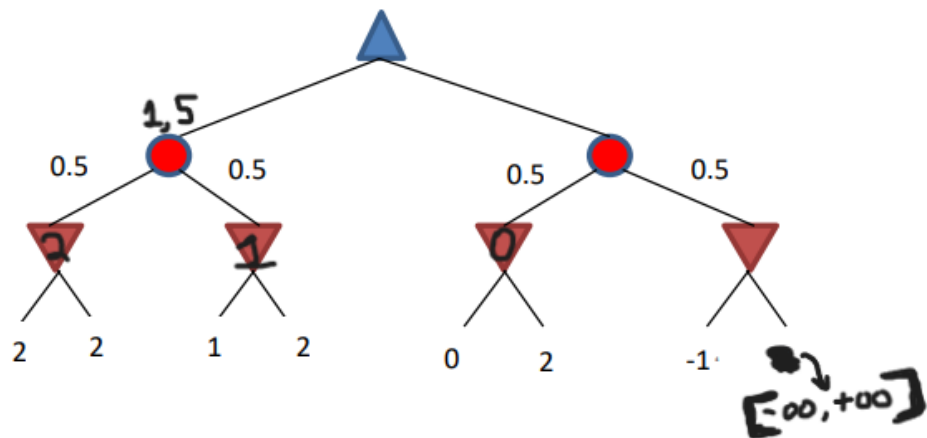
β)



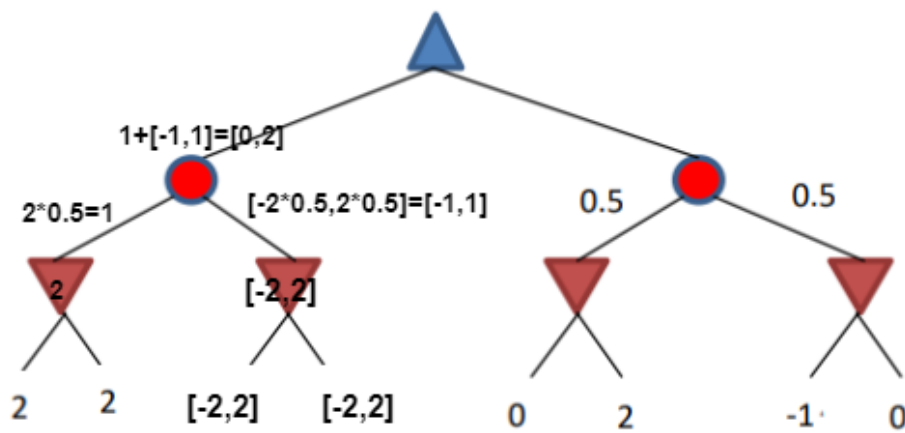
Παρατηρούμε ότι στην παρακάτω αναπαράσταση , ο δεξιότερος κόμβος τύχης εξαρτάται αποκλειστικά από τον δεξιότερο κόμβο MIN αφού ο άλλος κόμβος από τον οποίο προκύπτει η τιμή του δίνει μηδέν ( $0 \cdot 0.5$ ). Επομένως ο δεξιότερος κόμβος MIN χωρίς να τον ελέγξουμε γνωρίζουμε μόνο ότι θα δώσει έναν αριθμό στο διάστημα  $[-\infty, +\infty]$  . Επομένως για τον υπολογισμό του κόμβου τύχης έχουμε  $0 \cdot 0.5 + \alpha \cdot 0.5$  όπου  $\alpha \in [-\infty, +\infty]$ . Άρα είναι προφανές ότι γνωρίζοντας μόνο 6 από τα οχτώ φύλλα δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε τον δεξιότερο κόμβο τύχης καθώς και δεν μπορούμε να απαντήσουμε για το αν , ο δεξιότερος κόμβος τύχης έχει μεγαλύτερη ή μικρότερη τιμή από την τιμή του αριστερότερου κόμβου τύχης . Άρα δεν μπορούμε να βρούμε την καλύτερη κίνηση προς την ρίζα στην περίπτωση αυτή, χρειαζόμαστε σίγουρα τουλάχιστον και το έβδομο φύλλο.

