

2.6 Угол между векторами

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Задача

Дано $\vec{a}\{1; 1; 0\}$, $\vec{b}\{2; -4; 0\}$. Найти $\angle(\vec{a}, \vec{b})$.

Решение:

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot (-4) + 0 \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 0^2}} = \frac{-2}{\sqrt{40}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right).$$

Задача

Второе решение:

$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b}$, тогда $\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $\vec{c} \{1; -2; 0\}$.

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \cos \angle(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + 0 \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right).$$