

Απαντήσεις θεωρητικών ερωτήσεων τρίτης εργασίας Τεχνητής Νοημοσύνης

Άγγελος Τσιτσόλη sdi2000200

Φεβρουάριος 26, 2022

Πρόβλημα 2

Ορίζουμε την ερμηνεία I που περιέχει τα αντικείμενα της εικόνας, συγκεκριμένα προκύπτει το εξής :

$$|I| = \{Yoda\}$$

Η I κάνει τις εξής αντιστοιχίες : $Yoda^I = Yoda$

Οπότε :

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος $JediMaster$ την ακόλουθη μοναδιαία σχέση: $\{\langle Yoda \rangle\}$

Γενικότερα όσον αφορά την έννοια της ικανοποίησης ισχύει ότι: $\models_I (\forall) \phi[s]$ ανν για κάθε $d \in |I|$, έχουμε $\models_I \phi[s(x|d)]$ και ομοίως : $\models_I (\exists) \phi[s]$ ανν για κάθε $d \in |I|$, έχουμε $\models_I \phi[s(x|d)]$ Εξετάζεται παρακάτω αν ικανοποιούνται οι παραπάνω προτάσεις ή όχι :

Για την πρόταση ϕ_1 :

Απο ορισμό ικανοποίησης προκύπτει ότι: $\models_I JediMaster(Yoda)[s]$ ισχύει αν και μόνο αν $\langle \bar{s}(Yoda) \rangle \in JediMaster^I$

Επίσης Έχουμε ότι:

$$\bar{s}(Yoda) = Yoda^I = Yoda \text{ και } JediMaster^I = \{\langle Yoda \rangle\}$$

Επομένως η πρόταση ϕ_1 ικανοποιείται .

Για την πρόταση ϕ_2 :

Από τον ορισμό ικανοποίησης προκύπτει ότι ισχύει:

$$\models_I (\exists x) JediMaster(x)[s] \text{ αν και μόνο αν υπάρχει } d_x \in |I|$$

όπου ισχύει $\models_I JediMaster(x)[s(x|d_x)]$ αν και μόνο αν υπάρχει $d_x \in |I|$

Δεδομένου ότι $|I| = \{Yoda\}$ υπάρχει μία περίπτωση όσον αφορά την ανάθεση μεταβλητών .Ουσιαστικά στην μεταβλητή x ανατίθεται η τιμή $Yoda$.Άρα ισχύει ότι $\models_I JediMaster(x)[s(x|d_x)]$ εφόσον $\langle s(x|Yoda) \rangle = \langle Yoda \rangle \in JediMaster^I$ Άρα ικανοποιείται η ϕ_2 .

Για την πρόταση ϕ_3 :

Απο τον ορισμό ικανοποίησης προκύπτει ότι :

$$\models_I (\forall x)(JediMaster(x))[s] \text{ που ισχύει αν και μόνο αν για κάθε } d_x \in |I|$$

$$\models_I JediMaster(x)[s(x|d_x)] \text{ που ισχύει αν και μόνο αν για κάθε } d_x \in |I|$$

Δεδομένου ότι $|I| = \{Yoda\}$ υπάρχει μία περίπτωση όσον αφορά την ανάθεση μεταβλητών.Ουσιαστικά στην μεταβλητή x ανατίθεται η τιμή $Yoda$.Άρα ισχύει ότι $\models_I JediMaster(x)[s(x|d_x)]$ εφόσον $\langle s(x|Yoda) \rangle = \langle Yoda \rangle \in JediMaster^I$ Άρα ικανοποιείται η ϕ_3 .