Στην περίπτωση που γνωρίζουμε και το έβδομο φύλλο τότε προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις :

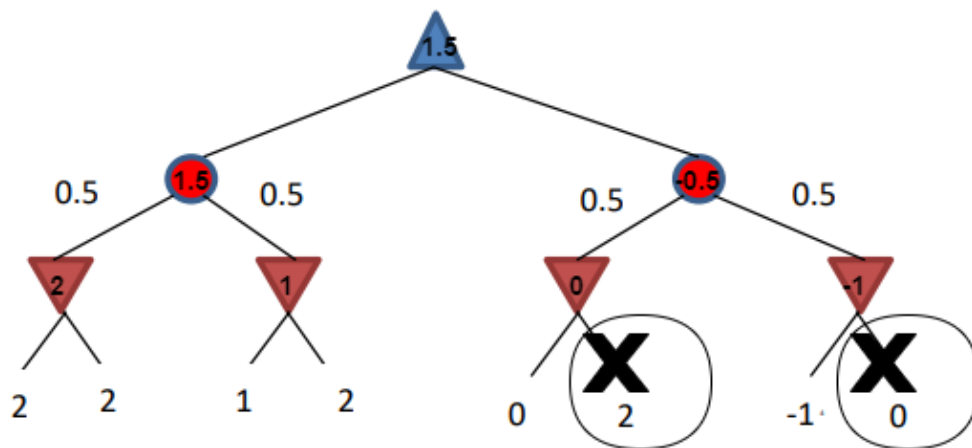
Ο δεξιός κόμβος τύχης μπορεί να γίνει είτε μικρότερος είτε μεγαλύτερος από τον αριστερό κόμβο ανάλογα με τον δεξιότερο κόμβο MIN που βρίσκεται στο επόμενο βάθος (συγκεκριμένα  $\leq 1.5 \geq 1.5$ ). Ουσιαστικά στην περίπτωση μας ξέροντας και το έβδομο φύλλο είναι ίσο με -1 και γνωρίζοντας ότι το όγδοο φύλλο βρίσκεται στο διάστημα  $\in [-\infty, +\infty]$  , μας αρκεί να γνωρίζουμε μέχρι το έβδομο φύλλο διότι έχει τιμή μικρότερη από το τρία άρα δεν χρειάζεται να ελέγξουμε και το όγδοο. Σε περίπτωση που το έβδομο φύλλο ήταν μεγαλύτερο από τρία τότε θα χρειαζόταν να ελέγξουμε και το όγδοο διότι θα υπήρχε περίπτωση στο όγδοο να έχουμε κάποια μικρότερη τιμή , αλλά στην περίπτωση μας που το έβδομο φύλλο είναι μικρότερο του 3 (συγκρίνουμε με το τρία διότι στον αριστερό κόμβο τύχης έχουμε ως αποτέλεσμα 1.5 άρα στον δεξιό κόμβο τύχης θα έπρεπε ο κόμβος MIN από κάτω του να του δίνει τιμή 3 για να βγάλει τιμή 1.5 ο κόμβος τύχης) δεν χρειάζεται να ελέγξουμε και το όγδοο . Λειτουργεί κάπως σαν το alpha-beta pruning όταν κλαδέμα φύλλα , για παράδειγμα στην περίπτωση μας θα είχαμε  $a=1.5$  και  $v=-1$  εφόσον  $v \leq \beta$  τότε αγνοούμε τους υπόλοιπους κόμβους.



γ)

