

Nome: Eduardo Henrique de Almeida Gidório

11/08/21

Matrícula: 2020000315

Disciplina: Geometria Analítica

Problema referente ao dia 11/08/2021

1. Seja $F = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ uma base ortonormal. Sendo $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$, $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{j} + \vec{k})$ e $\vec{w} = \frac{1}{\sqrt{6}} (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$, prove que

$F = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é uma base ortonormal e calcule as coordenadas do vetor $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ em relação à base F .

Produto escalar de $F = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

$$u \cdot u = v \cdot v = w \cdot w = 1$$

$$u \cdot v = v \cdot w = u \cdot w = 0$$

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ é a base da questão então

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{i} \cdot \vec{k} = 0$$

$$(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = \vec{i} \cdot \vec{i} + \vec{i} \cdot \vec{j} - \vec{i} \cdot \vec{k} + \vec{j} \cdot \vec{i} + \vec{j} \cdot \vec{j} - \vec{j} \cdot \vec{k} - \vec{k} \cdot \vec{i} - \vec{k} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k}$$

$$(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = \vec{i} \cdot \vec{i} + \vec{j} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k} = 3$$

$$u \cdot u = \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{3} (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = 1$$

$$(\vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{j} + \vec{k}) = \vec{j} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k} = 2$$

$$(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} \cdot \vec{i} + \vec{j} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k} = 6$$

$$v \cdot v = w \cdot w = 1$$

01/08/21

$$(i+j-k) \cdot (j+k) = j \cdot j - k \cdot k = 0$$

$$(j+k) \cdot (2i-j+k) = -j \cdot j + k \cdot k = 0$$

$$(i+j-k) \cdot (2i-j+k) = 2i \cdot i - j \cdot j - k \cdot k = 0$$

$$u \cdot v = v \cdot w = u \cdot w = 0$$

(u, v, w) é uma base ortonormal

$$a = (a \cdot u)u + (a \cdot v)v + (a \cdot w)w$$

$$a \cdot (i+j-k) = 3i \cdot i - 2j \cdot j + k \cdot k = 2$$

$$a \cdot (j+k) = -2j \cdot j - k \cdot k = 3$$

$$a \cdot (2i-j+k) = 6i \cdot i + 2j \cdot j - k \cdot k = 7$$

Portanto:

$$a \cdot u = \frac{2}{\sqrt{3}} ; a \cdot v = \frac{-3}{\sqrt{2}} ; a \cdot w = \frac{7}{\sqrt{6}}$$

$$F = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{-3}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{6}} \right)$$