

BẢN THẢO
CÁC MÔ HÌNH TRONG KỸ THUẬT ĐIỀU KHIỂN

KS. Võ Minh Tài

¹Đại học Bách Khoa (BKU), Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

MỤC LỤC

LỜI MỞ ĐẦU	1
CHƯƠNG 1: PHƯƠNG PHÁP NHẬN DẠNG ĐỘNG CƠ	3
1.1. Mô hình toán học động cơ DC	3
1.2 Phương pháp nhận dạng động cơ	5
1.3 Thiết lập chương trình nhận dạng.....	7
1.4 Nghiên cứu tình huống: Nhận dạng động cơ DC	9
1.4.1 Giới thiệu về động cơ.....	9
1.4.2 Thực nghiệm và thu thập kết quả.....	9
CHƯƠNG 2: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC QUAY HAI BẬC	11
2.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược quay	11
2.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay	12
2.2.1 Cơ sở khoa học.....	12
2.2.2 Thành lập phương trình động học cho hệ con lắc ngược quay	13
2.2.3 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay dưới dạng phương trình vi phân	17
CHƯƠNG 3: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC XE HAI BẬC – HỆ ĐƠN THANH CON LẮC.....	21
3.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược trên xe – hệ đơn thanh con lắc.....	21
3.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược trên xe.....	23
3.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược trên xe	23
3.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược trên xe	26
CHƯƠNG 4: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC TRÊN XE – HỆ HAI THANH CON LẮC	27
4.1 Giới thiệu mô hình con lắc ngược hai bậc trên xe.....	27
4.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe	29
4.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược hai bậc trên xe	29
4.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe.....	31
CHƯƠNG 5: MÔ HÌNH HỆ PENDUBOT.....	33

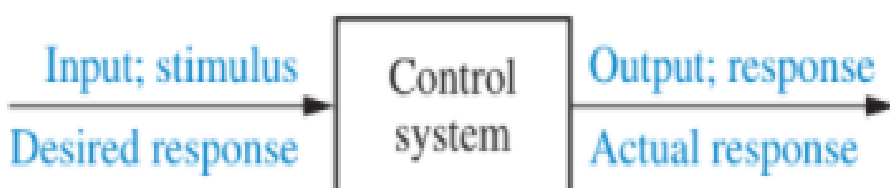
5.1 Giới thiệu về hệ pendubot	33
5.2 Mô tả toán học hệ Pendubot	35
5.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ Pendubot	35
5.2.2 Mô tả toán học dưới dạng phương trình vi phân.....	40
CHƯƠNG 6: MÔ HÌNH PENDUBOT BA BẬC TỰ DO.....	41
6.1 Giới thiệu về mô hình Pendubot ba bậc tự do	41
6.2 Mô tả toán học hệ Pendubot ba thanh	41
CHƯƠNG 7: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC BÁNH XE QUÁN TÍNH	47
7.1 Giới thiệu về mô hình bánh đà con lắc ngược quay	47
7.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược bánh xe quán tính	48
CHƯƠNG 8: MÔ HÌNH HỆ BÓNG VÀ THANH ĐỖ.....	52
8.1 Giới thiệu về mô hình hệ bóng và thanh	52
8.2 Mô tả toán học cho hệ bóng và thanh đỡ.....	54
CHƯƠNG 9: MÔ HÌNH HỆ BỒN NƯỚC ĐƠN	56
9.1 Giới thiệu mô hình hệ bồn nước đơn.....	56
9.2 Mô hình toán hệ thống bồn nước đơn	57
CHƯƠNG 10: MÔ HÌNH HỆ CẦU TRỤC.....	59
10.1 Giới thiệu về mô hình hệ cầu trục	59
10.2 Mô hình toán hệ thống tháp cầu trục	63
CHƯƠNG 11: MÔ HÌNH HỆ XE HAI BÁNH CÂN BẰNG	67
11.1 Giới thiệu về mô hình hệ xe hai bánh cân bằng	67
11.2 Mô hình toán học hệ robot xe hai bánh cân bằng.....	69
CHƯƠNG 12: MÔ HÌNH HỆ THỐNG LÒ NHIỆT	74
12.1 Giới thiệu về mô hình hệ lò nhiệt.....	74

12.2 Mô hình toán học của hệ thống lò nhiệt	75
12.3 Giới thiệu về các thành phần trong mô hình thực tế hệ thống lò nhiệt	76
CHƯƠNG 13: MÔ HÌNH HỆ ACROBOT	80
13.1 Giới thiệu về mô hình hệ Acrobot	80
13.2 Mô hình toán học hệ Acrobot	81
TÀI LIỆU THAM KHẢO	84
PHỤ LỤC	88
I. Giới thiệu phần mềm Matlab® của MathWorks.....	88
I.A Giới thiệu về Simulink	89
I.B Giới thiệu các khối hỗ trợ thiết kế và mô phỏng một hệ thống điều khiển tự động	89
II. Giới thiệu thư viện lập trình Waijung STM32F4 trên Matlab	91
III. Phần mềm Terminal.....	91
IV. Cầu H IR2184.....	92
V. Giới thiệu về vi điều khiển STM32F407 DISCOVERY	93
VI. Sơ đồ kết nối phần cứng điều khiển mô hình con lắc ngược quay sử dụng vi điều khiển STM32F407 Discovery	95
VII. Thiết kế mạch cầu H	96

LỜI MỞ ĐẦU

Kỹ thuật điều khiển trong lĩnh vực Điều khiển Tự động tuy không mới nhưng đóng một vai trò rất quan trọng trong quá trình tự động hóa của thế giới nói chung và Việt Nam nói riêng. Mọi quá trình tự động hóa đều yêu cầu ngày càng cao về độ chính xác, tin cậy, khả năng làm việc trong môi trường khắc nghiệt với thời gian dài của các hệ thống Điều khiển tự động. Vì vậy, việc nghiên cứu và phát triển các hệ thống để đáp ứng được yêu cầu trên là việc cần thiết.

Hệ thống điều khiển bao gồm các hệ thống con và quy trình được lắp ráp với mục đích đạt được ngõ ra mong muốn với hiệu suất mong muốn, cùng một ngõ vào được chỉ định. Hình A.1 cho thấy một hệ thống điều khiển ở dạng đơn giản nhất của nó, trong đó ngõ vào đại diện cho ngõ ra mong muốn. [1]



Hình A.1 Mô tả đơn giản của một hệ thống điều khiển

Khi thiết kế một hệ thống điều khiển chúng ta cần tuân thủ các bước sau: [1]

Bước 1: Xác định một hệ thống vật lý và các thông số kỹ thuật của hệ từ các yêu cầu.

Bước 2: Vẽ sơ đồ khối chức năng.

Bước 3: Biểu diễn hệ thống vật lý dưới dạng giản đồ.

Bước 4: Sử dụng giản đồ để xây dựng mô hình toán học, chẳng hạn như sơ đồ khối.

Bước 5: Đơn giản hoá sơ đồ khối.

Bước 6: Phân tích và thiết kế hệ thống để đáp ứng các yêu cầu đã được đặt ra bao gồm tính ổn định, đáp ứng hệ thống và hiệu suất ở trạng thái ổn định

Cuốn sách ***Các mô hình trong kỹ thuật điều khiển*** giới thiệu lần lượt đến đọc giả về các mô hình thí nghiệm phổ biến trong phòng thí nghiệm kỹ thuật điều khiển. Nhóm tác giả hi vọng từ những phân tích các mô hình trong cuốn sách này sẽ là cơ sở cho các bạn đọc giả nghiên cứu ứng dụng vào các phương pháp điều khiển. Cách tiếp cận các mô hình dựa trên các phương trình toán học và các định luật toán học để mô tả hệ thống.

Cuốn sách ***Các mô hình trong kỹ thuật điều khiển*** này bao gồm 12 chương lần lượt giới thiệu đến quý bạn đọc theo trình tự như sau:

Chương 1: Phương pháp nhận dạng động cơ

Chương 2: Mô hình con lắc ngược quay hai bậc tự do

Chương 3: Mô hình con lắc ngược trên xe – Hệ đơn thanh con lắc

Chương 4: Mô hình con lắc ngược trên xe – Hệ hai thanh con lắc

Chương 5: Mô hình Pendubot

Chương 6: Mô hình Pendubot ba bậc tự do

Chương 7: Mô hình bánh đà con lắc ngược quay

Chương 8: Mô hình hệ bóng và thanh

Chương 9: Mô hình bồn nước đơn

Chương 10: Mô hình hệ cầu trục

Chương 11: Mô hình hệ xe hai bánh cân bằng

Chương 12: Mô hình hệ thống lò nhiệt

Chương 13: Mô hình hệ Acrobot

Mặc dù nhóm tác giả đã cố gắng biên soạn, song nội dung cuốn sách khó tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến gia đình đã khuyến khích, động viên để tác giả có thể hoàn thiện cuốn sách này.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến Huỳnh Thanh Hải, Trần Hoàng Minh, Võ Anh Khoa, Nguyễn Huy Hoàng, Trần Minh Đức đã giúp đỡ, động viên, hỗ trợ về mặt tinh thần để tác giả hoàn thành cuốn sách này.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến quản lý trực tiếp Th.S Lê Thị Thanh Minh đã tạo điều kiện thuận lợi để tác giả có thời gian hoàn thành tác phẩm này.

Nhóm tác giả xin chân thành cảm ơn bạn đọc gần xa đã đóng góp ý kiến để quyển sách này được hoàn thiện hơn. Thư góp ý xin gửi về địa chỉ Email:

minhtai.hcmute@gmail.com và hainvd@hcmute.edu.vn

TPHCM, ngày...tháng...năm 2022

Đại diện nhóm tác giả

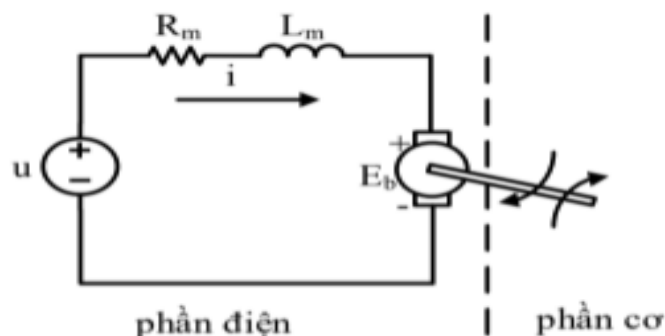
Võ Minh Tài

CHƯƠNG 1: PHƯƠNG PHÁP NHẬN DẠNG ĐỘNG CƠ

1.1. Mô hình toán học động cơ DC

Hầu hết các mô hình hệ thống có phương trình động học với ngõ vào là momen (momentum) τ , để thuận lợi cho việc điều khiển hệ, cần phải biến đổi phương trình động học của hệ thống về dạng ngõ vào là điện áp. Như vậy, việc điều khiển sẽ dễ dàng hơn. Chương này được thực hiện dựa trên nghiên cứu ở tài liệu [2].

Đồng thời, ta có thể thấy rằng, bản thân động cơ cũng là một hệ phi tuyến và điện áp mới là thành phần điều khiển mà người điều khiển sử dụng cho hệ thống. Momen động cơ chỉ là thành phần được tạo ra do quá trình sử dụng điện áp. Do đó việc chuyển đổi phương trình toán học về dạng ngõ vào điện áp (thay vì momen) là cần thiết. Từ những phân tích ở trên, nhóm tác giả đã thực hiện chương Phương pháp nhận dạng động cơ đầu tiên để làm tiền đề cho các phân tích trong mô hình ở các chương sau.



Hình 1.1 Cấu trúc động cơ DC

Bảng 1.1 Thông số động cơ

Ký hiệu	Mô Tả	Chú thích
R_m	Điện trở động cơ (Ω)	Nhà sản xuất cung cấp
L_m	Cuộn cảm động cơ (H)	Nhà sản xuất cung cấp
K_b	Hằng số phản điện (V/rad/sec)	Nhà sản xuất cung cấp
K_t	Hằng số momen (Nm/A)	Nhà sản xuất cung cấp
J_m	Momen quán tính của rotor động cơ DC (kg^2)	Nhà sản xuất cung cấp
C_m	Hệ số ma sát nhớt (Nm/rad/sec)	Phải tính toán xác định
T_f	Momen ma sát (Nm)	Nhà sản xuất cung cấp
T_m	Momen xoắn cản (Nm)	Đại lượng để tính toán
ω	Vận tốc động cơ DC	Đại lượng để tính toán
τ_i	Momen xoắn nội (Nm)	Đại lượng để tính toán
θ_m	Góc xoay trục động cơ (rad)	Đại lượng để tính toán
N_g	Tỷ số truyền động cơ	Đại lượng để tính toán

Cấu trúc động cơ được chia ra thành 2 phần: phần điện và phần cơ

Phần điện:

$$e = L_m \frac{di}{dt} + R_m i + E_b \text{ mà } E_b = K_b \omega \text{ nên } e = L_m \frac{di}{dt} + R_m i + K_b \omega \quad (1.1)$$

Phần cơ:

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \tau_i - T_f - C_m \omega - \tau_m \text{ mà } \tau_i = K_t i \text{ nên} \quad (1.2)$$

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = K_t i - T_f - C_m \omega - \tau_m$$

Công suất điện:

$$P_e = E_b i(W) \quad (1.3)$$

Công suất cơ:

$$P_m = \tau_i \omega(W) \quad (1.4)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\begin{aligned} P_e = P_m &\Rightarrow E_b i = \tau_i \omega(W) \\ &\Rightarrow K_b \omega i = K_t i \omega \\ &\Rightarrow K_b = K_t \end{aligned} \quad (1.5)$$

Trong trường hợp K_b và K_t dùng đơn vị MKS (K_b có đơn vị V/rad/s và K_t có đơn vị Nm/A). Lúc này, $K_b = K_t$

Biến đổi Laplace (1.1) và (1.2), ta được:

$$\begin{cases} E(s) = L_m s I(s) + R_m I(s) + K_b \Omega(s) \\ J_m s \Omega(s) = K_t I(s) - T_f(s) - C_m \Omega(s) - \tau_m(s) \end{cases} \quad (1.6)$$

