

Nome: Eduardo Henrique de A. Lido  
 Matrícula: 2020000315  
 Semestre: 2020.2  
 Disciplina: Lógica Proporcional

## Lista de exercícios - 3

1. Utilize as regras de equivalência para provar as conclusões e coloque ao lado qual propriedade você usou, conforme o exemplo a seguir:

Exemplo:

$$(P \vee Q) \rightarrow R \vdash (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$$

$$\neg(P \vee Q) \vee R \quad \text{condicional}$$

$$(\neg P \wedge \neg Q) \vee R \quad \text{De Morgan}$$

$$(R \vee \neg P) \wedge (R \vee \neg Q) \quad \text{Distributiva}$$

$$(\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \quad \text{Comutativo}$$

$$a) P \rightarrow (Q \wedge R) \vee \neg Q \vdash P \rightarrow (\neg Q \vee R)$$

$$1. P \rightarrow (\neg Q \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R) \quad \text{Distributivo}$$

$$2. P \rightarrow (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee Q) \quad \text{Comutativo}$$

$$3. P \rightarrow (\neg Q \vee R) \wedge (\text{True}) \quad \text{Complemento}$$

$$4. P \rightarrow (\neg Q \vee R) \quad \text{elemento neutro}$$

$$b) ((\neg P \wedge Q) \vee \neg Q) \rightarrow (R \vee \neg R) \vdash \text{True}$$

$$1. ((\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee Q)) \rightarrow (R \vee \neg R) \quad \text{distrib.$$

$$2. ((\neg Q \vee \neg P) \wedge (\text{True})) \rightarrow \text{True} \quad \text{Complemento}$$

$$3. (\neg Q \vee \neg P) \rightarrow \text{True} \quad \text{elemento neutro}$$

$$4. \text{True},$$

$$c. (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P) \vdash \text{True}$$

Obs.: Não vá pelo caminho mais curto, Utilize a regra de equivalência  $(E \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow E) \vdash E \leftrightarrow R$

$$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (\neg(\neg Q) \vee \neg P) \quad \text{condicional}$$

$$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q) \quad \text{dupla negação, comutativa}$$

$$((\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)) \wedge ((\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)) \quad \text{E.E}$$

$$(\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee Q) \quad \text{tautologia}$$

True

Tabela Verdade

(E.E) = Eliminação da equivalência

2. Utilize as regras de inferência para provar as fórmulas pedidas.

Exemplo: Provar Q. Premissas:  $P \rightarrow Q, P$

$$1. P \rightarrow Q \quad \text{premissa}$$

$$2. P \quad \text{premissa}$$

$$3. Q \quad \text{mp (1,2)}$$

$$\therefore Q$$

$$a) \neg(R \vee S), \neg P \rightarrow S, P \rightarrow Q. \text{ Provar Q.}$$

$$1. \neg(R \vee S) \quad \text{premissa}$$

$$2. \neg P \rightarrow S \quad \text{premissa}$$

$$3. P \rightarrow Q \quad \text{premissa}$$

$$4. \neg R \wedge \neg S \quad \text{De Morgan, 1}$$

$$5. \neg S \quad \text{E. Conjunção, 4}$$

$$6. \neg(\neg P) \quad \text{Modus Tollens 2, 5}$$

$$7. P \quad \text{dupla negação, 6}$$

$$8. Q \quad \text{Modus Ponens, 7, 3}$$

$$\therefore Q$$

$$b) P \wedge \neg Q, Q \vee R. \text{ Provar } P \vee \neg Q \vee R$$

$$1. P \wedge \neg Q \quad \text{premissa}$$

$$2. Q \vee R \quad \text{premissa}$$

$$3. P \quad \text{simplicação, 1}$$

$$4. \neg Q \quad \text{simplicação, 1}$$

$$5. R \quad \text{silogismo disjuntivo, 2, 4}$$

$$6. P \vee \neg Q \quad \text{Adição, 3, 4}$$

$$7. P \vee \neg Q \vee R \quad \text{Adição, 5, 6}$$

$$\therefore P \vee \neg Q \vee R$$

$$c) S \rightarrow T, P \wedge Q, (P \vee R) \rightarrow S. \text{ Provar T.}$$

$$1. S \rightarrow T \quad \text{premissa}$$

$$2. P \wedge Q \quad \text{premissa}$$

$$3. (P \vee R) \rightarrow S \quad \text{premissa}$$

$$4. P \quad \text{simplicação, 2}$$

$$5. P \vee R \quad \text{Adição, 4}$$

$$6. S \quad \text{Modus ponens, 3, 5}$$

$$7. T \quad \text{Modus ponens, 1, 6}$$

$$\therefore T$$

3. Mostre se os seguintes argumentos são válidos ou não usando a árvore de refutação de acordo com o exemplo dado.

Exemplo:

- $P \rightarrow Q, \neg Q \vdash P$   
 1.  $P \rightarrow Q$  premissa  
 2.  $\neg Q$  premissa  
 3.  $\neg P$  negação da conclusão  
 4.  $\neg P(1)$   $Q(1)$   
      $\times(2,4)$

Como apenas um "galho" se fechou e não todos, o argumento é inválido.

- a)  $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S, \neg S \vdash P$
1.  $P \vee Q$  premissa  
 2.  $P \rightarrow R$  premissa  
 3.  $Q \rightarrow S$  premissa  
 4.  $\neg S$  premissa  
 5.  $\neg P$  negação da conclusão  
 6.  $P(1)$   $Q(1)$  Disjunção  
      $\times(5,6)$   
 7.  $\neg P(2)$   $R(2)$  Condicional  
 8.  $\neg Q(3)$   $S(3)$   $\neg Q(3)$   $S(3)$  Condicional  
      $\times(6,8)$   $\times(4,8)$   $\times(6,8)$   $\times(4,8)$

- b)  $\neg(R \vee S), \neg P \rightarrow S, P \rightarrow Q \vdash Q$
1.  $\neg R \vee S$  premissa  
 2.  $\neg P \rightarrow S$  premissa  
 3.  $P \rightarrow Q$  premissa  
 4.  $\neg Q$  negação da conclusão  
 5.  $\neg R(1)$  negação da disjunção  
 6.  $\neg S(1)$  negação da disjunção  
 7.  $\neg P(2)$   $S(2)$  Condicional  
      $\times(6,7)$   
 8.  $\neg P(3)$   $Q(3)$  Condicional  
      $\times(3,8)$   
 9.  $P(9)$  negação dupla  
      $\times(8,9)$