



AULA 3:

QUANTIFICADORES E FÓRMULAS

Alfabeto da Lógica de Predicados

❖ É constituído por:

- Símbolos de pontuação: (,);
- Símbolos de verdade: *true*, *false*;
- Conjunto enumerável de símbolos para variáveis: $x, y, z, w, x_1, y_1, z_1, \dots$;
- Conjunto enumerável de símbolos para funções: $f, g, h, f_1, g_1, h_1, f_2, g_2, \dots$;
- Conjunto enumerável de símbolos para predicados: $p, q, r, s, p_1, q_1, r_1, s_1, p_2, q_2, \dots$;
- Conjunto enumerável de símbolos para constantes: a, b, c, \dots
- Conectivos proposicionais: $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, \forall, \exists$.

Predicados

- ❖ São utilizados para representar propriedades e relações entre objetos.
- ❖ Exemplo: ao dizer que Maria é bonita, temos que “bonita” é uma propriedade de Maria.
- ❖ Tal fato pode ser representado, na Lógica de Predicados, por $p(x)$. Nesse caso, de uma maneira informal, podemos dizer:
 - $p(x)$ é verdadeiro se, e somente se, x é bonita.
- ❖ O símbolo de predicado p é utilizado para representar a propriedade de ser bonita. E quando x é interpretado como sendo Maria, o resultado da interpretação da sentença é verdadeiro.

Predicados

- ❖ Os símbolos para predicados também podem ser utilizados para expressar relações entre objetos.
- ❖ A relação “irmão”, por exemplo, pode ser representada por $q(x, y)$. Neste caso, de maneira informal, dizemos que:
 - $q(x, y)$ é verdadeiro se, e somente se, a pessoa x é irmã de y .

Funções

- ❖ Na Lógica, os símbolos para função têm utilização análoga àquela que ocorre na Aritmética.
- ❖ Isto é, não há diferença alguma entre as funções da Lógica e as da Aritmética.

Quantificadores

❖ Quantificação Universal

- $\forall x p(x)$
- $p(x)$ é um **predicado**.
- $p(x)$ é verdadeiro **para todo** x do **universo**.

❖ Exemplo:

- Todo numero natural par ao quadrado é par.

Quantificadores

❖ Quantificação Existencial

- $\exists x p(x)$
- $p(x)$ é um **predicado**.
- $p(x)$ é verdadeiro **para algum** x do **universo**.

❖ Exemplo:

- Existe um número natural que ao quadrado é igual a ele mesmo.

Aridade

- ❖ Associado a cada símbolo de função ou predicado, temos uma aridade:
 - Número inteiro, não-negativo k ;
 - Indica o número de argumentos da função ou predicado.
- $p(x)$ $k = 1$
- $p(x,y)$ $k = 2$
- a $k = 0$

Aridade

- ❖ Constantes e símbolos proposicionais:
 - Sempre tem $k=0$;
 - Funções \rightarrow constantes;
 - Predicados \rightarrow símbolos proposicionais.

Notação

❖ Constantes (funções zero-árias; aridade nula)

- $a, b, c, a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, \dots$

❖ Quantificadores

- Universal: \forall (para todo...)
- Existencial: \exists (existe...)

❖ Os conectivos \rightarrow , \leftrightarrow e \wedge são definidos em função do conjunto completo $\{\neg, \vee\}$.