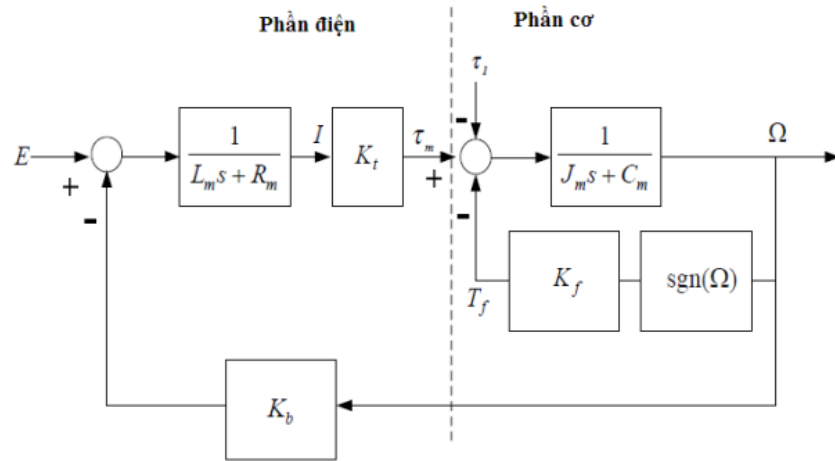
Giả thiết rằng T_f là hằng số và $T_f = K_f \text{sgn}(\Omega)$

$$K_f = \text{const và } \text{sgn}(\Omega) = \begin{cases} 1 & \Omega > 0 \\ 0 & \Omega = 0 \\ -1 & \Omega < 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Với

$$\begin{aligned} G1 &= \frac{1}{L_m s + R_m}; G2 = K; G1 = \frac{1}{J_m s + C_m}; G4 = K_f; \\ G5 &= \text{sgn}(\Omega); G6 = K_b \end{aligned} \quad (1.8)$$

Khởi mô tả động cơ DC theo hàm truyền như sau:



Hình 1.2 Khối mô tả động cơ DC theo hàm truyền

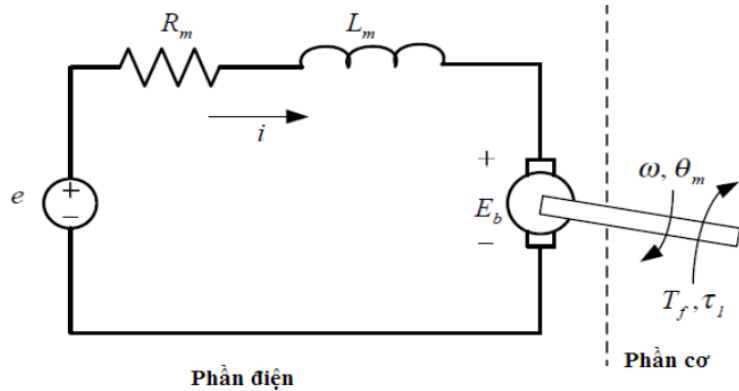
Vì tốc độ điện nhanh hơn so với tốc độ cơ khí:

$$e \gg L_m \frac{di}{dt} \text{ nên có thể bỏ qua } L_m \frac{di}{dt} \Rightarrow e = R_m i + K_b \omega \Rightarrow i = \frac{e - K_b \omega}{R_m} \quad (1.9)$$

$$\tau_i = K_t i = \frac{K_t}{R_m} (e - K_b \omega) = \frac{K_t}{R_m} e - \frac{K_t}{R_m} K_b \omega \quad (1.10)$$

1.2 Phương pháp nhận dạng động cơ

Phương pháp nhận dạng được nhóm tác giả tiến hành nghiên cứu, thực hành dựa theo tài liệu [3].



Hình 1.3 Cấu trúc động cơ DC

Ta thiết lập phương trình:

$$\frac{di(t)}{dt} \approx \frac{i(t_{n+1}) - i(t_n)}{\Delta t} \quad (1.11)$$

Phương trình cân bằng điện áp như sau:

$$\begin{aligned}
e(t_n) &= i(t_n).R_m + \frac{di(t)}{\Delta t} L_m + K_b w(t_n) \\
\Leftrightarrow e(t_n) &= i(t_n).R_m + \frac{i(t_{n+1}) - i(t_n)}{\Delta t} .L_m + K_b w(t_n) \\
\Leftrightarrow \Delta t .e(t_n) &= i(t_n).R_m .\Delta t + [i(t_{n+1}) - i(t_n)].L_m + K_b w(t_n) .\Delta t \\
\Leftrightarrow \Delta t .e(t_n) &= i(t_n).R_m .\Delta t + i(t_{n+1}).L_m - i(t_n).L_m + K_b w(t_n) .\Delta t \\
\Leftrightarrow i(t_{n+1}) &= \frac{L_m - R_m .\Delta t}{L_m} .i(t_n) - \frac{K_b .\Delta t}{L_m} .w(t_n) + \frac{\Delta t}{L_m} .e(t_n)
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Phương trình cân bằng momen như sau:

$$\begin{aligned}
i(t_n).K_b &= \frac{dw(t_n)}{dt} .J_m + w(t_n).C_m + K_f \text{sgn}(w) \\
\Leftrightarrow i(t_n).K_b &= \frac{w(t_{n+1}) - w(t_n)}{\Delta t} .J_m + w(t_n).C_m + K_f \text{sgn}(w) \\
\Leftrightarrow \Delta t .i(t_n).K_b &= [w(t_{n+1}) - w(t_n)].J_m + \Delta t .w(t_n).C_m + \Delta t .K_f \text{sgn}(w) \\
\Leftrightarrow \Delta t .i(t_n).K_b &= J_m .w(t_{n+1}) - w(t_n).J_m + \Delta t .w(t_n).C_m + \Delta t .K_f \text{sgn}(w) \\
\Leftrightarrow w(t_{n+1}) &= \frac{J_m - C_m .\Delta t}{J_m} .w(t_n) + \frac{K_b .\Delta t}{J_m} .i(t_n) - \frac{K_f \text{sgn}(w) .\Delta t}{J_m}
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Ta đặt:

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{L_m - R_m .\Delta t}{L_m}; a_2 = -\frac{K_b .\Delta t}{L_m}; a_3 = \frac{\Delta t}{L_m} \\
b_1 &= \frac{K_b .\Delta t}{J_m}; b_2 = \frac{J_m - C_m .\Delta t}{J_m}; b_3 = -\frac{K_f .\Delta t}{J_m}
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Phương trình (1.13) và (1.14) trở thành (1.15), có dạng như sau:

$$\begin{aligned}
i(t_{n+1}) &= a_1 .i(t_n) + a_2 .w(t_n) + a_3 .e(t_n) \\
w(t_{n+1}) &= b_1 .i(t_n) + b_2 .w(t_n) + b_3 .\text{sgn}(w(t_n))
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Trong đó:

$i(t_{n+1})$ là dòng điện qua động cơ DC tại thời điểm t_{n+1}

$i(t_n)$ là dòng điện qua động cơ DC tại thời điểm t_n

$w(t_{n+1})$ là tốc độ góc của trục rotor động cơ tại thời điểm t_{n+1}

$w(t_n)$ là tốc độ góc của trục rotor động cơ tại thời điểm t_n

$e(t_n)$ là điện áp cấp cho động cơ tại thời điểm t_n

$\text{sgn}(w(t_n))$ là dấu của tốc độ góc của động cơ DC tại thời điểm t_n

$$\begin{aligned}
 i(2) &= a_1.i(1) + a_2.w(1) + a_3.e(1) \\
 w(2) &= b_1.i(1) + b_2.w(1) + b_3.\text{sgn}(w(1)) \\
 i(3) &= a_1.i(2) + a_2.w(2) + a_3.e(2) \\
 w(3) &= b_1.i(2) + b_2.w(2) + b_3.\text{sgn}(w(2)) \\
 i(4) &= a_1.i(3) + a_2.w(3) + a_3.e(3) \\
 w(4) &= b_1.i(3) + b_2.w(3) + b_3.\text{sgn}(w(3)) \\
 &\dots
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Từ (1.16), ta thành lập ma trận sau:

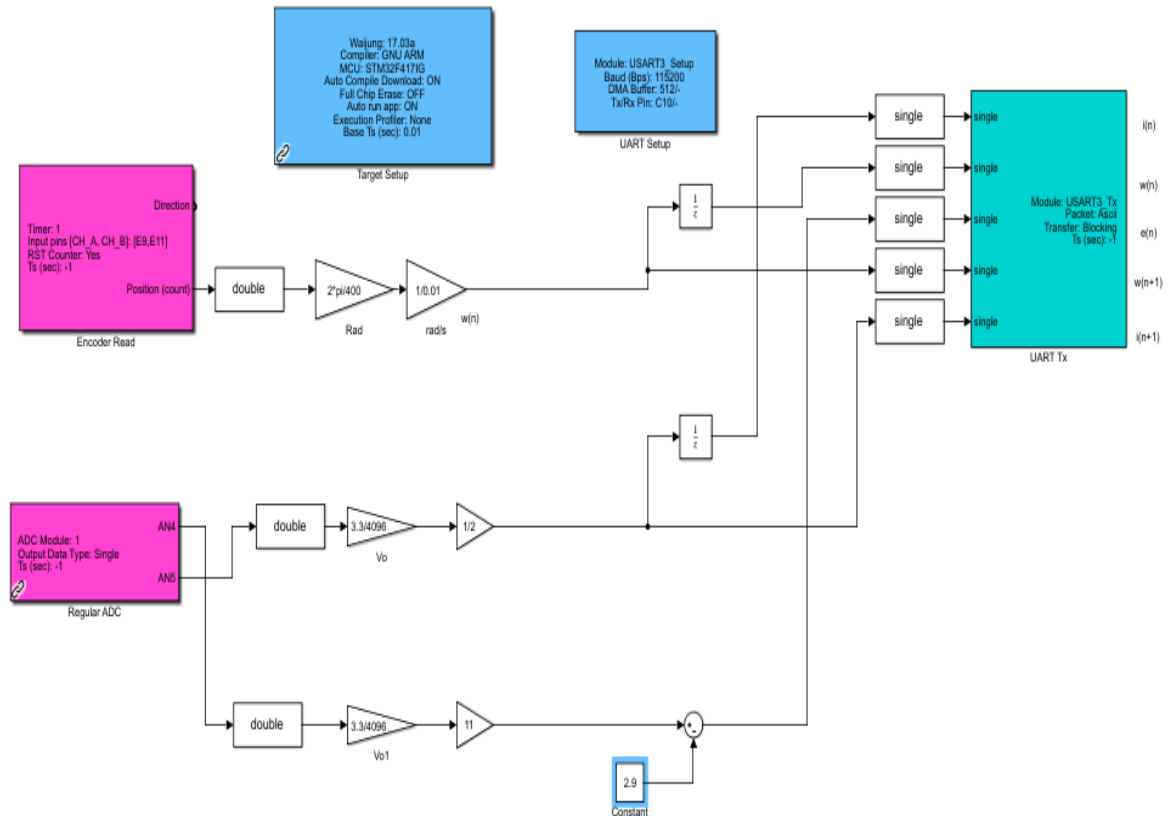
$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} i(2) \\ i(3) \\ i(4) \\ \dots \\ i(t_{n+1}) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i(1) & w(1) & e(1) \\ i(2) & w(2) & e(2) \\ i(3) & w(3) & e(3) \\ \dots & \dots & \dots \\ i(t_n) & w(t_n) & e(t_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} w(2) \\ w(3) \\ w(4) \\ \dots \\ w(5) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i(1) & w(1) & \text{sgn}(w(1)) \\ i(2) & w(2) & \text{sgn}(w(2)) \\ i(3) & w(3) & \text{sgn}(w(3)) \\ \dots & \dots & \dots \\ i(t_n) & w(t_n) & \text{sgn}(w(t_n)) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

Từ công thức ma trận (1.17), ta thiết lập chương trình nhận dạng trên Matlab/Simulink® và STM32F407 Discovery để thu thập số liệu đo được từ động cơ. Sau đó tính toán $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$. Sau đó, thay vào công thức (1.17) để xác định các thông số $L_m, R_m, K_b, K_f, C_m, J_m$ của động cơ DC.

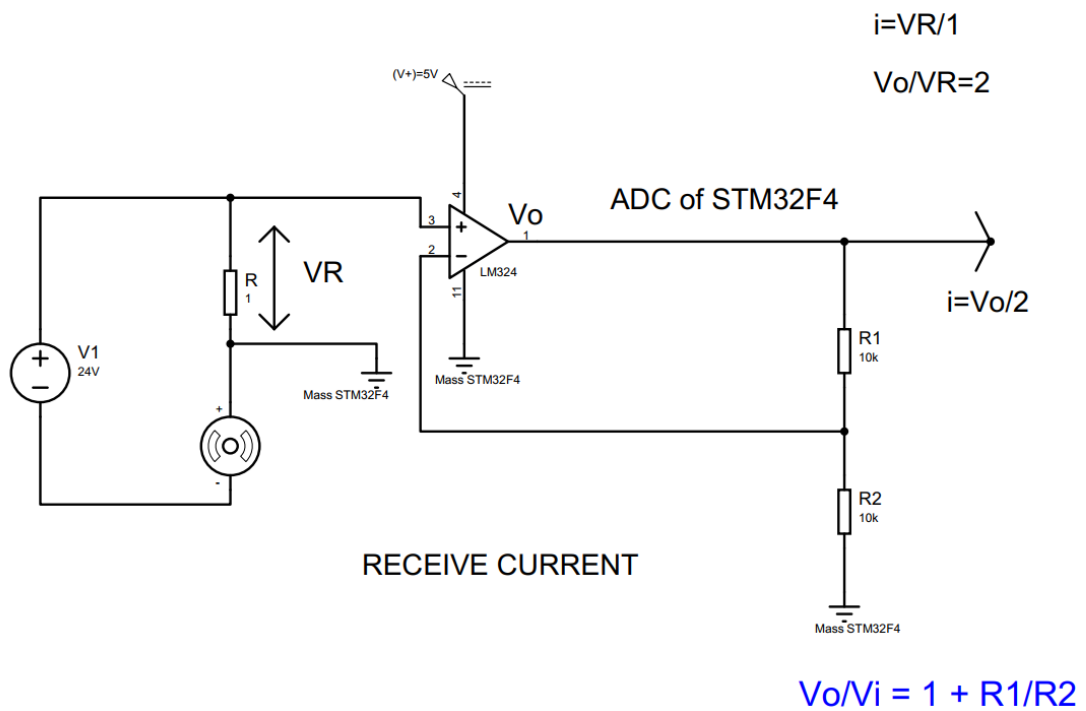
1.3 Thiết lập chương trình nhận dạng

Chương trình nhận dạng thông số động cơ được lập trình bằng phần mềm Matlab/Simulink® kết hợp với thư viện lập trình Waijung STM32F4 trên Matlab®. Giới thiệu về thư viện lập trình này được trình bày trong phần II. Phụ lục của cuốn sách này.