Πρόβλημα 3

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο ενοποίησης θα εξετάσουμε για τα παρακάτω αν υπάρχει έναν γενικό ενοποιητή:

$$1. P(x,y) \text{ και } P(G(F(v)),G(u)) , \text{ ενοποιητής: } \{u/F(v), x/P(G(F(v)))\}$$

2. $P(x_1, G(x_2, x_3), x_2, B)$ και $P(G(H(A, x_5), x_2), x_1, H(A, x_4), x_4)$
, ενοποιητής : $\{x_1/G(H(A, B), H(A, B)), x_2/H(A, B), x_3/H(A, B), x_5/B, x_4/B\}$
3. $P(x_1, x_2, \dots, x_n, F(y_0, y_0), \dots, F(y_{n-1}, y_{n-1}), y_n)$ και $P(F(x_0, x_0), F(x_1, x_1), \dots, F(x_{n-1}, x_{n-1}), y_1, \dots, y_n, x_n)$
ενοποιητής :
 $\{x_1/F(x_0, x_0), x_2/F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0)),$
 $x_3/F(F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))), \dots, x_n/F(F(F(F \dots F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))), y_1/$
 $F(y_0, y_0), y_2/F(F(y_0, y_0), F(y_0, y_0)), \dots,$
 $y_n/F(F(F(F \dots F(F(y_0, y_0), F(y_0, y_0))), F(F(F(F \dots F(F(x_0, x_0), F(x_0, x_0))/F(F(F(F \dots F(F(y_0, y_0), F(y_0, y_0)))\}$

Πρόβλημα 4

1. Ο Κυριάκος, ο Αλέξης και ο Νίκος είναι μέλη του πολιτικού κόμματος ΚΟΡΩΝΑ. Πρώτης Τάξης Λογική :
 $\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα(Νίκος)} \wedge \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα(Κυριάκος)} \wedge \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα(Αλέξης)}$
2. Κάθε μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που δεν είναι δεξιός, είναι φιλελεύθερος. Πρώτης Τάξης Λογική :
 $\forall x[\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \wedge \neg \text{Δεξιός}(x) \Rightarrow \text{Φιλελευθeros}(x)]$
3. Στους δεξιούς δεν αρέσει ο σοσιαλισμός. Πρώτης Τάξης Λογική : $\forall x[\text{Δεξιός}(x) \Rightarrow \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})]$
4. Σ' όποιον δεν αρέσει ο καπιταλισμός, δεν είναι φιλελεύθερος. Πρώτης Τάξης Λογική :
 $\forall x[\neg \text{Αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \Rightarrow \neg \text{Φιλελευθeros}(x)]$
5. Στον Κυριάκο δεν αρέσει ό,τι αρέσει στον Αλέξη, και του αρέσει ό,τι δεν αρέσει στον Αλέξη. Πρώτης Τάξης Λογική :
 $\forall x (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x) \iff \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x)) \wedge \forall y (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \iff \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y))$
6. Στο Αλέξη αρέσει ο σοσιαλισμός και ο καπιταλισμός. Πρώτης Τάξης Λογική :
 $\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{σοσιαλισμός}) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{καπιταλισμός})$
7. Υπάρχει ένα μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που είναι φιλελεύθερος αλλά δεν είναι δεξιός. $\exists x$
 $[\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \wedge \text{Φιλελεύθερος}(x) \wedge \neg \text{Δεξιός}(x)]$

KB: αποτελούν οι παραπάνω προτάσεις εκτός απο την τελευταία που θα ονομαστεί φ πρόταση

$\varphi: \exists x [\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \wedge \text{Φιλελεύθερος}(x) \wedge \neg \text{Δεξιός}(x)]$

Προκειμένου να δείξουμε ότι $KB \models \varphi$, αρκεί να δείξουμε ότι $KB \wedge \neg \varphi$.

Σύμφωνα με την ιδιότητα $\neg \forall = \exists$:

$\neg \varphi = \forall x (\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \neg \text{Φιλελευθeros}(x) \vee \text{Δεξιός}(x))$

Στην συνέχεια θα ακολουθήσει η μετατροπή σε CNF με βήματα προκειμένου να προχωρήσουμε στην μέθοδο της ανάλυσης:

1) Στην παρακάτω πρόταση απαλείφουμε τις ισοδυναμίες που υπάρχουν :

α) Η $\forall x (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x) \iff \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x)) \wedge \forall y (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \iff \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y))$
θα μετατραπεί στην λογική έκφραση $\forall x (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x) \Rightarrow \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \wedge \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \Rightarrow \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x)) \wedge \forall y (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \Rightarrow \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \Rightarrow \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$

2) Στις παρακάτω προτάσεις απαλείφουμε την συνεπαγωγή όπου υπάρχει δηλαδή:

α) Η $\forall x [\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \wedge \neg \text{Δεξιός}(x) \Rightarrow \text{Φιλελευθeros}(x)]$ θα μετατραπεί σε : $\forall x [(\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \text{Δεξιός}(x) \vee \text{Φιλελευθeros}(x))]$

β) $H \forall x [\Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x) \Rightarrow \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})]$ θα μετατραπεί σε $\forall x [\neg \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x) \vee \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})]$

γ) $H \forall x [\neg \text{Αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \Rightarrow \neg \text{Φιλελευθερος}(x)]$ θα μετατραπεί στην $\forall x [\text{Αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x)]$

δ) $H \forall x (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x) \Rightarrow \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \wedge \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \Rightarrow \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x)) \wedge \forall y (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \Rightarrow \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \Rightarrow \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$ θα μετατραπεί σε $\forall x (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x)) \wedge \forall y (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \vee \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \wedge \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$

3) Προτυποποίηση Μεταβλητών

$H \forall x [(\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x) \vee \text{Φιλελευθερος}(x))]$ θα μετατραπεί σε $\forall x1 [(\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x1) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x1) \vee \text{Φιλελευθερος}(x1))]$

$H \forall x [\neg \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x) \vee \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})]$ θα μετατραπεί σε $\forall x2 [\neg \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x2) \vee \neg \text{Αρέσει}(x2, \text{σοσιαλισμός})]$

$H \forall x [\text{Αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x)]$ θα μετατραπεί σε $\forall x3 [\text{Αρέσει}(x3, \text{καπιταλισμός}) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x3)]$

$H \forall x (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x)) \wedge \forall y (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \vee \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \wedge \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$ θα μετατραπεί σε $\forall x4 (\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x4) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x4) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x4) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x4)) \wedge \forall y1 (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y1) \vee \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y1) \wedge \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y1) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y1))$

$H \forall x (\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x))$ θα μετατραπεί σε $\forall x5 (\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x5) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x5) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x5))$

4) Τελική μορφή CNF (σύζευξη διαζευτικών προτάσεων) και αφαίρεση ποσοδεικτών:

$H \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Νίκος}) \wedge \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Κυριάκος}) \wedge \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Αλέξης})$
βρίσκεται ήδη σε CNF μορφή.

Αφαιρούμε τον ποσοδείκτη οπότε προκύπτει : $[(\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x)) \vee \text{Φιλελευθερος}(x)]$

Αφαιρούμε τον ποσοδείκτη οπότε προκύπτει : $[\neg \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x) \vee \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})]$

Αφαιρούμε τον ποσοδείκτη οπότε προκύπτει : $[\text{Αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x)]$

Αφαιρούμε τον ποσοδείκτη οπότε προκύπτει : $(\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x4) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x4) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, x4) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, x4)) \wedge (\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y1) \vee \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y1) \wedge \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y1) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y1))$

Είναι ήδη σε CNF μορφή :

$\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{σοσιαλισμός}) \wedge \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{καπιταλισμός})$

Αφαιρούμε τον ποσοδείκτη οπότε προκύπτει :

$\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \wedge \neg \text{Φιλελευθερος}(x) \wedge \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x)$

Επομένως εκτελούμε ανάλυση μεταξύ των παρακάτω :

$\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Νίκος})$

$\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Κυριάκος})$

$\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Αλέξης})$

$\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\omicron\varsigma(x) \vee \text{Φιλελευθερος}(x)$

$\neg \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x) \vee \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})$
 $\text{Αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x)$
 $\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y)$
 $(\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$
 $\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \vee \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y)$
 $\neg \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y) \vee \neg \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, y)$
 $\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{σοσιαλισμός})$
 $\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{καπιταλισμός})$

Οπότε παίρνουμε την άρνηση ατού που θέλουμε να αποδείξουμε δηλαδή το : $(\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x))$ και εκτελούμε απαλοιφές με τα στοιχεία της KB μας.

