

Regresión Logística: Respuesta Binaria

Samuel Martínez

March 11, 2022

1 Introducción

La regresión lineal tiene en cuenta que la variable respuesta es de tipo numérica. En los casos que la variable dependiente es dicotómica. Por ejemplo; aprobado o reprobado, positivo o negativo en un test...etc. Por tanto, se debe realizar una transformación sobre la variable dependiente para garantizar que la relación con las variables independientes sea lineal.

1.1 Funcion de Enlace

El ajuste del MLG con respuesta binaria depende de la función de enlace utilizada. Vamos a definir π la probabilidad de éxito y $1 - \pi$ la probabilidad de fracaso. Existe varios enlaces propuestos en la literatura entre las que se destacan:

- $Logit(\pi) = \log\left(\frac{\pi}{1 - \pi}\right)$
- $probit(\pi) = \phi^{-1}(\pi)$
- $cloglog = \log(-\log(1 - \pi))$
- $log = \log(\pi)$
- *Cauchy*

Donde se utiliza la función \log para predecir la probabilidad de que un evento ocurra para una situación particular. [4]. La función ϕ es la distribución normal estándar y *Cauchy* es la distribución *Cauchy*.

La función de enlace más común utilizada para la variable respuesta binaria es el enlace *logit* que permite la interpretación de los coeficientes estimados en términos de *odds - ratio*. El modelo se ajusta como:

$$\text{Log} \left[\frac{\pi}{1 - \pi} \right] = \beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + \dots + x_n\beta_n$$

Se despeja la variable π del logaritmo natural y se llega a la expresión de interés que es:

$$\pi = \frac{\exp(\beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + \dots + x_n\beta_n)}{1 + \exp(\beta_0 + x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + \dots + x_n\beta_n)}$$

Donde el modelo de regresión logística permite predecir la probabilidad de ocurrencia π en función de los valores de las variables independientes.

1.2 Interpretación de los coeficientes estimados

El *odds - ratio* es "razón de chance" o "riesgo relativo" que permite estimar el efecto de la variable independiente x_i sobre la variable dependiente, que se mide mediante el coeficiente estimado β .

El *odds - ratio* = $\exp(\beta)$ permite medir el aumento de una unidad en x , con las restantes x 's constantes, aumentaría los *odds* (chances) de Y de tener éxito. Ahora, si

- Si *odds - ratio* = 1 muestra una ausencia de asociación entre las variables.
- Si *odds - ratio* < 1 muestra una asociación negativa entre las variables.
- Si *odds - ratio* > 1 muestra una asociación positiva entre las variables.
- La comparación de los *odds - ratio* permiten determinar qué variables tienen una mayor relación con la variable dependiente.
- Si *odds - ratio* > 1 un aumento de la variable independiente, aumenta los *odds* que ocurra el evento de interés de Y .
- Si *odds - ratio* < 1 indica un aumento de X reduce los *odds* que ocurra el evento.
- Si $\exp(\beta) < 1$ es mejor usar $1/\exp(\beta)$ para realizar la comparación de los *odds*

1.3 Selección de variables independientes

El criterio de información *Akaike AIC* permite determinar un modelo más parsimonioso (sencillo); que explique mucho (poca deviance) a poco costo (pocos parámetros).

Los procedimientos por pasos en R tienen en cuenta el *AIC* para la estimación del mejor modelo.

1.4 Colinealidad

Mida la correlación existente entre las variables independientes y posibles valores mayores $r > 0.7$ pueden ser indicadores de posibles correlaciones entre las variables independientes.

1.5 Medidas de Bondad de Ajuste

1. Prueba de la Deviance: Es una prueba que indica si el modelo es estadísticamente significativo para explicar la variable respuesta. Realiza una estimación a partir de la log *-verosimilitud* y la devianza para realizar una prueba chi-cuadrado. H_0 : El modelo no es significativo.
2. Pseudo R-cuadrado. El porcentaje de varianza que explican las variables independientes de la variable dependiente. Si $R^2 > 0.4$ se considera que existe una explicación buena de la variable dependiente. Si $0.2 < R^2 < 0.4$ se considera que existe una explicación aceptable de la variable dependiente. Si $R^2 < 0.2$ se considera que existe una mala explicación de la variable dependiente.
3. Los betas estimados sobre las variables independientes. El estadístico utilizado para la estimación es un estadístico de *Wald* y la hipótesis nula es igual a la del modelo de regresión.
4. Tabla de clasificación: Muestra el porcentaje de clasificación correcta de los datos por el modelo. Un porcentaje mínimo aceptable es del 50%.

