

1. Interpolación

En general, el problema de la interpolación consiste en determinar una aproximación $f(x)$ en un punto x_i del dominio de $f(x)$, a partir del conjunto (x_i, y_i) de valores conocidos o en sus vecindades. Particularmente, la interpolación polinómica consiste en determinar $f(x_i)$ a partir de un polinomio $P(x)$ de interpolación de grado menor o igual que n que pasa por los $n + 1$ puntos

1. Dados los $n + 1$ puntos distintos (x_i, y_i) el polinomio interpolante que incluye a todos los puntos es único
2. Construya un polinomio de grado tres que pase por:
 $(0, 10), (1, 15), (2, 5)$ y que la tangente sea igual a 1 en x_0
3. Construya un polinomio del menor grado que interpole una función $f(x)$ en los siguientes datos:
 $f(1) = 2; f(2) = 6; f'(1) = 3; f'(2) = 7; f''(2) = 8$
4. Con la función $f(x) = \ln x$ construya la interpolación de diferencias divididas en $x_0 = 1; x_1 = 2$ y estime el error en $[1, 2]$
5. Utilice la interpolación de splines cúbicos para el problema de la mano y del perrito
6. Sea $f(x) = \tan x$ utilice la partición de la forma $x_i = \delta k$ para implementar una interpolación para $n=10$ puntos y encuentre el valor δ que minimice el error
7. Sea $f(x) = e^x$ en el intervalo de $[0, 1]$ utilice el método de Lagrange y determine el tamaño del paso que me produzca un error por debajo de 10^{-5} . Es posible utilizar el polinomio de Taylor para interpolar en este caso? Verifique su respuesta
8. Considere el comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado. los siguientes datos para el nitrógeno N_2

T(K)	100	200	300	400	450	500	600
$B(\text{cm}^3)/\text{mol}$	-160	-35	-4.2	9.0		16.9	21.3

Donde T es la temperatura $[K]$ y B es el segundo coeficiente virial.

El comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2} + \dots, \quad (1)$$

Donde P es la presión, V el volumen molar del gas, T es la temperatura Kelvin y R es la constante de gas ideal. Los coeficientes $B = B(T)$, $C = C(T)$, son el segundo y tercer coeficiente virial, respectivamente. En la práctica se usa la serie truncada para aproximar

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} \quad (2)$$

En la siguiente figura se muestra como se distribuye la variable B a lo largo de la temperatura

- a) Determine un polinomio interpolante para este caso
- b) Utilizando el resultado anterior calcule el segundo y tercer coeficiente virial a 450K.
- c) Grafique los puntos y el polinomio que ajusta
- d) Utilice la interpolación de Lagrange y escriba el polinomio interpolante
- e) Compare su resultado con la serie truncada (modelo teórico), cuál aproximación es mejor por qué?