Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Matrícula: 2020000315
Disciplina: Matemática Discreta
Professor: Elzimar de Oliveira Rufino

/ /

Atividade 2

1) Quantos são os anagramas da palavra CAPÍTULO:

a) possíveis?

Pelo P.F.C existem $P_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320$ modos.

b) que começam e terminam por vogal?

$P_6 = 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$ modos de formar com as letras restantes, assim a vogal inicial terá 4 maneiras e a vogal final terá 3 maneiras, logo, pelo P.F.C existem $720.4.3 =$
$= 8640$ modos.

c) que tem as vogais e as consoantes intercaladas?

Então sendo $P_4.P_4$ vogais e consoantes intercaladas, então, pelo P.F.C existem $P_4.P_4 = 4.3.2.1.4.3.2.1 = 24.24 = 576$ modos, assim sendo 576 anagramas começando por vogais e 576 anagramas começando por consoantes, logo $576 + 576 = 1152$ modos.

d) que tem as letras C, A, P juntas nessa ordem?

Iremos contar com CAP sendo uma letra só, então, pelo P.F.C existem $P_6 = 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$ modos.

e) que tem as letras C, A, P juntas em qualquer ordem?

sendo assim, temos $P_3 = 3! = 3.2.1 = 6$ modos, portanto, iremos também contar CAP sendo uma letra só, logo, pelo P.F.C existem $P_6.6 = 6!.6 = 720.6 = 4320$ modos.

Credeal

/ /

f) que tem a letra p em primeiro lugar e a letra a em segundo?
iremos contar PA sendo uma letra só, assim contaremos as letras restantes, assim, pelo P.F.C existem $P_6 = 6! = 720$ modos.

2) De quantos modos é possível colocar 8 pessoas em fila de modo que duas dessas pessoas, Vera e Paulo não fiquem juntas?
Todos juntos seria $C_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40.320$ modos.
Porém, Vera e Paulo não podem ficar juntos.
1º caso, calculamos Vera e Paulo juntos:
$C_7 = 7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$ modos.
Assim, temos 5040 maneiras com Vera e Paulo e 5040 maneiras com Paulo e Vera, ou seja, temos $5040 . 2 = 10.080$ modos.
Assim, pelo P.F.C temos $40.320 - 10.080 = 30.240$ modos que Vera e Paulo não ficam juntos.

3) De quantos modos é possível dividir 15 atletas em 3 times de 5 atletas, denominados Esporte, Tupi e Minas?
Podemos pensar que a escolha de cada time será uma combinação simples.
1º Caso: Temos que escolher 5 pessoas dentre 15, não importando a ordem, assim: $C_{15}^{5} = \frac{15!}{5!(15-5)!} = \frac{15!}{5!10!} = \frac{15.14.13.12.11.\cancel{10!}}{5!\cancel{10!}} \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{15.14.13.12.11}{5.4.3.2.1}$
$\Rightarrow 3.003$
2º Caso: Temos que escolher 5 pessoas dentre 10, assim:
$C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10.9.8.7.6.\cancel{5!}}{5!\cancel{5!}} = \frac{30.240}{120} = 252$ modos.
3º Caso: Temos que escolher 5 pessoas dentre, assim, sendo
$C_5^5 = 1$.
logo, pelo P.F.C a resposta é $3003 . 252 . 1 = 756.756$ modos.

Credeal

4) De quantos modos é possível dividir 15 atletas em 3 times de 5 atletas?

Como foi feito no exercício anterior, pensando em uma fila de 15 atletas assim fazendo a ordem de escolha não fazer diferença, assim, pelo P.F.C podemos dividir o resultado anterior (756.756) pela quantidade de maneiras de permutar 3!, $\frac{756.756}{3!} = \frac{756.756}{6} = 126.126$ modos.

5) De quantos modos é possível dividir 20 objetos em 4 grupos de 3 ou 2 grupos de 4?

Combinação de 20 dividido em 3 a 3 é $C_{20,3}$.

1º Como são 4 grupos, temos:

$C_{20,3} \times C_{17,3} \times C_{14,3} \times C_{11,3}$

eram 20 escolhi 3.

passou a ser 17 escolhi 3

além dos 4 grupos, temos mais 2 grupos de 4.

Observe que eram 20, mas foram escolhidos 12 (4x3), restando 8.

Teremos combinações de 8, dividindo de 4 em 4.

2º) Como são 2 grupos, fica:

$C_{8,4} \times C_{4,4}$.

Juntando tudo temos:

$C_{20,3} \times C_{17,3} \times C_{14,3} \times C_{11,3} \times C_{8,4} \times C_{4,4}$

Temos 2 blocos, um com 4 e outro com 2, que podem permutar entre si. Assim, pelo P.F.C temos:

$$\frac{C_{20,3} \times C_{17,3} \times C_{14,3} \times C_{11,3} \times C_{8,4} \times C_{4,4}}{4!\ 2!}$$

/ /

6) De quantos modos é possível colocar r rapazes e m moças em fila de modo que as moças permaneçam juntas?
Devemos considerar as m moças como se fosse um dos elementos que devemos permutar. Assim, temos r rapazes e 1 elemento a mais para permutar, ou seja, devemos permutar (r+1) elementos. Assim, pelo princípio multiplicativo:

$\boxed{m!\cdot(r+1)!}$

7) Quantos são os anagramas da palavra Estrelada?

$P_9^{2,2} = \frac{9!}{2!2!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4} = \frac{362.880}{4} = 90.720$ anagramas

8) Quantos são os subconjuntos de $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ com p elementos, nos quais:

a) a_1 figura; R: C_{n-1}^{p-1}

b) a_1 não figura; R: C_{n-1}^{p}

c) a_1 e a_2 figuram? R: C_{n-2}^{p-2}

d) Pelo menos um dos elementos a_1, a_2 figura;
R: $2.C_{n-1}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2} = C_n^p - C_{n-2}^{p}$

e) Exatamente um dos elementos a_1 e a_2 figuram.
R: $C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-1} = 2.C_{n-2}^{p-1}$