1.6 Residuos

Los residuales de *Deviance* y *Pearson* permiten detectar posibles anomalías en los datos si existe algún dato que sea mayor a 2 debe ser tratado como posible dato atípico.

1.7 Problemas

1. Construya la función de *log-verosimilitud* para el modelo $\log(\pi) = \beta_0 + \beta_1 x_i$ con $Y \sim \text{binomial}$.
 - (a) del score.
 - (b) la matriz de información de Fisher.
 - (c) Muestre la expresión para el vector de parámetros estimados β mediante estimadores de máxima verosimilitud.
2. Construya la función de *log-verosimilitud* para el modelo $\log(-\log(1 - \pi)) = \beta_0 + \beta_1 x_i$.
 - (a) Muestre las expresiones del score y de la matriz de información de Fisher.
 - (b) Derive las ecuaciones normales. Muestre la expresión para el vector de parámetros estimados.
3. En el libro de Paula (2013) se propone el siguiente problema: Sea $Y \sim \text{binomial}$ con función de enlace $\log\left(\frac{\pi}{1 - \pi}\right) = \alpha$.
 - (a) Encuentre el estimador de máxima verosimilitud para α .
 - (b) Calcule $\text{Var}(\hat{\alpha})$
4. Realice el problema 5.25 del libro de Agresti.
5. En [3] se desea modelar la depresión de un grupo de 16 ancianos en términos del género, la edad, el número de hijos y si tiene antecedentes de la enfermedad, los datos se muestran en la tabla siguiente:

Sujeto	Antecedentes	Género	Hijos	Edad	Depresión
1	SI	M	0	65	SI
2	SI	M	0	75	SI
3	SI	F	0	65	SI
4	SI	F	0	75	SI
5	SI	M	3	65	NO
6	SI	M	3	75	SI
7	SI	F	3	65	SI
8	SI	F	3	75	SI
9	NO	M	0	65	SI
10	NO	M	0	75	NO
11	NO	F	0	65	NO
12	NO	F	0	75	NO
13	NO	M	3	65	SI
14	NO	M	3	75	NO
15	NO	F	3	65	SI
16	NO	F	3	75	NO

- (a) Ajuste el modelo de regresión que permita determinar si la depresión se encuentra relacionada con los factores mencionados.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que un anciano, sin antecedentes, de 70 años con 2 hijos sea diagnosticado con la enfermedad?

6. La tabla presenta los datos de 30 encuestados, de los cuales 15 son leales a la marca (indicando 1) y 15 no lo son (indicados con 0). También se miden las actitudes hacia la marca (Marca), hacia la categoría del producto (Producto) y hacia las compras (Compras), todo en una escala de 1 (no favorable) a 7 (favorable).

	LEALTAD	MARCA	PRODUCTO	COMPRAS
1	1	4	3	5
2	1	6	4	4
3	1	5	2	4
4	1	7	5	5
5	1	6	3	4
6	1	3	4	5
7	1	5	5	5
8	1	5	4	2
9	1	7	5	4
10	1	7	6	4
11	1	6	7	2
12	1	5	6	4
13	1	7	3	3
14	1	5	1	4
15	1	7	5	5
16	0	3	1	3
17	0	4	6	2
18	0	2	5	2
19	0	5	2	4
20	0	4	1	3
21	0	3	3	4
22	0	3	4	5
23	0	3	6	3
24	0	4	4	2
25	0	6	3	6
26	0	3	6	3
27	0	4	3	2
28	0	3	5	2
29	0	5	5	3
30	0	1	3	2

- (a) El modelo de regresión es modelar la lealtad a la marca como función de la actitud hacia la marca, la categoría del producto y las compras.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que un consumidor sea fiel a la marca si tiene una actitud hacia la marca de 5, un puntaje en el producto de 6 y las compras en 7?

