

Examen - Probabilități și Statistică 01.02.2016 (100 Minute) I

1. [2p] Se generează un cod format din 4 caractere, care sunt alese aleator din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$. Care este probabilitatea ca: a) codul să fie format doar din litere distincte? b) codul să conțină cel puțin o dată cifra 2? c) litera E să apară exact de 2 ori? d) codul să conțină doar cifre în ordine strict crescătoare?
2. [1p] Se dă variabila aleatoare discretă Y care poate lua valorile $-1, 0, 1$. Să se determine distribuția lui Y , cunoscând că media sa este 0, iar varianța este $\frac{1}{2}$. Să se calculeze probabilitatea $P(Y^2 + 1 < 2)$.
3. [1.5p] Fie X o variabilă aleatoare cu funcția de repartiție $F : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ definită prin

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x < 0 \\ \frac{x^2}{4}, & \text{dacă } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & \text{dacă } x > 2. \end{cases}$$

- a) Să se determine $E(3X + 2)$.
- b) Care este probabilitatea ca variabila aleatoare X să ia valori în intervalul $[1, 2]$?
- c) Să se calculeze probabilitatea condiționată $P(X < 5 | X > 1)$.
- d) Să se calculeze probabilitatea ca X să ia valori mai mici decât 1.2.
4. [1.5p] Se consideră variabila aleatoare X cu funcția de densitate

$$f(x) = \frac{\theta}{2} e^{-\theta|x|}, \quad x \in \mathbb{R},$$

- iar $\theta > 0$ este parametru necunoscut. a) Să se calculeze $E(X)$ și $V(X)$.
- b) Este media aritmetică a variabilelor de selecție X_1, \dots, X_n un estimator nedeplasat pentru parametrul necunoscut θ ?
- c) Să se calculeze varianța acestui estimator.
- Justificați toate răspunsurile.*