Εκτελούμε απαλοιφή μεταξύ των $\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Νίκος})$ και για $\{N\text{κος}/x\}$ της $(\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \neg \text{Φιλελευθερος}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x))$ οπότε μένει $\neg \text{Φιλελευθερος}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x)$

Έπειτα εκτελούμε απαλοιφή μεταξύ των

Εκτελούμε απαλοιφή μεταξύ των $\neg \text{Φιλελευθερος}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x)$ και $\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x) \vee \text{Φιλελευθερος}(x)$ και απομένει η $\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x)$.

Εκτελούμε απαλοιφή μεταξύ των $\neg \text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(x) \vee \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x)$ και για $\{K\text{υρικος}/x\}$ την $\text{ΜέλοςΚόμματοςΚορόνα}(\text{Κυριάκος})$. Οπότε μένει η $\Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x)$.

Εκτελούμε απαλοιφή στις $\Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x)$ και $\neg \Delta\epsilon\zeta\iota\acute{o}\varsigma(x) \vee \neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})$, οπότε μένει η $\neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})$.
Εκτελούμε απαλοιφή μεταξύ των $\neg \text{Αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός})$ και για $\{A\lambda\eta\varsigma/x\}$ την $\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{σοσιαλισμός})$.
Οπότε καταλήγουμε σε κενό άρα αποδείχθηκε αυτό που θέλαμε.

Πρόβλημα 5

Για την μετατροπή των προτάσεων σε μορφή CNF ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα :

$A: (\forall x)(\forall s)(\forall t)(In(x, s) \wedge In(x, t) \Rightarrow In(x, Intersection(s, t)))$

Απαλοΐφουμε την ισοδυναμία οπότε προκύπτει :

$(\forall x)(\forall s)(\forall t)(In(x, s) \wedge In(x, t) \Rightarrow In(x, Intersection(s, t))) \wedge (In(x, Intersection(s, t)) \Rightarrow (In(x, s) \wedge In(x, t)))$

Απαλοΐφουμε τις συνεπαγωγή :

$(\forall x)(\forall s)(\forall t)(\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t))) \wedge (\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee (In(x, s) \wedge In(x, t)))$

Προτυποποίηση Μεταβλητών Σύμφωνα με τις διαφάνειες $(\forall x)(\forall s)(\forall t)(\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t))) \wedge (\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee (In(x, s) \wedge In(x, t)))$

Απαλοΐφουμε τους ποσοδείκτες : $(\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t))) \wedge (\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee (In(x, s) \wedge In(x, t)))$

Εκτελούμε την ιδιότητα $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) = ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ στο τέλος της πρότασης Οπότε :

$(\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t))) \wedge (\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee In(x, s)) \wedge (In(x, Intersection(s, t)) \vee In(x, t))$

Ομοίως:

$B: (\forall s)(\forall t)((\forall x)In(x, s) \Rightarrow In(x, t)) \Rightarrow SubsetOf(s, t)$

Απαλοΐφουμε τις συνεπαγωγές : $(\forall s)(\forall t)((\forall x)In(x, s) \Rightarrow In(x, t)) \Rightarrow SubsetOf(s, t)$ θα γίνει

$(\forall s)(\forall t)((\forall x)\neg In(x, s) \vee In(x, t)) \Rightarrow SubsetOf(s, t)$ Έπειτα θα έχουμε : $(\forall s)(\forall t)(\neg((\forall x)\neg In(x, s) \vee In(x, t))) \Rightarrow SubsetOf(s, t)$ Έπειτα : $(\forall s)(\forall t)((\exists x)In(x, s) \wedge \neg In(x, t)) \vee SubsetOf(s, t)$

Προτυποποίηση Μεταβλητών $(\forall s)(\forall t)((\exists x)In(x, s) \wedge \neg In(x, t)) \vee SubsetOf(s, t)$

Απαλοΐφουμε τους ποσοδείκτες οπότε : $(In(F_1(x, s), s) \wedge \neg In(F_1(x, s), t)) \vee SubsetOf(s, t)$

Εκτελούμε την ιδιότητα $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) = ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ Οπότε έχουμε :
 $(In(F_1(x, s), s) \vee SubsetOf(s, t)) \wedge (\neg In(F_1(x, s), t) \vee SubsetOf(s, t))$

$C:(\forall s)(\forall t)SubsetOf(Intersection(s, t), s)$

Η άρνηση θα είναι :