CHƯƠNG TRÌNH NHẬN DẠNG THÔNG SỐ ĐỘNG CƠ SERVO DC



Hình 1.4 Chương trình thu thập dữ liệu để nhận dạng động cơ DC



Hình 1.5 Kết nối phân cứng thu thập dòng điện

1.4 Nghiên cứu tình huống: Nhận dạng động cơ DC

1.4.1 Giới thiệu về động cơ

Động cơ Tamagawa Seiki 24 VDC – 30 W



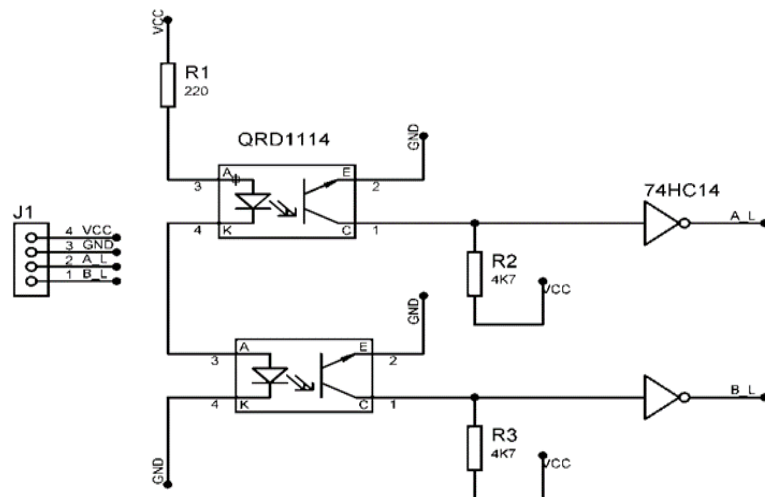
Hình 1.6 Động cơ servo motor DC 24VDC

Trên hệ thống động cơ Tamagawa Seiki 24 VDC – 30 W, encoder của động cơ có số xung là 100 xung/vòng. Bảng 1.2 trình bày thông số kỹ thuật của cảm biến encoder được đồng trục với động cơ servo.

Bảng 1.2 Thông số kỹ thuật enocoder động cơ Servo

Model	Vcc	GND	Kênh A	Kênh B	Resolution
Encoder	5V - RED	0V - BLUE	BROWN	YELLOW	100 xung/vòng

Sơ đồ kết nối của Encoder trong động cơ được trình bày như Hình 1.7



Hình 1.7 Sơ đồ kết nối của encoder

1.4.2 Thực nghiệm và thu thập kết quả

Từ kết quả thu thập số liệu trực tiếp khi động cơ hoạt động: ta xác định được điện áp (V), dòng điện (A), tốc độ góc trục quay động cơ (rad/s), dấu sgn(w), sắp xếp thành

ma trận A, B, D, E. Tính toán ma trận C và F bằng lệnh $C=B/A$, $F=E/D$ trên phần mềm Matlab/Simulink® để xác định các phân tử $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$

$$\begin{bmatrix} i(2) \\ i(3) \\ i(4) \\ \dots \\ i(t_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i(1) & w(1) & e(1) \\ i(2) & w(2) & e(2) \\ i(3) & w(3) & e(3) \\ \dots & \dots & \dots \\ i(t_n) & w(t_n) & e(t_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} w(2) \\ w(3) \\ w(4) \\ \dots \\ w(t_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i(1) & w(1) & \text{sgn}(w(1)) \\ i(2) & w(2) & \text{sgn}(w(2)) \\ \dots & \dots & \dots \\ i(3) & w(3) & \text{sgn}(w(3)) \\ i(t_n) & w(t_n) & \text{sgn}(w(t_n)) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Kết quả thu được:

$$a_1 = 0.3317; a_2 = -0.003; a_3 = 0.0569$$

$$b_1 = 0.027; b_2 = -1; b_3 = -7.1754e-04$$

Cuối cùng, ta xác định các thông số động cơ như sau:

$$L_m = \frac{\Delta t}{a_3}; K_b = -\frac{a_2}{a_3}; R_m = \frac{(1-a_1)}{a_3}$$

$$|T_f| = K_f = \frac{b_3 a_2}{b_1 a_3}; J_m = -\frac{a_2 \Delta t}{a_3 b_1}; C_m = \frac{a_2 (b_2 - 1)}{a_3 b_1}$$

Với thời gian lấy mẫu $\Delta t = 0.01$ s

Thông số động cơ sau khi nhận dạng:

$$L_m = 0.1756; K_b = 0.0531; R_m = 11.7356; T_f = 0.0014; K_f = 0.0014; J_m = 0.0195; C_m = 3.7757e-05$$

Vậy kết quả thu được sau khi nhận dạng thông số động cơ như sau:

Bảng 1.3 Thông số động cơ

Thông số	Ý nghĩa	Trị số
R_m	Điện trở động cơ (Ω)	11.7356
L_m	Cuộn cảm động cơ (H)	0.1756
K_b	Hằng số phản điện (V/rad/sec)	0.0531
K_t	Hằng số momen (Nm/A)	0.0531
J_m	Momen quán tính của rotor động cơ DC (kgm ²)	0.0195
C_m	Hệ số ma sát nhớt (Nm/rad/sec)	3.7757e-05
T_f	Momen ma sát (Nm)	0.0014
K_f	Momen xoắn cản (Nm)	0.0014
U_n	Điện áp định mức động cơ (V)	24

CHƯƠNG 2: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC QUAY HAI BẬC

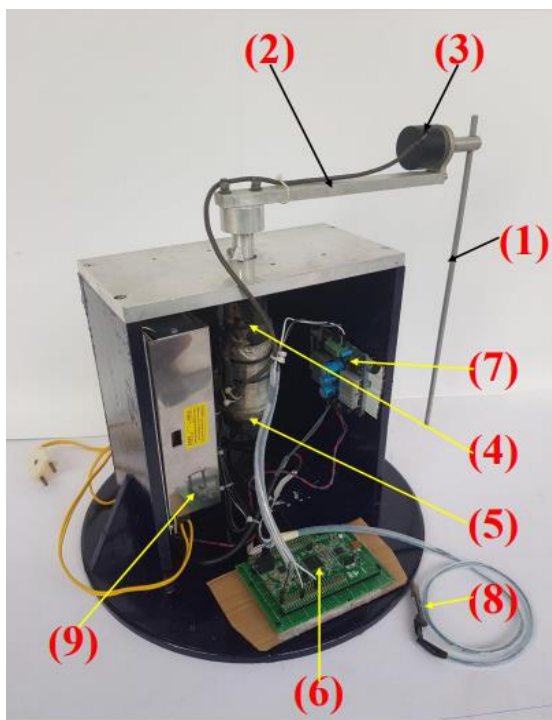
2.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược quay

Mô hình con lắc ngược là mô hình kinh điển và là mô hình phức tạp có độ phi tuyến cao trong lĩnh vực điều khiển. Để xây dựng và điều khiển hệ con lắc ngược tự cân bằng, đòi hỏi người điều khiển phải có nhiều kiến thức về cơ khí lẫn điều khiển hệ thống. Với mô hình này sẽ giúp người điều khiển kiểm chứng được nhiều cơ sở lý thuyết và các thuật toán khác nhau trong điều khiển tự động.

Hệ con lắc ngược quay còn được gọi là Rotary Inverted Pendulum hay Furuta Pendulum do Katsuhisa Furuta công bố lần đầu tiên vào năm 1992 tại Viện Kỹ thuật Tokyo. Hệ con lắc ngược quay là một hệ under-actuated có ngõ vào điều khiển ít hơn số bậc tự do và rất khó để điều khiển.

Hệ con lắc ngược quay được nghiên cứu trong đề tài bao gồm 2 thanh đồng chất, đầu thanh 1 được gắn chặt vào một động cơ DC. Đầu cuối thanh 1 được gắn vào đầu thanh 2 (thông qua 1 trục encoder nhằm tính toán góc lệch giữa thanh 2 và thanh 1) sao cho thanh 2 quay tự do xung quanh khớp nối với thanh 1.

Mô hình con lắc ngược quay được ứng dụng trong rất nhiều phòng thí nghiệm nhằm nghiên cứu các giải thuật điều khiển thông minh, điều khiển hiện đại, điều khiển tối ưu.



Hình 2.1 Mô hình thực tế hệ con lắc ngược quay hai bậc tại phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM [4]

Trong đó:

1. Thanh con lắc
2. Thanh cánh tay
3. Encoder thanh con lắc (500 p/r)
4. Động cơ Tamagawa Seiki 24 VDC – 30 W
5. Encoder thanh cánh tay (100 p/r)
6. Kit STM32F407 Discovery
7. Module cầu H
8. Mạch giao tiếp truyền dữ liệu UART CP2102
9. Nguồn xung 24 VDC – 10 A



Hình 2.2 Mô hình thực tế hệ con lắc ngược quay tại phòng thí nghiệm nghiên cứu robot tiên tiến trường Đại học Tabriz, Iran

2.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay

2.2.1 Cơ sở khoa học

Tất cả hệ thống điều khiển tự động đều được mô tả bằng một phương trình toán học dạng vi phân. Hệ con lắc ngược quay cũng vậy, để điều khiển được hệ con lắc ngược quay, việc đầu tiên là phải nắm rõ được đối tượng, từ đó mới đưa ra phương pháp điều khiển.

Đối với hệ con lắc ngược quay, để mô tả được hệ dưới dạng một phương trình toán học thì đó là sự kết hợp giữa vật lý và toán học với định luật cổ điển Lagrange

[3] (dựa trên tổng năng lượng của hệ và lực tổng quát trong một hệ trục tọa độ Descarts [5]).

Phương trình Lagrange loại 1:

$$\frac{\partial L}{\partial r_k} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{r}_k} \right] + \sum_{i=1}^C \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial r_k} = 0 \quad (2.1)$$

Trong đó:

r_k là vị trí của chất điểm thứ k

C là số lượng liên kết trong hệ

λ_i là nhân tử Lagrange thứ i

f_i là phương trình liên kết thứ i

L là hàm Lagrange của một hệ các hạt (chất điểm):

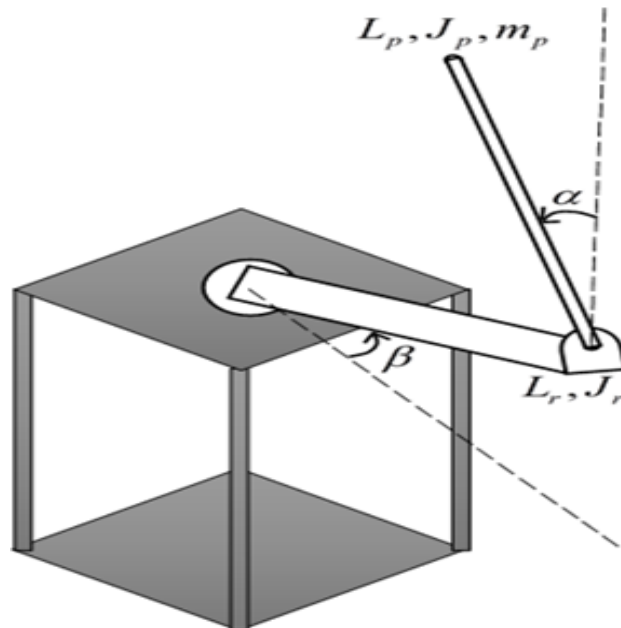
$$L = K - V \quad (2.2)$$

Với:

K là tổng động năng của các chất điểm trong hệ

V là tổng thế năng của các chất điểm trong hệ

2.2.2 Thành lập phương trình động học cho hệ con lắc ngược quay



Hình 2.3 Cấu trúc hệ con lắc ngược quay trên tọa độ Oxyz

Từ (2.1), áp dụng cho hệ con lắc ngược quay, ta có:

$$\frac{\partial L(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})}{\partial(\alpha, \beta)_k} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})}{\partial(\dot{\alpha}, \dot{\beta})_k} \right] + \tau = 0 \quad (2.3)$$

Trong đó:

$\alpha, \dot{\alpha}$: vector góc và vận tốc góc của thanh con lắc

$\beta, \dot{\beta}$: vector góc và vận tốc góc của thanh cánh tay

$\tau = \begin{bmatrix} \tau_m \\ 0 \end{bmatrix}$: là lực tổng quát liên kết với hệ tọa độ tổng quát

L là hàm Lagrange của thanh 1 và 2 trong hệ tọa độ Descarts từ công thức (2.2).
Với K là động năng của hệ con lắc ngược quay được xác định:

$$K = \frac{1}{2} * (\dot{\alpha}, \dot{\beta})^T * D(\alpha, \beta) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) \quad (2.4)$$

Trong đó:

$D(\alpha, \beta)$: là ma trận đối xứng định nghĩa dương với mỗi $\alpha, \beta \in R^2$, hay ma trận quán tính.

V là thế năng của hệ con lắc ngược quay là hàm của vị trí góc $V = V(\alpha, \beta)$, và độc lập với $\dot{\alpha}, \dot{\beta}$.

Tổng động năng của hệ:

$$K = \frac{1}{2} J_r \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_p \left\{ L_r^2 \dot{\beta}^2 + \frac{1}{4} L_p^2 (\dot{\beta}^2 - \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha) \right\} - \frac{1}{2} L_r L_p m_p \dot{\beta} \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (2.5)$$

Tổng thế năng của hệ:

$$V = m_p g L_p (1 - \cos \alpha) \quad (2.6)$$

Phương trình Lagrange – Euler được trình bày ở công thức (2.2). Theo phương pháp Euler – Lagrange, phương trình toán học của RIP được diễn tả:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = \tau - B_r \dot{\beta} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -B_p \dot{\alpha} \quad (2.8)$$

Tính toán theo phương trình (2.7), (2.8) và kết quả ta tìm được phương trình động lực học của hệ con lắc ngược quay:

$$\left(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 + \right. \\ \left. - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos^2 \alpha + J_r \right) \ddot{\beta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos \alpha \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin \alpha \cos \alpha \dot{\beta} \dot{\alpha} + \quad (2.9)$$

$$+ \frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin \alpha \dot{\alpha}^2 = \tau - B_r \dot{\beta} \\ - \frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos \alpha \ddot{\beta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos \alpha \sin \alpha \dot{\beta}^2 + \quad (2.10) \\ - \frac{1}{2} m_p L_p g \sin \alpha = -B_p \dot{\alpha}$$

Bảng 0.1 Các kí hiệu hệ con lắc ngược quay

Ký hiệu	Mô tả	Đơn vị
α	Góc của thanh con lắc so với phương thẳng đứng	rad
β	Góc của thanh cánh tay so với vị trí mốc	rad
$\dot{\alpha}$	Vận tốc góc của thanh con lắc	rad / s
$\dot{\beta}$	Vận tốc góc của thanh cánh tay	rad / s
$\ddot{\alpha}$	Gia tốc góc của thanh con lắc	rad / s ²
$\ddot{\beta}$	Gia tốc của thanh cánh tay	rad / s ²
m_p	Khối lượng của thanh con lắc	kg
L_p	Chiều dài thanh con lắc	m
l_p	Khoảng cách từ trục encoder đến tâm thanh con lắc	m
J_p	Momen quán tính của thanh con lắc	kgm ²
m_r	Khối lượng của thanh cánh tay	kg
L_r	Chiều dài thanh cánh tay	m
l_r	Khoảng cách từ trục động cơ đến trọng tâm thanh cánh tay	m
J_r	Momen quán tính thanh cánh tay	kgm ²
g	Gia tốc trọng trường	m / s ²
B_r	Hệ số ma sát cánh tay	n/a
B_p	Hệ số ma sát con lắc	n/a

Có thể trình bày lại (2.9), (2.10) dưới dạng ma trận như sau:

$$D(\alpha, \beta) * (\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}) + C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \tau_m \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Với $\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$ là vector lực ma sát.

