

# Fisica 2

Angelo Perotti

## 1 Definizioni - Sistemi Lineari e Tempo Invarianti

### 1.1 Circuiti e Parametri

#### 1.1.1 Circuiti a Parametri Concentrati

Sistemi (elettronici) dove i singoli elementi circuitali possono essere considerati come delle singolarità puntuali, dove le loro dimensioni sono molto minori rispetto alle lunghezze d'onda tipiche dei segnali elettrici che interessano il circuito in esame.

#### 1.1.2 Circuiti a Parametri Distribuiti

Circuiti dove le dimensioni degli elementi circuitali sono comparabili con le lunghezze d'onda tipiche dei segnali in gioco (ad esempio le guide d'onda).

### 1.2 Leggi di Kirchhoff

#### 1.2.1 Nodo

Punto dove abbiamo l'unione di almeno due terminali di elementi circuitali diversi.

#### 1.2.2 Legge di Kirchhoff delle Correnti (KCL)

Per ogni circuito a parametri concentrati, per ogni nodo dove convergono  $q$  elementi, a qualsiasi tempo, la somma algebrica delle singole correnti che fluiscono attraverso i componenti è nulla:

$$\sum_i I_{N_i} = 0$$

#### 1.2.3 Maglia (o Anello)

Percorso chiuso formato da più elementi circuitali (o lati) uniti da nodi dove il nodo di partenza e di fine coincidono.

#### 1.2.4 Legge di Kirchhoff delle Tensioni (KVL)

Per ogni circuito a parametri concentrati, per una maglia costituita da  $m$  lati, a qualsiasi tempo, la somma algebrica delle singole tensioni di lato è nulla:

$$\sum_i V_{N_i} = 0$$

### 1.3 Elementi Circuitali

#### 1.3.1 Resistori Lineari e Tempo Invarianti

Elemento circuitale dove la relazione che lega la corrente  $I_R(t)$  alla tensione  $V_R(t)$  è lineare e la resistenza  $R$  è indipendente dal tempo:

$$I_R(t) = \frac{1}{R} V_R(t)$$

### 1.3.2 Capacitori Lineari e Tempo Invarianti

Elemento circuitale dove la relazione che lega la carica immagazzinata  $Q_C(t)$  alla tensione  $V_C(t)$  è lineare e la capacità  $C$  è indipendente dal tempo:

$$Q_C(t) = CV_C(t)$$

L'equazione caratteristica è:

$$I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

### 1.3.3 Induttori Lineari e Tempo Invarianti

Elemento circuitale dove la relazione che lega il flusso del campo magnetico  $\Phi_L(t)$  alla corrente  $I_L(t)$  è lineare e l'induttanza  $L$  è indipendente dal tempo:

$$\Phi_L(t) = LI_L(t)$$

L'equazione caratteristica è:

$$V_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt}$$

### 1.3.4 Generatore di Tensione Ideale

Elemento circuitale a due terminali che mantiene ai capi dei suoi terminali una differenza di potenziale costante indipendentemente dalla corrente che fluisce attraverso i suoi terminali.

### 1.3.5 Generatore di Corrente Ideale

Elemento circuitale a due terminali che mantiene un flusso di corrente costante attraverso i suoi terminali indipendentemente dalla tensione di lato ai capi dei suoi terminali.

## 1.4 Teoremi Fondamentali

### 1.4.1 Teorema di Thévenin

Qualsiasi circuito a due morsetti costituito da resistori lineari e generatori indipendenti è equivalente a un circuito costituito da un generatore di tensione indipendente con una resistenza posta in serie.

### 1.4.2 Teorema di Norton

Qualsiasi circuito a due morsetti costituito da resistori lineari e generatori indipendenti è equivalente a un circuito costituito da un generatore di corrente indipendente con una resistenza posta in parallelo.

## 1.5 Bipoli e Energia

### 1.5.1 Bipolo (Elemento Circuitale ad Una Porta)

Elemento circuitale a due morsetti o terminali.