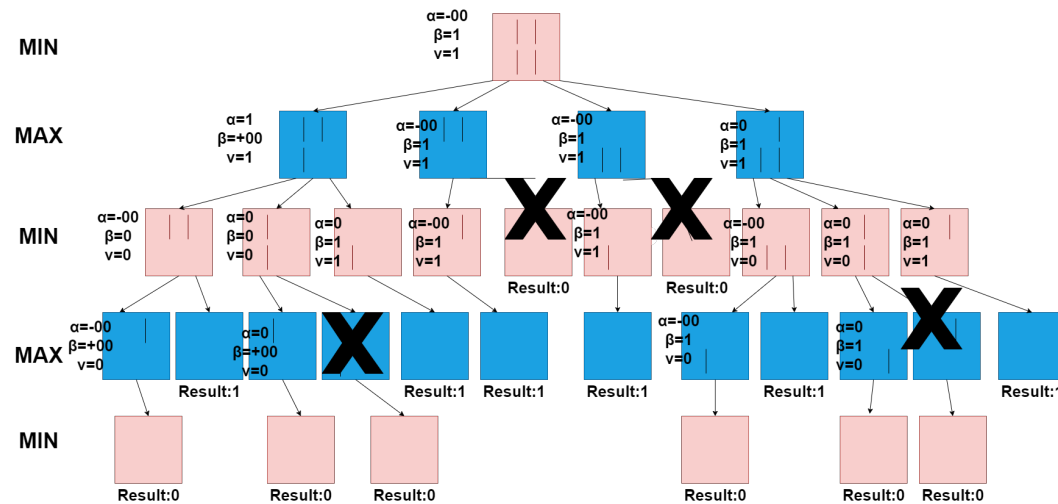


δ)

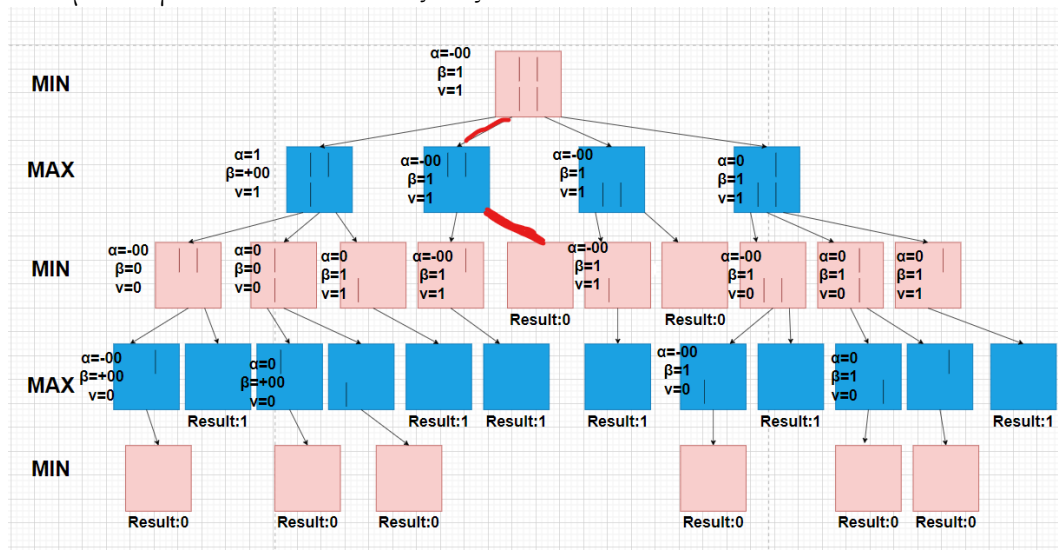


## Πρόβλημα 4

Το τελικό αποτέλεσμα θα είναι το εξής



Σε περίπτωση που και οι δύο παίκτες παίζουν αλάνθαστα



Κερδίζει ο παίκτης MIN. Ουσιαστικά γνωρίζοντας ότι και οι δύο παίκτες παίζουν βέλτιστα ισχύει ότι το παιχνίδι λειτουργεί ως εξής : ο κάθε παίκτης προσπαθεί να πάρει το καλύτερο αποτέλεσμα 'χειροτερεύοντας' το αποτέλεσμα του άλλου ταυτόχρονα. Ο MIN δηλαδή αυτό που θα κάνει είναι να διαλέξει το χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα για τον MAX και ταυτόχρονα το καλύτερο για αυτόν το οποίο συγκεκριμένα θα είναι η μικρότερη δυνατή τιμή από αυτές που μπορεί να διαλέξει . Ο MAX εφόσον ξέρει ότι ο MIN παίζει βέλτιστα άρα θα διαλέξει την μικρότερη δυνατή τιμή θα διαλέξει την διακλάδωση όπου το χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα για τον MAX θα είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερο.