

Fisica 2 (Teoria dei Circuiti)

Esperienza 3

Studenti: Angelo Perotti, Mattia Zagatti, Mattia Dolci

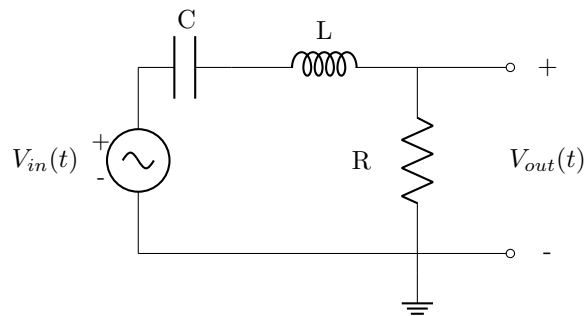
1 Introduzione

In questa esperienza viene analizzato il comportamento del circuito passa banda RLC, osservando il suo andamento prima nel dominio della frequenza attraverso lo sviluppo dei diagrammi di Bode e poi in quello del tempo.

2 Materiale utilizzato

- **Componenti elettronici:** resistori (1 k Ω , 10 k Ω), capacitori (1nF (10nF, 100nF), decade di induttanze, breadboard.
- **Strumenti di misura:** generatore di forme d'onda, oscilloscopio
- **Cavi:** cavi bnc, cavi banana-banana, cavi jumper.

3 Circuito utilizzato



4 Esercizio 1

In questo esercizio lo scopo è quello di analizzare il circuito nel dominio della frequenza, realizzando i relativi diagrammi di Bode del modulo e della fase al variare della resistenza presente nel circuito. Esso è alimentato da un segnale sinusoidale di ampiezza picco-picco pari a 5 V e offset 0 V, ottenuto mediante un generatore di segnali collegato opportunamente alla breadboard mediante gli appositi doppietti. Gli altri componenti sono un resistore di valore 10 k Ω nel primo caso e 1 k Ω nel secondo, un condensatore di 10 nF e un induttore di 500 mH. Questo valore di induttanza è stato introdotto all'interno del circuito non attraverso il classico bipolo ma con una decade di induttanza, regolando la manopola relativa all'ordine di grandezza appropriato.

4.1 R= 10k Ω

I diagrammi di Bode (Figura 1) sono stati realizzati utilizzando i dati raccolti in laboratorio (Figura 2), facendo attenzione allo sfasamento tra i due segnali ed effettuando la seguente conversione:

$$\Delta\phi[rad] = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$$

Come è possibile notare, i risultati ottenuti sono coerenti con il comportamento passa-banda del circuito, secondo il quale si ha un guadagno massimo($G = \frac{A_{out}}{A_{in}}$) in corrispondenza della frequenza di risonanza, mentre il segnale di uscita viene particolarmente attenuato a frequenze maggiori rispetto a $10 f_0$ e inferiori rispetto a $0.1 f_0$.

Utilizzando un valore di R pari a 10 k Ω , le misure sono state effettuate variando il valore di frequenza del segnale in ingresso da un minimo di 1 Hz a un massimo di 10 kHz.

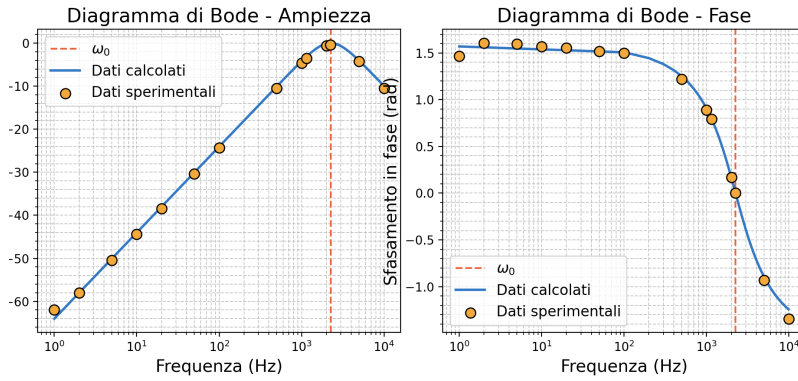


Figure 1: Diagrammi di bode

Oltre a queste 13 misure, vengono considerate altre tre frequenze: i due valori corrispondenti ad un guadagno di -3 dB rispetto al suo massimo e la frequenza di risonanza. Le prime sono state ottenute calcolando il guadagno a -3 dB, ottenuto considerando il valore massimo di ampiezza del segnale di uscita misurato ai capi del resistore (4.77 V) diviso la radice di 2:

$$A_{dB} = \frac{A_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{4,77V}{\sqrt{2}} = 3,37V$$

Successivamente, si regola la frequenza dal generatore di segnali fino a quando non si ottiene un valore di tensione paragonabile, in questo caso $f_1 = 1.15 \text{ kHz}$ e $f_2 = 4.5 \text{ kHz}$. Per quanto riguarda la frequenza di risonanza, essa è stata ricavata considerando prima il valore della pulsazione in questione e poi dividendo per 2π :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 14142 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2.25 \text{ kHz}$$

