INF-295: Inteligencia Artificial
Estado del Arte: Irregular Strip Packing Problem

Anghelo Carvajal
201473062-4

3 de marzo de 2020

Evaluación

Resumen (5 %):	____________
Introducción (5 %):	____________
Definición del Problema (10 %):	____________
Estado del Arte (35 %):	____________
Modelo Matemático (20 %):	____________
Conclusiones (20 %):	____________
Bibliografía (5 %):	____________
Nota Final (100 %):	____________

Resumen
Este trabajo investigativo presenta el actual estado del arte del *Irregular Strip Packing Problem*, el cual es una variante del *Strip Packing Problem*, con la diferencia de que las figuras a colocar son irregulares, pero se mantiene intacto el concepto de una cinta de ancho fijo y largo a ser minimizado. Se definirá el problema, mostrando variables y restricciones típicas, y se mostrará un modelo matemático que modela el problema de forma entendible y sencilla.

1. Introducción

El presente documento tiene como propósito presentar y definir el problema *Irregular Strip Packing* (el cual consiste en la colocación de figuras irregulares en una cinta de ancho fijo de modo que se minimice el largo de esta cinta), y documentar el actual estado del arte de este problema.

Se empezará definiendo el problema actual, hablando de forma general de las variables y restricciones típicas de este problema. Luego se expondrá el actual estado del arte del *Irregular Strip Packing Problem* (ISPP), documentando métodos usados para resolverlo, las mejores representaciones y algoritmos hasta la fecha, heurísticas, tendencias y lo más importante que se ha hecho hasta ahora con relación al problema. Se presentará un modelo matemático simple, el cual es capaz de modelar el problema. Se opto por presentar un modelo simple a modo introductorio a los posibles modelos de este problema, con el inconveniente de que este modelo no es eficiente en comparación a otros. Finalmente se expondrán las conclusiones de este trabajo investigativo.

2. Definición del Problema

El *Irregular Strip Packing Problem* (ISPP) es un problema NP-duro surgido en 2006[2], el cual consiste en la colocación de polígonos irregulares en una cinta rectangular de ancho fijo y largo indeterminado, de modo que los polígonos no se superpongan ni se toquen entre ellos, y además estos polígonos deben estar siempre contenidos dentro de la cinta. La colocación óptima de estos polígonos es la que minimiza el largo de la cinta. Existe la posibilidad de rotar los polígonos para acomodarlos mejor, pero para simplificar el problema, se suele usar un conjunto finito y discreto de posibles ángulos para rotar cada polígono.

Un ejemplo de aplicación de este problema es el de la industria de la ropa. Múltiples piezas de ropa son cortadas de un único rollo. Un rollo tiene un ancho fijo, pero un largo indeterminado, de modo que el problema es minimizar el largo requerido para producir la cantidad entregada de figuras irregulares [7].

Los parámetros del problema son los polígonos a posicionar (usualmente descritos usando los vértices del polígono), los ángulos permitidos para las rotaciones de los polígonos y el ancho de la cinta.

Las variables del problema son la posición donde se ubicará cada polígono y el ángulo de rotación de dicho polígono.

Las restricciones que se les impone a las variables son que, al seleccionar una posición y rotación para un polígono este esté dentro de los limites de la cinta y que no se superponga con ningún otro polígono.

El objetivo de este problema es minimizar el largo de la cinta, aprovechando lo mas posible el espacio utilizado al momento de colocar las figuras irregulares.

Algunas variantes de este problema son:

- *Strip Packing Problem.* En este problema situar rectángulos de distintas dimensiones en una cinta de ancho fijo y largo variable de modo que se minimice el largo de la cinta. Tiene también una variante tridimensional. Realmente el ISPP se puede considerar una variante de SPP, debido a que este surgió antes que ISPP

- Permitir rotaciones arbitrarias de las figuras. En ISPP, los ángulos permitidos para las rotaciones son discretos, pero existen variantes que admiten ángulos arbitrarios para la rotación de cada una de estas figuras.

