UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
DCC511 – Lógica de Predicados (2022.2)
Prof. Msc. Thais Oliveira Almeida

AULA 12:

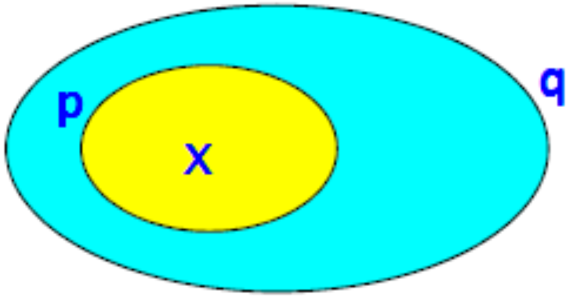
EQUIVALÊNCIA ENTRE SENTENÇAS

Representação do Conhecimento

- Para facilitar a formalização de sentenças na lógica de predicados, destacamos quatro tipos de sentenças de especial interesse, denominadas enunciados categóricos:
  - Universal afirmativo: <u>Todos</u> os homens são mortais;
  - Universal negativo: <u>Nenhum</u> homem é extra-terrestre;
  - Particular afirmativo: <u>Alguns</u> homens são cultos;
  - Particular negativo: <u>Alguns</u> homens <u>não</u> são cultos.

Universal Afirmativo

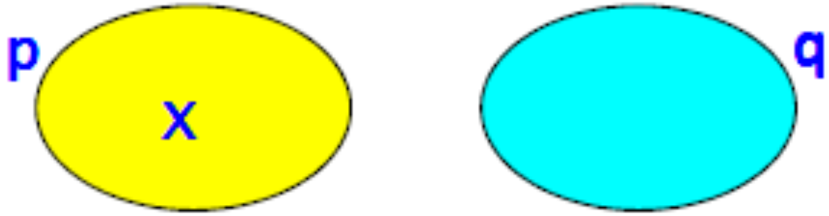
- É da forma **$(\forall X)(p(X) \rightarrow q(X))$**
- Estabelece que **p** é um subconjunto de **q.**



- Exemplo:
  – Sentença: *Todos os homens são mortais;*
  – Sintaxe: $(\forall X)(h(X) \rightarrow m(X))$;
  – Semântica: para todo X, se $X \in h$ então $X \in m$.

Universal Negativo

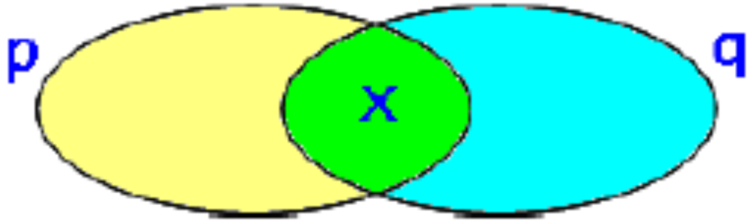
- É da forma **$(\forall X)(p(X) \rightarrow \neg q(X))$**
- Estabelece que os conjuntos **p** e **q** são disjuntos.



- Exemplo:
  - Sentença: *Nenhum homem é extra-terrestre;*
  - Sintaxe: $(\forall X)(h(X) \rightarrow \neg e(X))$;
  - Semântica: para todo X, se $X \in h$ então X não pertence a e.

Particular Afirmativo

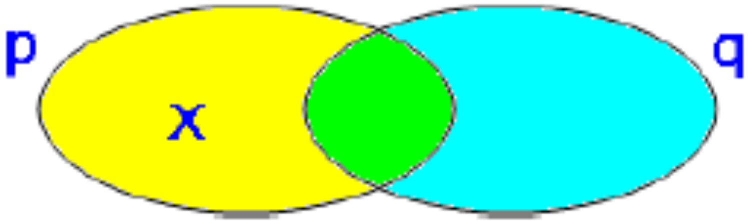
- É da forma **(∃X)(p(X) ^ q(X))**
- Estabelece que os conjuntos **p** e **q** têm interseção não vazia.



- Exemplo:
  - Sentença: *Alguns homens são cultos;*
  - Sintaxe: (∃X)(h(X) ^ c(X));
  - Semântica: existe X, tal que X ∈ h e X ∈ c.

