Nome: Eduardo Henrique de Almeida Izidorio
Matrícula: 2020000315
Disciplina: Geometria Analítica

Lista 3

[Q1. E1/P268] Escreva a equação reduzida da elipse, dados:

a) os focos $(\pm 5, 0)$ e dois vértices $(\pm 13, 0)$;

Equação reduzida de uma elipse centrada na origem

$$= \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$$

os focos estão no maior eixo da elipse, então, $a = 13$.
b é o menor eixo.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 13^2 = b^2 + 5^2$$
$$169 = b^2 + 25 \rightarrow 169 - 25 = b^2$$
$$b = \sqrt{144} \rightarrow b = 12$$

Equação reduzida:
$$\boxed{\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{12} = 1}$$

c) dois vértices $(\pm 5, 0)$ e a excentricidade $e = \frac{3}{5}$, onde $e = \frac{c}{a}$. Os focos estão no eixo Ox;

→ maior eixo

Temos $A_1 = (-5, 0)$ e $A_2 = (5, 0)$

$e = \frac{3}{5} = \frac{c}{a}$, então, $a = 5$ e $c = 3$.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 5^2 = b^2 + 3^2 \rightarrow 25 = b^2 + 9$$
$$25 - 9 = b^2 \rightarrow b = \sqrt{16} = 4.$$

Equação reduzida da Elipse
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Equação reduzida:
$$\boxed{\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1}$$

credeal

/ /

[Q2. E7/P270] Escreva a equação reduzida da hipérbole, dados

a) os vértices $(\pm 2, 0)$, e os focos $(\pm 3, 0)$;

$a = 2 \qquad c = 3$

$c^2 = a^2 + b^2$

$3^2 = 2^2 + b^2$

$9 = 4 + b^2$

$b^2 = 9 - 4$

$b^2 = 5$

$b = \sqrt{5}$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} = 1 \Rightarrow$

Equação reduzida

$\boxed{\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1}$,,

b) os vértices $(\pm 15, 0)$, e as assíntotas $5y = \pm 4x$;

$a = 15 \qquad y = \pm\frac{b}{a}x$

$5y = \pm 4x$

$y = \pm\frac{4}{5}x$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{b}{a} = \frac{4}{5}$

$\frac{x^2}{15^2} - \frac{y^2}{12^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{144} = 1$

$\frac{b}{15} = 0{,}8$

$b = 0{,}8 \cdot 15 \Rightarrow b = 12$

Equação reduzida:

$\boxed{\frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{144} = 1}$

[Q3. E11/P271] Ache as equações das Parábolas de focos e diretrizes dados abaixo.

a) $(2,3)$, $x = 0$

$(x-2)^2 + (y-3)^2 = (x+0)^2$

$\cancel{x^2} - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = \cancel{x^2}$

$y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$,,

c) $(-4, -2)$, $2x + y = 3 \Rightarrow (x+4)^2 + (y+2)^2 = (y - (3 - 2x))^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 + 8x + 20 + \cancel{y^2} + 4y = \cancel{y^2} - 6y + 4yx + 9 - 12x + 4x^2$

$\Rightarrow 3x^2 - 20x - 11 - 10y + 4yx = 0$

$3x^2 - 20x + 4yx - 10y - 11 = 0$,,

credeal

[Q4. E1/P279] Esboçar o gráfico da Cônica representada por:

c) $G(x,y) = x^2 + 4y^2 + 4xy - 1 = 0$ $A=1, B=4, C=4, D=0, E=0, F=-1$

$$[x\ y]\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} + [0\ 0]\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} - 1 = 0$$

$|H - \lambda I| = 0$

$$H = \begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix} \to \left|\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{bmatrix}\right| = 0 \to \begin{vmatrix}1-\lambda & 2\\ 2 & 4-\lambda\end{vmatrix} = 0$$

$(1-\lambda).(4-\lambda) - 4 = 0 \to \cancel{4} - \lambda - 4\lambda + \lambda^2 - \cancel{4} = 0 \to \lambda^2 - 5\lambda = 0 \to \lambda(\lambda - 5) = 0$