Per misurare l'ampiezza e lo sfasamento sull'oscilloscopio sono stati utilizzati gli appositi cursori, variando opportunamente la scala dei tempi e dell'ampiezza.

f	Δ	A_{ing}	A_{usc}
1Hz	84°	5V	4mV
1,15KHz	45,3°	5V	3,34V
2Hz	92°	5V	6,25mV
4,5V	47°	5V	3,38V
5Hz	91,4°	5V	15,73mV
10Hz	89,8°	5V	30,4mV
20Hz	89°	5V	60,55mV
50Hz	87°	5V	152mv
100Hz	86°	5V	304,2mV
200Hz	81°	5V	602,5mV
500Hz	70°	5V	1,5V
1KHz	51°	5V	2,93V
2KHz	9,8°	5V	4,69V
2,25Khz	0°	5V	4,77V
5Khz	-53,4°	5V	3,07V
10Khz	-77°	5V	1,5V
50KHz	-	5V	-

Figure 2: RLC con resistenza 10kΩ

4.2 R= 1kΩ

f	Δ	A_{ing}	A_{usc}
1Hz	-	5V	-
2Hz	-	5V	-
2,03Hz	45°	5V	2,4V
2,48Hz	46°	5V	2,37V
5Hz	-	5V	-
10Hz	88°	5V	3,3mV
20Hz	89°	5V	6,3mV
50Hz	90°	5V	15,3mv
100Hz	89°	5V	36,6mV
200Hz	88°	5V	61mV
500Hz	86,7°	5V	161mV
1KHz	83°	5V	373mV
2KHz	49,7°	5V	2,23V
5Khz	-85°	5V	383mV
10Khz	-88,6°	5V	155mV
50KHz	-	5V	-

Figure 3: RLC con resistenza 1kΩ

In questo caso vengono ripetute le misure precedenti modificando il valore di R, andando perciò a variare il valore di tensione massima e di conseguenza le frequenze corrispondenti ad un valore di ampiezza inferiore di 3 dB rispetto a quello massimo, mentre la frequenza di risonanza rimane invariata in quanto i valori di capacità e induttanza sono invariati. Le misure a 1 e 2 Hz non sono state effettuate in quanto il segnale di uscita in quel punto era molto attenuato e non era quindi osservabile all'oscilloscopio.

$$A_{3dB} = \frac{3.37V}{\sqrt{2}} = 2.38V$$

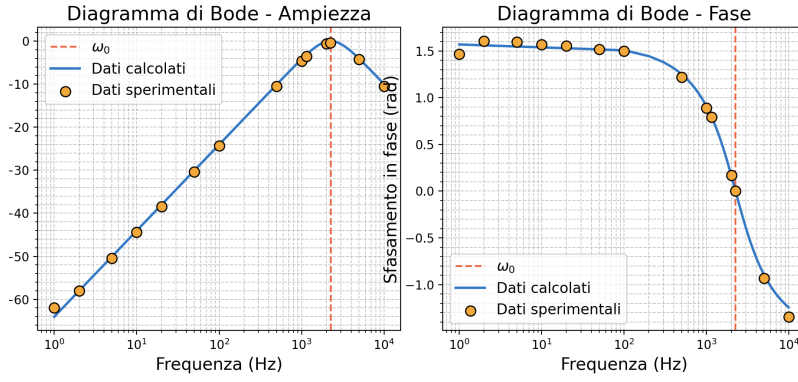
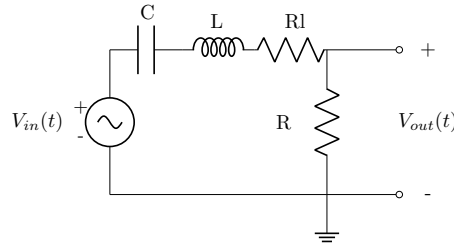


Figure 4: Diagrammi di Bode

Rispetto al caso precedente si nota come i valori di tensione misurati non rispecchiano perfettamente quelli attesi, in particolar modo il valore massimo del segnale in uscita (3.37 V) è decisamente inferiore rispetto a quello misurato con $R = 10 \text{ k}\Omega$ (4.77 V), e di conseguenza anche i valori relativi allo sfasamento. Ciò è causato dal fatto che, avendo in questo caso un valore di resistenza più basso, esso è paragonabile al valore della resistenza parassita presente in serie all'induttore a causa del suo comportamento reale:



Per stimare il suo valore, si considera un guadagno unitario del circuito ponendo a 0 i valori di capacità e di induttanza in modo da ottenere come unico elemento la serie tra il resistore R e la resistenza parassita R_L . Così facendo è possibile trovare il valore di tensione ai capi di R_L attraverso la legge di Kirchhoff delle maglie e successivamente la resistenza mediante la legge di Ohm ($V_{in} = 5\text{V}$, $V_{out} = 3.37\text{V}$):

$$V_{R_L} = V_{in} - V_{out} = (5 - 3.37)\text{V} = 1.63\text{V}$$

$$I = \frac{V_{out}}{R} = 3.37\text{mA}$$

$$R_L = \frac{V_{R_L}}{I} = 484\Omega$$

In questa esperienza dunque è stato appreso il concetto di resistenza parassita, che oltre a caratterizzare strumenti come oscilloscopi e multimetri, è caratteristica di qualsiasi oggetto presente nella realtà in quanto essi non rispettano le caratteristiche ideali secondo le quali solo i resistori offrono un valore di resistenza nel circuito.