Trong đó:

$D(\alpha, \beta)$ là ma trận quán tính

$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$ là vector hướng tâm

$G(\alpha, \beta)$ là vector trọng lực

Với $(\alpha, \beta) = [\alpha \quad \beta]^T$

α là góc lệch thanh con lắc so với phương thẳng đứng

β là góc lệch thanh cánh tay so với vị trí mốc

$\dot{\alpha}$ là vận tốc góc thanh con lắc

$\dot{\beta}$ là vận tốc góc thanh cánh tay

$\ddot{\alpha}$ là gia tốc góc thanh con lắc

$\ddot{\beta}$ là gia tốc góc thanh cánh tay

τ là momen xoắn bên ngoài tác động vào thanh cánh tay

Kết quả thu được:

$$D(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_p L_p L_r \cos(\alpha) & m_p L_r^2 + \frac{1}{4}m_p L_p^2 - \frac{1}{4}m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r \\ \left(J_p + \frac{1}{4}m_p L_p^2 \right) & -\frac{1}{2}m_p L_p L_r \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2}m_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha} & \left(\frac{1}{2}m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{4}m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \dot{\beta}^2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}m_p L_p g \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_r \dot{\beta} \\ -B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Trong Chương 1, nhóm tác giả đã thực hiện phân tích các chuyển đổi về dạng ngõ vào là điện áp. Bây giờ, chúng ta sẽ áp dụng cho hệ con lắc ngược quay.

Ta có:

$\beta = \theta_m \Rightarrow \dot{\beta} = \dot{\theta} = \omega$ Thay vào (1.10), ta có:

$$\tau_i = \frac{K_t}{R_m} e - \frac{K_t}{R_m} K_b \dot{\beta} \quad (2.16)$$

Thay vào (1.2) (bỏ qua T_f):

$$\tau_m = -J_m \ddot{\beta} - (C_m + \frac{K_t}{R_m} K_b) \dot{\beta} + \frac{K_t}{R_m} e \quad (2.17)$$

Ta đặt:

$$k_1 = \frac{K_t}{R_m}; k_2 = C_m + \frac{K_t}{R_m} K_b; k_3 = J_m \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow \tau_m = -k_3 \ddot{\beta} - k_2 \dot{\beta} + k_1 e \quad (2.19)$$

Từ đây, ta kết hợp các phương trình (2.12) - (2.15), (2.17) và (2.19) được phương trình động học của hệ con lắc ngược quay với ngõ vào là điện áp e , ngõ ra là góc α và β

$$D(\alpha, \beta) * (\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}) + C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + G(\alpha, \beta) = v \quad (2.20)$$

Trong đó:

$$D(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) & m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r + k_3 \\ \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha} & \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\alpha} + B_r + k_2 \\ B_p & -\frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \dot{\beta}^2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} m_p L_p g \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$v = \begin{bmatrix} k_1 e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

2.2.3 Mô tả toán học hệ con lắc ngược quay dưới dạng phương trình vi phân

Từ công thức (2.20), ta xác định được:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \frac{v}{D(\alpha, \beta)} - \frac{C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta})}{D(\alpha, \beta)} - \frac{G(\alpha, \beta)}{D(\alpha, \beta)} \quad (2.25)$$

Tính toán các thành phần trong công thức (2.21) – (2.23):

$$\begin{aligned} \frac{v}{D(\alpha, \beta)} &= D(\alpha, \beta)^{-1} v = \frac{1}{\det[D(\alpha, \beta)]} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) & -(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r + k_3) \\ -\left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2\right) & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 e \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\det[D(\alpha, \beta)]} \begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha)\right) k_1 e \\ -\left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2\right) k_1 e \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Với

$$\begin{aligned} \det[D(\alpha, \beta)] &= \frac{L_p^4 m_p^2 \cos^2(\alpha)}{16} - J_m J_p - J_p J_r - \frac{L_p^4 m_p^2}{16} - \frac{L_p^2 m_p^2 L_r^2}{4} + \\ &- \frac{J_m L_p^2 m_p}{4} - \frac{J_p L_p^2 m_p}{4} - J_p L_r^2 m_p - \frac{J_r L_p^2 m_p}{4} + \frac{L_p^2 L_r^2 m_p^2 \cos^2(\alpha)}{4} + \\ &+ \frac{J_p L_p^2 m_p \cos^2(\alpha)}{4} \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta})}{D(\alpha, \beta)} &= D(\alpha, \beta)^{-1} * C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) \quad (2.27) \\ &= \frac{1}{\det[D(\alpha, \beta)]} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) & -(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r + k_3) \\ -\left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2\right) & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \end{bmatrix} \\ &* \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha)\right) \dot{\alpha} & \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)\right) \dot{\alpha} + B_r + k_2 \\ B_p & -\frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \dot{\beta}^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\ddot{\alpha} = -(16B_p J_m R_m \dot{\alpha} + 16B_p J_r R_m \dot{\alpha} - 2L_p^3 R_m g m_p^2 \sin(\alpha) + 4B_p L_p^2 R_m m_p \dot{\alpha} + \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} & + 16B_p L_p^2 R_m m_p \dot{\alpha} - 8J_m L_p R_m g m_p \sin(\alpha) - 8J_r L_p R_m g m_p \sin(\alpha) + \\ & + L_p^4 R_m m_p^2 \dot{\beta}^2 \cos^3(\alpha) \sin(\alpha) + 2L_p^3 R_m g m_p^2 \cos^2(\alpha) \sin(\alpha) + \\ & - 4B_p L_p^2 R_m m_p \dot{\alpha} \cos^2(\alpha) - L_p^4 R_m m_p^2 \dot{\beta}^2 \cos^3(\alpha) \sin(\alpha) + \\ & - 8L_p L_r^2 R_m g m_p^2 \sin(\alpha) - 8K_t L_p L_r e m_p \cos(\alpha) + 8B_r L_p L_r R_m m_p \dot{\beta} \cos(\alpha) + \\ & + 8C_m L_p L_r R_m m_p \dot{\beta} \cos(\alpha) + 8K_b K_t L_p L_r m_p \dot{\beta} \cos(\alpha) + \\ & + 4L_p^2 L_r^2 R_m m_p^2 \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) - 4L_p^2 L_r^2 R_m m_p^2 \dot{\beta}^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) + \\ & - 4J_m L_p^2 R_m m_p \dot{\beta}^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) - 4J_r L_p^2 R_m m_p \dot{\beta}^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) + \\ & + 4L_p^3 L_r R_m m_p^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos^2(\alpha) \sin(\alpha) / (R_m (L_p^4 m_p^2 + 16J_m J_p + 16J_p J_r + \\ & - L_p^4 m_p^2 \cos^2(\alpha) + 4L_p^2 L_r^2 m_p^2 + 4J_m L_p^2 m_p + 4J_p L_p^2 m_p + 16J_p L_p^2 m_p + \\ & + 4J_r L_p^2 m_p - 4L_p^2 L_r^2 m_p^2 \cos^2(\alpha) - 4J_r L_p^2 m_p \cos^2(\alpha)) \end{aligned}$$

$$\ddot{\beta} = -(2(8R_m B_r J_p R_m \dot{\beta} - 2K_t L_p^2 e m_p - 8J_p K_t e + 8C_m J_p R_m \dot{\beta} + 8J_p K_b K_t \dot{\beta} + \quad (2.30)$$

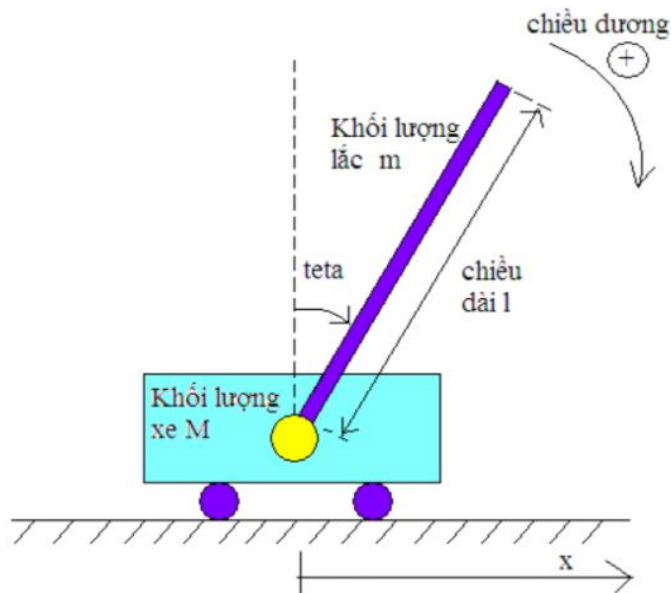
$$\begin{aligned} & + 2B_r L_p^2 R_m m_p \dot{\beta} + 2C_m L_p^2 R_m m_p \dot{\beta} + 2K_b K_t L_p^2 m_p \dot{\beta} + L_p^3 L_r R_m m_p^2 \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha) + \\ & + 4B_p L_p L_r R_m m_p \dot{\alpha} \cos(\alpha) - L_p^3 L_r R_m m_p^2 \dot{\beta}^2 \cos^2(\alpha) \sin(\alpha) - 2L_p^2 L_r R_m g m_p \cos(\alpha) \sin(\alpha) + \\ & 4J_p L_p L_r R_m m_p \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha) + L_p^4 R_m m_p^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos(\alpha) \sin(\alpha) + 4J_p L_p^2 R_m m_p \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos(\alpha) \sin(\alpha) / \\ & (R_m (L_p^4 m_p^2 + 16J_m J_p + 16J_p J_r - L_p^4 m_p^2 \cos^2(\alpha) + 4L_p^2 L_r^2 m_p^2 + 4J_m L_p^2 m_p + 4J_p L_p^2 m_p + \\ & + 16J_p L_p^2 m_p + 4J_r L_p^2 m_p - 4L_p^2 L_r^2 m_p^2 \cos^2(\alpha) - 4J_r L_p^2 m_p \cos^2(\alpha)) \end{aligned}$$

Như vậy công thức (2.29) và (2.30) chính là phương trình vi phân của hệ con lắc ngược quay. Phương trình này được mô tả trên phần mềm Matlab/Simulink® nhằm mô phỏng hệ con lắc ngược quay.

CHƯƠNG 3: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC XE HAI BẬC – HỆ ĐƠN THANH CON LẮC

3.1 Giới thiệu về hệ con lắc ngược trên xe – hệ đơn thanh con lắc

Hệ thống con lắc ngược xe tên tiếng Anh là Cart and Pole System bao gồm một con lắc ngược được gắn trên một xe đẩy có động cơ như thể hiện trong Hình 3.1. Hệ con lắc ngược xe là một hệ under-actuated vì cả vị trí x và góc con lắc θ đều được điều khiển bởi bộ điều khiển u trên xe. Hệ thống này đã được nghiên cứu rộng rãi với nhiều chiến lược điều khiển khác nhau. Nhiều sách lý thuyết điều khiển bậc đại học, ví dụ, Ogata (1997), sử dụng hệ thống này như một bài toán chuẩn. Trước tiên, họ tuyến tính hóa động lực học của hệ thống xung quanh vị trí thẳng đứng của con lắc, sau đó xác minh khả năng điều khiển của hệ thống dựa trên mô hình tuyến tính hóa. Một bộ điều khiển phản hồi trạng thái được thiết kế để ổn định hệ thống với giả định rằng góc của con lắc là nhỏ để đảm bảo tính hợp lệ của tuyến tính hóa. Để có phạm vi hoạt động rộng hơn, chúng ta cần có một sơ đồ điều khiển phi tuyến. Nếu hệ thống có những điểm không chắc chắn, một số bộ điều khiển phức tạp phải được thiết kế để mang lại hiệu suất mong muốn... [3]



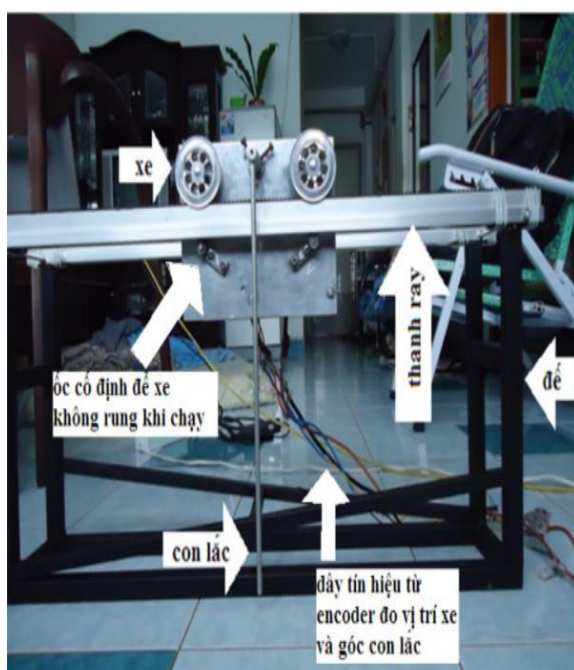
Hình 3.1 Hệ trục tọa độ của con lắc

Hệ con lắc ngược xe được giới thiệu trong cuốn sách này có cấu tạo cơ khí như sau:

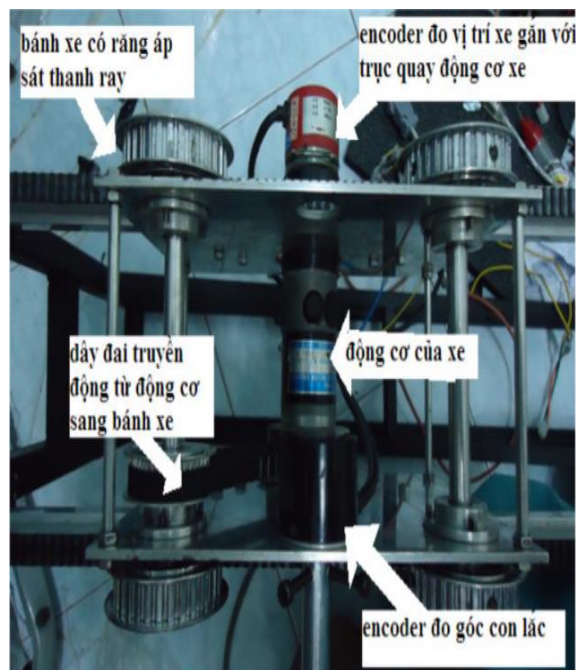
Phần cơ khí của hệ gồm một que kim loại đồng chất (con lắc) quay quanh một trục thẳng đứng. Que kim loại được gắn gián tiếp vào một xe thông qua một encoder để đo góc. Trên chiếc xe có một encoder để đo góc, xác định được vị trí chiếc xe. Do trong quá trình vận hành, chiếc xe sẽ di chuyển với tốc độ cao để lấy mẫu nên phần

cơ khí cần phải được tính toán thiết kế chính xác, chắc chắn nhằm tránh rung lắc gây nhiễu và hư hỏng trong quá trình hoạt động.

