Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Matrícula: 2020000315
Disciplina: Geometria Analítica

Trabalhos

Exercício 2, Pg. 23 - É dado um Triângulo ABC e os pontos X, Y, Z tais que $\vec{AX} = m\vec{XB}$, $\vec{BY} = n\vec{YC}$, $\vec{CZ} = p\vec{ZA}$. Exprima $\vec{CX}$, $\vec{AY}$, $\vec{BZ}$ em função de $\vec{CA}$ e $\vec{CB}$ (e m, n, p).

$\vec{CX} = \vec{CA} + \vec{AX}$; $\vec{AX} = m\vec{XB}$

logo

$$\vec{CX} = \vec{CA} + m\vec{XB} \quad (1)$$

$\vec{XB} = \vec{XC} + \vec{CB}$ (2) substituindo (2) em (1) Temos:

$$\vec{CX} = \vec{CA} + m(\vec{XC} + \vec{CB})$$
$$\vec{CX} = \vec{CA} + m\vec{XC} + m\vec{CB}$$
$$\vec{CX} = \vec{CA} - m\vec{CX} + m\vec{CB}$$
$$(m+1).\vec{CX} = \vec{CA} + m\vec{CB} \rightarrow \vec{CX} = \frac{1}{m+1}\vec{CA} + \frac{m}{m+1}\vec{CB}$$

$$\rightarrow \vec{CX} = \vec{CA} + \frac{m(\vec{CB} - \vec{CA})}{m+1}$$

$\vec{AY} = \vec{AC} + \vec{CY}$ (1)

Por outro lado

$\vec{CB} = \vec{CY} - \vec{BY}$; $\vec{BY} = n\vec{YC}$

logo

$$\vec{CB} = \vec{CY} - n\vec{YC}$$
$$\vec{CB} = \vec{CY} + n\vec{CY}$$
$$\vec{CB} = (1+n).\vec{CY}$$
$$\vec{CY} = \frac{1}{n+1}\vec{CB} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), fica

$$\vec{AY} = \vec{AC} + \frac{1}{n+1}\vec{CB}$$

$$\vec{AY} = \frac{1}{n+1}\vec{CB} - \vec{CA}$$

/ /

Por fim $\overrightarrow{BZ}$

$\overrightarrow{BZ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CZ}$; $\overrightarrow{CZ} = p\overrightarrow{ZA}$

logo

$\overrightarrow{BZ} = -\overrightarrow{CB} + p\overrightarrow{ZA}$ (1)

Por outro lado

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CZ} + \overrightarrow{ZA}$ ou $\overrightarrow{CZ} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AZ}$

↳ vamos usar essa

$\overrightarrow{CA} = p\overrightarrow{ZA} + \overrightarrow{ZA}$

$\overrightarrow{CA} = (p+1) \cdot \overrightarrow{ZA}$

$\overrightarrow{ZA} = \dfrac{1}{p+1}\overrightarrow{CA}$ (2)

Substituindo (2) em (1), temos:

$\overrightarrow{BZ} = -\overrightarrow{CB} + p \cdot \left(\dfrac{1}{p+1}\overrightarrow{CA}\right)$

$\overrightarrow{BZ} = \dfrac{p}{p+1}\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$ //

Exercício 1. Pg. 37 _ Prove que se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I, então $(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}, \vec{u}-\vec{v}, 3\vec{v})$ também é L.I, o mesmo sucedendo com $(\vec{u}+\vec{v}, \vec{u}+\vec{w}, \vec{v}+\vec{w})$.

Sendo α e β escalares, tal que: $\alpha(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}) + \beta(\vec{u}-\vec{v}) + \gamma(3\vec{v})$

então

$$(\alpha+\beta+\gamma)\vec{u} + (\alpha-\beta)\vec{v} + (3\vec{v})\vec{w} = 0$$

já que $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ são linearmente independentes

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 0 \\ \alpha - \beta = 0 \\ 3\gamma = 0 \end{cases}$$

$\alpha = \beta = \gamma = 0$

Portanto $\vec{u} + \vec{v} = 0$

$\vec{u} + \vec{w} = 0$

$\vec{v} + \vec{w} = 0$

credeal

Exercício 3.

$$x + y + z = 6$$
$$2y + z = 5$$
$$2x + y + 2z = 10$$
$$x + 2y + 2z = 17$$

Exercício 4. Sejam $\vec{u} = (m, 1, m+1)$
$\vec{v} = (1, 2, m)$
$\vec{w} = (1, 1, 1)$

Encontre o valor de "m" para que os vetores sejam L.D.

$$D = \left| \begin{matrix} m & 1 & m+1 \\ 1 & 2 & m \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right| \begin{matrix} m & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\cancel{2m} + m + m\cancel{+1} - \cancel{2m} + 2 - m^2 \cancel{-1}$$
$$-m^2 + 2m + 2 = 0$$

$a = -1$
$b = 2$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac$
$c = -2$ $\quad \Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)$
$\Delta = -4$ $\quad \Delta = 4 - 8$
$\Delta = -4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{-4}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{-4}}{-2}$$

Exercício 5. Sejam $\vec{u} = (1,2,-1)$ $\vec{v} = (0,1,0)$
Calcule:

a) $\vec{u} \times \vec{v}$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} i & j \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{matrix} \rightarrow i + k$$

0 $-1i$ 0

0 0 K

$\boxed{\vec{u} \times \vec{v} = (1,0,1)}$

b) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (1,2,-1) \cdot (0,1,0) = 0 + 2 + 0 = 2$
$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$

c) $\frac{u}{\|\vec{u}\|}$ $\quad \frac{1+2+(-1)}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{2}{2} = 1$

d) $\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} \rightarrow \cos\theta = \frac{(1,2,-1) \cdot (0,1,0)}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2} \cdot \sqrt{0^2+1^2+0^2}} \rightarrow$

$\rightarrow \cos\theta = \frac{0+2+0}{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{1}} \rightarrow \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1}} \rightarrow \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{6}}$

Exercício 6. Seja $A = (-1,1,0)$, $B = (0,1,0)$, $C = (1,2,3)$, calcule:

a) área do triângulo ABC

$\vec{AB} = (-1,0,0)$, $\vec{AC} = (-2,-1,-3)$ $\quad \|\vec{AB} \cdot \vec{AC}\| = (0,-3,1)$

0 0 $3j$

$$\|\vec{AB} \cdot \vec{AC}\| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} i & j \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{matrix} = k - 3j$$

0 0 k

Continua $\rightarrow$

credeal

$$\|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + 1^2}$$
$$= \sqrt{0 + 9 + 1}$$
$$= \sqrt{10}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \|\vec{AB} \times \vec{AC}\|$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \rightarrow \boxed{A = \frac{\sqrt{10}}{2}}$$

b) $D = (0,0,2)$. Calcule o volume do Tetraedro ABCD.

$\underbrace{\vec{AB}}_{\vec{u}} = (-1,0,0)$, $\underbrace{\vec{AC}}_{\vec{v}} = (-2,-1,-3)$, $\underbrace{\vec{AD}}_{\vec{w}} = (-1,1,0)-(0,0,2) = (-1,1,-2)$

$$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = \left|\begin{array}{ccc|cc} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & -3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{array}\right| = -2 - 3 = -5$$

Sarrus products: $0 \quad 3 \quad 0$ and $-2 \quad 0 \quad 0$

$$V = \frac{1}{6} \cdot |\det| \rightarrow V = \frac{1}{6} \cdot |-5| \rightarrow V = \frac{1}{6} \cdot 5 \rightarrow \boxed{V = \frac{5}{6}}$$