5 Esercizio 2

Il secondo esercizio richiedeva di verificare il funzionamento del circuito RLC utilizzando come ingresso una forma d'onda quadra di frequenza 10Hz e tensione picco=picco di $V_{in}^{pp} = 2.5\text{V}$, con offset $V_{in}^{of} = 1.25\text{V}$, con varie combinazioni di R , L e C . La risposta del circuito dipende dalla frequenza naturale del sistema, ossia la frequenza alla quale il circuito tenderebbe a oscillare se fosse lasciato libero, senza influenze esterne. Questa frequenza dipende dai valori di L (induttore) e C (condensatore) secondo la relazione:

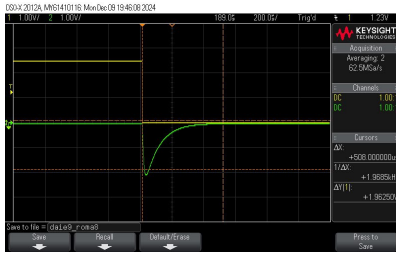
$$f_0 = \frac{1}{(2\pi\sqrt{LC})}$$

A questa frequenza, l'energia si scambia tra l'induttore (energia magnetica) e il condensatore (energia elettrica). Il valore di R , invece, introduce uno smorzamento che influisce sull'ampiezza delle oscillazioni nel tempo e modifica leggermente la

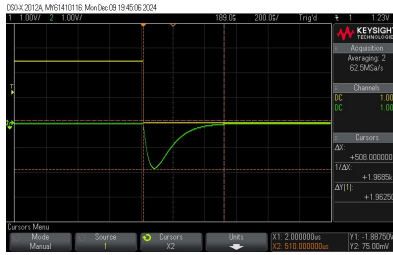
frequenza effettiva delle oscillazioni, chiamata frequenza di oscillazione smorzata (f_d). Il comportamento del circuito varia quindi come segue:

- **Per valori crescenti di L :** un induttore più grande rallenta gli scambi energetici, riducendo la frequenza naturale f_0 . Questo rende il circuito più lento a rispondere, con oscillazioni che avvengono a frequenze più basse.
- **Per valori crescenti di C :** un condensatore più grande consente di accumulare più carica, riducendo anch'esso la frequenza naturale f_0 . Un CC elevato rende il circuito più dominato dalla reattanza capacitiva.
- **Per valori crescenti di R :** il valore della resistenza determina il grado di smorzamento del sistema. Se R è basso, il circuito risponde in modo oscillatorio (regime sotto-smorzato), con oscillazioni persistenti ma a poco a poco attenuate. Al contrario, se R è alto, il circuito diventa sovra-smorzato e la risposta non mostra oscillazioni ma solo un lento ritorno all'equilibrio.

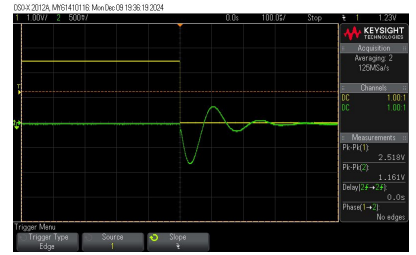
In generale, il circuito RLC serie può essere visto come un sistema in grado di oscillare con caratteristiche determinate da L e C , mentre R controlla l'attenuazione e la durata delle oscillazioni. Quando la resistenza è moderata, il circuito è **sotto-smorzato**, e le oscillazioni si verificano a una certa pulsazione ω_d . La frequenza smorzata $f_d = \omega_d/(2\pi)$ è leggermente inferiore a quella naturale f_0 , ma per valori di R non troppo elevati, questa differenza è trascurabile.



$$R = 10k\Omega, L = 500mH, C = 1nF$$



$$R = 10k\Omega, L = 500mH, C = 10nF$$



$$R = 10k\Omega, L = 100mH, C = 10nF$$

Per il calcolo della frequenza di oscillazione nel primo caso si considera il periodo del segnale in questione, ottenuto spostando opportunamente gli appositi cursori dell'oscilloscopio, infine da esso si ricava il rispettivo valore di frequenza:

$$T = 0.143ms \quad f = \frac{1}{T} = 7kHz$$

Successivamente, si confronta il valore di frequenza ottenuto sperimentalmente con quello ottenuto mediante le formule viste in precedenza e si nota come i due risultati coincidono:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4472130f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 7.12kHz$$

In questa seconda esperienza è stato visto come, mettendo in ingresso un segnale ad onda quadra, il valore di uscita cambia variando resistenza, capacità e induttanza all'interno del circuito. In particolare, nel caso sotto-smorzato l'uscita è di tipo sinusoidale, mentre nel caso criticamente smorzato è di tipo esponenziale.