- Một thanh ngang dài 0.8 m có dạng ray khớp với ray trên bánh xe để tránh xe bị trượt khi di chuyển.
- Thanh ray được buộc chặt với đế bằng dây rút để đảm bảo cố định tốt nhưng vẫn có thể tháo lắp mô hình.
- Con lắc là một thanh nhôm đồng chất dài 36 cm gắn vuông góc với trục encoder đo góc.
- Ốc cố định được gắn phía dưới xe để tránh xe bị rung khi đảo chiều điều khiển liên tục. Nếu để xe rung nhiều thì bánh xe sẽ trượt trên ray, đo không chính xác.
- Đế bằng sắt nặng tránh tình trạng rung mô hình khi làm thí nghiệm.
- Encoder dùng cho con lắc là encoder 1000 xung/vòng.
- Động cơ dùng để điều khiển xe là động cơ DC Servo 30 W của Tamagawa có gắn kèm với một encoder có thông số 600 xung/vòng.



Hình 3.2 Mô hình thực tế hệ thống nhìn từ mặt trước



Hình 3.3 Mô hình thực tế của hệ thống nhìn từ trên xuống

3.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược trên xe

3.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược trên xe

Theo phương trình Euler-Lagrange, ta có: [3]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \text{ và } L = K - V \quad (3.1)$$

Trong đó:

L : hàm Lagrange

K : động năng

V : thế năng

Q : tổng ngoại lực

$$\text{Đặt } q = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}; Q = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Tổng động năng của hệ thống: } K = K_{pole} + K_{cart} \quad (3.2)$$

$$\text{Với động năng con lắc: } K_{pole} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 \quad (3.3)$$

$$\text{Và động năng xe: } K_{cart} = \frac{1}{2}Mv_2^2 \quad (3.4)$$

Trong đó, bình phương vận tốc con lắc ngược:

$$v_1^2 = \dot{r}_{1x}^2 + \dot{r}_{1y}^2 \quad (3.5)$$

$$\text{Và bình phương vận tốc xe: } v_2^2 = \dot{x}^2 \quad (3.6)$$

Vận tốc con lắc ngược theo phương xy là:

$$\begin{cases} r_{1x} = C_1 \sin \theta + x \\ r_{1y} = C_1 \cos \theta \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\quad (3.8)$$

Suy ra, vận tốc con lắc theo phương xy là:

$$\begin{cases} \dot{r}_{1x} = C_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{x} \\ \dot{r}_{1y} = C_1 \dot{\theta} \sin \theta \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\quad (3.10)$$

Từ công thức (3.2) đến (3.10), ta suy ra động năng và thế năng của hệ thống xe con lắc ngược có dạng như sau:

$$K = \frac{1}{2}m(\dot{r}_{1x}^2 + \dot{r}_{1y}^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \quad (3.11)$$

$$= \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2C_1\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + C_1^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2$$

$$V = mr_{1y}g = mC_1g\cos\theta \quad (3.12)$$

Từ (3.1), hàm Euler-Lagrange có dạng như sau:

$$L = K - V = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2C_1\dot{\theta}\dot{x}\cos\theta + C_1^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \quad (3.13)$$

Hệ phương trình Euler-Lagrange của hệ xe con lắc ngược:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (m + M)\dot{x} + mC_1\dot{\theta}\cos\theta \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = (m + M)\ddot{x} + mC_1\ddot{\theta}\cos\theta - mC_1\dot{\theta}^2\sin\theta \\ \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mC_1\dot{x}\cos\theta + (J_1 + mC_1^2)\dot{\theta} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = mC_1\ddot{x}\cos\theta - mC_1\dot{x}\sin\theta + (J_1 + mC_1^2)\ddot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} = -mC_1\dot{\theta}\dot{x}\sin\theta + mC_1g\sin\theta \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Ta có, phương trình trạng thái hệ thống với ngõ vào là lực F tác động lên chiếc xe:

$$\begin{cases} (m + M)\ddot{x} + mC_1\ddot{\theta}\cos\theta - mC_1\dot{\theta}^2\sin\theta = F \\ mC_1\ddot{x}\cos\theta + (J_1 + mC_1^2)\ddot{\theta} - mC_1g\sin\theta = 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Đặt theo dạng ma trận:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q}) + G(q) = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Với,

$$\begin{cases} M(q) = \begin{bmatrix} m + M & mC_1\cos\theta \\ mC_1\cos\theta & J_1 + mC_1^2 \end{bmatrix} \\ V_m(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -mC_1\dot{\theta}^2\sin\theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ -mC_1g\sin\theta \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.17)$$

Từ Chương 1, ta thực hiện tính toán và đưa ra mô hình toán cho toàn hệ thống con lắc ngược xe như sau:

Ta có:

$$x = \frac{R\theta_m}{d_l} \quad (3.18)$$

Với R : bán kính bánh xe; d_l : hệ số tỉ lệ bánh răng truyền động

$$\dot{x} = \frac{R\omega}{d_l} \text{ thay vào (1.10)} \rightarrow \tau_m = \frac{K_t}{R_m} e - \frac{K_b K_t}{R_m R} \dot{x} \quad (3.19)$$

Thay (3.19) vào (1.4) (xem như bỏ qua T_f):

$$\tau_1 = -\frac{J_m d_l}{R} \ddot{x} - d_l \left(\frac{C_m}{R} + \frac{K_b K_t}{R_m R} \right) \dot{x} + \frac{K_t}{R_m} e \quad (3.20)$$

Lực tác dụng lên xe:

$$F = \frac{d_l \tau_1}{R} = \frac{d_l}{R} \left[\frac{K_t}{R_m} e - d_l \left(\frac{C_m}{R} + \frac{K_b K_t}{R_m R} \right) \dot{x} - \frac{J_m d_l}{R} \ddot{x} \right] \quad (3.21)$$

Ta đặt như sau:

$$k_1 = \frac{d_l K_t}{R R_m} \quad (3.22)$$

$$k_2 = \frac{d_l^2 K_t K_b}{R^2 R_m} + \frac{d_l^2 C_m}{R^2} \quad (3.23)$$

$$k_3 = \frac{d_l^2 J_m}{R^2} \quad (3.24)$$

$$\rightarrow F = k_1 e - k_2 \dot{x} - k_3 \ddot{x} \quad (3.25)$$

Kết hợp các phương trình (3.15), (3.21) và (3.25), ta được hệ phương trình động lực học xe con lắc:

$$M_f(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G_f(q) = \begin{bmatrix} k_1 e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Trong đó:

$$M_f(q) = \begin{bmatrix} m + M + k_3 & mC_1 \cos\theta \\ mC_1 \cos\theta & J_1 + mC_1^2 \end{bmatrix}$$

$$V_{mf} = \begin{bmatrix} k_2 & -mC_1 \dot{\theta}^2 \sin\theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_f = \begin{bmatrix} 0 \\ -mC_1 g \sin\theta \end{bmatrix}$$

3.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược trên xe

Đặt biến trạng thái hệ thống như sau:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \quad (3.27)$$

Như vậy, theo phương trình (3.26), hệ phương trình trạng thái hệ con lắc ngược trên xe có dạng như sau:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.28)$$

Với,

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{-\alpha_3 \sin x_3 \cos x_3 - k_2 x_2 + \alpha_4 x_4^2 \sin x_3}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \left[\frac{\alpha_5}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos^2 x_3} \cos^2 x_3 + \alpha_6 \right] \sin x_3 + \left[\frac{\alpha_7 x_2}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos^2 x_3} \right] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$= \begin{bmatrix} x_2 \\ f_2 \\ x_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{0}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos^2 x_3} \\ \frac{-\alpha_8 \cos x_3}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos^2 x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ 0 \\ g_4 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Các thông số được xác định như sau:

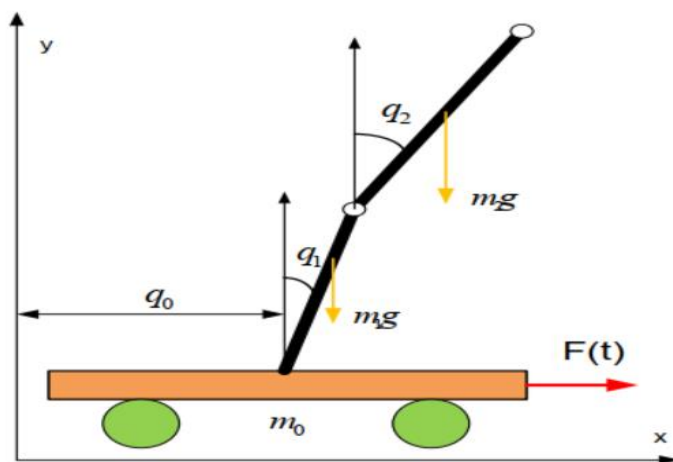
$$\alpha_1 = M + m + k_3; \alpha_2 = \frac{m^2 C_1^2}{h_1}; \alpha_3 = \frac{m^2 g C_1^2}{h_1}; \alpha_4 = m C_1; \alpha_5 = \frac{m^3 g C_1^3}{h_1^2}$$

$$\alpha_6 = \frac{m C_1 g}{h_1}; \alpha_7 = \frac{m C_1 k_2}{h_1}; \alpha_8 = \frac{m C_1}{h_1}$$

CHƯƠNG 4: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC TRÊN XE – HỆ HAI THANH CON LẮC

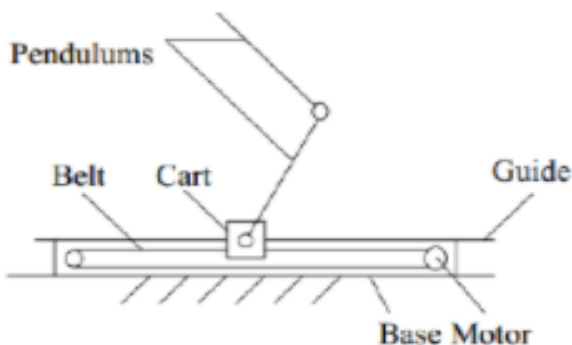
4.1 Giới thiệu mô hình con lắc ngược hai bậc trên xe

Hệ con lắc ngược hai bậc trên xe có tên tiếng Anh là Double-linked Inverted Pendulum on Cart system (DIP) – là một hệ một vào – nhiều ra SIMO (Single Input-Multi Output) bao gồm hai thanh con lắc ngược được gắn trên xe có động cơ được thể hiện như Hình 4.1. Hệ DIP là hệ có độ bất ổn định cao, thường được dùng nhiều trong việc kiểm tra và vận dụng các giải thuật điều khiển.



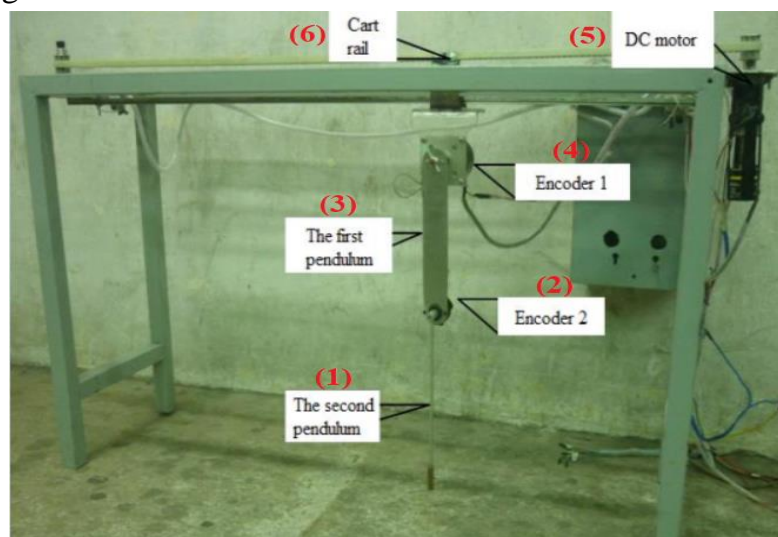
Hình 4.1 Hệ con lắc ngược hai bậc trên xe

Hình 4.2 trình bày mô phỏng cấu tạo của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe theo hướng nhìn trực diện. Trong trường hợp này, hệ thống có một đầu vào - lực đang được tác dụng vào xe đẩy, và hai đầu ra – vị trí của xe đẩy và góc của các con lắc, làm cho nó trở thành một hệ thống một đầu vào, nhiều đầu ra hay còn gọi là hệ under-actuated.



Hình 4.2 Cấu tạo của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe

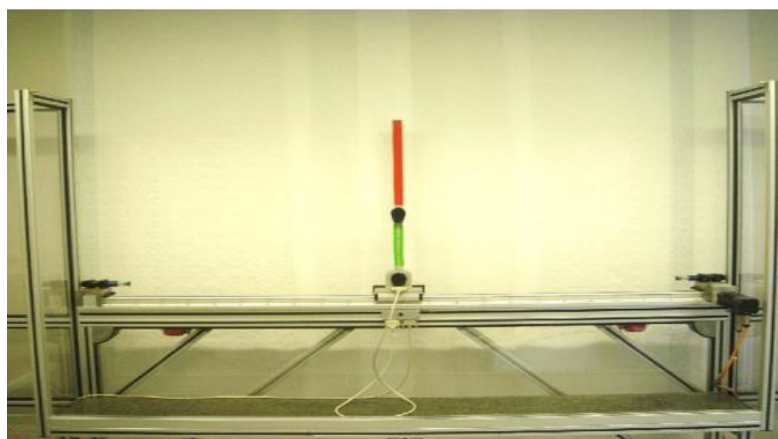
Mô hình thực tế của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe trong quyển sách này được trình bày trong Hình 4.3:



Hình 4.3 Mô hình thực tế hệ con lắc ngược hai bậc trên xe tại phòng thí nghiệm
Điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM

Trong đó:

- 1- Thanh con lắc thứ hai
- 2- Encoder thanh con lắc thứ hai
- 3- Thanh con lắc thứ nhất
- 4- Encoder thanh con lắc thứ nhất
- 5- Động cơ DC Servo
- 6- Dây curoa



Hình 4.4 Mô hình thực tế hệ con lắc ngược hai bậc trên xe tại phòng thí nghiệm
Điều khiển tự động tại Viện Động lực học Hệ thống, Đại học Stuttgart, Đức [6]

4.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe

4.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược hai bậc trên xe

Con lắc ngược hai bậc trên xe trong quyển sách này là con lắc cổ điển bao gồm các thanh con lắc đồng nhất được kết nối với nhau bằng một khớp và khớp còn lại thì được với xe đẩy cho phép chuyển động động theo một trục duy nhất. Cả hai con lắc được giữ ở vị trí thẳng đứng hướng lên của lực F tác dụng vào xe. [7], [8]

