

●Técnicas de conteo

Nos permiten determinar cuántas formas existen de que ocurra un evento sin tener que listar-las todas una por una.

Principio de Adición

Cuando los escenarios son mutuamente excluyentes es decir, no pueden ocurrir al mismo tiempo, tienes que elegir una opción **o** la otra, pero no ambas.

---**Definición:** Si un evento A puede ocurrir de m maneras y un evento B de n maneras, y no pueden ocurrir juntos, entonces el número total “N” de formas en que puede ocurrir A **o** B es:

$$N=m+n$$

Principio de Multiplicación

Cuando los eventos ocurren en secuencia (uno después del otro) o de forma simultánea. El resultado final depende de una serie de pasos obligatorios.

---**Definición:** Si un evento A puede ocurrir de n maneras y, para cada una de estas, un evento B puede ocurrir de n maneras, entonces el número total de formas en que pueden ocurrir A **y** B es:

$$N=m \times n$$

El Concepto de Factorial (!)

El factorial de un número n (escrito como $n!$) es el producto de todos los números enteros positivos desde 1 hasta n .

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

Ejemplo: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.

Nota: Por definición matemática, $0!=1$.

Permutación

Donde el orden de los factores importa.

1---Permutaciones de todos los elementos (Lineal)-----

Si tienes n objetos y quieres saber de cuántas formas puedes ordenarlos a todos.

Fórmula:

$$P_n = n!$$

Ejemplo: Tienes 3 libros en una repisa. ¿De cuántas formas los puedes acomodar?

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ formas.}$$

2---Permutación Circular-----

Si tienes n objetos y los lugares no cuentan con un punto de referencia inicial como en un círculo c , las Permutaciones aunque cambien de posición los objetos respecto al lugar pueden seguir teniendo el mismo orden, en ese caso.

Fórmula:

$$P_c = (n-1)!$$

Se resta 1 porque se debe **fijar** un elemento como punto de referencia para romper la simetría de rotación, permitiendo que el resto se ordene respecto a él.

Conclusión: En matemáticas, solo usamos $(n-1)!$ cuando el círculo existe en un vacío o espacio infinito donde no hay nada que nos diga dónde empieza la vuelta. De lo contrario existiendo un punto de referencia externo, como una ventana etiquetando una silla de una mesa circular, se comportaría como una Permutación lineal.

((((Nota para las Formulas: n = Poblacion total y r = Muestra))))

3---Permutaciones de r elementos tomados de un conjunto de n -----

Cuando tienes un grupo grande (n), pero solo vas a elegir y ordenar a unos cuantos (r).

Fórmula:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Ejemplo: En una carrera de 10 científicos, solo hay trofeos para el 1er, 2do y 3er lugar. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios? Aquí $n=10$ y $r=3$.

$$P(10, 3) = \frac{10!}{(10 - 3)!} = \frac{10!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720 \text{ formas.}$$

3---Permutaciones con Repetición-----

Es la variación de Permutación que nos obliga a "limpiar" excesos de conteo.

Cuando tienes un total de n elementos, donde un elemento se repite a veces, otro b veces, y así sucesivamente.

Fórmula:

$$P = \frac{n!}{a! \times b! \times c! \dots}$$

$n!$: Es el total de formas en que podrías ordenar los objetos si todos fueran diferentes (el "total teórico").

$a!, b!, c!$: Son los factoriales de las repeticiones. Al dividir por ellos, estás "cancelando" el orden interno de esos objetos que son iguales.

Combinaciones

Donde el Orden de los factores no importa.

Combinación sin repetición (Ordinarias)-----

Es el tipo más común, tienes un conjunto de elementos distintos y eliges algunos sin que se puedan repetir y sin que importe el orden.

Regla de oro: Cada elemento del conjunto original puede aparecer **máximo una vez** en tu selección.

Fórmula:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

Combinación con repetición-----

Se usan cuando puedes elegir el mismo elemento más de una vez, pero el orden sigue sin importar.

Regla de oro: Puedes elegir un elemento, y volverlo a elegir.

Fórmula:

$$CR(n, r) = \binom{n + r - 1}{r} = \frac{(n + r - 1)!}{r!(n - 1)!}$$

Probabilidad Simple

Es simplemente la razón entre el número de maneras en que puede ocurrir del modo deseado y el número total de posibilidades.

Regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de casos totales}}$$

Probabilidad Condicional

la probabilidad condicional es una probabilidad simple aplicada a un subconjunto que ahora es tu nuevo universo.

En un Universo (10 pelotas) donde se es dividido por varias condiciones, como 6 pelotas azules y 4 rojas, estas representan dos conjuntos, pelotas rojas y pelotas azules, pero al mismo tiempo están numeradas del 1 al 10 aleatoriamente, representando así varios subconjuntos a la vez.

La Probabilidad Condicional nos permite saber si de tal conjunto qué probabilidad tiene un elemento de cumplir otra condición adicional, de sacar una pelota azul que probabilidad abra de ser par? En resumen es una probabilidad Simple pero del subconjunto que deseamos dentro de el conjunto Universo.



La probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra un evento A, **dado que** ya sabemos que ocurrió otro evento B.

Fórmula:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

De no ser tan evidente usamos la formula:

$$\frac{\text{NumPar } 2}{\text{NumTtl } 10} = \frac{2}{10} = \frac{2}{10} = 0.2 = 20\%$$
$$\frac{\text{NumAzl } 6}{\text{NumTtl } 10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0.6 = 60\%$$

Aquí es simple, solo tenemos que fijarnos en el total de las esferas azules (6), y la cantidad de pares que hay en este subconjunto (2) después aplicamos la Regla de Laplace **dentro del subconjunto azul**

$$\frac{\text{NumPar } 2}{\text{NumAzl } 6} = \frac{2}{6} = 0.333 = 33.33\%$$