### 1.5.2 Potenza Istantanea

Per un bipolo, la potenza istantanea dissipata è:

$$P(t) = I(t) \cdot V(t)$$

### 1.5.3 Energia Immagazzinata in un Capacitore

$$E = \frac{1}{2} CV^2$$

#### 1.5.4 Energia Immagazzinata in un Induttore

$$E = \frac{1}{2}LI^2$$

#### 1.5.5 Componenti Passivi

Resistori, capacitori ed induttori sono componenti passivi poiché possono solo dissipare o immagazzinare energia, ma non possono fornire una quantità netta di energia all'esterno.

### 1.6 Analisi dei Circuiti

#### 1.6.1 Variabile di Rete

Quantità fisica (potenziale, tensione di lato o corrente che fluisce attraverso un elemento circuitale) associata alla rete che stiamo studiando.

#### 1.6.2 Risposta

Comportamento di una variabile di rete a cui siamo interessati in funzione del tempo.

#### 1.6.3 Risposta con Ingresso Zero

Risposta di una variabile di rete di un circuito dovuta all'energia immagazzinata all'interno degli elementi circuitali che costituiscono la rete stessa. Non è dovuta ad alcun ingresso generato da generatori.

#### 1.6.4 Risposta con Stato Zero

Risposta di una variabile di rete di un circuito dovuta a uno o più ingressi applicati a partire da un certo istante temporale  $t_0$  con la condizione che non vi sia energia immagazzinata all'interno degli elementi circuitali nell'istante  $t_0$ .

#### 1.6.5 Risposta Completa

La risposta completa di una variabile di rete di un circuito è la somma della risposta con ingresso zero e della risposta con stato zero.

### 1.7 Classificazione dei Circuiti

#### 1.7.1 Circuito Lineare e Tempo Invariante (LTI)

Circuito costituito da componenti passivi lineari e tempo invarianti e generatori indipendenti.

#### 1.7.2 Circuito del Primo Ordine

Circuito costituito da più di un elemento passivo dove il suo comportamento può essere descritto mediante un'equazione differenziale del primo ordine.

#### 1.7.3 Circuito del Secondo Ordine

Circuito costituito da più di un elemento passivo dove il suo comportamento può essere descritto mediante un'equazione differenziale del secondo ordine.

### 1.8 Costanti Caratteristiche

#### 1.8.1 Costante di Tempo (Circuito RL)

$$\tau = \frac{L}{R}$$

### 1.8.2 Costante di Tempo (Circuito RC)

$$\tau = RC$$

### 1.8.3 Parametri del Secondo Ordine

- $\alpha = \frac{1}{2RC}$  (fattore di smorzamento)
- $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (pulsazione naturale)
- $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$  (pulsazione smorzata)

## 1.9 Tipi di Risposta (Secondo Ordine)

### 1.9.1 Caso Sovrasmorzato

Quando  $\alpha^2 - \omega_0^2 > 0$ : le radici caratteristiche sono reali, distinte e negative. La soluzione è somma di due esponenziali decrescenti.

### 1.9.2 Caso Sottosmorzato

Quando  $\alpha^2 - \omega_0^2 < 0$  e  $\alpha^2 > 0$ : le radici caratteristiche sono complesse coniugate. La soluzione è una cosinusoide smorzata esponenzialmente.

### 1.9.3 Caso Senza Perdite

Quando  $\alpha^2 = 0$ : le radici caratteristiche sono puramente immaginarie. La soluzione è una cosinusoide pura (senza smorzamento).

### 1.9.4 Caso Criticamente Smorzato

Quando  $\alpha^2 - \omega_0^2 = 0$  e  $\alpha^2 > 0$ : radice caratteristica doppia, reale e negativa. La soluzione ha forma  $(k_1 t + k_2)e^{-\alpha t}$ .