Bảng 4.1 Các kí hiệu của hệ con lắc ngược hai bậc trên xe

Ký hiệu	Mô tả	Đơn vị
m_0, m_1, m_2	Khối lượng xe, khối lượng thanh con lắc thứ nhất, khối lượng thanh con lắc thứ hai	kg
l_1, l_2	Độ dài thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai	m
L_1, L_2	Khoảng cách từ trục quay đến trọng tâm của thanh con lắc thứ nhất và thứ hai	m
J_1, J_2	Momen quán tính của thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai	kg.m ²
g	Gia tốc trọng trường	m/s ²
q_0	Vị trí xe	m
q_1, q_2	Vị trí góc thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai	rad
F	Lực tác động lên xe	N
\dot{q}_0	Vận tốc của xe	m/s
\dot{q}_1, \dot{q}_2	Vận tốc góc thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai	rad/s ²
\ddot{q}_0	Gia tốc của xe	m/s ²
\ddot{q}_1, \ddot{q}_2	Gia tốc góc thanh con lắc thứ nhất và thanh con lắc thứ hai	rad/s ²
R	Bán kính bánh xe	m
w	Vận tốc góc	rad/s
b_0, b_1, b_2	Hệ số ma sát của xe đẩy chống lại dây curoa, hằng số giảm chấn trong khớp của con lắc	
τ_m	Momen xoắn động cơ	Nm
τ_1	Momen	Nm

Theo phương trình Euler-Lagrange, ta có:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F \text{ và } L = K - V \quad (4.1)$$

Trong đó:

L : hàm Lagrange

K : động năng

V : thế năng

F : tổng ngoại lực

Tổng động năng của hệ bằng:

$$K_0 = \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_0^2 \quad (4.2)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_0^2 + \frac{1}{2} (m_1 L_1^2 + J_1) \dot{q}_1^2 + m_1 L_1 \dot{q}_0 \dot{q}_1 \cos q_1 \quad (4.3)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \dot{q}_0^2 + \frac{1}{2} (m_2 L_2^2 + J_2) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{q}_1^2 + m_2 l_1 \dot{q}_0 \dot{q}_1 \cos q_1 + m_2 L_2 \dot{q}_0 \dot{q}_2 \cos q_2 + m_2 l_1 L_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos (q_1 - q_2) \quad (4.4)$$

Trong đó:

K_0 : Động năng của xe đẩy

K_1, K_2 : Động năng thanh con lắc thứ nhất và thứ hai

Tổng thế năng của hệ:

$$V_0 = 0 \quad (4.5)$$

$$V_1 = m_1 g L_1 \cos q_1 \quad (4.6)$$

$$V_2 = m_2 g (l_1 \cos q_1 + L_2 \cos q_2) \quad (4.7)$$

Trong đó:

V_0 : Thế năng của xe đẩy

V_1, V_2 : Thế năng thanh con lắc thứ nhất và thứ hai

Kết hợp các phương trình từ (4.1) đến (4.7), phương trình Lagrange có dạng như sau:

$$L = \frac{1}{2} (m_0 + m_1 + m_2) \dot{q}_0^2 + \frac{1}{2} (m_1 L_1 + m_2 l_1^2 + J_1) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 L_2^2 + \quad (4.8)$$

$$J_2) \dot{q}_2^2 + (m_1 L_1 + m_2 l_1) \dot{q}_0 \dot{q}_1 \cos q_1 + m_2 L_2 \dot{q}_0 \dot{q}_2 \cos q_2 + m_2 l_1 L_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos (q_1 - q_2) - (m_1 L_1 + m_2 l_1) g \cos q_1 - m_2 g L_2 \cos q_2$$

Thay phương trình (4.9) vào phương trình (4.1), ta có

$$u = z_1 \ddot{q}_0 + z_2 \cos q_1 \ddot{q}_1 + z_3 \cos q_2 \ddot{q}_2 - z_2 \sin q_1 \dot{q}_1^2 - z_3 \sin q_2 \dot{q}_2^2 + b_0 \dot{q}_0 \quad (4.9)$$

$$0 = z_2 \cos q_1 \ddot{q}_0 + z_4 \ddot{q}_1 + z_5 \cos (q_1 - q_2) \ddot{q}_2 + z_5 \sin (q_1 - q_2) \dot{q}_2^2 - z_2 g \sin q_1 + b_1 \dot{q}_1 \quad (4.10)$$

$$0 = z_3 \cos q_2 \ddot{q}_0 + z_5 \cos (q_1 - q_2) \ddot{q}_1 + z_6 \ddot{q}_2 - z_5 \sin (q_1 - q_2) \dot{q}_1^2 - z_3 g \sin q_2 + b_2 \dot{q}_2 \quad (4.11)$$

Trong đó:

$$z_1 = m_0 + m_1 + m_2; z_2 = m_1 L_1 + m_2 l_1; z_3 = m_2 L_2;$$

$$z_4 = m_1 L_1^2 + m_2 l_1^2 + J_1; z_5 = m_2 l_1 L_2; z_6 = m_2 L_2^2 + J_2$$

Trong đó:

u : tín hiệu điều khiển

F : ngoại lực tác dụng

4.2.2 Mô hình toán học hệ con lắc ngược hai bậc trên xe

Ta tuyến tính hóa hệ phương trình toán học trên quanh điểm cân bằng, ta đặt:

$$q_1 = 0, q_2 = 0$$

Sau đó, ta có thể xấp xỉ các giá trị lượng giác như sau:

$$\sin q_1 = q_1, \sin q_2 = q_2, \cos q_1 = 1, \cos q_2 = 1, \sin(q_1 - q_2) = q_1 - q_2,$$

$$\cos(q_1 - q_2) = 1$$

Vậy hệ phương trình hệ thống trở thành:

$$\begin{cases} F = z_1 \ddot{q}_0 + z_2 \ddot{q}_1 + z_3 \ddot{q}_2 - z_2 q_1 \dot{q}_1^2 - z_3 q_2 \dot{q}_2^2 + b_0 \dot{q}_0 \\ 0 = z_2 \ddot{q}_0 + z_4 \ddot{q}_1 + z_5 \ddot{q}_2 + z_5 (q_1 - q_2) \dot{q}_2^2 - z_2 g q_1 + b_1 \dot{q}_1 \\ 0 = z_3 \ddot{q}_0 + z_5 \ddot{q}_1 + z_6 \ddot{q}_2 - z_5 (q_1 - q_2) \dot{q}_1^2 - z_3 g q_2 + b_2 \dot{q}_2 \end{cases} \quad (4.12)$$

Ta thiết lập ma trận như sau:

$$M(x) \ddot{x} + V(x, \dot{x}) + G(x) = [F \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.13)$$

Trong đó:

$$M(x) = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_2 & z_4 & z_5 \\ z_3 & z_5 & z_6 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$V(x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} b_0 \dot{q}_0 & -z_2 q_1 \dot{q}_1^2 & -z_3 q_2 \dot{q}_2^2 \\ 0 & b_1 \dot{q}_1 & z_5 (q_1 - q_2) \dot{q}_2^2 \\ 0 & -z_5 (q_1 - q_2) \dot{q}_1^2 & b_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$G(x) = [0 \quad -z_2 g q_1 \quad -z_3 g q_2]^T \quad (4.15)$$

Dựa vào phương trình (1.10) trong Chương 1 mà tác giả đã phân tích, ta thực hiện biến đổi biến điều khiển của hệ thành điện áp của động cơ để thuận lợi cho việc áp dụng bộ điều khiển lên mô hình thực.

Ta có:

$$q_0 = r\theta_m \Rightarrow \dot{q}_0 = r\omega$$

Thay các giá trị trên vào phương trình (1.10), ta được:

$$\tau_m = \frac{K_t}{R_m} e - \frac{K_b K_t}{R_m r} \dot{q}_0 \quad (4.16)$$

Thay (4.16) vào (1.2) (xem như bỏ qua T_f):

$$\tau_1 = -\frac{J_m}{r} \ddot{q}_0 - \left(\frac{C_m}{r} + \frac{K_b K_t}{R_m r} \right) \dot{q}_0 + \frac{K_t}{R_m} e \quad (4.17)$$

Lực tác dụng lên xe có dạng như sau:

$$F = \frac{\tau_1}{r} = -\frac{J_m}{r^2} \ddot{q}_0 - \left(\frac{C_m}{r^2} + \frac{K_b K_t}{R_m r^2} \right) \dot{q}_0 + \frac{K_t}{R_m r} e \quad (4.18)$$

$$\Leftrightarrow F = -k_3 \ddot{q}_0 - k_2 \dot{q}_0 + k_1 e \quad (4.19)$$

Trong đó:

$$k_1 = \frac{K_t}{R_m r}, k_2 = \frac{C_m}{r^2} + \frac{K_b K_t}{R_m r^2}, k_3 = \frac{J_m}{r^2}$$

Kết hợp (4.12), (4.13) và (4.19), ta có:

$$M_f(x) \ddot{x} + V_f(x, \dot{x}) + G_f(x) = [k_1 e \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.20)$$

Với

$$M_f(x) \ddot{x} = \begin{bmatrix} z_1 + k_3 & z_2 & z_3 \\ z_2 & z_4 & z_5 \\ z_3 & z_5 & z_6 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$V_f(x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} b_0 \dot{q}_0 + k_2 & -z_2 q_1 \dot{q}_1^2 & -z_3 q_2 \dot{q}_2^2 \\ 0 & b_1 \dot{q}_1 & z_5 (q_1 - q_2) \dot{q}_2^2 \\ 0 & -z_5 (q_1 - q_2) \dot{q}_1^2 & b_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

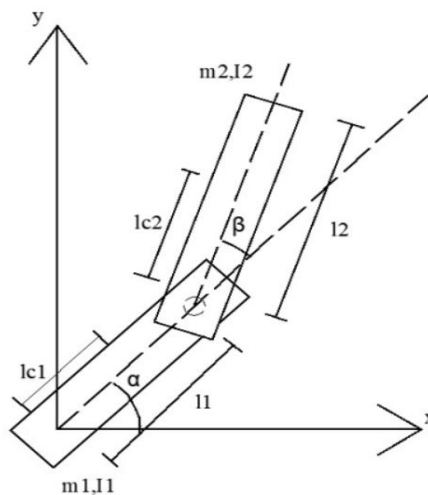
$$G_f(x) = [0 \quad -z_2 g q_1 \quad -z_3 g q_2]^T \quad (4.23)$$

CHƯƠNG 5: MÔ HÌNH HỆ PENDUBOT

5.1 Giới thiệu về hệ pendubot

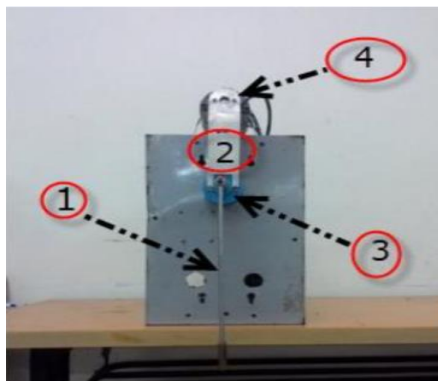
Pendubot hay còn được biết đến là hệ cánh tay robot thiếu dẫn động hai bậc tự do. Pendubot là từ ghép bởi Pendu (Pendulum) và bot (Robot) – một hệ under-actuated có ngõ vào điều khiển ít hơn số bậc tự do, và rất khó điều khiển.

Hệ Pendubot được nghiên cứu trong quyển sách này bao gồm 2 thanh đồng chất, đầu đầu thanh 1 được gắn chặt vào một động cơ DC. Đầu cuối thanh 1 được gắn vào đầu đầu thanh 2 (thông qua 1 trục encoder nhằm tính toán góc lệch giữ thanh 2 và thanh 1) sao cho thanh 2 quay tự do xung quanh khớp nối với thanh 1. Cấu trúc hệ Pendubot trong hệ tọa Oxy được trình bày trong Hình 5.1. [9], [10]



Hình 5.1 Cấu trúc hệ Pendubot trong hệ tọa độ Descartes

Mô hình Pendubot được ứng dụng trong rất nhiều phòng Thí nghiệm nhằm nghiên cứu các giải thuật điều khiển thông minh, điều khiển hiện đại. Cấu tạo cơ khí của mô hình thực của hệ Pendubot như Hình 5.2 và hệ Pendubot được điều khiển ổn định tại vị trí cân bằng thẳng đứng hướng lên như Hình 5.3.



Hình 5.2 Mô hình thực của hệ Pendubot

Trong đó:

- 1- Thanh con lắc (thanh thứ hai)
- 2- Thanh cánh tay (thanh thứ nhất)
- 3- Encoder thanh con lắc (thanh thứ hai)
- 4- Động cơ DC và encoder của thanh cánh tay (thanh thứ nhất)



Hình 5.3 Pendubot được điều khiển cân bằng tại vị trí thẳng đứng hướng lên



Hình 5.4 Mô hình thực tế hệ Pendubot tại phòng thí nghiệm điều khiển, trường Đại học Illinois, Hoa Kỳ

5.2 Mô tả toán học hệ Pendubot

5.2.1 Thành lập phương trình toán học cho hệ Pendubot

Hệ thống Pendubot được mô tả dưới dạng một phương trình toán học thì đó là sự kết hợp giữa vật lý và toán học với định luật cổ điển Lagrange [3] dựa trên tổng năng lượng của hệ và lực tổng quát trong một hệ trục tọa độ Descarts [5].

Phương trình Lagrange loại 1:

$$\frac{\partial L}{\partial r_k} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{r}_k} \right] + \sum_{i=1}^C \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial r_k} = 0 \quad (5.1)$$

Trong đó:

r_k là vị trí của chất điểm thứ k

C là số lượng liên kết trong hệ

λ_i nhân tử Lagrange thứ i

f_i là phương trình liên kết thứ i

L là hàm Lagrange của một hệ các hạt (chất điểm):

$$L = K - V \quad (5.2)$$

Với

K là tổng động năng của các chất điểm trong hệ

V là tổng thế năng của các chất điểm trong hệ

Từ (5.1) áp dụng cho hệ Pendubot, ta có:

$$\frac{\partial L(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})}{\partial (\alpha, \beta)_k} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})}{\partial (\dot{\alpha}, \dot{\beta})_k} \right] + \tau = 0 \quad (5.3)$$

Trong đó:

$\alpha, \dot{\alpha}$: vector góc và vận tốc góc thanh 1

$\beta, \dot{\beta}$: vector góc và vận tốc góc thanh 2

$\tau = \begin{bmatrix} \tau_m \\ 0 \end{bmatrix}$: là lực tổng quát liên kết với hệ tọa độ tổng quát (5.4)

K là động năng của hệ Pendubot được xác định:

$$K = \frac{1}{2} * (\dot{\alpha}, \dot{\beta})^T * D(\alpha, \beta) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) \quad (5.5)$$

Trong đó:

$D(\alpha, \beta)$: là ma trận đối xứng định nghĩa dương với mỗi $(\alpha, \beta) \in R^2$, hay ma trận quán tính.

