



### 3a. Lista de Exercícios de Lógica Proposicional de 2020.2

1. Utilize as regras de equivalência para provar as conclusões e coloque ao lado qual propriedade você usou, conforme o exemplo a seguir:

Exemplo:

$(P \vee Q) \rightarrow R \vdash (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$   
 $\neg(P \vee Q) \vee R$  Condicional  
 $(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$  DeMorgan  
 $(R \vee \neg P) \wedge (R \vee \neg Q)$  Distributiva  
 $(\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$  Comutativa

- a.  $P \rightarrow (Q \wedge R) \vee \neg Q \vdash P \rightarrow (\neg Q \wedge R)$   
b.  $((\neg P \wedge Q) \vee \neg Q) \rightarrow (R \vee \neg R) \vdash \text{True}$   
c.  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P) \vdash \text{True}$

Obs: Não vá pelo caminho mais curto, utilize a regra de equivalência  
 $(E \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow E) \vdash E \leftrightarrow R$

2. Utilize as regras de inferência para provar as fórmulas pedidas

Exemplo: Provar  $Q$ . Premissas:  $P \rightarrow Q$ ,  $P$

1.  $P \rightarrow Q$  premissa  
2.  $P$  premissa  
3.  $Q$  mp (1,2)  
 $\therefore Q$

- a.  $\neg(R \vee S)$ ,  $\neg P \rightarrow S$ ,  $P \rightarrow Q$ . Provar  $Q$ .  
b.  $P \wedge \neg Q$ ,  $Q \vee R$ . Provar  $P \vee \neg Q \vee R$ .  
c.  $S \rightarrow T$ ,  $P \wedge Q$ ,  $(P \vee R) \rightarrow S$ . Provar  $T$ .

3. Mostre se os seguintes argumentos são válidos ou não usando a árvore de refutação de acordo com o exemplo dado.

Exemplo:

$P \rightarrow Q$ ,  $\neg Q \vdash P$   
1.  $P \rightarrow Q$  premissa  
2.  $\neg Q$  premissa  
3.  $\neg P$  negação da conclusão  
4.  $\neg P(1)$   $Q(1)$   
x  
(2,4)

Como apenas um "galho" se fechou e não todos, o argumento é inválido.

- a.  $P \vee Q$ ,  $P \rightarrow R$ ,  $Q \rightarrow S$ ,  $\neg S \vdash P$   
b.  $\neg(R \vee S)$ ,  $\neg P \rightarrow S$ ,  $P \rightarrow Q \vdash Q$