Fisica 2: teoria dei circuiti

1 Circuito Concentrato

Per definizione è una interconnessione di elementi concentrati.

Elementi Concentrati

- Elementi con dimensioni fisiche trascurabili.
- Direzioni di riferimento associate.

KCL - Legge di Kirchhoff delle Correnti

Per qualsiasi circuito elettrico concentrato, ed in ogni istante, la somma algebrica di tutte le correnti di lato che lasciano il nodo è zero.

KVL - Legge di Kirchhoff delle Tensioni

Per qualsiasi circuito elettrico concentrato, per ogni sua maglia, in ogni istante, la somma algebrica delle tensioni di lato è zero.

2 Resistori

L'unico resistore considerato è quello che soddisfa la legge di Ohm: la tensione ai capi del resistore è proporzionale alla corrente che fluisce in esso.

Un elemento a due morsetti viene chiamato **resistore** se in qualsiasi istante t la sua tensione $v(t)$ e la sua corrente $i(t)$ soddisfano una relazione definita da una curva nel piano v-i. Questa curva è chiamata **caratteristica del resistore** all'istante t.

Il resistore comunemente usato è **tempo invariante**. Un resistore è detto **tempo variante** se la sua caratteristica varia col tempo.

Concetto chiave: esiste una relazione tra il valore istantaneo della tensione ed il valore istantaneo della corrente.

Ogni resistore può essere classificato in 4 modi:

- **Lineare**: un resistore è detto lineare se la sua caratteristica è in ogni istante una linea retta passante per l'origine.
- **Non lineare**: un resistore che non rispetta il criterio di linearità.
- **Tempo variante**
- **Tempo invariante**

Resistore Lineare Tempo Invariante (LTI)

Per definizione ha una caratteristica che non varia nel tempo ed è anche una linea retta che passa per l'origine.

Può essere perfettamente descritto con la legge di Ohm:

$$v(t) = Ri(t) \qquad i(t) = Gv(t)$$

dove $R = \frac{1}{G}$. R e G sono costanti che non dipendono da i, v e t. R è chiamato **resistenza** e G **conduttanza**.

Un resistore LTI è un resistore che soddisfa la legge di Ohm come indicato sopra.

Tipi speciali di resistore LTI

- **Circuito aperto**: un elemento a due morsetti è detto circuito aperto se ha una corrente di lato identicamente nulla per qualsiasi tensione di lato.
  $R = \infty, \quad G = 0$
- **Cortocircuito**: un elemento a due morsetti è detto cortocircuito se ha una tensione di lato identicamente nulla per qualsiasi corrente di lato.
  $R = 0, \quad G = \infty$

Resistore Lineare Tempo Variante

$$v(t) = R(t)i(t) \qquad i(t) = G(t)v(t)$$

Dove $R(t) = \frac{1}{G(t)}$. Soddisfa alla proprietà lineare ma cambia con il tempo.

Resistore Non Lineare

Esempio: **diodo al germanio** (figura 1.8).

Un resistore non ideale può essere controllato sia in tensione sia in corrente.

Possiamo caratterizzare tale resistore o con:

$$i = f(v) \qquad \text{oppure} \qquad v = g(i) = f^{-1}(i)$$

dove g è la funzione inversa di f.

In analisi di circuiti con resistori non lineari spesso viene usato il metodo di **approssimazione lineare a tratti**. In questa approssimazione le caratteristiche non lineari sono approssimate da segmenti di retta.

Un modello molto usato nell'approssimazione lineare a tratti è il **diodo ideale**.

Un resistore a due morsetti non lineare è chiamato **diodo ideale** se la sua caratteristica nel piano v-i consiste di due segmenti di retta: uno sull'asse negativo delle tensioni v, e uno sull'asse positivo delle correnti i.

- Se $v < 0 \Rightarrow i = 0$: per tensioni negative il diodo si comporta come un circuito aperto.
- Se $i > 0 \Rightarrow v = 0$: per correnti positive il diodo si comporta come un cortocircuito.

Proprietà del resistore lineare: Bilateralità Un resistore è **bilaterale** se la sua caratteristica è una curva simmetrica rispetto all'origine. Ogni volta che il punto (v, i) è sulla caratteristica, anche il punto $(-v, -i)$ lo è.

Tutti i resistori lineari sono bilaterali, ma la maggior parte dei resistori non lineari non lo sono.

Per un elemento bilaterale non è importante tenere presenti i due morsetti dell'elemento: può essere collegato al circuito in entrambi i modi.

Per un elemento non bilaterale, come il diodo, è importante conoscere esattamente la convenzione sui morsetti.