V là thế năng của hệ Pendubot, hàm của vị trí góc $V = V(\alpha, \beta)$, và độc lập với $(\dot{\alpha}, \dot{\beta})$

Bảng 5.1 Các kí hiệu của hệ Pendubot

Ký hiệu	Mô tả
α	Góc của thanh 1
β	Góc của thanh 2
$\dot{\alpha}$	Vận tốc góc thanh 1
$\dot{\beta}$	Vận tốc góc thanh 2
$\ddot{\alpha}$	Gia tốc góc thanh 1
$\ddot{\beta}$	Gia tốc góc thanh 2
m_1	Khối lượng thanh 1
l_1	Chiều dài thanh 1
l_{c1}	Khoảng cách từ trục của động cơ đến tâm thanh 1
I_1	Momen quán tính thanh 1
m_2	Khối lượng thanh 2
l_2	Chiều dài thanh 2
l_{c2}	Khoảng cách từ trục Encoder đến trọng tâm thanh 2
I_2	Momen quán tính thanh 2
g	Gia tốc trọng trường

Tổng động năng của hệ thống được xác định như sau:

$$K = K_1 + K_2 \quad (5.6)$$

Trong đó:

Động năng của thanh 1:

$$K_1 = k_{11} + k_{12} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\alpha}^2 \quad (5.7)$$

Với:

k_{11} : là động năng tịnh tiến của thanh 1

k_{12} : là động năng quay của thanh 1

Động năng của thanh 2:

$$K_2 = k_{21} + k_{22} = \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}I_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \quad (5.8)$$

Với:

k_{21} : là động năng tịnh tiến của thanh 2

k_{22} : là động năng quay của thanh 2

Từ Hình 2.1, vector vị trí hệ thống là:

$$x_1 = l_{c1} \cos \alpha \quad (5.9)$$

$$y_1 = l_{c1} \sin \alpha \quad (5.10)$$

$$x_2 = l_1 \cos \alpha + l_{c2} \cos (\alpha + \beta) \quad (5.11)$$

$$y_2 = l_1 \sin \alpha + l_{c2} \sin (\alpha + \beta) \quad (5.12)$$

Vận tốc di chuyển của thanh 1:

$$v_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\dot{x}_1 = -l_{c1} \dot{\alpha} \sin \alpha: \text{ vận tốc theo trục Ox} \quad (5.14)$$

$$\dot{y}_1 = l_{c1} \dot{\alpha} \cos \alpha: \text{ vận tốc theo trục Oy} \quad (5.15)$$

Biến đổi (5.13) ta được:

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = (-l_{c1} \dot{\alpha} \sin \alpha)^2 + (l_{c1} \dot{\alpha} \cos \alpha)^2 = l_{c1}^2 \dot{\alpha}^2 \quad (5.16)$$

Vận tốc di chuyển của 2 thanh:

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\dot{x}_2 = -l_{c1} \dot{\alpha} \sin \alpha - l_{c2} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \sin (\alpha + \beta): \text{ vận tốc theo trục Ox} \quad (5.18)$$

$$\dot{y}_2 = l_{c1} \dot{\alpha} \cos \alpha + l_{c2} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos (\alpha + \beta): \text{ vận tốc theo trục Oy} \quad (5.19)$$

Biến đổi (5.17) ta được:

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = l_1^2 \dot{\alpha}^2 + l_{c2}^2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 + 2l_1 l_{c2} \dot{\alpha} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) [\sin \alpha \sin (\alpha + \beta) + \cos \alpha \cos (\alpha + \beta)] = l_1^2 \dot{\alpha}^2 + l_{c2}^2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 + 2l_1 l_{c2} \dot{\alpha} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \beta \quad (5.20)$$

Động năng của hệ thống:

$$K = K_1 + K_2 = \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 + \quad (5.21)$$

$$m_2 l_1 l_{c2} \dot{\alpha} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cos \beta + \frac{1}{2} I_1 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2$$

Thế năng của hệ thống:

$$V = m_1 y_1 g + m_2 y_2 g = m_1 l_{c1} \sin \alpha g + m_2 [l_{c1} \sin \alpha + l_{c2} \sin (\alpha + \beta)] g \quad (5.22)$$

Ta đặt các thông số hệ thống:

$$\beta_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \quad (5.23)$$

$$\beta_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$\beta_3 = m_2 l_1 l_{c2}$$

$$\beta_4 = m_1 l_{c1} + m_2 l_1$$

$$\beta_5 = m_2 l_{c2}$$

Trong đó:

$$I_1 = \frac{1}{12} m_1 (l_1^2 + w_1^2) + m_{encoder} l_{encoder}^2$$

$$I_2 = \frac{1}{12} m_2 (l_2^2 + w_2^2)$$

Từ (5.2), ta có hàm Lagrange:

$$L = K - V = \frac{1}{2} \beta_1 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} \beta_2 \dot{\alpha}^2 + \beta_2 \dot{\alpha} \dot{\beta} + \frac{1}{2} \beta_2 \dot{\beta}^2 + \beta_3 \dot{\alpha}^2 \cos \beta \quad (5.24)$$

$$+ \beta_3 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \beta - g[\beta_4 \sin \alpha + \beta_5 \sin (\alpha + \beta)]$$

Chúng ta sẽ thực hiện đạo hàm hàm Lagrange ở phương trình (5.24) lần lượt theo các biến như sau:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha}; \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}; \frac{\partial L}{\partial \beta}; \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}}; \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}; \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \quad (5.25)$$

Từ phương trình (5.3), chuyển về ta được biểu thức sau:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})}{\partial (\dot{\alpha}, \dot{\beta})_k} \right] - \frac{\partial L(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})}{\partial (\alpha, \beta)_k} = \tau \quad (5.26)$$

Ta thực hiện lần lượt các phép toán sau:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} \quad (5.27)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} \quad (5.28)$$

Phương trình mô tả động học của hệ thống được viết như sau: (giả sử bỏ qua ma sát)

$$D(\alpha, \beta) * (\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}) + C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + G(\alpha, \beta) = \tau \quad (5.29)$$

Trong đó:

$D(\alpha, \beta)$ là ma trận quán tính

$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$ là vector hướng tâm

$G(\alpha, \beta)$ là vector trọng lực

Các thành phần của phương trình động học (5.29) chi tiết như sau:

$$D(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3 \cos \beta & \beta_2 + \beta_3 \cos \beta \\ \beta_2 + \beta_3 \cos \beta & \beta_2 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = \begin{bmatrix} -\beta_3 \sin \beta \dot{\beta} & -\beta_3 \sin \beta \dot{\beta} - \beta_3 \sin \beta \dot{\alpha} \\ \beta_3 \sin \beta \dot{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \beta_4 g \cos \alpha + \beta_5 g \cos(\alpha + \beta) \\ \beta_5 g \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_m \\ 0 \end{bmatrix}$$

Như những mô hình ở các chương trước, ta thực hiện biến đổi biến điều khiển với ngõ vào momen τ thành dạng ngõ vào là điện áp.

$$\tau_m = -J_m \ddot{\alpha} - \left(C_m + \frac{K_t}{R_m} K_b \right) \dot{\alpha} + \frac{K_t}{R_m} e \quad (5.31)$$

Ta đặt:

$$k_1 = \frac{K_t}{R_m}; \quad k_2 = C_m + \frac{K_t K_b}{R_m}; \quad k_3 = J_m \quad (5.32)$$

$$\Rightarrow \tau_m = -k_3 \ddot{\alpha} - k_2 \dot{\alpha} + k_1 e \quad (5.33)$$

Ta kết hợp phương trình (5.30) và (5.33) được phương trình động học của hệ Pendubot với ngõ vào là điện áp e , ngõ ra là góc α và β như sau:

$$D(\alpha, \beta) * (\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}) + C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + G(\alpha, \beta) = v \quad (5.34)$$

Trong đó:

$$D(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3 \cos \beta + k_3 & \beta_2 + \beta_3 \cos \beta \\ \beta_2 + \beta_3 \cos \beta & \beta_2 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

$$C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = \begin{bmatrix} -\beta_3 \sin \beta \dot{\beta} + k_2 & -\beta_3 \sin \beta \dot{\beta} - \beta_3 \sin \beta \dot{\alpha} \\ \beta_3 \sin \beta \dot{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \beta_4 g \cos \alpha + \beta_5 g \cos(\alpha + \beta) \\ \beta_5 g \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} k_1 e \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.2.2 Mô tả toán học dưới dạng phương trình vi phân

Từ công thức (5.35), ta xác định được:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \frac{v}{D(\alpha, \beta)} - \frac{C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta})}{D(\alpha, \beta)} - \frac{G(\alpha, \beta)}{D(\alpha, \beta)} \quad (5.36)$$

Vì ma trận $D(\alpha, \beta)$ là ma trận xác định dương nên phương trình (5.36) tồn tại. Ta thực hiện một số phép toán sau để tính toán phương trình vi phân của hệ:

$$\frac{v}{D(\alpha, \beta)} = D(\alpha, \beta)^{-1}v \quad (5.37)$$

$$\frac{C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta})}{D(\alpha, \beta)} = D(\alpha, \beta)^{-1}C(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) * (\dot{\alpha}, \dot{\beta}) \quad (5.38)$$

$$\frac{G(\alpha, \beta)}{D(\alpha, \beta)} \quad (5.39)$$

Sau khi tính toán các phép tính (5.37), (5.38) và (5.39) ta có được phương trình vi phân được mô tả ở phương trình (5.40) và (5.41):

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{\beta_1\beta_2 + \beta_2k_3 - \beta_3^2\cos^2\beta} [\beta_2k_1e - \beta_3\sin\beta(-\beta_2\dot{\alpha}^2 - \beta_3\cos\beta\dot{\alpha}^2 - \beta_2\dot{\beta}\dot{\alpha} - \quad (5.40)$$

$$\beta^2 - \dot{\alpha}\beta_2\dot{\beta}) - \beta_2k_2\dot{\alpha} - \beta_2\beta_4g\cos\alpha + \beta_3\beta_5g\cos(\alpha + \beta)\cos\beta] \quad (5.41)$$

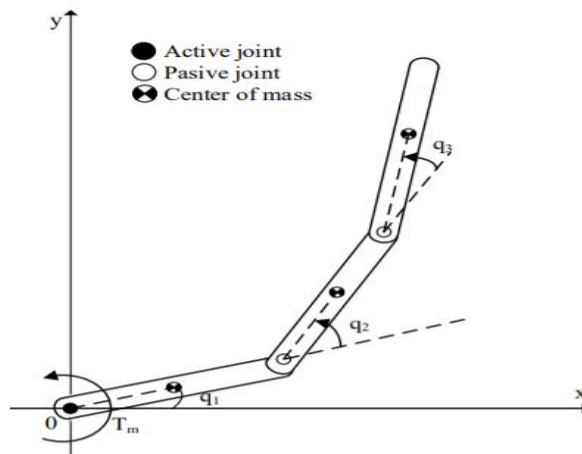
$$\ddot{\beta} = \frac{1}{\beta_1\beta_2 + \beta_2k_3 - \beta_3^2\cos^2\beta} \left[-\beta_2k_1e - \beta_3\cos\beta k_1e - \left((-\beta_3\sin\beta\dot{\beta} + k_2)(-\beta_2 - \beta_3\cos\beta) + (\beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3\cos\beta + k_3)(\beta_3\sin\beta\dot{\alpha}) \right) \dot{\alpha} - \right. \\ \left. (-\beta_2 - \beta_3\cos\beta)(-\beta_3\sin\beta)(\dot{\beta} + \dot{\alpha})\dot{\beta} - \beta_5g\cos(\alpha + \beta)(\beta_1 + \beta_3\cos\beta + k_3) - \beta_4g\cos\alpha(-\beta_2 - \beta_3\cos\beta) \right]$$

Như vậy, hai phương trình (5.40) và (5.41) chính là phương trình vi phân mô tả cho hệ Pendubot. Ta sẽ dùng hai phương trình này để mô tả hệ trên phần mềm Matlab/Simulink® để phục vụ các mục đích mô phỏng và khảo sát các giải thuật điều khiển.

CHƯƠNG 6: MÔ HÌNH PENDUBOT BA BẬC TỰ DO

6.1 Giới thiệu về mô hình Pendubot ba bậc tự do

Ở Chương 5, tác giả đã thực hiện giới thiệu đến đọc giả về hệ Pendubot hai thanh (hệ bậc thấp) và đa phần các nghiên cứu hiện tại đều đề cập đến đối tượng này để thực hiện các nghiên cứu, khảo sát giải thuật điều khiển. Trong Chương 6 này, nhóm tác giả giới thiệu về mô hình hệ Pendubot ba bậc tự do hay còn gọi là hệ Pendubot ba thanh (Triple Pendubot). Đối tượng Pendubot ba thanh này là một hệ bậc cao và là đối tượng cải tiến của hệ Pendubot hai thanh. Mô hình hệ Pendubot ba thanh có cấu trúc trong không gian 2D như Hình 6.1. [11]



Hình 6.1 Mô hình hệ Pendubot ba thanh

6.2 Mô tả toán học hệ Pendubot ba thanh

Ta thực hiện các bước dưới đây để thành phần phương trình động học cho hệ thống Pendubot 3 bậc tự do theo tài liệu [12].

Mô hình toán học của hệ Pendubot 3 bậc tự do được diễn giải thông qua phương pháp Euler-Lagrange như sau:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} L(q, \dot{q}) - \frac{\partial}{\partial q_k} L(q, \dot{q}) = \tau \quad (k = 1, 2, 3) \quad (6.1)$$

Với

q_1 là góc giữa phương ngang và link 1

q_2 là góc giữa link 2 và đường kéo dài của link 1

q_3 là góc giữa link 3 và đường kéo dài của link 2

$\tau = [T_m \quad 0 \quad 0]^T$ và T_m là momen tác động vào link 1 ngược chiều kim đồng hồ.

Trong đó, toán tử Lagrange là:

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - V(q) \quad (6.2)$$

Với

K là tổng động năng hệ thống

V là tổng thế năng hệ thống

Các thông số hệ thống được trình bày trong Bảng 6.1:

Bảng 6.1 Kí hiệu các thông số hệ thống

Ký hiệu	Đơn vị	Mô tả
m_1	kg	Khối lượng thanh 1
l_1	m	Chiều dài thanh 1
l_{c1}	m	Khoảng cách từ khớp chủ động đến trọng tâm thanh 1
m_2	kg	Khối lượng thanh 2
l_2	m	Chiều dài thanh 2
l_{c2}	m	Khoảng cách từ khớp chủ động đến trọng tâm thanh 2
m_3	kg	Khối lượng thanh 3
l_3	m	Chiều dài thanh 3
l_{c3}	M	Khoảng cách từ khớp chủ động đến trọng tâm thanh 3
K_t	Nm/A	Hằng số momen của động cơ
K_b	V/rad/s	Hằng số phản điện của động cơ

Ta thực hiện tính toán phương trình tổng động năng và tổng thế năng của hệ thống.

Tính tổng động năng K :

$$K = K_1 + K_2 + K_3 \quad (6.3)$$

Với K_k là động năng của link k (k=1,2,3)

Động năng của mỗi link lại được chia làm 2 phần: động năng tịnh tiến và động năng quay.

