

ĐIỀU KHIỂN MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC SỬ DỤNG BỘ ĐIỀU KHIỂN LQR VỚI HAI VÒNG PHẢN HỒI

CONTROL OF AN INVERTED PENDULUM MODEL USING LQR WITH TWO FEEDBACK LOOPS

Cao Xuân Cường¹, Trần Đình Khôi Quốc²

¹Trường Cao đẳng Công nghệ Tây Nguyên; cuongtiam@gmail.com

²Đại học Đà Nẵng; tdkquoc@ac.udn.vn

Tóm tắt - Bài báo trình bày phương pháp thiết kế bộ điều khiển cho mô hình con lắc ngược qua hai vòng hồi tiếp. Vòng kín bên trong sử dụng phương pháp phản hồi trạng thái để ổn định mô hình con lắc xung quanh điểm cân bằng thẳng đứng phía trên. Vòng kín bên ngoài phản hồi vị trí xe để điều khiển xe đến vị trí đặt. Bộ điều khiển toàn phương tuyến tính LQR được sử dụng cho hai mạch vòng đồng thời nhằm điều khiển tối ưu hoạt động của mô hình. Để ước lượng biến trạng thái dùng cho vòng kín bên trong kết hợp với lọc nhiễu, tác giả sử dụng bộ lọc Kalman như một bộ quan sát. Kết quả mô phỏng trên Matlab chứng tỏ ưu điểm của việc sử dụng bộ điều khiển LQR cho hai mạch vòng đồng thời và hiệu quả lọc nhiễu của bộ lọc Kalman. Bộ điều khiển được kiểm chứng trên mô hình con lắc ngược thực nghiệm.

Từ khóa - con lắc ngược; bộ điều khiển LQR; bộ lọc Kalman; phản hồi vị trí; hai vòng kín; bo mạch arduino

1. Giới thiệu

Trong lĩnh vực điều khiển tự động, điều khiển con lắc ngược là một bài toán kinh điển do có nhiều ứng dụng khác nhau như: điều khiển cân bằng cánh tay robot trên các dây chuyền lắp ráp, điều khiển xe hai bánh tự cân bằng, điều khiển cân bằng khi phóng tàu vũ trụ, cân bằng giàn khoan trên biển... Ngoài ra, đây còn là một điển hình về việc sử dụng các bộ điều khiển tuyến tính để điều khiển ổn định cho một đối tượng phi tuyến. Khi lý thuyết về các luật điều khiển hiện đại ngày càng phong phú, cùng với sự phát triển mạnh mẽ của vi mạch số, việc thực thi các thuật toán điều khiển phức tạp trên con lắc ngược được dễ dàng thực hiện để kiểm chứng các lý thuyết đó. Đã có nhiều công trình nghiên cứu về điều khiển mô hình con lắc ngược, có thể kể đến như Varghese và các tác giả kết hợp bộ điều khiển PID với LQR trong điều khiển con lắc và vị trí xe [1], Vora và Basu [2] dùng phương pháp điều khiển phản hồi mạch vòng nội trên cơ sở các hàm truyền đạt của con lắc, Chalupa và Bobál giới thiệu phương pháp điều khiển dự báo [4], Landry [5] sử dụng bộ điều khiển có thời gian trễ và kiểm chứng bộ điều khiển trên mô hình thực nghiệm, Nguyễn Văn Khanh [7] dùng thuật toán điều khiển mờ, Kumar [3] giới thiệu phương pháp mô hình hóa và mô phỏng con lắc ngược và kiểm tra các đặc tính con lắc ngược trên Matlab, v.v... Ngoài điều khiển con lắc đơn, bài toán điều khiển con lắc ngược kép cũng được một số tác giả nghiên cứu trong [6]. Các công trình nghiên cứu trên đã đưa ra các bộ điều khiển khác nhau cho hệ con lắc ngược, tuy nhiên việc ổn định con lắc tại vị trí đặt khi xét đến ảnh hưởng của nhiễu chưa được thực hiện và kiểm chứng trên mô hình thật. Việc xuất hiện nhiễu trong đo lường có thể dẫn đến các đáp ứng sai và làm giảm độ tin cậy của hệ thống. Chính vì vậy, lọc nhiễu và đảm bảo bộ điều khiển không tác động nhầm,

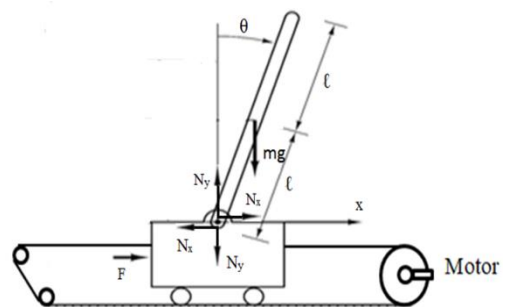
Abstract - This paper presents method of controller design for an inverted pendulum system via two close loops. The inner loop uses state feedback method to stabilize model around the up-right equilibrium point. The outer loop uses the cart position feedback to drive the whole model to its set point. The Linear Quadratic Regulator (LQR) is used for both two loops at the same time to optimize the operation of the model. To estimate the state variables for the inner loop coupled with the noise filter, we use the Kalman filter as a state observatory. Simulation results on Matlab demonstrate the advantages of using LQR for both two loops and the effect of the Kalman filter. This controller is tested on the pendulum model by experiment.

Key words - inverted pendulum; LQR; Kalman filter; position feedback; two feedback loops; arduino card

đồng thời ổn định xe mang con lắc tại vị trí đặt là một yêu cầu cần thiết cho hệ con lắc ngược. Để giải quyết bài toán trên, các tác giả đề xuất sử dụng bộ điều khiển LQR với hai vòng phản hồi kết hợp với bộ lọc Kalman. Thuật toán điều khiển được kiểm chứng trên mô phỏng và trên mô hình thật.

1.1. Mô tả toán học mô hình con lắc ngược

Mô hình con lắc ngược gồm một thanh quay đồng chiều dài $2l$, khối lượng m được gắn trên xe có khối lượng M . Xe di chuyển theo phương ngang nhờ dây đai điều khiển bằng động cơ điện một chiều như Hình 1. Khi xe di chuyển, thanh quay dịch chuyển xung quanh điểm cố định gắn trên xe và tạo ra hệ con lắc. Yêu cầu đặt ra là điều khiển xe để con lắc cân bằng tại vị trí thẳng đứng phía trên, đồng thời xe dừng tại vị trí đặt.



Hình 1. Mô hình con lắc ngược

Phương trình chuyển động theo phương ngang của xe:

$$M\ddot{x}_c + b\dot{x}_c + N_x = F \quad (1)$$

Trong đó, b là hệ số ma sát giữa xe và ray, N_x là lực tác động của con lắc lên xe theo phương ngang, F là lực tác động vào hệ và x_c là vị trí xe.

Đối với con lắc, phương trình lực tác dụng theo phương

ngang như sau:

$$m\ddot{x}_c + m\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = N_x \quad (2)$$

Trên phương vuông góc với con lắc:

$$N_y \sin\theta + N_y \cos\theta + mg \sin\theta = m\ddot{\theta} + m\ddot{x}_c \cos\theta \quad (3)$$

với θ là góc lệch của con lắc khỏi vị trí cân bằng phía trên, N_y là lực tác động của con lắc lên xe theo phương thẳng đứng.

Phương trình mô-men tại tâm con lắc là:

$$-N_y l \sin\theta - N_x l \cos\theta = J\ddot{\theta} \quad (4)$$

với J là mô-men quán tính của con lắc.

Kết hợp (1) với (2), (3) với (4), ta được hệ phương trình mô tả chuyển động của con lắc như sau:

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x}_c + b\dot{x}_c + m\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F \\ (J+ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = -ml\ddot{x}_c \cos\theta \end{cases} \quad (5)$$

Để truyền động cho con lắc, mô hình sử dụng động cơ điện một chiều và hệ dây đai, puly. Theo [10], phương trình mạch phản ứng của động cơ như sau:

$$v = L_m \dot{i} + R_m i + K_m \dot{\phi} \quad (6)$$

Trong đó, v là điện áp cấp vào cho động cơ; i là dòng điện chạy trong dây quấn phần ứng; ϕ là góc quay trục động cơ; R_m và L_m là điện trở và điện kháng phần ứng; K_m là hệ số phụ thuộc kết cấu và từ thông động cơ, giả thiết hằng số. Bỏ qua điện kháng cuộn dây, từ phương trình (6), mô-men điện từ do động cơ sinh ra khi cấp điện áp v là:

$$T_m = K_m i = \frac{K_m}{R_m} (v - K_m \dot{\phi}) \quad (7)$$

Đối với động cơ nhỏ, mô-men quán tính và ma sát tại trục động cơ không đáng kể. Do đó phương trình cân bằng mô-men trên trục động cơ là:

$$\frac{K_m}{R_m} (v - K_m \dot{\phi}) = Fr_p \quad (8)$$

Trong đó, F là lực tác động lên xe, r_p là bán kính puly. Mối liên hệ giữa chuyển động theo phương ngang của xe với chuyển động quay của động cơ thông qua hệ puly-dây đai là:

$$x_c = r_p \phi \quad (9)$$

Kết hợp (8) và (9), phương trình của lực tác động vào xe mang con lắc là:

$$F = \frac{K_m}{R_m r_p} v - \frac{K_m^2}{R_m r_p^2} \dot{x}_c = \alpha v - \beta \dot{x}_c \quad (10)$$

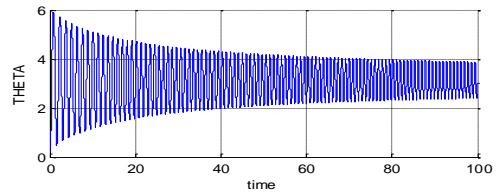
$$\text{với } \alpha = \frac{K_m}{R_m r_p} \text{ và } \beta = \frac{K_m^2}{R_m r_p^2}$$

Thay phương trình lực trong (10) vào hệ phương trình (5), ta có phương trình tổng quát mô tả hoạt động của mô hình điều khiển con lắc ngược như sau:

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x}_c + (b+\beta)\dot{x}_c + m\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = \alpha v \\ (J+ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = -ml\ddot{x}_c \cos\theta \end{cases} \quad (11)$$

Hình 2 biểu diễn kết quả mô phỏng góc quay con lắc trên

Matlab Simulink theo hệ phương trình (11) với các thông số: $M = 0,15$ kg; $m = 0,22$ kg; $l = 0,33$ m; $J = 0,002$ kg/m²; $b = 0,1$ Ns/m; $g = 9,81$ m/s². Góc lệch ban đầu 0,2 rad và vị trí xe tại gốc tọa độ được sử dụng trong mô phỏng.



Hình 2. Đáp ứng góc quay khi không điều khiển

Đáp ứng mô phỏng cho thấy góc quay con lắc rời xa giá trị ban đầu, sau đó dao động tự do tắt dần quanh giá trị $\theta = \pi$. Hệ không ổn định tại vị trí thẳng đứng phía trên nhưng ổn định tại vị trí thẳng đứng phía dưới. Kết quả mô phỏng này cho mô hình toán học con lắc theo hệ phương trình (11) phù hợp quy luật vật lý của mô hình thật.

1.2. Mô hình tuyến tính hóa

Xung quanh điểm cân bằng thẳng đứng phía trên, xem góc quay θ biến thiên nhỏ, do đó $\sin\theta \approx \theta$ và $\cos\theta \approx 1$. Hệ phương trình (11) được viết lại như sau:

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x}_c + (b+\beta)\dot{x}_c + m\ddot{\theta} = \alpha v \\ (J+ml^2)\ddot{\theta} + mgl\theta = -ml\ddot{x}_c \end{cases} \quad (12)$$

Hệ phương trình (12) là mô tả toán học mô hình con lắc ngược đã được tuyến tính hóa xung quanh điểm cân bằng.

Để xác định hàm truyền đạt mô hình con lắc ngược tuyến tính hóa, gọi tín hiệu vào là điện áp v đưa đến động cơ, tín hiệu ra là góc quay con lắc θ và vị trí xe x_c . Biến đổi Laplace hệ phương trình (12), ta tìm được các hàm truyền đạt của mô hình con lắc ngược như sau:

$$\frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{-\frac{\alpha ml}{q} s^2}{s^4 + \frac{(b+\beta)(J+ml^2)}{q} s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q} s^2 - \frac{(b+\beta)mgl}{q} s} \quad (13)$$

$$\frac{x_c(s)}{v(s)} = \frac{\frac{(J+ml^2)\alpha}{q} s^2 - \frac{\alpha mgl}{q}}{s^4 + \frac{(b+\beta)(J+ml^2)}{q} s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q} s^2 - \frac{(b+\beta)mgl}{q} s} \quad (14)$$

với $q = (M+m)(J+ml^2) - ml^2$

Đặt các biến trạng thái, tín hiệu vào, tín hiệu ra:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x_c \\ \dot{x}_c \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ x_c \end{bmatrix}, u = v$$

Từ phương trình (12), mô hình con lắc ngược có thể biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = AX + Bu \\ Y = CX \end{cases} \quad (15)$$

với:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(M+m)mgl}{q} & 0 & 0 & \frac{(b+\beta)ml}{q} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-m^2 gl^2}{q} & 0 & 0 & \frac{-(b+\beta)(J+ml^2)}{q} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha ml \\ q \\ \alpha(J+ml^2) \\ q \end{bmatrix}$$

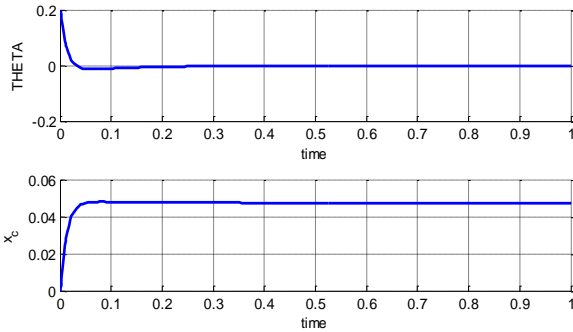
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Thay các thông số của mô hình con lắc vào các phương trình từ (13) đến (15), nhóm tác giả tìm được mô hình tuyến tính hóa của con lắc ngược có các điểm cực tại $[0 \ 6,69 \ -6,65 \ -829,73]^T$. Với các điểm cực này, mô hình con lắc khi chưa điều khiển không ổn định tại vị trí thẳng đứng phía trên. Điều này phù hợp với kết quả mô phỏng đã trình bày trong Hình 2.

2. Thiết kế các bộ điều khiển cho mô hình con lắc ngược

2.1. Bộ điều khiển PID

Nhóm tác giả bắt đầu quá trình thiết kế từ bộ điều khiển kinh điển PID. Chọn góc quay θ là tín hiệu ra được phản hồi. Sử dụng công cụ tự chỉnh thông số trong Matlab, các tác giả tìm được $K_P = -200$, $K_I = -1.500$, $K_D = 0$. Kết quả mô phỏng với bộ điều khiển PID biểu diễn trên Hình 3 cho thấy con lắc ổn định tại $\theta = 0$ với bộ điều khiển PID đã chọn. Tuy nhiên, từ điểm dừng khi con lắc cân bằng, xe tiếp tục dịch chuyển chậm theo thời gian chứ không cố định.



Hình 3. Đáp ứng với bộ điều khiển PID

2.2. Bộ điều khiển LQR

Khi sử dụng bộ điều khiển PID ở trên, hệ thống chỉ sử dụng một vòng phản hồi góc quay θ , không phản hồi vị trí xe. Điều đó lý giải nguyên nhân không thể kiểm soát được vị trí của xe. Do đó, để điều khiển đồng thời góc quay và ổn định vị trí xe, nhóm tác giả chọn phương pháp điều khiển bằng phản hồi trạng thái. Có nhiều thuật toán khác nhau để xác định thông số bộ điều khiển phản hồi trạng thái được giới thiệu trong [9], [10]. Đối với bài toán con lắc ngược, từ yêu cầu giữ con lắc và xe ổn định xung quanh điểm cân bằng $X = 0$, nhóm tác giả chọn bộ điều khiển toàn phương tuyến tính LQR. Bộ điều khiển này tính toán tín hiệu điều khiển u để tối thiểu hóa hàm mục tiêu dạng toàn phương:

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + R u^2) dt \quad (16)$$

Trong đó, Q là ma trận bán xác định dương và $R > 0$ chứa các hệ số do người thiết kế chọn trước. Để hàm mục tiêu trong (16) tối ưu, theo [9] tín hiệu điều khiển u được tính:

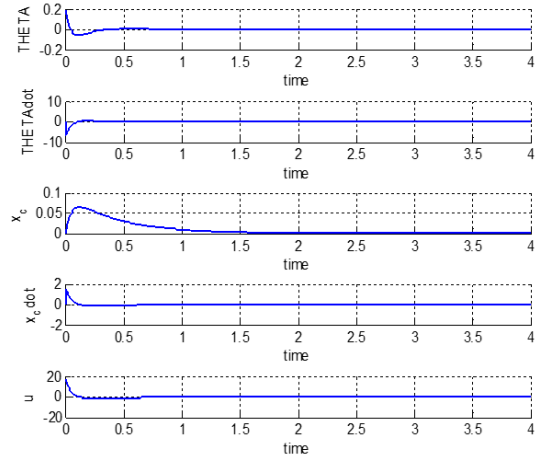
$$u = -KX \quad (17)$$

Trong đó:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (18)$$

P là nghiệm của phương trình đại số Riccati:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (19)$$

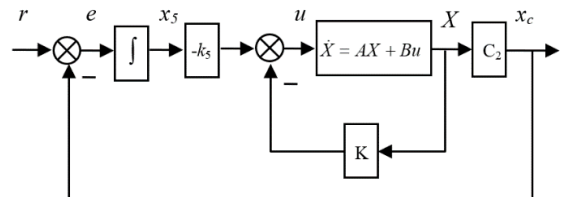


Hình 4. Đáp ứng với bộ điều khiển LQR

Chọn ma trận Q có $Q(1,1) = Q(3,3) = 3000$, các hệ số còn lại bằng 0 và $R = 1$, tính toán ma trận hệ số phản hồi K theo các phương trình (18), (19), ta được $K = [-84,82 \ -9,68 \ -54,77 \ -43,59]^T$. Hệ thống kín khi có bộ điều khiển LQR có các điểm cực tại $[-829,41 \ -24,96 \ -2,47 + j1,67 \ -2,47 - j1,67]^T$ nên ổn định. Mô phỏng hệ thống với bộ điều khiển LQR trên Hình 4 cho thấy con lắc ổn định, xe cân bằng xung quanh gốc tọa độ, khả năng đáp ứng của hệ thống nhanh. Các thông số của quá trình quá độ phụ thuộc vào việc chọn trước các ma trận Q, R trong hàm mục tiêu. Điều chỉnh Q, R và mô phỏng trên Matlab để có đáp ứng quá độ theo yêu cầu điều khiển.

2.3. Kết hợp điều khiển vị trí trong bộ điều khiển LQR

Bộ điều khiển LQR mang lại đáp ứng điều khiển tối ưu xung quanh điểm cân bằng. Tuy nhiên, theo (17), tín hiệu điều khiển u không chứa thành phần tín hiệu đặt từ bên ngoài nên hệ thống không có khả năng đáp ứng các yêu cầu từ tín hiệu đặt. Trong bài toán con lắc ngược, ta không thể điều khiển di chuyển xe mang con lắc đến vị trí đặt mong muốn. Bộ điều khiển LQR do vậy chỉ đóng vai trò làm bộ điều chỉnh tại điểm cân bằng.



Hình 5. Sơ đồ điều khiển LQR hai vòng kín

Để đồng thời điều khiển cân bằng con lắc và xe di chuyển đến vị trí đặt, nhóm tác giả tạo thêm một mạch vòng phản hồi vị trí xe như Hình 5. Lúc này hệ có 2 vòng kín: vòng ngoài phản hồi vị trí xe và vòng trong phản hồi biến trạng thái.

Tín hiệu ra cần điều khiển cho mạch vòng ngoài là vị trí xe:

$$y_2 = x_c = C_2 X \quad (20)$$

với $C_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$.

Đặt thêm biến trạng thái x_5 sao cho:

$$\frac{dx_5}{dt} = e = r - x_c \quad (21)$$

Từ Hình 5, tín hiệu điều khiển tác động đến mô hình con lắc ngược có 2 vòng kín là:

$$u = -KX - k_5 x_5 \quad (22)$$

Từ (15), (20), (21) và (22), ta có thể viết lại phương trình trạng thái của hệ thống 2 vòng phản hồi như sau:

$$\begin{bmatrix} \frac{dX}{dt} \\ \frac{dx_5}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & -Bk_5 \\ -C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (23)$$

