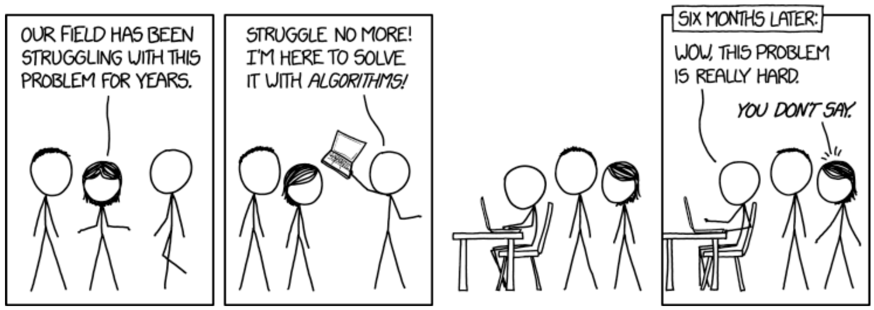
Primer Certamen
Algoritmos y Complejidad

6 de mayo de 2017



1. Siempre se puede reescribir la ecuación $f(x) = 0$ como $x = x + \alpha f(x)$ con $\alpha \neq 0$, y buscar un punto fijo x^*. ¿Cuál es el mejor valor constante de α, si x^* es un cero simple de f? ¿Cuál es el orden de convergencia con ese valor de α?
(20 puntos)

2. Una forma alternativa de la fórmula de interpolación de Lagrange es la *baricéntrica*:

$$p_n(x) = \frac{\sum_{0 \leq k \leq n} \frac{w_k}{x - x_k} f(x_k)}{\sum_{0 \leq k \leq n} \frac{w_k}{x - x_k}}$$

donde:

$$w_k = \left(\prod_{j \neq k} (x_k - x_j) \right)^{-1}$$

   a) Demuestre que interpola en los puntos dados (considerando los límites adecuados) amplificando y reconociendo los polinomios interpoladores de los $f(x_k)$ y de 1.

   b) Por el punto anterior, demuestre que p_n es un polinomio de grado a lo más n.

   c) ¿Cuántas operaciones en punto flotante se requieren para interpolar en un punto? Divida en precalcular valores fijos y cálculo del valor mismo.

(25 puntos)

3. Dado un conjunto de enteros positivos $\mathscr{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, determine si hay un subconjunto de $\mathscr{A}$ que suma s.
Pista: Use programación dinámica, viendo si hay subconjuntos de $\{a_1, \ldots, a_i\}$ que suman t.
(30 puntos)

4. Un algoritmo alternativo para construir un árbol recubridor mínimo (MST) se basa en la siguiente proposición:

Proposición 1. *Sea C un ciclo en el grafo conexo $G = (V, E)$, con pesos de arcos $w \colon E \to \mathbb{R}^+$. Hay un árbol recubridor mínimo de G que no incluye al arco de mayor peso de C.*

   a) Demuestre la proposición 1.

   b) Use este resultado de base para un algoritmo voraz que halla un árbol recubridor mínimo.

(25 puntos)

5. Describa brevemente y explique cuándo son aplicables las técnicas de backtracking, algoritmo voraz y programación dinámica. Contraste ventajas y desventajas de las diferentes técnicas.
(20 puntos)

HvB/LaTeX 2_ε