Nomes: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Gabriel Peixoto menezes da Costa
Matrículas: 2020000315
2020022626
Disciplina: Lógica de Predicados (2022.2)
Professora: Thais Oliveira Almeida

Atividade 1

1. Considere as fórmulas a seguir:

$G = (\forall x)(\exists y)((\forall z)\, p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y)\, q(z, y, x, z_1))$

$H = (\exists w)(\exists z)(\exists z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x)\, p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y)\, q(z, y, x, z_1))$

a) Quais são as variáveis livres? E as ligadas?

- Livres: G: w, z, x, z_1
  H: w, z, x, z_1
- Ligadas: G: x, y, z
  H: w, z, z_1, x, y

b) Quais são as subfórmulas de G e H?

Subfórmulas G

$G = (\forall x)(\exists y)((\forall z)\, p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y)\, q(z, y, x, z_1))$

$(\exists y)((\forall z)\, p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y)\, q(z, y, x, z_1))$

$(\forall z)\, p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y)\, q(z, y, x, z_1)$

$(\forall z)\, p(x, y, w, z)$

$(\forall y)\, q(z, y, x, z_1)$

$p(x, y, w, z)$

$q(z, y, x, z_1)$

/ /

Subfórmulas H

$H = (\exists w)(\exists z)(\exists z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists z)(\exists z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\forall x) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1)$

$(\forall x) p(x, y, w, z)$

$(\forall y) q(z, y, x, z_1)$

$p(x, y, w, z)$

$q(z, y, x, z_1)$

c) Indique a aridade dos símbolos de predicado nas fórmulas G e H.

Aridade G: 8

Aridade H: 8

d) Indique os símbolos livres de G e H.

Símbolos livres: G: $\{p, w, q, z, z_1\}$
H: $\{p, q\}$

e) Determine o escopo dos quantificadores G e H

Escopo G: $(\forall x) = (\exists y)((\forall z) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists y) = (\forall z) p(x, y, w, z) \to (\forall y) q(z, y, x, z_1)$

$(\forall z) = p(x, y, w, z)$

$(\forall y) = q(z, y, x, z_1)$

Escopo H: $(\exists w) = (\exists z)(\exists z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists z) = (\exists z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists z_1) = (\forall x)(\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\forall x) = (\exists y)((\forall x) p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\exists y) = ((\forall x) p(x, y, w, z) \rightarrow (\forall y) q(z, y, x, z_1))$

$(\forall x) = p(x, y, w, z)$

$(\forall y) = q(z, y, x, z_1)$

f) Defina o fecho universal e existencial das fórmulas G e H.

fecho G: $(\forall^*) G = (\forall w), (\forall z), (\forall x), (\forall z_1)$

$(\exists^*) G = (\exists w), (\exists z), (\exists x), (\exists z_1)$

fecho H: $(\forall^*) H = (\forall w), (\forall z), (\forall x), (\forall z_1)$

$(\exists^*) H = (\exists w), (\exists z), (\exists x), (\exists z_1)$

2. Considere as fórmulas a seguir:

$E = (\exists z) p(z) \leftrightarrow \neg q(y)$; $F = (\exists x)(\forall x) \neg p(x)$; $G = (\forall x) p(x) \vee \neg (\forall x) q(x) \rightarrow r(y)$

a) Reescreva os parênteses das fórmulas.

$E = ((\exists z) p(z)) \leftrightarrow (\neg q(y))$

$F = (\exists x)((\forall x) \neg p(x))$

$G = ((\forall x) p(x)) \vee ((\neg (\forall x) q(x)) \rightarrow r(y))$

b) Determine todas a subfórmulas de E, F e G.

Subfórmulas E

$E = ((\exists z) p(z)) \leftrightarrow (\neg q(y))$

$(\exists z) p(z)$

$\neg q(y)$

$p(z)$

Subfórmulas F

$F = (\exists x)((\forall x) \neg p(x))$

$(\forall x) \neg p(x)$

$\neg p(x)$

Subfórmulas G

$G = ((\forall x) p(x)) \vee ((\neg (\forall x) q(x)) \rightarrow r(y)$

$(\forall x) p(x)$

$\neg (\forall x) q(x)$

$r(y)$

$p(x)$; $q(x)$

c) Determine o escopo dos quantificadores das fórmulas E, F, G.

Escopo E: $(\exists z) = p(z)$

Escopo F: $(\exists x) = (\forall x) \neg p(x)$

$(\forall x) = \neg p(x)$

Escopo G: $(\forall x) = p(x)$

$\neg(\forall x) = q(x)$

d) Defina o fecho Universal e existencial das fórmulas E, F e G.

fecho E: $(\forall^*) E = \{(\forall y)\}$

$(\exists^*) E = \{(\exists y)\}$

fecho F: $(\forall^*) F = \{ \}$

$(\exists^*) F = \{ \}$

fecho G: $(\forall^*) G = \{(\forall y)\}$

$(\exists^*) G = \{(\exists y)\}$

3. Na fórmula abaixo, quais as variáveis são livres e quais são ligadas?

$H = (\forall w)(\exists z)(\forall z_1)(\forall x)(\exists y)((\forall x)\, p(x, y, w, z) \rightarrow (\exists y)\, q(z, y, x, z_1))$

Livres: $H = x, y, w, z, z_1$

Ligadas: $H = x, y, w, z, z_1$

4. Seja E uma fórmula e x uma variável. Responda justificando sua resposta.

a) É possível haver ocorrências de x em E livres e ligadas?
Sim, em uma mesma fórmula x pode ocorrer no escopo de um quantificador em x, na forma ligada e também fora do escopo de quantificadores, na forma livre, mas em uma determinada ocorrência não pode ser ligada e livre ao mesmo tempo.

b) É possível a variável x ser livre e ligada em E ao mesmo tempo?
sim, quando em uma fórmula E houver duas ocorrências de x nessa fórmula, uma ligada e a outra livre.

c) Dê exemplo de uma fórmula H na qual uma variável x ocorre tanto livre quanto ligada.

$(\exists y)((\forall x) R(y, b, t) \rightarrow (\forall z) P(x, a))$

① x ocorre livre e ligada na fórmula

⑤ Responda:
a) Existe fórmula sem símbolo livre?
sim, H = True

b) Quais são os símbolos livres de uma fórmula fechada?
São os símbolos de predicados e de funções
$p, p1, q, q1$ $\quad f, f1, g, g1$.

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

c) Toda variável é símbolo livre?

não pois as variáveis ligadas não são símbolos livres.