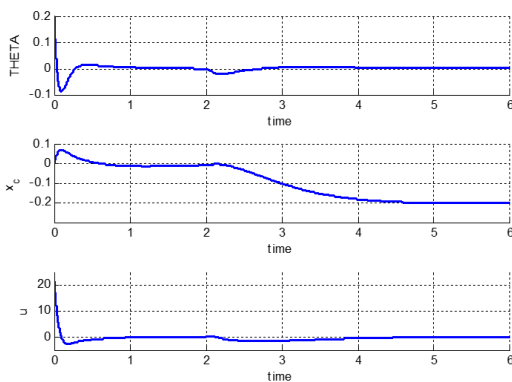
Đặt:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} X \\ x_5 \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A - BK & 0 \\ -C_2 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{K} = [K \ k_5]$$

phương trình (23) có thể được viết dưới dạng tổng quát của bộ điều khiển LQR như sau:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{X}}{dt} = \bar{A}\bar{X} + \bar{B}u \\ u = -\bar{K}\bar{X} \end{cases} \quad (24)$$

Với phương trình (24), ta có thể áp dụng thuật toán LQR xung quanh điểm cân bằng $\bar{X} = 0$. Tại vị trí cân bằng, $x_5 = 0$ nên sai lệch giữa vị trí xe và vị trí đặt được triệt tiêu. Kết quả là, mô hình thực hiện được điều khiển vị trí xe cùng với bộ điều khiển LQR.



Hình 6. Đáp ứng với bộ điều khiển LQR

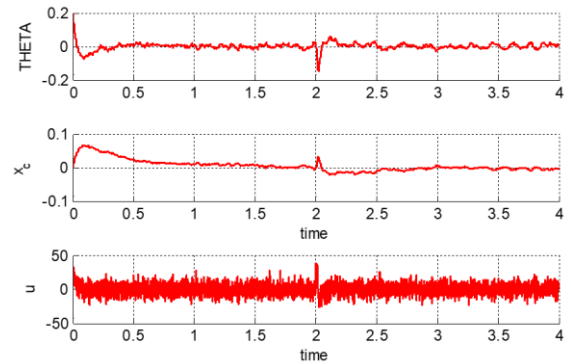
Áp dụng các bước tính toán bộ điều khiển LQR đã trình bày ở phần 2.2 vào hệ phương trình (24) với vị trí xe ban đầu tại gốc tọa độ và $\theta_0 = 0,2$ rad, nhóm tác giả tìm được $\bar{K} = [-100,82 \ -12,66 \ -110,59 \ -57,11 \ 100]^T$. Hình 6 trình bày kết quả mô phỏng trong đó giá trị đặt vị trí xe - 0,2 m được đưa đến ở thời điểm $t = 2$ s khi xe đã ổn định tại gốc tọa độ. Từ kết quả mô phỏng có thể nhận thấy, khi nhận được giá trị đặt, hệ xe - con lắc di chuyển đến vị trí

đặt mới, con lắc dao động nhỏ nhưng đảm bảo cân bằng trong quá trình xe di chuyển.

3. Điều khiển khi xét đến ảnh hưởng của nhiễu

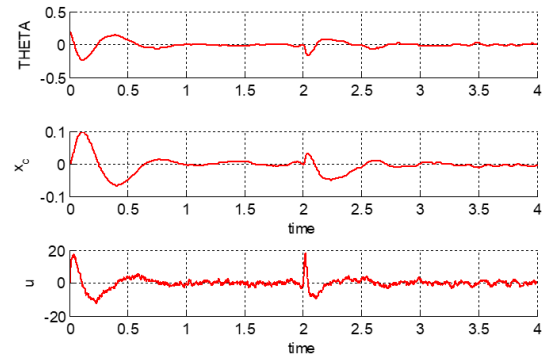
3.1. Tác động của nhiễu đến mô hình

Các hệ thống điều khiển trong thực tế luôn chịu tác động của nhiễu từ nhiều nguồn khác nhau như: các thiết bị đo lường, các bộ chuyển đổi, tác động bên ngoài, v.v. Đối với mô hình đang khảo sát, do hệ thống cần điều khiển để con lắc ổn định ở vị trí thẳng đứng phía trên nên bất cứ tác động nhỏ nào của nhiễu đều có thể ảnh hưởng đến tình trạng ổn định của mô hình. Ngoài ra, khi sử dụng bộ điều khiển LQR, hệ thống cần đến các biến trạng thái nên sự có mặt của nhiễu trong biến trạng thái sẽ ảnh hưởng đến bộ điều khiển đã tính toán. Hình 7 mô phỏng con lắc khi chịu tác động nhiễu trên thiết bị đo góc quay và vị trí xe với phương sai nhiễu lần lượt là 0,002 và 0,001 và tác động của ngoại lực tại thời điểm 2 s. Kết quả mô phỏng cho thấy, tuy mô hình con lắc ngược vẫn ổn định nhưng tín hiệu điều khiển u luôn phải tác động để giữ cân bằng cho mô hình.