$\neg((\forall s)(\forall t)SubsetOf(Intersection(s, t), s))$

Σύμφωνα με την ιδιότητα $\neg\forall = \exists$:

Έχουμε το εξής: $((\exists s)(\exists t)\neg SubsetOf(Intersection(s, t), s))$

Επίσης σύμφωνα με την θεωρία εφόσον οι μεταβλητές x,t δεν είναι ελεύθερες τότε $(\exists x)\varphi = \varphi$

Έχουμε :

Απαλοΐφουμε τους ποσοδείκτες

$\neg SubsetOf(Intersection(s, t), s)$

Οι προτάσεις που θα χρησιμοποιήσουμε προκειμένου να αποδείξουμε την πρόταση C θα είναι οι εξής:

$(In(F_1(x, s), s) \vee SubsetOf(s, t))$

$(\neg In(F_1(x, s), t) \vee SubsetOf(s, t))$

$(\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t)))$

$(\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee In(x, s))$

$(In(x, Intersection(s, t)) \vee In(x, t))$

Η πρώτη απαλοιφή

Μεταξύ της πρώτης πρότασης της KB Για $\{s/Intersection(s, t)\}$ και $\{t/s\}$ τότε θα προκύψει απο την απαλοιφή το εξής: $In(F_1(x, s), s)$

Επομένως η πρόταση αυτή απαλοΐφεται με την δεύτερη και προκύπτει η : $SubsetOf(s, t)$.

Έπειτα

Πρόβλημα 6

Έγινε χρήση του εργαλείου: <https://swish.swi-prolog.org/>

Το αρχείο περιλαμβάνεται στο tar.gz αρχείο που θα παραδωθεί η εργασία αλλά σε κάθε περίπτωση το περιεχόμενο του είναι αυτό:

beautiful(helen). beautiful(john). woman(helen). woman(katerina). man(john). man(peter). man(timos). rich(john). rich(peter). muscular(peter). muscular(timos). kind(timos). likes(X, Y) :- man(X), woman(Y), beautiful(Y). likes(katerina, X) :- man(X), likes(X, katerina). likes(helen, X) :- man(X), (kind(X), rich(X); muscular(X), beautiful(X)). happy(X) :- rich(X). happy(X) :- man(X), likes(X, women), likes(women, X). happy(X) :- woman(X), likes(X, men), likes(men, X). Τα αποτελέσματα των ερωτήσεων είναι τα εξής:

Να σημειωθεί ότι:

Κάθε φορά που έκανα μια ερώτηση πάταγα το κουμπί next ώστε να βγάζει και άλλα αποτελέσματα μέχρι να εμφανιστεί **false** , δηλαδή να μην προκύπτει άλλο αποτέλεσμα.

The screenshot shows the SWISH Prolog IDE interface. On the left, a Prolog program is loaded in the 'Program' tab. The program defines facts for 'beautiful', 'woman', 'man', 'rich', and 'muscular', and rules for 'likes' and 'happy'. On the right, a query window shows the result of the query 'happy(X)'. The result is 'X = john', 'X = peter', and 'false'. A red box highlights the query window.

```

1 beautiful(helen).
2 beautiful(john).
3 woman(helen).
4 woman(katerina).
5 man(john).
6 man(peter).
7 man(timos).
8 rich(john).
9 rich(peter).
10 muscular(peter).
11 muscular(timos).
12 kind(timos).
13 likes(X, Y) :- man(X), woman(Y), beautiful(Y).
14 likes(katerina, X) :- man(X), likes(X, katerina).
15 likes(helen, X) :- man(X), (kind(X), rich(X); muscular(X), beautiful(X)).
16 happy(X) :- rich(X).
17 happy(X) :- man(X), likes(X, women), likes(women, X).
18 happy(X) :- woman(X), likes(X, men), likes(men, X).
19

```

Query: `happy(X).`

Results:

- X = john
- X = peter
- false

Query: `?- happy(X).`

The screenshot shows the SWISH Prolog IDE interface. On the left, the same Prolog program is loaded. On the right, a query window shows the result of the query 'likes(X,Y)'. The result is 'X = john, Y = helen', 'X = peter, Y = helen', 'X = timos, Y = helen', and 'false'. A red box highlights the query window.

```

1 beautiful(helen).
2 beautiful(john).
3 woman(helen).
4 woman(katerina).
5 man(john).
6 man(peter).
7 man(timos).
8 rich(john).
9 rich(peter).
10 muscular(peter).
11 muscular(timos).
12 kind(timos).
13 likes(X, Y) :- man(X), woman(Y), beautiful(Y).
14 likes(katerina, X) :- man(X), likes(X, katerina).
15 likes(helen, X) :- man(X), (kind(X), rich(X); muscular(X), beautiful(X)).
16 happy(X) :- rich(X).
17 happy(X) :- man(X), likes(X, women), likes(women, X).
18 happy(X) :- woman(X), likes(X, men), likes(men, X).
19

```

Query: `likes(X,Y).`

Results:

- X = john, Y = helen
- X = peter, Y = helen
- X = timos, Y = helen
- false

Query: `?- likes(X,Y).`

Πρόβλημα 7

Σημαντικό:

Τα αρχεία εισόδου και εξόδου συμπεριλαμβάνονται στο tar.gz αρχείο παράδοσης αλλά σε κάθε περίπτωση αναφέρονται και παρακάτω.

Άσκηση 4:

Assumptions:

Memberofcorona(Nikos)Memberofcorona(Kyriakos)Memberofcorona(Alexis).

all x (Memberofcorona(x)-Right(x) \Rightarrow Liberal(x)).

all x (Right(x) \Rightarrow -Likes(x,socialism)).

all x (-Likes(x,capitalism) \Rightarrow Liberal(x)).

all x (Likes(Kyriakos,x) \iff -Likes(Alexis,x))all y(-Likes(Kyriakos,y) \iff Likes(Alexis,y)).

Likes(Alexis,socialism)Likes(Alexis,capitalism).

Goals:

exists x (Memberofcorona(x)Liberal(x)-Right(x)).

Result:

===== prooftrans =====

Prover9 (32) version Dec-2007, Dec 2007.

Process 21860 was started by tsits on HP-J,

Sun Feb 26 10:34:12 2023

The command was "/cygdrive/c/Program Files (x86)/Prover9-Mace4/bin-win32/prover9".

=====end of head =====

=====end of input =====

===== PROOF =====

% —— Comments from original proof ——

% Proof 1 at 0.00 (+ 0.03) seconds.

% Length of proof is 16.

% Level of proof is 5.

% Maximum clause weight is 3.

% Given clauses 0.

1 Memberofcorona(Nikos) Memberofcorona(Kyriakos) Memberofcorona(Alexis) label(non_clause).
[assumption].

2 (all x (Memberofcorona(x) -Right(x) \Rightarrow Liberal(x))) label(non_clause). [assumption].

3 (all x (Right(x) \Rightarrow -Likes(x,socialism))) label(non_clause). [assumption].

6 Likes(Alexis,socialism) Likes(Alexis,capitalism) label(non_clause). [assumption].

7 (exists x (Memberofcorona(x) Liberal(x) -Right(x))) label(non_clause) label(goal). [goal].

8 -Memberofcorona(x) — Right(x) — Liberal(x). [clausify(2)].

11 Memberofcorona(Alexis). [clausify(1)].

12 -Memberofcorona(x) — -Liberal(x) — Right(x). [deny(7)].

14 -Right(x) — -Likes(x,socialism). [clausify(3)].

16 Right(Alexis) — Liberal(Alexis). [resolve(8,a,11,a)].

19 -Liberal(Alexis) — Right(Alexis). [resolve(12,a,11,a)].

23 Liberal(Alexis) — -Likes(Alexis,socialism). [resolve(16,a,14,a)].

26 -Liberal(Alexis) — -Likes(Alexis,socialism). [resolve(19,b,14,a)].

29 Likes(Alexis,socialism). [clausify(6)].

38 -Likes(Alexis,socialism) — -Likes(Alexis,socialism). [resolve(26,a,23,a)].

39 \$F. [copy(38),merge(b),unit_del(a,29)].

===== end of proof =====

Ασκήση 5 :

Assumptions:

all x all s all t (In(x,s)In(x,t) \iff In(x,Intersection(s,t))).

all s all t all x((In(x,s) \Rightarrow In(x,t)) \Rightarrow SubsetOf(s,t)).