## 1.10 Funzioni e Operatori Speciali

### 1.10.1 Funzione a Gradino di Heaviside $\theta(t)$

Funzione definita come:

- $\theta(t) = 0$  per  $t < 0$
- $\theta(t) = 1$  per  $t \geq 0$

### 1.10.2 Distribuzione Delta di Dirac $\delta(t)$

Distribuzione definita dalla proprietà:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \cdot \delta(x) dx = \psi(0)$$

### 1.10.3 Operatore Risposta con Stato Zero $Z_0$

Operatore che restituisce il valore di una variabile di rete in funzione dell'ingresso applicato al circuito.

### 1.10.4 Operatore Traslazione Temporale $\mathcal{T}_{\Delta t}$

Operatore che trasla temporalmente una funzione:  $\mathcal{T}_{\Delta t}(f(t)) = f(t - \Delta t)$

## 1.11 Risposte Caratteristiche

### 1.11.1 Risposta al Gradino $g(t)$ Risposta al Gradino $g(t)$

Risposta con stato zero di un sistema LTI a un ingresso a gradino di Heaviside.

### 1.11.2 Risposta Impulsiva $h(t)$ Risposta Impulsiva $h(t)$

Risposta con stato zero di un sistema LTI a un impulso (Delta di Dirac). È la derivata della risposta al gradino:

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt}$$

### 1.11.3 Regime Transitorio

Parte della risposta che dipende dal tempo e tende a zero per  $t \gg \tau$  (termine con esponenziale decrescente).

### 1.11.4 Regime Permanente

Parte della risposta diversa da zero per  $t \gg \tau$  (valore asintotico della risposta).

## 1.12 Principi Fondamentali

### 1.12.1 Principio di Sovrapposizione

Dato un sistema lineare, la risposta del sistema dovuta a tutti gli ingressi applicati è equivalente alla somma di tutte le risposte dovute ai singoli ingressi valutati uno alla volta.

### 1.12.2 Proprietà di Linearità

Per un sistema lineare, dati due ingressi  $x(t)$  e  $x'(t)$  e due costanti  $a$  e  $b$ :

$$\mathcal{Z}_0(a \cdot x(t) + b \cdot x'(t)) = a \cdot \mathcal{Z}_0(x(t)) + b \cdot \mathcal{Z}_0(x'(t))$$

### 1.12.3 Proprietà di Tempo Invarianza

Per un sistema tempo invariante, la risposta e l'operatore traslazione temporale commutano:

$$\mathcal{Z}_0(\mathcal{T}_{\Delta t}(I_s(t))) = \mathcal{T}_{\Delta t}(\mathcal{Z}_0(I_s(t)))$$

## 1.13 Prodotto di Convoluzione

### 1.13.1 Definizione

La risposta  $y(t)$  di un sistema LTI a un ingresso arbitrario  $x(t)$  è data dal prodotto di convoluzione tra l'ingresso e la risposta impulsiva:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t-t')dt'$$

Per sistemi causali:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(t')h(t-t')dt' = \int_0^{\infty} x(t-t')h(t')dt'$$

## 1.14 Frequenze Naturali

### 1.14.1 Radici Caratteristiche (Frequenze Naturali)

Radici  $x_{1,2}$  del polinomio caratteristico associato all'equazione differenziale omogenea a coefficienti costanti:

$$x_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

### 1.14.2 Sistema Causale

Sistema la cui risposta al tempo  $t$  non dipende dai valori dell'ingresso a tempi  $t' > t$ .

## 2 Definizioni - Metodo Simbolico e Analisi delle Reti

### 2.1 1. Impedenza

**Impedenza** (o auto impedenza): rapporto fra il fasore della tensione  $V$  e il fasore della corrente  $I$ :

$$Z = V/I$$

L'impedenza dipende dalla frequenza ed è una quantità complessa.

#### 2.1.1 Relazioni per l'impedenza:

- **Modulo:**  $|Z| = |V|/|I|$
- **Fase:**  $\angle Z = \angle V - \angle I$

dove  $\angle Z$ ,  $\angle V$  e  $\angle I$  sono rispettivamente gli argomenti delle quantità complesse  $Z$ ,  $V$  e  $I$ .