Hình 7. Đáp ứng hệ thống khi có nhiễu

3.2. Loại nhiễu



Hình 8. Đáp ứng khi sử dụng bộ lọc Kalman

Để ước lượng các biến trạng thái dùng cho bộ điều khiển LQR và kết hợp lọc nhiễu, nhóm tác giả sử dụng bộ lọc Kalman theo phương trình:

$$\frac{d\hat{X}}{dt} = A\hat{X} + Bu + L(Y - C\hat{X}) \quad (25)$$

Trong đó, L hệ số điều chỉnh của bộ lọc Kalman được giới thiệu trong [8]. Kết quả mô phỏng khi sử dụng bộ lọc Kalman được trình bày trong Hình 8. Có thể nhận thấy, khi sử dụng bộ lọc, tín hiệu điều khiển u giảm dao động đáng kể, do đó, vị trí xe và góc lệch con lắc ít bị tác động của nhiễu.

4. Xây dựng mô hình thực nghiệm

4.1. Thiết kế mô hình

Nhóm tác giả xây dựng mô hình thực nghiệm với các thông số trùng với thông số dùng trong mô phỏng để đánh giá các thuật toán điều khiển. Chiều dài tối đa dịch chuyển theo phương ngang của xe là 50 cm. Hệ thống sử dụng 2 thiết bị đo: encoder thứ nhất gắn đồng trục pulley của cơ cấu chuyển động để xác định góc quay của con lắc, encoder thứ hai gắn đồng trục với động cơ truyền động điều khiển vị trí để đo vị trí xe. Mô hình sử dụng động cơ điện một chiều có điện áp định mức 24 V, công suất 32 W.

Thuật toán điều khiển con lắc ngược dùng bo mạch arduino UNO R3 bao gồm hai quá trình. Đầu tiên xử lý đọc thông số góc lệch và độ dịch chuyển của con lắc ở thời điểm hiện tại. Quá trình lắc (swing up) được thực hiện nếu góc lệch con lắc lớn hơn 0,35 rad. Thuật toán điều khiển swing up sử dụng cho mô hình được giới thiệu trong [11], trong đó điện áp điều khiển đưa đến con lắc theo phương trình:

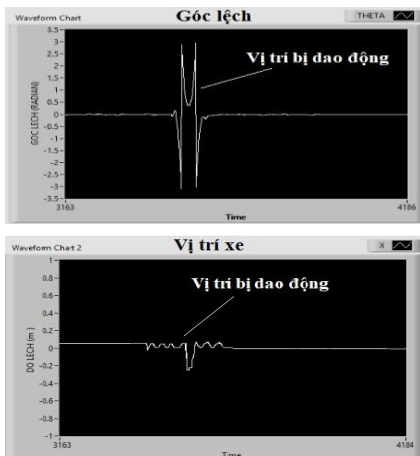
$$v = k(E - E_r) \text{sign}(\dot{\theta} \cos \theta) \quad (25)$$

$$\text{với } E_r = 2mgl, \quad E = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + mgl(\cos \theta - 1)$$

Sau quá trình swing up, vi xử lý điều khiển giữ thăng bằng cho con lắc dựa vào tín hiệu điều khiển u theo công thức (17) nếu chỉ điều khiển xung quanh điểm cân bằng, hoặc công thức (24) nếu kết hợp điều khiển vị trí. Các thông số bộ điều khiển đã tính toán được trong mô phỏng được đưa vào mô hình thực nghiệm.

4.2. Kết quả thực nghiệm

Ở quá trình khởi động, con lắc dao động mạnh sang hai bên để bắt đầu swing up. Sau vài chu kỳ dao động, con lắc ổn định ở vị trí thẳng đứng phía trên.



