/ /

Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Matrícula: 2020000315
Disciplina: Cálculo I

Avaliação II

1º) Determine pela definição a derivada da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = e^{ax}$, onde $a \in \mathbb{R}$.

$f(x) = e^{ax}$ definição $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

temos que: $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{e^{ax+h} - e^{ax}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} e^{ax} \left(\frac{e^{ah} - 1}{h}\right) = \lim_{h \to 0} e^{ax} \cdot \lim_{h \to 0} a \left(\frac{e^{ah} - 1}{ah}\right)$

resolvendo os limites individualmente temos:

1 $\lim_{h \to 0} a \left(\frac{e^{ah} - 1}{ah}\right) = a \cdot \lim \frac{e^{ah} - 1}{ah} \Rightarrow \lim_{y \to 0} \frac{y}{\frac{\ln(1+y)}{\ln a}}$ Tomando a como e

$= \lim_{y \to 0} \frac{y \cdot \ln a}{\ln(1+y)} = \lim_{y \to 0} \frac{\ln a}{\frac{1}{y} \ln(1+y)} = \lim_{y \to 0} \frac{\ln a}{\ln(1+y)^{1/y}}$

$= \frac{\ln a}{\lim_{y \to 0} [\ln(1+y)^{1/y}]} = \frac{\ln a}{\ln [\lim_{y \to 0} (1+y)^{1/y}]} = \frac{\ln e}{\ln e} = 1$

logo $\lim a \left(\frac{e^{ah} - 1}{ah}\right) = a$ continua

Continuação Questão 1°

② $\lim_{h \to 0} e^{ax} = e^{ax}$

Substituindo

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} e^{ax} \cdot \lim_{h \to 0} a \left(\frac{e^{ah} - 1}{ah}\right)$$

Temos

$$f'(x) = e^{ax} \cdot a$$

2°) Responda as perguntas abaixo, justificando a sua resposta.

a) É possível obter a área de uma superfície esférica a partir de seu volume?

R: Sim, pois ao derivar o volume, se obtém a área em termos do raio, e com o volume, é possível achar o raio e aplicar.

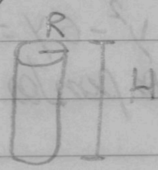
Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
(2020000315)

b) Seja $f: x \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável. Se $f'(x) = 0$ para todo $x \in X$ então $f$ é uma função constante?

R: Sim, pois indica que a função tem inclinação nula, ou seja, sua imagem é constante para todos os Reais.

3°) Um novo produto será lançado no mercado. Para isso, foi feito um contrato com uma indústria de embalagens, que deve fabricar recipientes cilíndricos em alumínio com capacidade de 400 cm³. Qual deve ser o raio R da base e a altura H de cada um desses recipientes cilíndricos de modo que a quantidade de alumínio utilizada na sua fabricação seja mínima?

$V = 400\ cm^3$
$R = ?$
$H = ?$




$V = \pi . R^2 . H$
$400 = \pi . R^2 . H$

$At = 2.\pi.R^2 + 2\pi R H$ área total de um cilindro

$$\begin{cases} 400 = \pi . R^2 . H & 1° \\ At = 2.\pi.R^2 + 2\pi R.H & 2° \end{cases}$$

$H = \dfrac{400}{\pi . R^2}$ isolando H na 1°

Substitui o valor na 2°

$At = 2.\pi.R^2 + 2\pi R.\ H$

$At = 2\pi.R^2 + 2\pi.R.\left(\dfrac{400}{\pi R^2}\right)$

$At = 2.\pi.R^2 + \dfrac{800}{R}$

derivar e igualar a 0 para obter os pontos críticos

$At' = 4\pi R - \dfrac{800}{R^2}$

$0 = 4\pi R - \dfrac{800}{R^2}$

$\dfrac{800}{R^2} = 4\pi R$

$800 = 4\pi R^3 \div 4$

$200 = \pi . R^3$

$R^3 = \dfrac{200}{\pi}$

$R = \sqrt[3]{\left(\dfrac{200}{\pi}\right)} \cong 3,99$

agora substitui o R na 1° F.

$H = \dfrac{400}{\pi R^2} \to H = \dfrac{400}{\pi.(3,99)^2} \to H = \dfrac{400}{\pi . 15.94} \to \dfrac{400}{50,08} \to H \cong 7,98$

Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
(2020000315)

4º) Calcule o limite: $\lim_{x \to \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{d}{dx}(\ln x)}{\frac{d}{dx}(\sqrt{x})} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{1}{x} \cancel{2x\sqrt{x}}}{\frac{1}{\cancel{2\sqrt{x}}} \cancel{2x\sqrt{x}}} \rightarrow \lim_{x \to \infty} \frac{2(\sqrt{x})}{x} \qquad \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{1}} = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\infty} = 0$$

5º) Considere a parábola P de equação $y^2 - 6y = 2x - 17$. Obtenha as equações das retas tangentes a P nos pontos de abcisso 12.

R: $y^2 - 6y = 2x - 17$

$y^2 - 6y + 9 = 2 - 8$

$(y-3)^2 = 2(x-4)$

$y = \sqrt{2(x-4)} + 3$

$y_1 = \pm 4 + 3$

$y_1 = 7$

$y_2 = -1$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$\lim_{x \to 12} \frac{\sqrt{2(x+4)} + 3 - (\sqrt{2.(12-4)} + 3)}{x - 12} = \lim_{x \to 12} \frac{\sqrt{2(x-4)} + 3 - 3 - 4}{x - 12} =$$

$$\lim_{x \to 12} \frac{\sqrt{2(x-4)} - 4}{x - 12} = \lim_{x \to 12} \frac{\frac{d}{dx}\left[2(x-4)^{\frac{1}{2}} - 4\right]}{\frac{d}{dx}(x-12)} =$$

$$\lim_{x \to 12} \frac{[2(x-4)]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}}{1} = \lim_{x \to 12} \frac{1}{2\sqrt{2(x-4)}} = \pm \frac{1}{8}$$

$\therefore$ em $(12, 7) \Rightarrow m = \frac{1}{8}$

em $(12, -1) \Rightarrow m = -\frac{1}{8}$

credeal