Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Matrícula: 2020000315
Curso: Ciência da Computação

Avaliação 1

1°) a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x + \sin x}{x \cos x}$ $\to$ $\lim_{x\to 0} (\sin(3x) + \sin(x)) = 0$

$\lim_{x\to 0} (x \times \cos(x)) = 0$

a expressão $\frac{0}{0}$ é indeterminada

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)+\sin(x)}{x \cdot \cos(x)} \to \lim_{x\to 0} \frac{2\sin(2x)\cancel{\cos(x)}}{x \cdot \cancel{\cos(x)}} \to \lim_{x\to 0} \frac{2\sin(2x)}{x} =$

$2 \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{x} \cdot \frac{2}{2} = 2 \lim_{x\to 0} \frac{2\sin(2x)}{2x} = 2 \cdot 2 \lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{2x} =$

$2 \cdot 2 \lim \frac{\sin(x)}{x} = 1$ $\quad 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4_{//}$

b) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$

c) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2+3}$ $\to$. $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} = +\infty$

$\frac{+\infty}{+\infty}$ é indeterminada . $\lim_{x\to +\infty} x^2+3 = +\infty$

$\frac{1}{x^n} = 0$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{x^2+3} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^2 \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{x^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{x^5}}\right)}{x^2 \cdot \left(1+\frac{3}{x^2}\right)} = \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{0}+\sqrt[3]{0}}{1+3 \cdot 0} =$

$= \frac{0}{4} = 0_{//}$

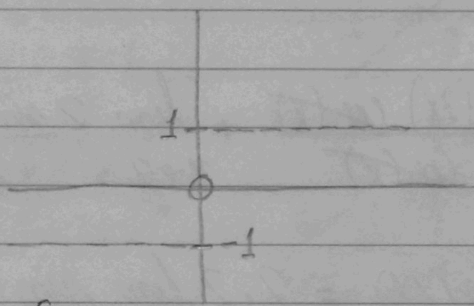
Eduardo Henrique de Almeida Izidorio (2020000315)

d) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x+3}{x^2-1} = \lim\limits_{x \to 1^+} 2x+3 \cdot \dfrac{1}{x^2-1} =$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1^+} 2x+3 = \lim\limits_{x \to 1^+} 2\cdot 1+3 = 5 \\ \\ \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{1}{x^2-1} = +\infty \end{array}\right\} 5 \cdot (+\infty), a>0$$

$$\lim\limits_{x \to 1^+} (2x+3) \cdot \frac{1}{x^2-1} = +\infty$$

2°) a)



b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{|x|}, \text{ se } x \neq 0 \\ 1, \text{ se } x = 0 \end{cases}$

Solução:

$f(0) = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

Existe $\lim\limits_{x \to 0} f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$

- $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x}{x} = 1$

- $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x}{-x} = -1$

Portanto: f é descontínua em $x = 0$, pois os limites laterais são diferentes, logo $\nexists \lim\limits_{x \to 0} f(x)$.

credeal

Eduardo Henrique de Almeida Izidorio (2020000315)

3°) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $|f(x)| \leq x^2$

$$\Rightarrow |f(x)| \leq x^2 \Leftrightarrow -x^2 \leq f(x) \leq x^2$$

$\lim\limits_{x \to 0} -x^2 = 0 = \lim\limits_{x \to 0} x^2$ pelo Teorema do confronto

$$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$$

$|f(x)| \leq x^2$ para todo x, logo $|f(0)| \leq 0$ e, portanto, $f(0) = 0$

Utilizando o $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 = f(0)$, então f é contínuo em 0.

4°) $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(2x)\tan(3x)}{x^2}, & \text{se } x > 0 \\ -2, & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{\ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)}{x}, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Solução

$f(0) = -2$

- $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\sin(2x)\tan(3x)}{x^2} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{2\sin(2x)}{2x} \cdot \dfrac{3\sin(3x)}{3x} \cdot \dfrac{1}{\cos(3x)}$

$= 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$

- $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x}\left[\ln(1-x) - \ln(1+x)\right]$

$= \lim\limits_{x \to 0^-} \left[\dfrac{\ln(1-x)}{x} - \dfrac{\ln(1+x)}{x}\right] = \lim\limits_{x \to 0^-} \ln(1-x)^{1/x} - \ln(1+x)^{1/x}$

$= \ln(e^{-1}) - \ln(e) = -1 - 1 = -2$

Sendo assim, os limites laterais sendo diferentes, logo $\lim\limits_{x \to 0} f(x) \nexists$ assim não é contínua em $x = 0$.