Goals:

all s all t (SubsetOf(Intersection(s,t),s)).

Result:

===== prooftrans =====

Prover9 (32) version Dec-2007, Dec 2007.

Process 25816 was started by tsits on HP-J,

Sun Feb 26 11:27:01 2023

The command was "/cygdrive/c/Program Files (x86)/Prover9-Mace4/bin-win32/prover9".

=====end of head =====

=====end of input =====

===== PROOF =====

% —— Comments from original proof ——

% Proof 1 at 0.00 (+ 0.00) seconds.

% Length of proof is 11.

% Level of proof is 4.

% Maximum clause weight is 8.

```

% Given clauses 4.
1 (all x all s all t (In(x,s) In(x,t)  $\iff$  In(x,Intersection(s,t)))) label(non_clause). [assumption].
2 (all s all t all x ((In(x,s)  $\Rightarrow$  In(x,t))  $\Rightarrow$  SubsetOf(s,t))) label(non_clause). [assumption].
3 (all s all t SubsetOf(Intersection(s,t),s)) label(non_clause) label(goal). [goal].
4 -SubsetOf(Intersection(c1,c2),c1). [deny(3)].
5 In(x,y)  $\text{---}$  SubsetOf(y,z). [clausify(2)].
6 -In(x,y)  $\text{---}$  SubsetOf(z,y). [clausify(2)].
8 In(x,y)  $\text{---}$  -In(x,Intersection(y,z)). [clausify(1)].
10 In(x,Intersection(c1,c2)). [resolve(4,a,5,b)].
11 -In(x,c1). [resolve(4,a,6,b)].
13 In(x,c1). [hyper(8,b,10,a)].
14 $F. [resolve(13,a,11,a)].
===== end of proof =====

```

Πρόβλημα 8

α)

Σύμφωνα με τις διαφάνειες

SubsetOf(Country, Administrative Unit)

SubsetOf(Decentralized Administration, Administrative Unit)

SubsetOf(Region, Administrative Unit)

SubsetOf(Regional Unit, Administrative Unit)

SubsetOf(Municipality, Administrative Unit)

SubsetOf(Municipality Unity, Administrative Unit)

SubsetOf(Municipal Community, Administrative Unit)

SubsetOf(Local Community, Administrative Unit)

Πρόβλημα 10

Ο Γιάννης, η Μαρία, ο Γιώργος και η Ελένη είναι τα μοναδικά μέλη του συνδέσμου “Γάβροι όλου του κόσμου ενωθείτε”. FOL : $\forall x(\text{Γάβροι}\acute{\omicron}\lambda\omicron\upsilon\tau\omicron\upsilon\kappa\acute{\omicron}\sigma\mu\omicron\upsilon(x) \iff (x=\text{Γιάννης} \vee x=\text{Μαρία} \vee x=\text{Γιώργος} \vee x=\text{Ελένη}))$

Ο Γιάννης είναι σύζυγος της Μαρίας. FOL: $\text{Σύζυγος}(\text{Γιάννης}, \text{Μαρία})$

Ο Γιώργος είναι αδερφός της Ελένης. FOL: $\text{Αδερφός}(\text{Γιώργος}, \text{Ελένης})$

Ο σύζυγος ή η σύζυγος κάθε μέλους ενός συνδέσμου είναι επίσης μέλος του συνδέσμου αυτού. FOL: $(\forall x)(\forall y)(\text{Μέλος}\sigma\upsilon\upsilon\omicron\delta\epsilon\sigma\mu\omicron\upsilon(x) \wedge \text{Σύζυγος}(x,y) \Rightarrow \text{Μέλος}\sigma\upsilon\upsilon\omicron\delta\epsilon\sigma\mu\omicron\upsilon(y) \vee \text{Μέλος}\sigma\upsilon\upsilon\omicron\delta\epsilon\sigma\mu\omicron\upsilon(y) \wedge \text{Σύζυγος}(y,x) \Rightarrow \text{Μέλος}\sigma\upsilon\upsilon\omicron\delta\epsilon\sigma\mu\omicron\upsilon(x))$

