Нелинейная динамика

$\dot y = y^2$, $\dot y = y^3$ $\qquad$ $\varphi(t, y_0)$ – фаз. поток

Структурная устойчивость.

$\dot y_1 = a y_1$, $\dot y_2 = -y_2$

Бифуркации

Седло-узел $\quad$ а) $\dot y = y^2 + a$

б) $\dot y_1 = y_1^2 + a \qquad \dot y_2 = -y_2$

Андронова–Хопфа

а) $\dot y_1 = a y_1 - y_2 - y_1(y_1^2 + y_2^2)$, $\dot y_2 = y_1 + a y_2 - y_2(y_1^2 + y_2^2)$

полар. коорд.: $\dot r = r(a - r^2)$, $\dot\varphi = 1$ $\quad$ мягко

б) $\dot y_1 = a y_1 - y_2 + y_1(y_1^2 + y_2^2)$, $\dot y_2 = y_1 + a y_2 + y_2(y_1^2 + y_2^2)$

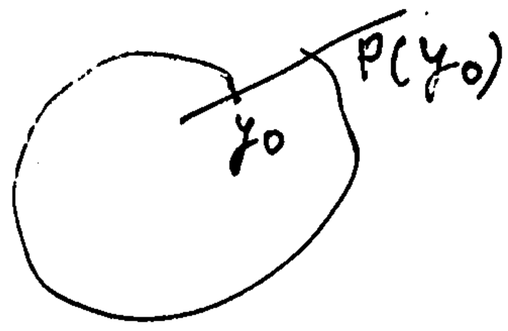
$\dot r = r(a + r^2)$, $\dot\varphi = 1$ $\quad$ жестко

Т. Хопфа $\quad \dot y = f(y, a) \qquad y = 0$ – равн. $\forall a \in R$

$\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=0}$ в окрест. a_0 $\quad$ 2 к.с. корня $\alpha(a) \pm i\beta(a)$

с $\alpha(a_0) = 0$, $\beta(a_0) = \beta_0 > 0$, $\left.\frac{d\alpha}{da}\right|_{a_0} \neq 0$. Ост. с.з. $\neq 0$ действ. части $\Rightarrow$ при $a = a_0$ от 0 отделяется одномерам. инвариант. тор. Период. периода $T(a) \approx 2\pi/\beta_0$ ($T(a) \to 2\pi/\beta_0$ при $a \to a_0$).

Отображение Пуанкаре.



Теория Floquet

$\dot y = A(t) y$ $\qquad$ $A(t)$ – непер. периодич. с периодом T

$\dot U(t) = A(t) U(t)$, $U(0) = I$ $\Leftarrow$ $U(t)$ – фунд. матрица

Т. Floquet: $U(t) = B(t) e^{tR}$

$B(t)$ – периодич. рег. с пер. T, $B(0) = I$.

$U(T) = e^{TR}$ – матрица монодромии

ее с.з. – мультипликаторы.