- Añadir mas dimensiones a la cinta y las figuras. La variante en 3 dimensiones suele ser útil para la distribución de objetos en bodegas u otros tipos de almacenamientos.

- Otra variante es tener fijo el tamaño de la cinta y maximizar la cantidad de figuras que podemos colocar en dicha cinta.

3. Estado del Arte

La primera mención en la literatura de los problemas de empaquetamiento surge en el año 1980 [1], donde discutían optimizar el largo de las cintas al empaquetar figuras rectangulares. Pero, una de las primeras menciones al problema de empaquetamiento irregular fue en 2006 [2], al presentar un algoritmo heurístico para este problema. Dicho método permite el empaquetamiento de objetos representados bajo lineas y además facilita embalar objetos que tienen arcos [9].

Algunos de los métodos confeccionados para resolver este problema (excluyendo el anteriormente mencionado) son:

- Un algoritmo híbrido, el cual mezcla algoritmos de simulación con modelos de programación lineal que optimizan localmente cada diseño [4].
- Otro algoritmo híbrido, entre las metaheurísticas de GRASP y simulaciones para el empaquetamiento de figuras convexas y no convexas [10].
- Algoritmo genético mezclado con procedimiento *greedy* para solucionar la jerarquización de dos dimensiones [5].
- Algoritmo que utiliza la idea de la diferencia entre el área de una colección de polígonos y el área del casco convexo. Trabajando el empaquetamiento de figuras irregulares en un contenedor irregular y regular. La asignación en el contenedor se realiza por medio de pruebas de factibilidad (ángulo, inclusión, punto de intersección de polígonos, entre otros) [3].
- Abordar el embalaje de figuras poligonales (no convexas), por medio de un algoritmo genético unido a una regla de colocación inferior-izquierda [6].
- Un algoritmo GRASP. Esta implementación no depende de la forma de la pieza, por lo que es capaz de empaquetar hasta 30 objetos de siete diferentes tipos, de forma muy eficiente [8].

Ha habido una clara tendencia en el uso de métodos *greedy* y/o métodos híbridos para optimizar el tiempo de ejecución del problema.

4. Modelo Matemático

El modelo matemático propuesto en [7] es:

- La función objetivo a minimizar es $L(V, R)$.
- Los parámetros son:
  - Un conjunto de polígonos $\mathcal{P} = \{\mathcal{P}_1, ..., \mathcal{P}_n\}$.
  - Un conjunto de ángulos $\mathcal{O}$.
  - El ancho W de la cinta.
- Las variables son:
  - r_i: El ángulo de rotación para un polígono $i; 1 \leq i \leq n$. Su dominio es el conjunto de ángulos $\mathcal{O}$.
  - v_i: Un vector de traslación ($v = (v_x, v_y)$) para el polígono $i; 1 \leq i \leq n$. Su dominio es $\mathbb{R}^2$.
- Algunas definiciones necesarias para el modelo:
  - La cinta rectangular $\mathcal{C} = \mathcal{C}(W, L)$.
  - Punto p en el plano bidimensional, representado por $p = (p_x, p_y) \in \mathbb{R}^2$.
  - Segmento de linea s, el cual es un conjunto de puntos dentro de una limitada por 2 puntos p_a y p_b. Representado por $s = \{p \in \mathbb{R}^2, t \in [0, 1] \mid p = p_a + t(p_b)\}$.
  - Polígono P, el cual es una figura plana encerrada por un camino cerrado compuesto por una secuencia finita de segmentos de linea (denotados S). No hay ningún cruce entre cualquier par de segmentos de linea en S. Esta representado por $P = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid f_S(p) = 1\}$, donde $f_S(p)$ es la función de conteo $f_S(p) = |\{s' \in S \mid \exists x' < p_x : (x', p_y) \in s'\}|$
  - Función de traslación $\oplus$, la cual toma un polígono P y un vector de traslación v. Está se define como $P \oplus v = \{(p'_x + v_x, p'_y + v_y) \mid p' \in P\}$