CNF FORM

Για την πρόταση $\forall x(\text{Γάβροι}\acute{\omicron}\lambda\omicron\upsilon\tau\omicron\upsilon\kappa\acute{\omicron}\sigma\mu\omicron\upsilon(x) \iff (x=\text{Γιάννης} \vee x=\text{Μαρία} \vee x=\text{Γιώργος} \vee x=\text{Ελένη}))$ προκειμένου να μετατραπεί σε CNF κάνουμε το εξής :

1) Απαλοΐφουμε την ισοδυναμία οπότε προκύπτει :

$\forall x(\Gamma\acute{\alpha}\beta\rho\omicron\iota\acute{o}\lambda\omicron\upsilon\tau\omicron\upsilon\kappa\acute{o}\sigma\mu\omicron\upsilon(x) \Rightarrow (x=\Gamma\acute{\iota}\acute{\alpha}\nu\eta\varsigma \vee x=\text{Μαρία} \vee x=\Gamma\acute{\iota}\omega\rho\gamma\omicron\varsigma \vee x=\text{Ελ\acute{e}\nu\eta}) \wedge (x=\Gamma\acute{\iota}\acute{\alpha}\nu\eta\varsigma \vee x=\text{Μαρία} \vee x=\Gamma\acute{\iota}\omega\rho\gamma\omicron\varsigma \vee x=\text{Ελ\acute{e}\nu\eta}) \Rightarrow (\Gamma\acute{\alpha}\beta\rho\omicron\iota\acute{o}\lambda\omicron\upsilon\tau\omicron\upsilon\kappa\acute{o}\sigma\mu\omicron\upsilon(x))$

2) Απαλοΐφουμε την συνεπαγωγή:

$\forall x(\neg\Gamma\acute{\alpha}\beta\rho\omicron\iota\acute{o}\lambda\omicron\upsilon\tau\omicron\upsilon\kappa\acute{o}\sigma\mu\omicron\upsilon(x) \vee (x=\Gamma\acute{\iota}\acute{\alpha}\nu\eta\varsigma \vee x=\text{Μαρία} \vee x=\Gamma\acute{\iota}\omega\rho\gamma\omicron\varsigma \vee x=\text{Ελ\acute{e}\nu\eta}) \wedge (\neg x=\Gamma\acute{\iota}\acute{\alpha}\nu\eta\varsigma \wedge \neg x=\text{Μαρία} \wedge \neg x=\Gamma\acute{\iota}\omega\rho\gamma\omicron\varsigma \wedge \neg x=\text{Ελ\acute{e}\nu\eta}) \vee (\Gamma\acute{\alpha}\beta\rho\omicron\iota\acute{o}\lambda\omicron\upsilon\tau\omicron\upsilon\kappa\acute{o}\sigma\mu\omicron\upsilon(x))$

3) Σύμφωνα με την ιδιότητα :

Η πρόταση Σύζυγος(Γιάννης,Μαρία) είναι ήδη σε μορφή CNF.

Η πρόταση Αδερφός(Γιώργος,Ελένης) είναι ήδη σε μορφή CNF.

Η πρόταση $(\forall x)(\forall y)(\text{Μ\acute{e}\lambda\omicron\varsigma\sigma\upsilon\upsilon\acute{\nu}\delta\acute{\epsilon}\sigma\mu\omicron\upsilon}(x) \wedge \text{Σύζυγος}(x,y) \Rightarrow \text{Μ\acute{e}\lambda\omicron\varsigma\sigma\upsilon\upsilon\acute{\nu}\delta\acute{\epsilon}\sigma\mu\omicron\upsilon}(y) \vee \text{Μ\acute{e}\lambda\omicron\varsigma\sigma\upsilon\upsilon\acute{\nu}\delta\acute{\epsilon}\sigma\mu\omicron\upsilon}(y) \wedge \text{Σύζυγος}(y,x) \Rightarrow \text{Μ\acute{e}\lambda\omicron\varsigma\sigma\upsilon\upsilon\acute{\nu}\delta\acute{\epsilon}\sigma\mu\omicron\upsilon}(x))$ μετά την απαλοιφή της ισοδυναμίας θα γίνει