### 2.2 2. Ammettenza

**Ammettenza:** rapporto tra il fasore della corrente e della tensione:

$$Y = I/V$$

#### 2.2.1 Relazioni per l'ammettenza:

- **Modulo:**  $|Y| = |I|/|V|$
- **Fase:**  $\angle Y = \angle I - \angle V$
- **Relazione con impedenza:**  $Y = 1/Z$ , quindi  $|Y| = 1/|Z|$  e  $\angle Y = -\angle Z$

### 2.3 3. Impedenze dei Componenti

#### 2.3.1 Resistore $R$ :

- **Impedenza:**  $Z_R = R$
- **Relazione:**  $I = R^{-1}V$

#### 2.3.2 Capacitore $C$ :

- **Impedenza:**  $Z_C = 1/(jC)$
- **Relazione:**  $I = jCV$

#### 2.3.3 Induttore $L$ :

- **Impedenza:**  $Z_L = jL$
- **Relazione:**  $I = V/(jL)$

## 2.4 4. Impedenze Equivalenti

### 2.4.1 Serie:

**Impedenza equivalente per bipoli in serie:**

$$Z_{eq} = (i=1 \text{ to } n) Z_i$$

### 2.4.2 Parallelo:

**Impedenza equivalente per bipoli in parallelo:**

$$Z_{eq}^{-1} = (i=1 \text{ to } n) Z_i^{-1}$$

ovvero:

$$Y_{eq} = (i=1 \text{ to } n) Y_i$$

## 2.5 5. Variabile di Rete

**Variabile di rete:** la tensione o corrente che si vuole calcolare in un circuito. Nel contesto del documento, è l'uscita del circuito (ad esempio  $V_{out}$ ).

## 2.6 6. Funzione di Trasferimento

**Funzione di rete o funzione di trasferimento  $H()$ :** funzione complessa data dal rapporto tra il fasore della variabile di rete (uscita) e il fasore dell'ingresso:

$$H() = V_{out}/V_{in}$$

La funzione di trasferimento racchiude tutte le informazioni riguardo al comportamento del circuito in regime sinusoidale.

## 2.7 7. Diagramma di Bode

**Diagramma di Bode:** rappresentazione del modulo della funzione di trasferimento e della sua fase in funzione della frequenza angolare (o frequenza).

### 2.7.1 Componenti:

- **Diagramma di ampiezza:** modulo in decibel vs frequenza in scala logaritmica

$$20 \cdot \log|H()| \text{ [dB]}$$

- **Diagramma di fase:** fase vs frequenza in scala logaritmica

## 2.8 8. Punti a -3 dB

**Punti a -3 dB:** punti in cui la funzione di trasferimento perde 3 dB rispetto al suo valore massimo:

$$|H()| = 1/2$$

Questi punti indicano le **frequenze di taglio** dB, parametro utile per la caratterizzazione dei filtri elettronici.

## 2.9 9. Costante di Tempo

**Costante di tempo** : per un circuito RC, definita come:

RC

è una costante reale positiva con unità di misura in secondi [s].

## 2.10 10. Parametri del Circuito RLC

### 2.10.1 Fattore di Qualità:

**Fattore di qualità Q:**

$$Q = R(C/L)$$

### 2.10.2 Frequenza di Risonanza:

**Frequenza di risonanza :**

$$= 1/(LC)$$

## 2.11 11. Larghezza di Banda

**Larghezza di banda** : per un filtro passa-banda, definita come:

$$\text{dB}^1 - \text{dB}^3 = /Q$$

## 2.12 12. Valore Quadratico Medio (RMS)

**Valore quadratico medio** o **valore efficace** (RMS - root mean square value) di una funzione periodica  $x(t)$  di periodo T:

$$X_{\text{RMS}} = [1/T \int_0^T x^2(t) dt]^{(1/2)}$$

### 2.12.1 Per funzioni sinusoidali:

Se  $x(t)$  è sinusoidale con fasore rappresentativo X:

$$X_{\text{RMS}} = |X|/2$$

## 2.13 13. Tipi di Filtri

### 2.13.1 Filtro Passa-Basso:

Filtro che lascia passare le frequenze “basse” e attenua quelle “alte”:

- $H() \rightarrow 1$  per  $\omega \rightarrow 0$
- $H() \rightarrow 0$  per  $\omega \rightarrow \infty$

### 2.13.2 Filtro Passa-Banda:

Filtro che lascia passare solo un intervallo di frequenze attorno alla frequenza di risonanza:

- $H() \rightarrow 0$  per  $\omega \rightarrow 0$
- $H() = 1$  per  $\omega = \omega_0$
- $H() \rightarrow 0$  per  $\omega \rightarrow \infty$



## 3 Raccolta di Definizioni - Fisica 2 (Teoria dei Circuiti)

### 3.1 Serie di Fourier e Trasformate Integrali

#### 3.1.1 Serie di Fourier

**Definizione:** La serie di Fourier di una funzione  $f(x)$  periodica di periodo  $T = 2\pi$  è definita come una espansione in una serie di funzioni seno e coseno:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(nx)$$

dove  $a_n$  e  $b_n$  sono i coefficienti della serie di Fourier.

#### 3.1.2 Coefficienti di Fourier

**Definizione:** I coefficienti della serie di Fourier sono definiti come:

- $a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cdot \cos(nx) dx$ , per  $n = 0, 1, \dots$
- $b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cdot \sin(nx) dx$ , per  $n = 1, 2, \dots$

#### 3.1.3 Frequenza Fondamentale

**Definizione:** La frequenza fondamentale dell'espansione in serie di Fourier è definita come  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{L}$ , dove  $T$  è il periodo e  $L$  è la semi-lunghezza dell'intervallo.

#### 3.1.4 n-esima Armonica

**Definizione:** I termini  $n$ -esimi della serie  $a_n \cdot \cos(n\omega_0 x) + b_n \cdot \sin(n\omega_0 x)$  sono detti  $n$ -esima armonica della serie di Fourier di  $f(x)$ .

#### 3.1.5 Serie di Fourier Complessa

**Definizione:** La serie di Fourier complessa è una rappresentazione alternativa che utilizza funzioni  $e^{jn\omega_0 x}$ :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 x}$$

dove i coefficienti complessi sono:  $c_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) \cdot e^{-jn\omega_0 x} dx$

#### 3.1.6 Trasformata Integrale

**Definizione:** Una trasformata integrale è un operatore della forma:

$$\tilde{g}(\alpha) = \int_a^b f(x) K(\alpha, x) dx$$

dove  $K(\alpha, x)$  è detto kernel della trasformazione.

#### 3.1.7 Trasformata di Fourier

**Definizione:** Per una funzione  $f(t)$  causale, la trasformata di Fourier è definita come:

$$\tilde{F}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

### 3.1.8 Trasformata di Fourier Inversa

**Definizione:** La trasformata di Fourier inversa (o integrale di Fourier) è:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

### 3.1.9 Densità Spettrale

**Definizione:**  $\tilde{F}(\omega)$  è chiamata densità spettrale di  $f(t)$  ed è caratterizzata da un modulo (ampiezza dello spettro) e una fase.

### 3.1.10 Teorema della Convoluzione

**Definizione:** Se  $f(t)$  e  $g(t)$  sono funzioni continue a tratti e limitate, allora:

$$\mathcal{F}(f * g)(t) = \tilde{F}(\omega) \tilde{G}(\omega)$$

dove  $(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau$  è la convoluzione.

