Presença 04/08/2021.

Q1. ache $\vec{u}$ de norma $\sqrt{5}$, ortogonal a $(2,1,-1)$ tal que $(u; (1,1,1); (0,1,-1))$ seja L.D.

Resolução:

Seja $\vec{u} = (x, y, z)$, TEMOS:

① $\|u\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \iff \boxed{x^2+y^2+z^2=5}$

② $u \perp (2,1,-1) \iff \boxed{2x+y-z=0}$

③ $\{u; (1,1,1), (0,1,-1)$ são L.D.

$\exists \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} : \alpha u + \beta(1,1,1) + \gamma(0,1,-1) = \vec{0}$.

Daí:

$\alpha(x,y,z) + \beta(1,1,1) + \gamma(0,1,-1) = (0,0,0)$

$$\begin{cases} \alpha x + \beta = 0 \\ \alpha y + \beta + \gamma = 0 \\ \alpha z + \beta - \gamma = 0 \end{cases} \sim \begin{bmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ y & 1 & 1 & 0 \\ z & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & y & 0 \\ 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & \square & 0 \end{bmatrix}$$

aqui

④ $\square = y+z-2x=0$

(Pra "S" tem solução não nula)

agora junte ② e ④:

$2x+y-z=0$

$2x-y-z=0$ $\Rightarrow \boxed{z=2x}$ ⑤

Por ① e ⑤ $\boxed{5x^2+y^2=5}$ e $y \in \mathbb{R}$ (qualquer)

Então, tomando $y=0 \Rightarrow x=\pm 1$ e $z=\pm 2$

pois $\begin{cases} 2x-y-z=0 \\ z=2x \end{cases} \Rightarrow y=0$

Então

$u=(1,0,2)$

$u=(-1,0,-2)$

Presença 09/08/2021.

Q (Processo de ortogonalização de Gram-Schmidt)
Dado $\{f_1, f_2, f_3\}$, ache uma base ortonormal $\{e_1, e_2, e_3\}$ tal que $e // f_1$ e e_2 c.l de f_1 e f_2.

onde $f_1 = (1, 2, 2)$
$f_2 = (1, 0, 1)$
$f_3 = (1, 1, 1)$

Resolução:

P1. $w_1 = f_1$ $\quad e_1 = \frac{w_1}{\|w_1\|}$

$\|w_1\| = 3$ $\quad e_1 = (1/3, 2/3, 2/3)$

P2. $w_2 = f_2 - (f_2, e_1) e_1$; $e_2 = \frac{w_2}{\|w_2\|}$

$w_2 = (2/3, -2/3, 1/3)$ $\quad \|w_2\| = 1$

$e_2 = (2/3, -2/3, 1/3)$

P3. $w_3 = f_3 - (f_3 \cdot e_1) e_1 - (f_2 \cdot e_2) e_2$

$w_3 = (2/9, 1/9, -2/9)$ $\quad \|w_3\| = 1/3$

$e_3 = (2/3, 1/3, -2/3)$

Presença 11/08/2021

Seja $E = \{i, j, k\}$ base ortonormal.

$$u = \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j - k) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}}(j + k) = \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{6}}(2i - j + k) = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

Prove que $F = \{u, v, w\}$ é base ortonormal e calcule as coordenadas do vetor $a = 3i - 2j - k$ em relação à base F.

Resolução:

- Pra mostrar que F é base ortonormal, basta mostrar que

$$\|u\| = \|v\| = \|w\| = 1$$

e

$$u \cdot v = 0; \quad u \cdot w = 0; \quad v \cdot w = 0$$

] contas fáceis!

- Para coordenadas a em relação a base F;

Basta, resolver e encontrar α, β, γ:

$$\boxed{\alpha u + \beta v + \gamma w = a} \quad \text{e} \quad a = (\alpha, \beta, \gamma)_F$$

$$\Leftrightarrow S: \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} & 3 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & -2 \\ \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = a \cdot u \\ \beta = a \cdot v \\ \gamma = a \cdot w \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1) \cdot (3, -2, -1) = \frac{1}{\sqrt{3}}[3 - 2 + 1] = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \beta &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 1) \cdot (3, -2, -1) = \frac{1}{\sqrt{2}}[0 - 2 - 1] = \frac{-3}{\sqrt{2}} \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2, -1, 1) \cdot (3, -2, -1) = \frac{1}{\sqrt{6}}[6 + 2 - 1] = \frac{7}{\sqrt{6}} \end{aligned}$$

logo

$$a = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{-3}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{6}}\right)_F \quad \blacksquare$$

Presença 16/08/2021.

verifique se as base $E=(e_1, e_2, e_3)$ e $F=(f_1, f_2, f_3)$ tem a mesma orientação ou orientação oposta, quando

$$f_1 = 2e_1 - e_2 - e_3 = (2, -1, -1)$$

$$f_2 = e_1 - e_3 = (1, 0, -1)$$

$$f_3 = e_2 = (0, 1, 0)$$

Resolução:

Basta verificar se det da matriz mudança de base é positivo ou negativo.

ora.

$$\det = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{matrix} 0 - 1 + 0 \\ -0 + 2 - 0 \end{matrix} = 1 > 0$$

logo, as base possuem mesma orientação.

Presenca 18/08/2021

calcule o momento em relação ao ponto O da força $\vec{F} = (-1, 3, 4)$, aplicado ao ponto P tal que $\vec{OP} = (1, 1, 1)$.

Resolucão:

O "momento é dado por $\vec{OP} \wedge \vec{F}$.

Entáo

$$\begin{matrix} (1, & 1, & 1) \\ (-1, & 3, & 4) \end{matrix} = (1, -5, 4)$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \right)$$

logo, o momento é $(1, -5, 4)$