$\lambda = 0$ e $\lambda = 5$

Para $\lambda = 0$ $v = (a,b)$ $(H - \lambda I)v = 0$

$$\left|\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\right|\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix} = 0 \to \begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix} = 0 \to 1a + 2b = 0$$

$a = -2b$

norma $= \sqrt{5}$ Vetores Unitários $= \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ $b = 1;\ a = -2$

Para $\lambda = 5$

$$\left|\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}\right|\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix} = 0 \to \begin{bmatrix}-4 & 2\\ 2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix} = 0 \to -4a + 2b = 0$$

$a = \frac{-2b}{-4} = \frac{b}{2}$

norma $= \sqrt{5}$ Vetores unitários $= \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

$b = 2,\ a = 1.$

matriz $D = \begin{bmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}$ matriz $P = \begin{bmatrix}\frac{-2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}}\\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}}\end{bmatrix}$

$$[x'\ y'] = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix} + [0\ 0]\begin{bmatrix}-\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}}\\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}}\end{bmatrix} - 1 = 0$$

$5y'^2 + 0 - 1 = 0$

$5y'^2 - 1 = 0$

$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}}\\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix} \to x = \frac{2x'}{\sqrt{5}} - \frac{y'}{\sqrt{5}}$$

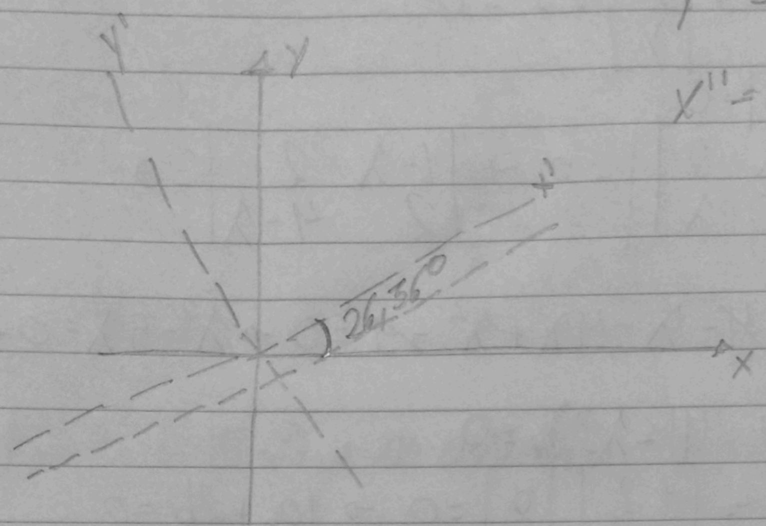
$$y = \frac{x'}{\sqrt{5}} + \frac{2y'}{\sqrt{5}}$$

credeal

$P = \begin{bmatrix} -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ $\quad \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}} = 26,56°$

$y'' = 5y = 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$

$x'' = 0$



[Q5. E3/P256] Aplique os métodos deste capítulo às seguintes equações:

b) $4x^2 - 3y^2 + 24x - 12y + 17 = 0$

$4x^2 - 3y^2 + 24x - 12y + 17 = 0 \quad (\alpha)$

usando "completando quadrados"

$4x^2 + 24x = 4(x^2 + 6x) = 4[(x+3)^2 - 9] \to 4(x+3)^2 - 36$ //

$-3y^2 - 12y = -3(y^2 + 4y) = -3[(y+2)^2 - 4] \to -3(y+2)^2 + 12$ //

Substituindo em (α)

$4(x+3)^2 - 36 - 3(y+2)^2 + 12 + 17 = 0$

$4(x+3)^2 - 36 - 3(y+2)^2 + 29 = 0$

$4(x+3)^2 - 3(y+2)^2 - 7 = 0$

$\left.\begin{array}{l} u = x+3 \\ v = y+2 \end{array}\right\rangle$ temos: $\boxed{4u^2 - 3v^2 - 7 = 0}$ //

credeal