7. En [5] se desea modelar el éxito del tratamiento de la depresión de 25 pacientes que recibieron un medicamento experimental durante varias semanas de tratamiento en un Hospital Público de Guadalajara. Los datos se muestran a continuación:

Sujeto	Semana	Tomo el medicamento	Éxito tratamiento
1	14	no	no
2	29	no	no
3	6	si	si
4	25	no	si
5	18	si	no
6	4	si	si
7	18	no	no
8	12	no	si
9	22	no	no
10	6	si	no
11	30	no	no
12	11	si	si
13	30	no	no
14	5	si	si
15	20	no	no
16	13	no	no
17	9	si	si
18	32	no	si
19	24	no	no
20	13	si	si
21	19	no	no
22	4	si	si
23	28	no	si
24	22	no	no
25	8	si	si

- (a) Muestre el modelo de regresión logística binaria con la variable respuesta éxito del tratamiento.
- (b) Estime la probabilidad de que un sujeto tenga éxito en el tratamiento si tomo el medicamento durante 20 semanas.

8. Se desea determinar si la ansiedad y la ira inciden sobre la probabilidad de tener un segundo ataque cardiaco. A continuación se muestran los datos de 20 sujetos que tuvieron un segundo ataque cardiaco, el diagnóstico de ira y un puntaje en una escala de ansiedad.

Subject	Second Heart Attack	Treatment of Anger	Trait Anxiety
1	SI	SI	70
2	SI	SI	80
3	SI	SI	50
4	SI	NO	60
5	SI	NO	40
6	SI	NO	65
7	SI	NO	75
8	SI	NO	80
9	SI	NO	70
10	SI	NO	60
11	NO	SI	65
12	NO	SI	50
13	NO	SI	45
14	NO	SI	35
15	NO	SI	40
16	NO	SI	50
17	NO	NO	55
18	NO	NO	45
19	NO	NO	50
20	NO	NO	60

- (a) Muestre el modelo de regresión logística binaria.
- (b) Estime la probabilidad de que un sujeto tenga un segundo ataque cardiaco si fue diagnosticado con ira y un puntaje de 100 en la ansiedad.

9. En [2] se desea evaluar la satisfacción de 1027 estudiantes de escuela pública en términos de su nacionalidad, el género y el tipo de estudios cursados.

Estudios	Género	Nacionalidad	Satisfecho	
			Si	No
ESO	Hombre	España	54	109
		Rumania	45	90
		Colombia	211	84
	Mujer	España	27	54
		Rumania	20	44
		Colombia	97	42
Primaria	Hombre	España	9	19
		Rumania	2	8
		Colombia	33	6
	Mujer	España	7	14
		Rumania	5	13
		Colombia	21	13

- Muestre el modelo de regresión logística binaria con el "mejor" subconjunto de variables independientes. Adjunte las medidas de bondad de ajuste.
- Estime la probabilidad de que un sujeto se encuentre satisfecho con la educación recibida si es Colombiano y es egresado de Escuela Superior.
- Estime los residuos de *deviance* y *pearson*. ¿Existe algún dato atípico?

10. En [5] se muestran los datos de un servicio de cardiología donde ingresa un paciente con infarto de miocardio y se le miden dos variables clínicas indicadoras de la extensión del infarto ($x_1 = 0.94$ y $x_2 = 1.37$). Se trataría de evaluar el porcentaje de probabilidad de supervivencia del ingreso en base a una base de datos del propio servicio con 39 pacientes anteriores que presentaban un cuadro clínico semejante y en los que se habían medido también las mismas dos variables x_1 y x_2 indicadoras del infarto y el éxito (1) o fracaso (0). Los datos de este estudio se tiene la siguiente forma:

Paciente	Variable 1	Variable 2	Y
1	3.70	0.82	1
2	3.50	1.09	1
3	0.75	1.50	1
4	1.25	2.50	1
5	0.80	3.20	1
6	0.70	3.50	1
7	0.60	0.75	0
8	1.10	1.70	0
9	0.90	0.75	0
10	0.90	0.45	0
11	0.80	0.57	0
12	0.55	2.75	0
13	0.60	3.00	0
14	1.40	2.33	1
15	0.75	3.75	1
16	2.34	1.64	1
17	3.20	1.60	1
18	0.85	1.42	1
19	1.70	1.06	0
20	1.80	1.80	1
21	0.40	2.00	0
22	0.95	1.36	0
23	1.35	1.35	0
24	1.50	1.36	0
25	1.60	1.78	1
26	0.60	1.50	0
27	1.80	1.50	1
28	0.95	1.90	0
29	1.90	0.95	1
30	1.60	0.40	0
31	2.70	0.75	1
32	2.35	0.03	0
33	1.10	1.83	0
34	1.10	2.20	1
35	1.20	2.00	1
36	0.80	3.33	1
37	0.95	1.90	0
38	0.75	1.90	0
39	1.30	1.62	1

- (a) Ajuste el modelo de regresión.
(b) Estime la probabilidad de ser supervivencia de un paciente con $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$.