### 3.1.11 Impedenza Generalizzata

**Definizione:** Nel dominio delle frequenze, l'impedenza generalizzata di un bipolo è definita come:

$$Z = \frac{\tilde{V}(\omega)}{\tilde{I}(\omega)}$$

Per i componenti circuitali:

- **Resistore:**  $Z_R = R$
- **Induttore:**  $Z_L = j\omega L$
- **Capacitore:**  $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

### 3.1.12 Funzione di Trasferimento

**Definizione:** Per una rete lineare e tempo-invariante  $\mathcal{N}$ , la funzione di trasferimento  $\tilde{H}(\omega)$  lega l'ingresso  $x(t)$  all'uscita  $y(t)$  nel dominio delle frequenze:

$$\tilde{Y}(\omega) = \tilde{H}(\omega) \tilde{X}(\omega)$$

### 3.1.13 Risposta all'Impulso

**Definizione:** La risposta all'impulso  $h(t)$  è la risposta del sistema quando l'ingresso è la distribuzione delta di Dirac  $\delta(t)$ . La funzione di trasferimento è la trasformata di Fourier della risposta all'impulso.

---

## 3.2 Trasformata di Laplace

### 3.2.1 Trasformata di Laplace

**Definizione:** Per una funzione causale  $f(t)$  (dove  $f(t) = 0$  per  $t < 0$ ), la trasformata di Laplace è definita come:

$$\tilde{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

dove  $s \in \mathbb{C}$  è la frequenza complessa.

### 3.2.2 Regione di Convergenza (ROC)

**Definizione:** La regione di convergenza è l'insieme dei valori di  $s$  per cui l'integrale della trasformata di Laplace converge. È tipicamente un semipiano del tipo  $\text{Re}(s) > \sigma_0$ .

### 3.2.3 Funzione Gradino di Heaviside

**Definizione:** La funzione gradino unitario è definita come:

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } t \geq 0 \\ 0 & \text{per } t < 0 \end{cases}$$

La sua trasformata di Laplace è  $\mathcal{L}\theta(t) = \frac{1}{s}$  per  $\text{Re}(s) > 0$ .

### 3.2.4 Proprietà della Trasformata di Laplace

**Linearità Definizione:**  $\mathcal{L}af(t) + bg(t) = a\tilde{F}(s) + b\tilde{G}(s)$

**Derivata Definizione:**  $\mathcal{L} \frac{df(t)}{dt} = s\tilde{F}(s) - f(0)$

**Integrale Definizione:**  $\mathcal{L} \int_0^t f(\tau) d\tau = \frac{1}{s} \tilde{F}(s)$

**Traslazione Temporale Definizione:**  $\mathcal{L}f(t-a)\theta(t-a) = e^{-as}\tilde{F}(s)$  per  $a \geq 0$

### 3.2.5 Decomposizione in Fratti Semplici

**Definizione:** Una funzione razionale  $\frac{\tilde{K}(s)}{\tilde{J}(s)}$  può essere decomposta nella forma:

$$\frac{\tilde{K}(s)}{\tilde{J}(s)} = \tilde{Q}(s) + \sum_{k=1}^K \frac{o_k}{s - s_{zero_k}}$$

dove  $s_{zero_k}$  sono gli zeri del denominatore e  $o_k$  sono i coefficienti.

### 3.2.6 Rappresentazione nel Dominio s degli Elementi Circuituali

**Resistore Definizione:**  $\tilde{V}_R(s) = R\tilde{I}_R(s)$

**Capacitore Definizione:**

- $\tilde{I}_C(s) = sC\tilde{V}_C(s) - CV_C(0)$
- $\tilde{V}_C(s) = \frac{1}{sC}\tilde{I}_C(s) + \frac{1}{s}V_C(0)$

**Induttore Definizione:**

- $\tilde{V}_L(s) = sL\tilde{I}_L(s) - LI_L(0)$
- $\tilde{I}_L(s) = \frac{1}{sL}\tilde{V}_L(s) + \frac{1}{s}I_L(0)$

### 3.2.7 Risposta con Stato Zero e con Ingresso Zero

**Definizioni:**

- **Risposta con stato zero:** La risposta del sistema quando tutte le condizioni iniziali sono nulle, dipende solo dall'ingresso.
- **Risposta con ingresso zero:** La risposta del sistema quando l'ingresso è nullo, dipende solo dalle condizioni iniziali.
- **Risposta completa:** Somma della risposta con stato zero e della risposta con ingresso zero.