Particular Negativo

- É da forma **(∃X)(p(X) ^ ¬q(X))**
- Estabelece que existem elementos em **p** que não estão em **q.**



- Exemplo:
  - Sentença: *Alguns homens não são cultos;*
  - Sintaxe: ∃X[h(X) ^ ¬c(X)];
  - Semântica: existe X, tal que X ∈ h e X não pertence a c.

Equivalência entre Sentenças

- Há sentenças que podem ser escritas em mais de uma forma.

- Exemplo:
  - Sentenças
    - ***Nem tudo que brilha é ouro.***
    - ***Existe algo que brilha e não é ouro.***
  - Fórmulas
    - **$(\neg\forall X)(b(X) \rightarrow o(X))$**
    - **$(\exists X)(b(X) \wedge \neg o(X))$**

Equivalência entre Sentenças

- Equivalência

$(\neg\forall X)(b(X) \rightarrow o(X))$

$\equiv (\neg\forall X)(\neg b(X) \vee o(X))$

$\equiv (\exists X)\neg(\neg b(X) \vee o(X))$

$\equiv (\exists X)(b(X) \wedge \neg o(X))$

Exercícios

1. **Verifique se os pares de sentenças são equivalentes.**

a) Nem toda estrada é perigosa.

Algumas estradas não são perigosas.

b) Nem todo bêbado é fumante.

Alguns bêbados são fumantes.

c) Nem todo ator americano é famoso.

Alguns atores americanos não são famosos.

Exercícios

1. Verifique se os pares de sentenças são equivalentes.

Nem toda estrada é perigosa.

Algumas estradas não são perigosas.

- $\neg\forall X[estrada(X) \rightarrow perigosa(X)]$
- $\neg\forall X[\neg estrada(X) \vee perigosa(X)]$
- $\exists X\, \neg[\neg estrada(X) \vee perigosa(X)]$
- $\exists X\, [estrada(X) \wedge \neg perigosa(X)]$
- **Equivalente!**

Exercícios

1. Verifique se os pares de sentenças são equivalentes.

Nem todo bêbado é fumante.

Alguns bêbados são fumantes.

- $\neg\forall X[bebado(X) \rightarrow fumante(X)]$
- $\neg\forall X[\neg bebado (X) \vee fumante (X)]$
- $\exists X \neg[\neg bebado (X) \vee fumante (X)]$
- $\exists X [bebado (X) \wedge \neg fumante (X)]$
- **<u>Não é equivalente!</u>**

Exercícios

1. Verifique se os pares de sentenças são equivalentes.

Nem todo ator americano é famoso.

Alguns atores americanos não são famosos.

- $\neg\forall X[atoramericano(X) \rightarrow famoso(X)]$
- $\neg\forall X[\neg atoramericano (X) \vee famoso (X)]$
- $\exists X \neg[\neg atoramericano (X) \vee famoso (X)]$
- $\exists X [atoramericano (X) \wedge \neg famoso (X)]$
- **Equivalente!**

Resumo

- Equivalência de formulas
  - $H \rightarrow G$ *denota* $(\neg H \lor G)$
  - $(H \rightarrow$ *false*$)$ *denota* $\neg H$
  - $(H \leftrightarrow G)$ *denota* $(H \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow H)$
  - $(H \wedge G)$ *denota* $\neg(\neg H \lor \neg G)$
  - $\neg((\forall x)H) = (\exists x)(\neg H)$
  - $\neg((\exists x)H) = (\forall x)(\neg H)$
  - $(\forall x)\ H = \neg(\exists x)(\neg H)$
  - $(\exists x)\ H = \neg(\forall x)(\neg H)$

- Representação do conhecimento
  - Universal afirmativo: **$(\forall X)(p(X) \rightarrow q(X))$;**
  - Universal negativo: **$(\forall X)(p(X) \rightarrow \neg q(X))$;**
  - Particular afirmativo: **$(\exists X)(p(X) \wedge q(X))$;**
  - Particular negativo: **$(\exists X)(p(X) \wedge \neg q(X))$.**