11. Returning to the broncopulmonary displasia data, recall that the binary response is 1 if broncopulmonary dysplasia (BPD) is present and 0 if BPD is absent. The explanatory (predictor) variables are the number of hours of exposure to Low, Medium and High levels of O₂. Since these numbers are quite spread out, a natural log transformation is used. Since some values are zero, the log transformation is applied to the number of hours plus 1. [1]

Subject	BDP	LOW	MEDIUM	HIGH
1	0	102	89	0
2	0	7	233	1
3	0	0	4	41
4	0	8	37	13
5	0	40	79	26
6	1	0	625	156
7	0	0	12	79
8	0	0	3	119
9	0	115	136	65
10	1	428	416	435
11	0	34	174	56
12	0	0	0	37
13	0	97	162	89
14	0	56	47	132
15	1	1214	1515	324
16	1	30	103	161
17	0	8	11	158
18	0	52	155	144
19	0	142	119	24
20	1	1370	2968	1083
21	1	790	161	231
22	1	1142	157	131
23	0	0	2	49
24	0	0	0	50
25	0	5	68	49
26	0	0	0	48
27	0	0	6	40
28	0	1	8	64
29	1	0	998	551
30	0	253	0	60
31	1	1395	799	244
32	0	0	0	50
33	0	1	68	145
34	1	1395	1724	331
35	0	0	0	79
36	0	3	31	37
37	1	195	108	206
38	0	0	15	121
39	1	0	278	513
40	1	0	0	252

fit the regression model.

12. Un estudio del hábitat de los ruidosos minero (un ave nativa australiana pequeña pero agresiva) consistía en determinar la existencia del animal en áreas de 2 hectáreas en las llanuras del oeste de Australia. La variable *Miners* determina la presencia (1) o ausencia (0) de mineros ruidosos, *Eucs* el número de eucaliptos en cada 2 hectáreas; *area* es el área en hectáreas de parcela contigua que tiene vegetación, *Grazed* determina si el área fue pastoreada (1) o no (0), *shrubs* una variable que determina que haya arbustos presentes (1) en el área o no (0), *Bulokes* el número de árboles buloke (un tipo de roble) en área y *Timber* el número de trozos de madera caídos en cada área.

	Miners	Eucs	Area	Grazed	Shrubs	Bulokes	Timber
1	0	2	22	0	1	120	16
2	0	10	11	0	1	67	25
3	1	16	51	0	1	85	13
4	1	20	22	0	1	45	12
5	1	19	4	0	1	160	14
6	1	18	61	0	1	75	6
7	1	12	16	0	1	100	12
8	1	16	14	0	1	321	15
9	0	3	5	0	1	275	8
10	1	12	6	1	0	227	10
11	1	32	3	0	0	23	61
12	0	2	13	1	0	277	22
13	1	16	24	1	0	243	25
14	0	7	32	0	0	117	9
15	1	10	22	1	0	97	35
16	1	15	27	1	0	99	25
17	1	30	18	0	0	45	19
18	1	4	9	1	0	123	22
19	0	4	21	1	1	96	22
20	1	19	14	0	0	261	11
21	0	11	4	1	0	160	45
22	0	0	5	1	0	192	22
23	0	0	19	1	0	323	60
24	0	0	12	1	0	190	48
25	0	3	15	0	1	222	26
26	0	8	38	1	0	148	38
27	0	8	24	0	1	198	28
28	0	15	16	0	1	93	16
29	1	21	6	0	0	88	45
30	1	24	16	1	0	138	21
31	1	15	15	1	0	70	31

- (a) Ajuste el modelo de regresión logístico binomial que permita estimar la probabilidad de encontrar mineros ruidosos. Muestre las medidas de bondad de ajuste.
- (b) Estime la probabilidad de ser encontrar mineros ruidosos en un zona con 0 eucaliptos, 9 hectáreas de vegetación contigua, que fue pastoreada, sin arbustos presentes y sin arboles de bulokes y con 10 trozos de madera encontrados en el lugar.
- (c) Muestre los residuos de *deviance* y *pearson*. ¿existe algún dato atípico?

