

1.8 Exercícios

1. Considere as concatenações de símbolos do alfabeto da Lógica Proposicional dadas a seguir. Identifique aquelas que são fórmulas da Lógica Proposicional. Considere a forma simplificada de representação de fórmulas, em que os símbolos de pontuação podem ser omitidos.
 - (a) $(PQ \vee P_{10.000})$
 - (b) $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \vee \neg\neg R)$
 - (c) $\neg\neg P$
 - (d) $\vee Q$
 - (e) $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow \neg R))$
2. Responda as questões a seguir, justificando suas respostas.
 - (a) Existe fórmula sem símbolo de pontuação?
 - (b) Quantos tipos de símbolos possui o alfabeto da Lógica Proposicional? Quais são esses símbolos?
 - (c) Existe fórmula da Lógica Proposicional com algum conectivo, mas sem símbolo de pontuação?
3. Determine o comprimento e as subfórmulas das fórmulas a seguir.
 - (a) $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$
 - (b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
 - (c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$
 - (d) $\neg(P \rightarrow \neg P)$
4. Elimine o maior número possível de símbolos de pontuação das fórmulas a seguir, mantendo a representação da fórmula original.
 - (a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P))$
 - (b) $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$
 - (c) $((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$
5. Considere as concatenações de símbolos a seguir. A partir da introdução de símbolos de pontuação, identifique quais fórmulas da Lógica Proposicional é possível obter.
 - (a) $P \vee \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$
 - (b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$
 - (c) $\neg P \vee Q \leftrightarrow Q$
 - (d) $\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

6. (a) Escreva as fórmulas dos Exercícios 3 e 4 utilizando a notação polonesa.
 (b) Determine quais sequências de símbolos, indicadas a seguir, são fórmulas da Lógica Proposicional que utilizam a notação polonesa. No caso em que a sequência de símbolos é uma fórmula, reescreva-a utilizando a notação convencional.

$$\begin{aligned} & \vee \rightarrow PQ \leftrightarrow R \rightarrow \vee PQ \neg S \\ & \rightarrow \leftrightarrow PQ \vee \rightarrow PQ \rightarrow \neg RR \\ & \rightarrow \neg P \neg QR \vee \vee PQ \vee \neg R \neg P \\ & \leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee QR \leftrightarrow \wedge PQ \vee \neg \neg R \neg P \end{aligned}$$

7. Responda, justificando sua resposta.

- (a) É possível encontrar uma fórmula H , da Lógica Proposicional, escrita na notação convencional e que corresponda a duas fórmulas diferentes escritas na notação polonesa?
 (b) É possível encontrar uma fórmula H escrita na notação polonesa, que corresponda a duas fórmulas diferentes da Lógica Proposicional escritas na notação convencional?

8. Faça os Exercícios 5 e 6 considerando a notação pós-fixa, indicada pelas correspondências.

$$\begin{aligned} (\neg P) & \text{ corresponde a } P\neg \\ (P \wedge Q) & \text{ corresponde a } PQ\wedge \\ (P \vee Q) & \text{ corresponde a } PQ\vee \\ (P \rightarrow Q) & \text{ corresponde a } PQ\rightarrow \\ (P \leftrightarrow Q) & \text{ corresponde a } PQ\leftrightarrow \end{aligned}$$

9. Qual a paridade do número de símbolos de pontuação de uma fórmula da Lógica Proposicional?
 10. Seja H uma fórmula que não contém o conectivo \neg .
 (a) Qual a paridade de $comp[H]$?
 (b) Qual a relação entre $comp[H]$ e o número de conectivos de H ?