Prova 2 (Eduardo Izidorio)

quinta-feira, 7 de outubro de 2021 20:18

Prova 2 (Eduardo Izidorio)

Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
(2020000315)

2,0

4º) Calcule o limite: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{d}{dx}(\ln x)}{\frac{d}{dx}(\sqrt{x})} = \frac{\infty}{\infty}$ → antes de derivar, tem que verificar se há uma indeterminação

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x} \cdot 2x\sqrt{x}}{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2x\sqrt{x}}$, $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{x}}{x}$ $\quad \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{1}} = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\infty} = 0$ //

0,0 5º) Considere a parábola P de equação $y^2-6y=2x-17$, obtenha as equações das retas tangentes a P no ponto de abscissa 12.

R: $y^2-6y=2x-17$

$y^2-6y+9=2x-8$

$(y-3)^2=2(x-4)$

$y=\sqrt{2(x-4)}+3$

$y_1 = \pm 4 + 3$

$y_1 = 7$

$y_2 = -1$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$\lim\limits_{x\to 12} \frac{\sqrt{2(x-4)}+3-(\sqrt{2(12-4)}+3)}{x-12} = \lim\limits_{x\to 12} \frac{\sqrt{2(x-4)}+3-3-4}{x-12} =$

$\lim\limits_{x\to 12} \frac{\sqrt{2(x-4)}-4}{x-12} = \lim\limits_{x\to 12} \frac{\frac{d}{dx}[2(x-4)]^{\frac{1}{2}}-4}{\frac{d}{dx}(x-12)} =$

$\lim\limits_{x\to 12} \frac{[2(x-4)]^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}}{1} = \lim\limits_{x\to 12} \frac{1}{2\sqrt{2(x-4)}} = \pm\frac{1}{8}$

∴ em $(12, 7) \Rightarrow m = \frac{1}{8}$

em $(12, -1) \Rightarrow m = -\frac{1}{8}$

tem que derivar $y^2 - 6y = 2x - 17$ implicitamente.

Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
(2020000315)

0,0

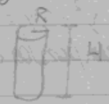
2) Seja $f: X \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável. Se $f'(x) = 0$ para todo $x \in X$ então f é uma função constante?

R: Sim, pois indica que a função tem inclinação nula, ou seja, sua imagem é constante para todos os Reais.

2,0

3°) Um novo produto será lançado no mercado. Para isso, foi feito um contrato com uma indústria de embalagens, que deve fabricar recipientes cilíndricos em alumínio com capacidade de $400\ cm^3$. Qual deve ser o raio R da base e a altura H de cada um desses recipientes cilíndricos de modo que a quantidade de alumínio utilizada na sua fabricação seja mínima?

$V = 400\ cm^3$
$R = ?$
$H = ?$



$V = \pi . R^2 . H$
$400 = \pi . R^2 . H$

$At = 2.\pi.R^2 + 2\pi R H$ (área total de um cilindro)

→ tem que usar o teste da derivada segunda para confirmar que os valores encontrados são minimizantes.

$$\begin{cases} 400 = \pi R^2 . H & 1° \\ At = 2.\pi R^2 + 2\pi R . H & 2° \end{cases}$$

$H = \dfrac{400}{\pi . R^2}$ isolando H na 1°

Substitui o valor na 2°

$At = 2.\pi.R^2 + 2\pi R . H$

$At = 2.\pi.R^2 + 2\pi.R.\left(\dfrac{400}{\pi R^2}\right)$

$At = 2.\pi R^2 + \dfrac{800}{R}$ //

derivar e igualar a 0 para obter os pontos críticos

$At' = 4\pi R - \dfrac{800}{R^2}$

$0 = 4\pi R - \dfrac{800}{R^2}$

$\dfrac{800}{R^2} = 4\pi R$

$800 = 4\pi R^3 \quad \div 4$

$200 = \pi . R^3$

$R^3 = \dfrac{200}{\pi}$ ⇒ $R = 2\sqrt[3]{\dfrac{25}{\pi}}$

$R = \sqrt[3]{\left(\dfrac{200}{\pi}\right)} \cong 3,99$ //

agora substitui o R na 1° F.

$H = \dfrac{400}{\pi R^2} \to H = \dfrac{400}{\pi.(3,99)^2} \to H = \dfrac{400}{\pi . 15.94} \to \dfrac{400}{50,08} \to H \cong 7,98$ // ⇒ $H = 4\sqrt[3]{\dfrac{25}{\pi}}$

tredeal

Página 3

quinta-feira, 7 de outubro de 2021 20:20

0,0

2°) Responda as perguntas abaixo, justificando a sua resposta.

a) É possível obter a área de uma superfície esférica a partir de seu volume?

R: Sim, pois ao derivar o volume, se obtém a área em termos do raio, e com o volume, é possível achar o raio e aplicar.

Página 4

quinta-feira, 7 de outubro de 2021 20:20

Continuação Questão 1º

0,0

② $\lim_{h \to 0} e^{ax} = e^{ax}$

Substituindo

$f'(x) = \lim_{h \to 0} e^{ax} \cdot \lim_{h \to 0} a \left(\frac{e^{ah} - 1}{ah} \right)$

Temos

$f'(x) = e^{ax} \cdot a$

Página 5

quinta-feira, 7 de outubro de 2021 20:20

4,0 (quatro)

Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Matrícula: 2020000315
Disciplina: Cálculo I

Avaliação II

0,0

1º) Determine pela definição a derivada da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = e^{ax}$, onde $a \in \mathbb{R}$.

$f(x) = e^{ax}$ definição $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

temos que: $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{e^{ax+h} - e^{ax}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{e^{ax}(e^{ah} - 1)}{h} = \lim_{h \to 0} e^{ax} \cdot \lim_{h \to 0} \frac{a(e^{ah} - 1)}{ah}$

resolvendo os limites individualmente temos:

① $\lim_{h \to 0} \frac{a(e^{ah} - 1)}{ah} = a \cdot \lim \frac{e^{ah} - 1}{ah} \Rightarrow \lim_{y \to 0} \frac{y}{\ln(1+y)}$ ⟶ tomando a como e

$= \lim_{y \to 0} \frac{y \cdot \ln a}{\ln(1+y)}$ NÃO $= \lim_{y \to 0} \frac{\ln a}{\frac{1}{y} \ln(1+y)} = \lim_{y \to 0} \frac{\ln a}{\ln(1+y)^{1/y}}$

$= \frac{\ln a}{\lim_{y \to 0} [\ln(1+y)^{1/y}]}$ NÃO $= \frac{\ln a}{\ln [\lim_{y \to 0} (1+y)^{1/y}]}$ NÃO $= \frac{\ln e}{\ln e} = 1$

$\ln a$ → $a \in \mathbb{R}$

→ isso só tem sentido se $a \in \mathbb{R}_+^*$.

logo $\lim \frac{a(e^{ah} - 1)}{ah} = a$

continua