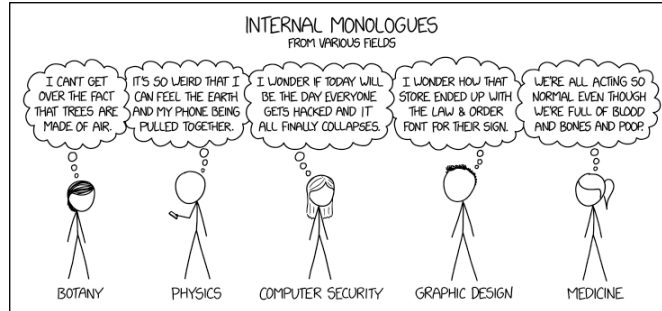


Primer Certamen

Algoritmos y Complejidad

27 de octubre de 2018



1. Considere la iteración de punto fijo $x_{n+1} = f(x_n)$, que converge linealmente a x^* , vale decir hay $0 < A < 1$ tal que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1} - x^*}{x_n - x^*} = A$$

- a) Suponiendo que $(x_{n+2} - x^*)/(x_{n+1} - x^*) \approx (x_{n+1} - x^*)/(x_n - x^*)$, derive una aproximación x^+ a x^* .
- b) Explique mediante un algoritmo cómo usar la aproximación de 1a para acelerar la convergencia.

(30 puntos)

2. El Inspector Legrasse necesita calcular numéricamente integrales del tipo siguiente en forma exacta para f cúbicas:

$$\int_0^1 x f(x) dx$$

Diga cómo cumplir con el mínimo trabajo (evaluaciones de la complicada función f), dando las técnicas empleadas y las fórmulas precisas (no es necesario calcular los valores).

(25 puntos)

3. Considere el problema de las torres de Hanoi, donde queremos mover n discos de la aguja A a la C , pero con la restricción que toda movida debe involucrar la aguja B (por ejemplo, no podemos simplemente mover el disco mayor de A a C , debemos pasar por B).

- a) Plantee una técnica (algoritmo) para resolver esta variante.
- b) Halle una recurrencia para el número de platos movidos por su algoritmo en términos de n .

(35 puntos)

4. Se da un DAG (grafo dirigido acíclico) $G = (V, E)$, un vértice origen s y un vértice destino t . Dé un algoritmo que entregue el número de caminos de s a t en G .

(35 puntos)