3 Generatori Indipendenti

Generatore di Tensione Indipendente

Un elemento a due morsetti è detto generatore di tensione indipendente se mantiene una data tensione $v_s(t)$ stabilita ai morsetti del circuito al quale è collegato.

Qualsiasi sia la corrente $i(t)$ che passa nei morsetti, la tensione $v(t)$ rimane costante.

Spesso è conveniente usare direzioni di riferimento per la tensione e la corrente di lato di un generatore indipendente opposte rispetto alle direzioni di riferimento associate. Così il prodotto $v_s(t)i(t)$ rappresenta la potenza erogata dal generatore al circuito arbitrario al quale è collegato.

Per definizione, un generatore di tensione ha una caratteristica all'istante t che è una linea retta parallela all'asse i, con ordinata $v_s(t)$ nel piano i-v.

Un generatore di tensione può essere considerato come un resistore non lineare, perché quando $v_s(t) \neq 0$, la linea retta non passa per l'origine. È un resistore non lineare controllato in corrente, perché ad ogni valore della corrente corrisponde un'unica tensione.

Se la tensione $v_s(t)$ di un generatore di tensione è identicamente nulla, allora il generatore di tensione è a tutti gli effetti un cortocircuito.

Nel mondo fisico non esiste nulla di simile ad un generatore di tensione indipendente ideale.

Generatore di Corrente Indipendente

Un elemento a due morsetti è detto generatore di corrente indipendente se mantiene una data corrente $i_s(t)$ nel circuito al quale è collegato.

Qualsiasi sia la tensione ai morsetti, la corrente sarà sempre $i_s(t)$.

All'istante t, la caratteristica di un generatore di corrente è una linea verticale di ascissa $i_s(t)$.

Un generatore di corrente può essere considerato un resistore non lineare tempo variante controllato in tensione.

Se $i_s = 0$, il generatore di corrente è un circuito aperto. In questo caso, la caratteristica coincide con l'asse delle tensioni v, e la corrente che attraversa il dispositivo è zero qualunque sia la tensione ai suoi capi.

4 Circuiti Equivalenti di Thevenin e Norton

Il collegamento in serie di un generatore di tensione con un resistore R_s lineare tempo invariante (figura 2.7a) è detto **circuito equivalente di Thevenin**.

Il collegamento in parallelo di un generatore di corrente con un resistore R_s lineare tempo invariante (figura 2.7b) è detto **circuito equivalente di Norton**.

5 Forme d'Onda e Simbologia Relativa

Per descrivere completamente un generatore di tensione v_s o un generatore di corrente i_s occorre specificare la funzione completa del tempo, cioè $v_s(t)$ per ogni t o $i_s(t)$ per ogni t.

Per definire un generatore occorre quindi una completa tabulazione della funzione $v_s(t)$, oppure una regola che permetta di calcolare $v_s(t)$ per qualsiasi t.

L'intera funzione $v_s(t)$ è detta **forma d'onda** del generatore.

Alcune Forme d'Onda Tipiche

- **Costante**: la più semplice forma d'onda. Descritta da:

$$f(t) = K \qquad \text{per ogni } t, \text{ dove } K \text{ è una costante.}$$

- **Sinusoide**: per rappresentare una forma d'onda sinusoidale usiamo la formula tradizionale:

$$f(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

  dove:

  - A è l'ampiezza
  - ω è la frequenza
  - ϕ è la fase

- **gradino unitario**: la funzione gradino unitario e' denominata u(.) ed e' definita da

$$u(t) = \begin{cases} 0 \ \ per \ \ t < 0 \\ 1 \ \ per \ \ t > 0 \end{cases}$$

  ed il suo valore all'istante t=0 puo' essere considerato 0, 1/2, o 1. Cio' pero' non ha importanza Comunque quando si usano le trasformate di Fourier o di Laplace, si preferisce u(0)=1/2. Si supponga di dover ritardare un gradino unitario di t_0 secondi. La forma d'onda risultante ha $u(t - t_0)$ come ordinata all'istante t

  - per $t < t_0 \longrightarrow$ argomento e' negativo, quindi l'ordinata e' zero per $t > t_0 \longrightarrow$ argomento e' positivo, quindi l'ordinata e' uguale a 1

- **impulso di durata finita**: si dovra' usare spesso un impulso rettangolare, A questo scopo si definisce la funzione impulso di durata finita $p_\Delta(t)$

$$p_\Delta(t) = \begin{cases} 0 \ \ t < 0 \\ \dfrac{1}{\Delta} \ \ 0 < t < \Delta \\ 0 \ \ \Delta < t \end{cases}$$