13. Los siguientes datos muestran los resultados de los aspirantes a un programa de doctorado de una universidad. La variable respuesta es la admisión en términos del genero, el departamento y el puntaje de admisión.

	Admit	Gender	Dept	Punt
1	Admitted	Male	A	512.00
2	Rejected	Male	A	313.00
3	Admitted	Female	A	89.00
4	Rejected	Female	A	19.00
5	Admitted	Male	B	353.00
6	Rejected	Male	B	207.00
7	Admitted	Female	B	17.00
8	Rejected	Female	B	8.00
9	Admitted	Male	C	120.00
10	Rejected	Male	C	205.00
11	Admitted	Female	C	202.00
12	Rejected	Female	C	391.00
13	Admitted	Male	D	138.00
14	Rejected	Male	D	279.00
15	Admitted	Female	D	131.00
16	Rejected	Female	D	244.00
17	Admitted	Male	E	53.00
18	Rejected	Male	E	138.00
19	Admitted	Female	E	94.00
20	Rejected	Female	E	299.00
21	Admitted	Male	F	22.00
22	Rejected	Male	F	351.00
23	Admitted	Female	F	24.00
24	Rejected	Female	F	317.00

- (a) Ajuste el modelo de regresión.
- (b) Estime la probabilidad de ser admitido de una mujer que tuvo un puntaje de 380 y aspirante del departamento B.

14. Los datos siguientes son de un estudio de 60 sujetos: 30 diabéticos y 30 no diabéticos que tenía como objetivo determinar el efecto de la obesidad, los antecedentes familiares y practicar algún tipo de actividad física en el desarrollo de la diabetes. *IMC* hace referencia al índice de masa corporal, *ATF* hace referencia a realizar (1=si) algún tipo de actividad física y *HF* hace referencia a los antecedentes familiares de la enfermedad.

	Sujetos Diabéticos			Sujetos No Diabéticos		
	IMC	HF	ATF	IMC	DHF	ATF
1	22.10	1	1	26.70	0	1
2	31.30	0	0	24.40	0	1
3	33.80	1	0	29.40	0	0
4	33.70	1	1	26.00	0	0
5	23.10	1	1	24.20	1	0
6	26.80	1	0	29.70	0	0
7	32.30	1	0	30.20	0	1
8	31.40	1	0	23.40	0	1
9	37.60	1	0	42.40	0	0
10	32.40	1	0	25.80	0	0
11	29.10	0	1	39.80	0	1
12	28.60	0	1	31.60	0	0
13	35.90	0	0	21.80	1	1
14	30.40	0	0	24.20	0	1
15	39.80	0	0	27.80	1	1
16	43.30	1	0	37.50	1	1
17	32.50	0	0	27.90	1	1
18	28.70	0	1	25.30	1	0
19	30.30	0	0	31.30	0	1
20	32.50	1	0	34.50	1	1
21	32.50	1	0	25.40	0	1
22	21.60	1	1	27.00	1	1
23	24.40	0	1	31.10	0	0
24	46.70	1	0	27.30	0	1
25	28.60	1	1	24.00	0	0
26	29.70	0	0	33.50	0	0
27	29.60	0	1	20.70	0	0
28	22.80	0	0	29.20	1	1
29	34.80	1	0	30.00	0	1
30	37.30	1	0	26.50	0	0

- (a) Ajuste el "mejor" modelo de regresión que explique el tener diabetes. Muestre las medidas de bondad de ajuste.
- (b) Estime la probabilidad de que un sujeto con antecedentes familiares de la enfermedad, que realiza actividad física y con un $IMC = 26$ desarrolle la enfermedad.
- (c) Estime los residuos de *Pearson* y *Deviance*, ¿existe algún dato atípico?