Hình 9. Con lắc bị tác động ngoại lực lớn

Hình 9 mô tả quá trình điều khiển con lắc ngược khi bị tác động ngoại lực đủ lớn từ vị trí cân bằng được quan sát trên Labview. Con lắc rơi khỏi vị trí thẳng đứng phía trên và quá trình swing up xuất hiện. Sau 2 chu kỳ dao động nhờ tác động của quá trình swing up, bộ điều khiển LQR tiếp tục tác động làm xe dao động nhỏ để đưa hệ thống về

điểm cân bằng. Kết quả thực nghiệm với các tác động ngoài và giá trị đầu khác nhau, cho thấy mô hình con lắc hoạt động ổn định với thông số bộ điều khiển đã tính toán và phù hợp với mô phỏng. Con lắc có khả năng tự cân bằng trong khoảng thời gian ngắn khi khởi động cũng như khi bị tác động ngoại lực. Tuy nhiên vẫn còn một số sai lệch nhỏ giữa mô phỏng và thực nghiệm, do mô hình mô phỏng đã sử dụng một số giả thiết để đơn giản hóa mô hình.

5. Kết luận

Từ việc xây dựng mô tả toán học của mô hình con lắc ngược, bài báo chứng tỏ con lắc ngược là đối tượng điều khiển phi tuyến. Tuyến tính hoá xung quanh điểm cân bằng cho thấy mô hình con lắc là hệ không ổn định ở vị trí thẳng đứng phía trên. Sử dụng bộ điều khiển tối ưu LQR cho phép ổn định góc quay nhưng không di chuyển xe đến vị trí đặt. Bằng việc bổ sung mạch vòng phản hồi vị trí xe bên ngoài mạch phản hồi trạng thái và thực hiện một số biến đổi, các tác giả có thể áp dụng bộ điều khiển LQR cho hệ thống 2 mạch vòng. Kết quả mô phỏng cho thấy hệ thống 2 mạch vòng cho phép điều khiển xe đến vị trí đặt trong khi con lắc giữ được cân bằng. Nhằm giảm ảnh hưởng của nhiễu đo lường tác động lên mô hình lắp ráp trong quá trình điều khiển, nhóm tác giả sử dụng bộ lọc Kalman để lọc nhiễu và ước lượng trạng thái. Kết quả từ mô hình thực nghiệm đã chứng tỏ việc sử dụng 2 mạch vòng điều khiển kết hợp với bộ lọc Kalman đã giảm đáng kể tác động của nhiễu đo lường đến điều khiển, đồng thời mô hình đáp ứng các yêu cầu điều khiển đặt ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Elisa Sara Varghese et al, *Optimal Control of Inverted Pendulum System Using PID Controller, LQR and MPC*, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 263 052007, 2017.
- [2] Dimple J. Vora, Nabanita Basu, "Modelling and Simulation of Inverted Pendulum Using Internal Model Control", *Journal for research*, Vol. 01, Issue 12, 2016, pp. 41-45.
- [3] Roshan Kumar et al, "Modeling and Simulation of Inverted Pendulum System Using Matlab: Overview", *International Journal of Mechanical and Production Engineering*, Vol. 1, Issue 4, 2013, pp. 52-55.
- [4] Petr Chalupa, Vladimír Bobál, *Modelling and Predictive Control of Inverted Pendulum*, Proceeding of the 22nd European Conference on Modelling and Simulation ECMS, 2008, pp. 531-537.
- [5] Maria Landry et al, "Dynamics of An Inverted Pendulum with Delayed Feedback Control", *SIAM Journal on Applied Dynamical systems*, Vol. 4, No. 2, 2005, pp. 333-351.
- [6] Kavirayani Srikanth, G. V. Nagesh Kumar, "Stabilization at Upright Equilibrium Position of A Double Inverted Pendulum with Unconstrained Bat Optimization", *International Journal on Computational Science & Applications (IJCSA)*, Vol. 5, No. 5, 2015, pp. 87-101.
- [7] Nguyễn Văn Khanh et al, "Điều khiển cân bằng con lắc ngược sử dụng thuật toán PD mờ", *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ*, Số 29, 2013, trang 15-22.
- [8] Greg Welch, Gary Bishop, *An Introduction to the Kalman Filter*, UNC-Chapel Hill, 2000, pp. 95-041.
- [9] Richard C. Dof, Robert H. Bishop, *Modern Control System*, 12th edition, Prentice Hall, 2013.
- [10] Farid Golnaraghi, Benjamin C. Kuo, *Automatic Control Systems*, 9th edition, John Wiley & Sons, INC, 2009.
- [11] K.J. Åström, K. Furuta, "Swinging up a Pendulum by Energy Control", *Automatica*, Vol. 36, Issue 2, 2000, pp. 287-295.