Presença dia 26/07

Q1. Prove que $(\vec{u}, \vec{v})$ é Li sss $(\vec{u}+\vec{v}, \vec{u}-\vec{v})$ é Li.

$(\Rightarrow)$ Sejam α e β escalares tais que

$$\alpha(\vec{u}+\vec{v}) + \beta(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{0}$$

Devemos mostrar que α e β são obrigatoriamente nulos.
Na equação acima, aplique as propriedades fica:

$$(\alpha+\beta)\vec{u} + (\alpha-\beta)\vec{v} = \vec{0}$$

Como $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são Li, por hipótese, tem-se que

$$\begin{cases} \alpha+\beta = 0 \\ \alpha-\beta = 0 \end{cases}$$, cuja a solução é $\alpha=\beta=0$.

$(\Leftarrow)$ sejam a e b escalares tais que

$$a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$$

Devemos mostrar que $a=b=0$.
Digamos que

$$\circledast \begin{cases} x+y = \alpha \\ x-y = \beta \end{cases}$$

voltando na equação acima, temos:

$$(x+y)\vec{u} + (x-y)\vec{v} = \vec{0}$$

$$x(\vec{u}+\vec{v}) + y(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{0}$$

Como $\vec{u}+\vec{v}$ e $\vec{u}-\vec{v}$ são Li (Hipótese) então

$$x = y = 0 \quad (1)$$

Agora, por $\circledast$,(1) segue que $a=b=0$
e isso mostra que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são Li

$\square$

Digitalizado com CamScanner

Presença dia 02/08

Q1. (a) Ache "m" de modo que $\vec{u} = (1, 2, 2)$ seja combinação linear de

$\vec{v} = (m-1, 1, m-2)$ e $\vec{w} = (m+1, m-1, 2)$.

(b) Em seguida, determine "m" para que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ seja LD.

Solução:

(1a) Para que $\vec{u}$ seja combinação linear de $\vec{v}$ e $\vec{w}$, devemos ter:

$$x\vec{v} + y\vec{w} = \vec{u}$$

Isso equivale ao sistema linear:

$$\begin{cases} (m-1)x + (m+1)y = 1 \\ x + (m-1)y = 2 \\ (m-2)x + 2y = 2 \end{cases}$$

Agora, note que $-L_1 + L_2 + L_3$, acarreta $0 = 3$, um absurdo. Logo não existe "m" que torne $\vec{u}$ combinação linear de $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

(1b) Basta ver que $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ são LD se o determinante formado por suas coordenadas for nulo, isto é:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ m-1 & 1 & m-2 \\ m+1 & m-1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \iff 3m^2 - 9m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \text{ou} \\ m = 3 \end{cases}$$

$\square$