



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Департамент математического и компьютерного
моделирования**

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2
по дисциплине «Методы оптимизации»

Выполнил студент
гр. Б8119-02.03.01сст
Деревягин А.А. _____
(ФИО) (подпись)

«21» июня 2022 г.

г. Владивосток
2022

Содержание

Постановка задачи	3
Алгоритм решения	3
Тесты	3
Код	4

Постановка задачи

$$\begin{cases} f_0(x) \rightarrow \min \\ f(x) \leq 0 \end{cases},$$

где $f_0(x) = \frac{1}{2}x^T A x + b x$, $f(x) = \|x - x_0\| - r$, $A^T = A$.

Алгоритм решения

Построим функцию лагранжа:

$$L(x, y) = f_0(x) + y(\|x - x_0\|^2 - r^2).$$

Найдём её производную $L' = f'_0(x) + 2y(x - x_0)$. Найдём решение системы уравнений $L' = 0$.

$$Ax + b + 2yx = 2yx_0, \quad (A + 2Iy)x = 2yx_0, \quad x = 2y(A + 2Iy)^{-1}x_0.$$

Подставим в целевую функцию и подберём y , при котором функция минимальна. А затем найдём x .

Тесты

$$f_0(x) = x^T \begin{pmatrix} 22 & -19 & 6 & -2 \\ -19 & 31 & 1 & -6 \\ 6 & 1 & 21 & 4 \\ -2 & -6 & 4 & 8 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix} x$$

$$\text{Оптимальное решение: } x^* = \begin{pmatrix} 0.35754 \\ 0.27542 \\ -0.15112 \\ 0.2803 \end{pmatrix}, \quad f_0(x^*) = -2.616648628015544$$

Рис. 1: тест 1

$$f_0(x) = x^T \begin{pmatrix} 50 & 38 & 8 & 6 \\ 38 & 34 & 16 & 2 \\ 8 & 16 & 27 & -19 \\ 6 & 2 & -19 & 38 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} x$$

$$\text{Оптимальное решение: } x^* = \begin{pmatrix} -0.1131 \\ 0.04845 \\ 0.21957 \\ 0.15424 \end{pmatrix}, \quad f_0(x^*) = -0.4075374454416572$$

Рис. 2: тест 2

$$f_0(x) = x^T \begin{pmatrix} 25 & 21 & 21 & 17 \\ 21 & 26 & 21 & 6 \\ 21 & 21 & 70 & 33 \\ 17 & 6 & 33 & 31 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} x$$

$$\text{Оптимальное решение: } x^* = \begin{pmatrix} -0.88276 \\ 0.64669 \\ -0.05756 \\ 0.37239 \end{pmatrix}, \quad f_0(x^*) = -4.952717899370805$$

Рис. 3: тест 3

Код

```
function f(x,A,b) {
    return x.T().mult(A).mult(x)
    .mult(1/2).get(1)+b.mult(x);
}
function L(y,A,b,x0) {
    var I = new Matrix('1',A.size.n);
    var x = A.sum(I.mult(2*y)).invert()
```

```

        .mult(x0).mult(2*y);
    return {
        x: x,
        f: f(x,A,b)
    };
}

var A = Matrix.random(4,4,-5,5,0);
A = A.mult(A.T());
var b = Matrix.random(4,1,-5,5,0);
var x0 = Matrix.random(4,1,-5,5,0);
var r = 10;
var t = [];
var solution = {};

for(var y = 0; y<=5; y+=0.01) {
    t.push(L(y,A,b,x0));
}

for(var i = 0; i<t.length-1; i++) {
    if((t[i+1].f>t[i].f)&&(t[i].x
        .diff(x0).vector_norm(2)<=r)) {
        solution.x = t[i].x;
        solution.f = t[i].f;
        break;
    }
}

var html = '<br><br>'
+'\\(f_0(x) = x^T'+A.tex()+ 'x'+
+b.tex()+ 'x\\)<br><br>'
+'Solution: \\(x^* = '
+solution.x.tex(5)
+', ~~~f_0(x^*) = '+solution.f+'\\)';
document.body.innerHTML = html;

```