UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
DCC511 – Lógica de Predicados (2022.2)
Prof. Msc. Thais Oliveira Almeida

AULA 8:

INTERPRETAÇÃO DE FÓRMULAS QUANTIFICADAS

Interpretação de Fórmulas Quantificadas

- Se H é uma fórmula, “x” uma variável, I uma interpretação sobre um domínio U:
  - $I[(\forall x)H]=T \leftrightarrows \forall\ d \in U; <x \leftarrow d>I[H]=T$
  - $I[(\forall x)H]=F \leftrightarrows \exists\ d \in U; <x \leftarrow d>I[H]=F$
  - $I[(\exists x)H] =T \leftrightarrows \exists\ d \in U; <x \leftarrow d>I[H]=T$
  - $I[(\exists x)H] =F \leftrightarrows \forall\ d \in U; <x \leftarrow d>I[H]=F$
    - Onde $<x \leftarrow d>$ significa “interpretação de x como d” ou
    - $<x \leftarrow d>$ $I[x]=d$.

Exemplo

- I é uma interpretação sobre o conjunto de alunos-CC, tal que:
  - $I[p(x)]=T \leftrightarrows x_I$ é inteligente
- $H_1= (\forall x)p(x)$. O que é $I[H_1]=T$?
  - Todo aluno de Ciência da Computação é inteligente.
- $I[H_1]=T \leftrightarrows \quad I[(\forall x)p(x)]=T$
  - $\leftrightarrows \forall\ d \in$ aluno-CC; d é inteligente
  - $\leftrightarrows \forall\ d \in$ aluno-CC; $p_I(d)=T$
  - $\leftrightarrows \forall\ d \in$ aluno-CC; $<x \leftarrow d>I[p(x)]=T$
- $\forall\ d \in$ aluno-CC, se x é interpretado como d, então p(x) é interpretado como T.

Exemplo

- $I[H_1]=F$?
  - Significa dizer que é falso que todo aluno de CC é inteligente. Isto significa que existe algum aluno burro.
- $I[H_1]=F \leftrightarrows I[(\forall x)p(x)]=F$
  - $\leftrightarrows \exists\ d \in$ aluno-CC; d é burro
  - $\leftrightarrows \exists\ d \in$ aluno-CC; $p_I(d)=F$
  - $\leftrightarrows \exists\ d \in$ aluno-CC; $<x \leftarrow d>I[p(x)]=F$
- Nem todo aluno-CIn é inteligente
  - $\exists\ d \in$ aluno-CC; $<x \leftarrow d>I[p(x)]=F$
- $\exists\ d \in$ aluno-CC, se x é interpretado como d, então p(x) é interpretado como F.

Exercício

- Seja I uma interpretação sobre domínio dos números naturais N, tal que:
  - I[x]=3, I[a]=5, I[y]=4, I[f]=+, I[p]=<
  - Considere: G=(∀x)p(x,y)
  - Prove que I[G]=F, para todo número natural x, x<4.

Exercício

- Seja I uma interpretação sobre domínio dos números naturais N, tal que:
  - I[x]=3, I[a]=5, I[y]=4, I[f]=+, I[p]=<
  - Considere: G=(∀x)p(x,y)
  - Prove que I[G]=F, para todo número natural x, x<4.

- I[G]=F
  - ⇆ I[(∀x)p(x,y)]=F
  - ⇆ ∃ d ∈ N; <x ← d>I[p(x,y)]=F
  - ⇆ ∃ d ∈ N; **d<4 é F**, que é verdadeira
  - ⇆ I[G]=F é verdadeira

- A interpretação de G segundo I é falsa. Não foi usada I[x]=3, e sim a versão estendida <x ← d>.

Exercício

- Não é preciso usar as interpretações I[x]=3, pois x é uma variável ligada;
  - Usa-se a interpretação estendida:
    - <x <- d>I[p(x,y)] que não usa I[x].

Exercício

- Seja I uma interpretação sobre os números naturais N, tal que I[a] = 1, I[x] = 1, I[p] = <, I[f] = f_I, onde $f_I(d) = d + 1$, I[q(x)] = T $\leftrightarrow$ x_I é par. Além disso, o valor de I[y] é desconhecido.
- Seja J uma interpretação sobre os números inteiros Z, tal que: J[a] = 0, J[x] = -1, J[y] = 0, J[p] = < e J[f] = $f_j(d) = d + 1$.
- Determine, quando for possível, as interpretações da fórmula a seguir conforme I e J.

$$(\forall y)(p(y, a) \vee p(f(y), y))$$