



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



1ª Lista de Exercícios: Limites

Entregar os itens em vermelho até dia 09/01/22 as 23h.

Exercícios 1 *Livro texto, questões: 4, 5, 7, 8 e 9*

Exercícios 2 *Verifique se existem os seguintes limites:*

Itens: a, c, d, e, f, t, x

a) $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 9x - 8)$	b) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 6x + 3}{16x^3 + 8x - 7}$	c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^3 - 8}$
d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$	e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$	f) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^4 - 16}$
g) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - 16}{\sqrt{x} - 4}$	h) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ x^2 + 4x + 3 }{x + 3}$	i) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[4]{\frac{x+3}{(x-1)^2}}$
j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^6 - 64}$	k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x }{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 7}}$	l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - e^{2x}}{3}$
m) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16+h}}{h}$	n) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{\sqrt{x-1} - x}$	o) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{x - 2}$
p) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x^2 - 1}}$	q) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3 - x^3)^4 - 16}{x^3 - 1}$	r) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+2} - 1}{x + 1}$
s) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 5} - \sqrt{5}}{x}$	t) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+3) x+2 }{x+2}$	u) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x}(x-1)}{ x-1 }$
v) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 16}$	w) $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{(x+3) t+2 }{t+2}$	x) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{y}{x-1}$

Exercícios 3 *Calcule os limites laterais:*

Itens: a, b, c, e

$$\begin{array}{l}
a) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{x-3} \\
d) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^{\frac{3}{2}} - 1}{x^{\frac{1}{2}} - 1} \\
g) \lim_{x \rightarrow \pi^+} \sec(x) \\
j) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg}(x)
\end{array}
\left| \begin{array}{l}
b) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x-1|}{x-1} \\
e) \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{|x|-5}{x^2-25} \\
h) \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} \operatorname{cotg}(x) \\
k) \lim_{x \rightarrow \pi^+} \operatorname{cossec}(x)
\end{array} \right|
\begin{array}{l}
c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x^2+x} \\
f) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \\
i) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5x}{\ln x} \\
l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right)
\end{array}$$

Exercícios 4 Calcule os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}.$$

Exercícios 5 Calcule os limites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{x - 1}.$$

Exercícios 6 Verifique se existem os limites das funções nos pontos indicados:

Itens: *b, c, d, g, i*

$$\begin{array}{l} a) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 0 \\ x, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0 \\ c) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x < 1 \\ \frac{1}{2}(x+1), & 1 \leq x, \end{cases} \quad x_0 = 1 \\ e) f(x) = \begin{cases} x^3 + 2, & \text{se } x \leq 1 \\ -2x + 5, & \text{se } x > 1. \end{cases} \quad x_0 = 1 \\ g) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & \text{se } x \neq 2 \\ 6x + 2, & \text{se } x = 2. \end{cases} \quad x_0 = 2 \\ i) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \text{se } x \neq 2 \\ x + 2, & \text{se } x = 2. \end{cases} \quad x_0 = 2 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} b) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{se } x < 1 \\ 2x, & \text{se } 1 \leq x \end{cases} \quad x_0 = 1 \\ d) f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{se } x \leq 1 \\ 1, & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1 \\ f) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 2 \\ 6x, & \text{se } x > 2. \end{cases} \quad x_0 = 2 \\ h) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ x + 2, & x = 1. \end{cases} \quad x_0 = 1 \\ j) f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x), & x \neq 1 \\ x^2 - 4, & x = 1. \end{cases} \quad x_0 = 1 \end{array} \right.$$

Exercícios 7 Considere a função f definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|+8}{3}, & \text{se } x \leq 6 \\ |k-10|, & \text{se } x > 6. \end{cases}$

Sabendo que k é uma constante e que os limites laterais são iguais em $x_0 = 6$.

Determine o valor de k e calcule $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$.

Exercícios 8 Calcule os seguintes limites:

$$\begin{array}{lll}
 a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + 3x + 2) & b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 3x + 2) & c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 6x}{6x^3} \\
 d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x+3}) & e) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 3}) & f) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{x^3}) \\
 g) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \sqrt{|x|}}{\sqrt{1-x}} & h) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{x^2 + 3}) & i) \lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-x}) \\
 j) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin(2x+1) + x}{2x+1} \right) & l) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{x^3 + x}) & m) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \\
 n) \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{7}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} \right) & o) \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x^2-2}) & p) \lim_{x \rightarrow \infty} x (\sqrt{x^2+3} - x).
 \end{array}$$

Exercícios 9 Seja f uma função tal que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$. Calcule:

$$\begin{array}{l}
 (a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 3 \\
 (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x} = 0
 \end{array}$$

Exercícios 10 Sabendo que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 3$, encontre a função f e $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Exercícios 11 Sabendo que $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^3} = 2$, calcule $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

Exercícios 12 Seja f uma função definida por $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq 0 \\ -1, & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Verifique se existem os limites:

$$\begin{array}{l}
 a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x); \\
 b) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 f(x).
 \end{array}$$

Exercícios 13 Seja f uma função tal que $|f(x)| \leq x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Mostre que f é contínua em $x = 0$.

Exercícios 14 Sabendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$, calcule:

$$\begin{array}{llll}
 a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x} & b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-x)}{x} & c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x + \sin(x)} & d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} \\
 e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(8x)}{x} & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(2x)} & g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x} & h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x}
 \end{array}$$

Exercícios 15 Agora mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.

Entregar

Exercícios 16 Seja f uma função definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } x \leq 0 \\ -x + k^2, & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Determine o valor de k de modo que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exista.

Entregar

Exercícios 17 Seja f uma função definida por $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x, & \text{se } x < 1 \\ k, & \text{se } x = 1 \\ x^2 - 3x + k, & \text{se } x > 1. \end{cases}$

Determine o valor de k de modo que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ exista.