15. Se quiere establecer una relación entre el hecho de tener anticuerpos a determinado virus con la zona de residencia (norte, sur, este y oeste), el factor RH y la frecuencia de los casos. Para ello, se da la siguiente estructura: variable nominal virus (1=Si; 0=No)

	Virus	Zona	RH	Frecuencia
1	0	Norte	Positivo	445
2	0	Sur	Positivo	729
3	0	Este	Positivo	32
4	0	Norte	Positivo	242
5	0	Oeste	Negativo	464
6	1	Sur	Negativo	757
7	0	Este	Negativo	67
8	0	Oeste	Negativo	284
9	1	Sur	Positivo	463
10	1	Sur	Positivo	772
11	1	Este	Positivo	82
12	1	Oeste	Positivo	290
13	1	Norte	Negativo	483
14	1	Sur	Negativo	780
15	1	Este	Negativo	90
16	0	Este	Negativo	316

- (a) Muestre el modelo de regresión logística binaria con la variable virus como variable dependiente.
- (b) Estime la probabilidad de tener virus en una zona norte de la ciudad que muestra resultados positivos y una frecuencia de 500.

16. Suponga que buscamos determinar las características sobresalientes de las familias que han visitado un centro vacacional durante los últimos dos años. Se obtuvieron datos de un pretest aplicado a una muestra de 42 familias. Las familias que visitaron un centro vacacional durante los pasados dos años se codificaron como 1 y las que no lo hicieron, como 2 (VISITA). También se obtuvieron datos sobre el ingreso anual de la familia, la actitud hacia los viajes (VIAJE, medida en una escala de 9 puntos), la importancia asignada a las vacaciones familiares (VACACIONES, medida en una escala de 9 puntos), el tamaño de la familia (TAMAÑO) y la edad del jefe de familia (EDAD). Realice un modelo de regresión logística para modelar la variable visitar a centro comerciales a partir de las demás variable independientes.

References

- [1] Dixon P. Duckworth W. Kaiser M. Koehler K. Meeker W. & Stephenson R. Cook, D. Binary response and logistic regression analysis. Available at <http://pages.stat.wisc.edu/~mchung/teaching/MIA/reading/GLM.logistic.Rpackage.pdf> (2020/06/29).
- [2] S. Fernández. Regresión logística. Available at <http://www.estadistica.net/ECONOMETRIA/CUALITATIVAS/LOGlogistica.pdf> (2020/03/07).
- [3] S. Galego. Regresión logística. Available at <https://www.sergas.es/Saude-publica/Documents/1898/Ayuda-Epidat4-Regresion-logistica-Octubre2014.pdf> (2019/03/11).
- [4] D. Howell. *Statistical Methods for Psychology*. Cengage Learning, 2013.
- [5] E. Trujano. Análisis de datos en psicología. Available at <https://sites.google.com/site/anadatospsic/grupo-7104-2013-1/examen2-regresionlogistica> (2020/01/22).

	Visitas a centros comerciales	Ingreso Familiar Anual en miles de dólares	Actitud hacia los viajes	Importancia de los viajes familiares	Tamaño de la Familia	Edad jefe de la familia
1!	1	50.20	5	8	3	43
	2	70.30	6	7	4	61
	3	62.90	7	5	6	52
	4	48.50	7	5	5	36
	5	52.70	6	6	4	55
	6	75.00	8	7	5	68
	7	46.20	5	3	3	62
	8	57.00	2	4	6	51
	9	64.10	7	5	4	57
	10	68.10	7	6	5	45
	11	73.40	6	7	5	44
	12	71.90	5	8	4	64
	13	56.20	1	8	6	54
	14	49.30	4	2	3	56
	15	62.00	5	6	2	58
	16	32.10	5	4	3	58
	17	36.20	4	3	2	55
	18	43.20	2	5	2	57
	19	50.40	5	2	4	37
	20	44.10	6	6	3	42
	21	38.30	6	6	2	45
	22	55.00	1	2	2	57
	23	46.10	3	5	3	51
	24	35.00	6	4	5	64
	25	37.30	2	7	4	54
	26	41.80	5	1	3	56
	27	57.00	8	3	2	36
	28	33.40	6	8	2	50
	29	37.50	3	2	3	48
	30	41.30	3	3	2	42
	31	50.80	4	7	3	45
	32	63.60	7	4	7	55
	33	54.00	6	7	4	58
	34	45.00	5	4	3	60
	35	68.00	6	6	6	46
	36	62.10	5	6	3	56
	37	35.00	4	3	4	54
	38	49.60	5	3	5	39
	39	39.40	6	5	3	44
	40	37.00	2	6	5	51
	41	54.50	7	3	3	37
	42	38.20	2	2	3	49