### 3.2.8 Funzione di Trasferimento nel Dominio $s$

**Definizione:** La funzione di trasferimento nel dominio  $s$  è definita come:

$$\tilde{H}(s) = \frac{\tilde{Y}(s)}{\tilde{X}(s)}$$

dove si considera solo la risposta con stato zero.

### 3.2.9 Trasformata di Laplace Inversa

**Definizione:** L'espressione generale per la trasformata di Laplace inversa è:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty} e^{st} \tilde{F}(s) ds$$

Questo integrale è noto come integrale di Bromwich o integrale di Fourier-Mellin.

---

## 3.3 Il Trasformatore e Distribuzione dell'Energia

### 3.3.1 Trasformatore Ideale

**Definizione:** Un trasformatore ideale è un componente passivo a quattro terminali che:

1. Non dissipa energia
2. Non ha flussi di dispersione
3. Ha induttanza propria infinita per ogni avvolgimento

### 3.3.2 Equazioni Caratteristiche del Trasformatore

**Definizioni:** Per un trasformatore con  $n_1$  e  $n_2$  avvolgimenti:

**Tensioni**

$$\frac{V_2(t)}{V_1(t)} = \frac{n_2}{n_1}$$

**Correnti**

$$\frac{I_2(t)}{I_1(t)} = -\frac{n_1}{n_2}$$

### 3.3.3 Rapporto di Trasformazione

**Definizione:** Il rapporto  $\frac{n_2}{n_1}$  è chiamato rapporto di trasformazione del trasformatore.

### 3.3.4 Impedenza di Ingresso del Trasformatore

**Definizione:** L'impedenza vista dal primario di un trasformatore caricato con impedenza  $Z$  al secondario è:

$$Z_{in} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z$$

### 3.3.5 Alternatore

**Definizione:** Un alternatore è una macchina che converte energia meccanica in forza elettromotrice sfruttando la variazione del flusso del campo magnetico attraverso una bobina (legge di Faraday).

### 3.3.6 Sistema Trifase

**Definizione:** Un sistema di distribuzione trifase utilizza tre sinusoidi sfasate di  $120^\circ$  per ridurre le perdite di trasmissione rispetto ai sistemi monofase.

### 3.3.7 Sistema Trifase Bilanciato

**Definizione:** Un sistema trifase si dice bilanciato quando i carichi sui tre rami sono identici, permettendo l'eliminazione del conduttore neutro.

### 3.3.8 Potenza Reale (Media)

**Definizione:** La potenza mediata su uno o più cicli in una rete a corrente alternata è:

$$P_{average} = V_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

dove  $\phi$  è la differenza di fase tra tensione e corrente.

### 3.3.9 Potenza Apparente

**Definizione:** La potenza apparente è il prodotto dei valori efficaci di tensione e corrente:

$$P_{apparent} = V_{rms} I_{rms}$$

### 3.3.10 Potenza Reattiva

**Definizione:** La potenza reattiva è definita come:

$$P_{reactive} = V_{rms} I_{rms} \sin \phi$$

### 3.3.11 Relazione tra le Potenze

**Definizione:** Vale la seguente relazione fondamentale:

$$P_{apparent}^2 = P_{reactive}^2 + P_{average}^2$$

### 3.3.12 Fattore di Potenza

**Definizione:** Il fattore di potenza è  $\cos \phi$ , dove  $\phi$  è lo sfasamento tra tensione e corrente. Influenza significativamente l'efficienza della trasmissione dell'energia elettrica.

### 3.3.13 Perdite di Trasmissione

**Definizione:** Le perdite per effetto Joule nei cavi di trasmissione sono:

$$P_{diss} = rI_{rms}^2 = r \left( \frac{P_{apparent}}{V_{rms}} \right)^2$$

dove  $r$  è la resistenza dei cavi. Le perdite sono inversamente proporzionali al quadrato della tensione, giustificando l'uso delle linee ad alta tensione.