Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio - 2020000315
Gabriel Pirolo menezes da costa - 2020022626
Disciplina: Lógica de Predicados (2022.2)
Professora: Thais Oliveira Almeida

Atividade 2

1. Seja I uma interpretação sobre os números naturais N, tal que $I[a]=1$, $I[x]=1$, $I[P]=<$, $I[f]=f_i$, $f_i(d)=d+1$, $I[q(x)]=T \leftrightarrow x_1$ é par. Além disso, o valor de $I[y]$ é desconhecido.

Seja J uma interpretação sobre os números inteiros Z, tal que: $J[a]=0$, $J[x]=-1$, $J[y]=0$, $J[P]=<$ e $J[f]=f_i(d)=d+1$.

Determine, quando for possível, as interpretações das fórmulas a seguir conforme I e J.

a) $p(x,a)$ Para I: $1<1$ = false; Para J: $-1<0$ = True

b) $p(x,a) \wedge p(x,f(x))$ Para I: $1<1 \wedge 1<2$ = false; Para J: $-1<0 \wedge -1<0$ = True

c) $(\exists y)p(y,x)$ Para I: $y<1$ = True; Para J: $y<-1$ = false

d) $(\forall y)(p(y,a) \vee p(f(y),y))$ Para I: $y<1 \vee y+1<y$ = false
Para J: $y<0 \vee 0+1<y$ = false

e) $(\forall x)(\exists y)p(x,y)$ Para I: $1<y$ = false; Para J: $-1<y$ = false
(Para qualquer x, existe um $y/x<y$)

f) $(\exists y)(\forall x)p(x,y)$
Para I: $x<p$ = false; Para J: $x<p$ = false

g) $(\forall x)(\exists y)q(x)$ Para I: $(\forall x)(\exists y)T \leftrightarrow x$ = false; Para J = impossível

h) $(\exists x)(\forall x)q(x)$
Para I: $(\exists x)(\forall x)T \leftrightarrow x$ = True
Para J: Impossível

2. Sejam I e J interpretações sobre o conjunto dos números naturais N, tais que:

$I[p(x,y,z,w)] = T \leftrightarrow x_i + y_i > z_i + w_i$, $I[z]=5$, $I[a]=2$, $I[b]=7$, $I[w]=9$;

$J[p(x,y,z,w)] = T \leftrightarrow x_i + y_i < z_i + w_i$, $J[z]=5$, $J[a]=2$, $J[b]=7$, $J[w]=9$, $J[y]=8$.

Considere a fórmula $E = (\forall x)(\exists y)p(x,y,z,w) \rightarrow (\forall z)p(z,b,y,x)$.

a) Caso seja possível, determine I[E] e J[E]. Justifique sua resposta.

R: Para I: $(\forall x)(\exists y)p(x,y,5,9) \rightarrow (\forall z)\, p(z,7,y,x)$

onde $(\forall x)(\exists y)\, p(x,y,5,9) = (\forall x)(\exists y)\, x+y > 5+9$ = True

onde $(\forall z)\, p(x,y,5,9) = (\forall z)\, z+7 > y+x$ = Impossível determinar, pois não temos o valor de y livre nesse escopo. Logo, não é possível determinar I[E].

Para J: $(\forall x)(\exists y)\, p(x,y,5,9) \rightarrow (\forall z)\, p(z,7,8,x)$

onde $(\forall x)(\exists y)\, p(x,y,5,9) = (\forall x)(\exists y)\, x+y < 5+9$ = false

onde $(\forall z)\, p(z,7,8,x) = (\forall z)\, z+7 < 8+x$ = false

Logo J[E] é Verdadeiro

b) No caso em que não é possível determinar o resultado da interpretação, defina uma extensão da interpretação a partir da qual é possível determinar o resultado pretendido.

R: $I[y]=8$ é possível obtermos o resultado de I[E], pois temos:

$(\forall x)(\exists y)\, p(x,y,5,9) \rightarrow (\forall z)\, p(z,7,y,x)$

onde $(\forall x)(\exists y)\, p(x,y,5,9) = (\forall x)(\exists x)\, x+y > 5+9$ = true

onde $(\forall z)\, p(z,7,8,x) = (\forall z)\, z+7 > 8+x$ = false

Logo, temos que I[E] é falso.

3. Quais os resultados informais das interpretações de H_1, H_2, H_3, onde I é uma interpretação o domínio U dos alunos de Computação, tal que:

$H_1 = (\exists y)(\forall x)\, p(x,y) \rightarrow (\forall y)(\exists x)\, p(x,y)$

$H_1 = (\exists y)(\forall x)$ x ama y $\rightarrow (\forall y)(\exists x)$ x ama y = true

$H_2 = (\exists x)(\forall y)\, \neg p(x,y)$

$H_2 = (\exists x)(\forall y)\, \neg$(x ama y) = true

$H_3 = (\forall^*)(p(x,y) \rightarrow (p(y,z) \rightarrow (p(z,w) \rightarrow q(w))))$

$H_3 = (\forall^*)$ (x ama y $\rightarrow$ (y ama z $\rightarrow$ z ama w $\rightarrow$ w morrer de AIDS))) = false

4. Quais os resultados informais das interpretações de H_1, H_2 e H_3, onde I é uma interpretação sobre o conjunto dos números naturais N, tal que:

$H_1 = (\forall x)(\forall y)((p(x) \wedge p(y)) \rightarrow (f(x,y)))$

$H_1 = (\forall x)(\forall y)$((x é número par $\wedge$ y é número par) $\rightarrow$ x + y é par) = True

$H_2 = (\forall x)(\forall y)((p(x) \wedge q(y)) \rightarrow q(f(x,y)))$

$H_2 = (\forall x)(\forall y)$((x é par $\wedge$ y é impar) $\rightarrow$ x + y é impar = True

$H_3 = (\forall x)(\forall y)((p(x) \wedge q(y)) \rightarrow p(f(x;y)))$

$H_3 = (\forall x)(\forall y)$((x é par $\wedge$ y é impar) $\rightarrow$ x + y é par = false

5. Sejam I e J duas interpretações sobre os naturais N, tais que:

$I[p] = J[p] = \leq$, $I[y] = J[y] = 4$, $I[x] = 0$, $J[x] = 9$, Demonstre que:

S/L | T/M | Q.M | Q/J | S/V | S/S | D/D

$I[p(x,y)] \neq j[p(x,y)]$

$I[p(x,y)] = 0 \leq 4 =$ True

$j[p(x,y)] = 9 \leq 4 =$ false

Logo, $I[p(x,y)]$ e $j[p(x,y)]$ são diferentes.

$I[(\forall x)\, p(x,y)] = j[(\forall x)\, p(x,y)]$

$I[(\forall x)\, p(x,y)] = (\forall x)\, x \leq 4 =$ false

$j[(\forall x)\, p(x,y)] = (\forall x)\, x \leq 4 =$ false

Logo, $I[(\forall x)\, p(x,y)]$ e $j[(\forall x)\, p(x,y)$ são iguais

$I[(\forall y)\, p(x,y)] \neq j[(\forall y)\, p(x,y)]$

$I[(\forall y)\, p(x,y)] = (\forall y)\, 0 \leq y =$ True

$j[(\forall y)\, p(x,y)] = (\forall y)\, 9 \leq y =$ false

Logo, $I[(\forall y)\, p(x,y)$ e $j[(\forall y)\, p(x,y)$ são diferente