- Función de rotación, la cual recibe un polígono P y un ángulo r. Está definida como $P(r) = \{(p'_x \cos(r) + p'_y \sin(r), \ - p'_x \sin(r) + p'_y \cos(r)) \mid p' \in P\}$
- Largo L de la cinta. El largo de la cinta dependerá de el conjunto de desplazamientos $V = \{v_1, ..., v_n\}$ y el conjunto de rotaciones $R = \{r_1, ..., r_n\}$, los cuales provienen del conjunto P de polígonos posicionados en la cinta. De este modo, se puede definir $L = L(V, R) = \max(\{p_x \mid (p_x, p_y) \in P_r(r_i) \oplus v_i, \ P_i \in \mathcal{P}\})$.

- Restricciones:
  - No hay ningún par de polígonos que se superpongan entre ellos: $(P_i(r_i) \oplus v_i) \bigcup (P_j(r_j) \oplus v_j) = \phi; \ 1 \leq i, j \leq n$
  - Todos los polígonos se encuentran completamente dentro de la cinta: $(P_i(r_i) \oplus v_i) \subseteq \mathcal{C}(W, L); \ 1 \leq i \leq n$

5. Conclusiones

Como cualquier otro problema NP-duro, este problema CSOP ha demostrado ser difícil de modelar de modo que entregue una solución óptima en un tiempo prudente.

A pesar de ser un problema joven (aunque SPP data de 1980, esta variante especifica data del 2006), se han desarrollado múltiples modelos y métodos de resolución (mayormente híbridos y basados en *greedy*), los cuales han optimizado bastante los tiempos de ejecución para entregar resultados optimos.

6. Bibliografía

Referencias

[1] Brenda Baker, Ed Coffman, and Ronald Rivest. Orthogonal packings in two dimensions. *SIAM J. Comput.*, 9:846–855, 11 1980.

[2] Edmund Burke, Robert Hellier, Graham Kendall, and Glenn Whitwell. A new bottom-left-fill heuristic algorithm for the two-dimensional irregular packing problem. *Operations Research*, 54:587–601, 06 2006.

[3] Doraid Dalalah, Samir Khrais, and Khaled Bataineh. Waste minimization in irregular stock cutting. *Journal of Manufacturing Systems*, 33, 01 2013.

[4] A. Miguel Gomes and José Oliveira. Solving irregular strip packing problems by hybridising simulated annealing and linear programming. *European Journal of Operational Research*, 171:811–829, 06 2006.

[5] Bonfim Júnior, Plácido Pinheiro, and Rommel Saraiva. A hybrid methodology for nesting irregular shapes: Case study on a textile industry. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 6, 09 2013.

[6] Bonfim Júnior, Plácido Pinheiro, Rommel Saraiva, and Pedro Pinheiro. Dealing with nonregular shapes packing. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 07 2014.

[7] Stephen C.H. Leung, Yangbin Lin, and Defu Zhang. Extended local search algorithm based on nonlinear programming for two-dimensional irregular strip packing problem. *Computers & Operations Research*, 39(3):678–686, 2012.

[8] S. A. Mirhassani and Alireza Jalaeian Bashirzadeh. A grasp meta-heuristic for two-dimensional irregular cutting stock problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 05 2015.

[9] José Daniel Mosquera Artamonov. Empaquetamiento de objetos regulares en un contenedor rectangular. *Universidad Autónoma de nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Subdirección de Estudios de Posgrado*, 2016.

[10] Leandro R. Mundim and Thiago Queiroz. A hybrid heuristic for the 0–1 knapsack problem with items of irregular shape. *38th Latin America Conference on Informatics, CLEI 2012 - Conference Proceedings*, pages 1–6, 10 2012.