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \\ K_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \\ K_3 = \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2} I_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 \end{cases}$$

Và

$$\begin{cases} x_1 = l_{c1} \cos(q_1); y_1 = l_{c1} \sin(q_1) \\ x_2 = l_1 \cos(q_1) + l_{c1} \cos(q_1 + q_2); y_2 = l_1 \sin(q_1) + l_{c1} \sin(q_1 + q_2) \\ x_3 = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_{c3} \cos(q_1 + q_2 + q_3); \\ y_3 = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_{c3} \sin(q_1 + q_2 + q_3) \end{cases} \quad (6.4)$$

Tính thế năng V của hệ thống triple pendubot:

$$V = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + m_3 g y_3 \quad (6.5)$$

Với y_1, y_2, y_3 được tính theo công thức (6.4)

Sau khi tính toán ta được tổng động năng của hệ thống như sau:

$$\begin{aligned} K(q, \dot{q}) = \sum_{k=1}^3 \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} m_k l_k^2 \dot{q}_i^2 + \sum_{j=1, j>1}^{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} m_k l_i \dot{q}_i \dot{q}_j \cos(q_i - q_j) \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{k-1} m_k l_{ck} l_j l_k \dot{q}_j \dot{q}_k \cos(q_i - q_j) + \frac{1}{2} m_k a_k^2 l_k^2 \dot{q}_k^2 + \frac{1}{2} J_k \dot{q}_k \right] \end{aligned} \quad (6.6)$$

Đồng thời, tổng thế năng của hệ thống như sau:

$$V(q, \dot{q}) = \sum_{k=1}^3 m_k g \left(\sum_{j=1}^{i-1} l_j \cos q_j + l_{ci} l_i \cos q_i \right) \quad (6.7)$$

Sau khi tính toán và thế vào phương trình **Error! Reference source not found.**, biến đổi để đưa về dạng ma trận sau:

$$D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau \quad (6.8)$$

Với $D(q) \in R^{3 \times 3}; C(q, \dot{q}) \in R^{3 \times 3}; G(q) \in R^{3 \times 1}$

$$D_{11} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + 2\beta_4 \cos(q_2) + 2\beta_5 \cos(q_2 + q_3) + 2\beta_6 \cos(q_3)$$

$$D_{12} = \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 \cos(q_2) + \beta_5 \cos(q_2 + q_3) + 2\beta_6 \cos(q_3)$$

$$D_{13} = \beta_3 + \beta_5 \cos(q_2 + q_3) + \beta_6 \cos(q_3)$$

$$D_{21} = D_{12}$$

$$D_{22} = \beta_2 + \beta_3 + 2\beta_6 \cos(q_3)$$

$$D_{23} = \beta_3 + \beta_6 \cos(q_3)$$

$$D_{31} = D_{13}$$

$$D_{32} = D_{23}$$

$$D_{33} = \beta_3$$

$$C_{11} = -2\beta_4 \sin(q_2) \dot{q}_2 - 2\beta_5 \sin(q_2 + q_3) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$C_{12} = -\beta_4 \sin(q_2) \dot{q}_2 - \beta_5 \sin(q_2 + q_3) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$C_{13} = -\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_3 - 2\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_1 - 2\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_2 - \beta_5 \sin(q_2 + q_3) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$C_{21} = \beta_4 \sin(q_2) \dot{q}_1 + \beta_5 \sin(q_2 + q_3) \dot{q}_1$$

$$C_{22} = 0$$

$$C_{23} = -\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_3 - 2\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_1 - 2\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_2$$

$$C_{31} = \beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_1 + \beta_5 \sin(q_2 + q_3) \dot{q}_1$$

$$C_{32} = \beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_2 + 2\beta_6 \sin(q_3) \dot{q}_1$$

$$C_{33} = 0$$

$$G_1 = \alpha_1 \cos(q_1) + \alpha_2 \cos(q_1 + q_2) + \alpha_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$G_2 = \alpha_2 \cos(q_1 + q_2) + \alpha_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$G_3 = \alpha_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$\beta_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_3 l_1^2$$

$$\beta_2 = I_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2$$

$$\beta_3 = I_3 + m_3 l_{c3}^2$$

$$\beta_4 = m_2 l_1 l_{c2} + m_3 l_1 l_2$$

$$\beta_5 = m_3 l_1 l_{c3}$$

$$\beta_6 = m_3 l_2 l_{c3}$$

$$\alpha_1 = m_1 g l_{c1} + m_2 g l_1 + m_3 g l_1$$

$$\alpha_2 = m_2 g l_{c2} + m_3 g l_2$$

$$\alpha_3 = m_3 g l_{c3}$$

Từ (6.8) sau khi chuyển vế, ta được:

$$\ddot{q} = D^{-1}(q)\tau - D^{-1}(q)C(q, \dot{q})\dot{q} - D^{-1}(q)G(q) \quad (6.9)$$

Sử dụng phần mềm Matlab, ta tính được phương trình **Error! Reference source not found.** như sau:

$$\ddot{q}_1 = f_1(q, \dot{q}) + g_1(q, \dot{q})T_m$$

$$\ddot{q}_2 = f_2(q, \dot{q}) + g_2(q, \dot{q})T_m$$

$$\ddot{q}_3 = f_3(q, \dot{q}) + g_3(q, \dot{q})T_m$$

Với việc xác định ngõ vào điều khiển là momen do động cơ tạo ra, việc mô phỏng chỉ dừng lại ở mức độ khảo sát. Việc chuyển tín hiệu điều khiển từ momen sang điện áp giúp việc điều khiển trên mô hình thực từ tính toán mô phỏng sẽ khả thi hơn. Áp dụng những phân tích trong Chương 1, ta có được phương trình quan hệ giữa điện áp e và momen được trình bày như sau:

$$\tau = \frac{K_b e}{R_m} - \frac{K_b^2 \dot{q}_1}{R_m} \quad (6.10)$$

Khi thay thế phương trình (6.10) vào phương trình (6.9), ta được hệ phương trình trạng thái hệ thống với ngõ vào điều khiển là điện áp cấp cho động cơ như sau:

$$\ddot{q} = F(q, e) \quad (6.11)$$

Với

$$F(q, e) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(q, e) \\ F_2(q, e) \\ F_3(q, e) \end{bmatrix}$$

Tuy nhiên, hệ thống có dạng $\dot{x} = h(x, u)$ với x là biến trạng thái và e là tín hiệu điều khiển. Với các vị trí cân bằng theo định nghĩa phương trình (6.11) là $q_1 = \frac{\pi}{2}$ (chưa phải giá trị 0), $q_2 = 0$, $q_3 = 0$, vận tốc các link đều là 0 và $e = 0$. Do vậy ta cần đặt lại các biến như sau: mục đích chung là tuyến tính hóa, đưa các biến trạng thái về gần bằng giá trị 0 khi hệ thống ổn định tạo vị trí cân bằng hướng lên. Từ đó, các biến trạng thái được viết lại như sau:

$$x_1 = q_1 - \frac{\pi}{2}; x_2 = \dot{q}_1; x_3 = q_2 + q_1 - \frac{\pi}{2}; x_4 = \dot{q}_2 + \dot{q}_1; x_5 = q_3 + q_2 - \frac{\pi}{2};$$

$$x_6 = \dot{q}_3 + \dot{q}_2$$

Sau một số bước tính toán, ta có phương trình mô tả hệ Pendubot 3 thanh như sau:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (6.12)$$

$$\dot{x}_2 = f_1(x) + g_1(x)e \quad (6.13)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (6.14)$$

$$\dot{x}_4 = f_2(x) + g_2(x)e \quad (6.15)$$

$$\dot{x}_5 = x_6 \quad (6.16)$$

$$\dot{x}_6 = f_3(x) + g_3(x)e \quad (6.17)$$

Trong đó

$f_1(x); g_1(x); f_2(x); g_2(x); f_3(x); g_3(x)$ là các phương trình phi tuyến

CHƯƠNG 7: MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC BÁNH XE QUẢN TÍNH

7.1 Giới thiệu về mô hình bánh đà con lắc ngược quay

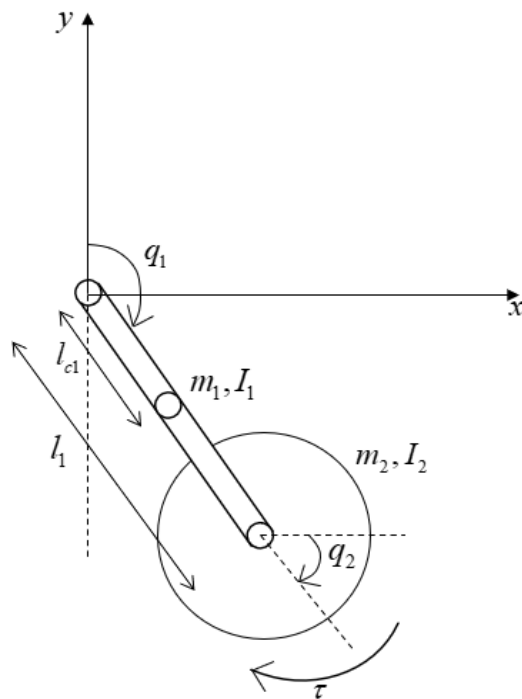
Các phương tiện giao thông thông thường như xe đạp, xe máy đều là những hệ mất thăng bằng khi chưa được điều khiển. Với tác động của trọng lực hay ngoại lực, dù rất nhỏ cũng đủ làm chúng ngã xuống, mất thăng bằng. Trong chương này, nhóm tác giả đã lựa chọn một đối tượng phi tuyến phổ biến theo hoạt động của thân chiếc xe đạp để tiến hành phân tích. Hệ con lắc ngược bánh xe quản tính có tên tiếng Anh là Reaction Wheel Inverted Pendulum (RWIP) - một hệ thống phi tuyến với đặc trưng của hệ một vào nhiều ra (SIMO). [13]

Hệ con lắc ngược tự thăng bằng với một bánh xe quản tính hay còn gọi là hệ con quay hồi chuyển thăng bằng, hệ con lắc ngược – bánh xe là một trong những hệ phi tuyến, có cấu tạo nên từ sự kết hợp giữa một thanh quay con lắc ngược và một bánh xe.

Cấu tạo của hệ con lắc ngược bánh xe quản tính bao gồm một thanh con lắc với một đầu được gắn chặt vào một trục tự do sao cho thanh quay có thể quay tự do theo trục đó. Đầu còn lại của thanh con lắc được gắn chặt với một động cơ, trục động cơ này được cố định với một bánh xe hay còn gọi là bánh đà. Như vậy, cơ cấu chấp hành của hệ này là trục bánh xe và hai đáp ứng đầu của hệ là góc lệch bánh xe và góc lệch thanh con lắc. Khi không có tín hiệu điều khiển, con lắc được xem như một thân xe đạp hay xe máy sẽ ngã xuống, yêu cầu đặt ra là điều khiển tốc độ, đảo chiều bánh đà liên tục để giữ cho con lắc không bị ngã xuống.

Sơ đồ cấu tạo của hệ bánh đà con lắc ngược quay trình trong Hình 7.1. Hệ thống này bao gồm hai cảm biến đọc góc encoder. Một encoder sẽ lấy giá trị góc của thanh con lắc, encoder còn lại sẽ đọc giá trị góc của bánh đà. Nếu chúng ta biểu thị các góc của từng encoder tương ứng là q_1 và q_2 , thì chúng ta thấy rằng: [14]

$$\begin{aligned} q_1 &= q_1 \\ q_2 &= q_1 + q_2 \end{aligned} \tag{7.1}$$



Hình 7.1 Cấu trúc vật lý của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính



Hình 7.2 Mô hình thực tế hệ con lắc ngược bánh xe quán tính trong phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM [13]

7.2 Mô tả toán học hệ con lắc ngược bánh xe quán tính

Từ cấu trúc vật lý của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính trong hệ tọa độ Descartes Hình 7.1, các thông số hệ thống và biến được trình bày trong Bảng 7.1.

Các phân tích để xây dựng mô hình toán học cho hệ thống dựa theo các tài liệu [13], [14], [15] và [16]

Bảng 7.1 Thông số hệ thống

Thông số	Đơn vị	Mô tả
l_1	m	Độ dài thanh con lắc
l_{c1}	m	Độ dài thanh con lắc từ trục đến vị trí trọng tâm
m_1	kg	Khối lượng thanh con lắc
m_2	kg	Khối lượng bánh xe
q_1	rad	Góc thanh con lắc
q_2	rad	Góc bánh xe
I_1	kgm^2	Momen quán tính thanh con lắc
I_2	kgm^2	Momen quán tính bánh xe
g	m/s^2	Gia tốc trọng trường
b_1	$N.m.s/rad$	Hệ số ma sát con lắc
b_2	$N.m.s/rad$	Hệ số ma sát bánh xe

Mô hình động lực học của hệ được phân tích bằng cách sử dụng phương trình Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = \tau \quad (7.2)$$

Trong đó, $q = [q_1 \quad q_2]^T$ và L là hàm số Lagrangian và được tính bởi (7.3):

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - V(q) \quad (7.3)$$

Với, K là động năng của hệ và V là thế năng của hệ

Tổng động năng của hệ bao gồm động năng của con lắc K_1 và động năng của bánh đà K_2 và được trình bày ở (7.4):

$$K_1 = \frac{1}{2} (m_1 l_{c1}^2 + I_1) \dot{q}_1^2 \quad (7.4)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2$$

$$K = K_1 + K_2$$

$$= \frac{1}{2} (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 + I_2) \dot{q}_1^2 + I_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2$$

Tổng thế năng của hệ được trình bày ở (7.5):

$$V = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g (\cos(q_1) - 1) \quad (7.5)$$

Đặt $\bar{m} = m_1 l_{c1} + m_2 l_1$

Phương trình (7.5) trở thành:

$$V = \bar{m} g (\cos(q_1) - 1) \quad (7.6)$$

Thế (7.4) và (7.6) vào (7.3), ta tính được hàm Lagrangian:

$$L = \frac{1}{2} (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 + I_2) \dot{q}_1^2 + I_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2 - \bar{m} g (\cos(q_1) - 1) \quad (7.7)$$

Thế (7.7) vào phương trình Euler-Lagrange (7.2), ta có

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} &= (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 + I_2) \dot{q}_1 + I_2 \dot{q}_2 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) &= (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 + I_2) \ddot{q}_1 + I_2 \ddot{q}_2 \\ \frac{\partial L}{\partial q_1} &= \bar{m} g \sin(q_1) \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} &= I_2 \dot{q}_1 + I_2 \dot{q}_2 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) &= I_2 \ddot{q}_1 + I_2 \ddot{q}_2 \\ \frac{\partial L}{\partial q_2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} -b_1 \dot{q}_1 \\ \tau - b_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

Cuối cùng, phương trình động lực học của hệ tìm được như sau

$$\begin{aligned} (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 + I_2) \ddot{q}_1 + I_2 \ddot{q}_2 - \bar{m} g \sin(q_1) &= -b_1 \dot{q}_1 \\ I_2 \ddot{q}_1 + I_2 \ddot{q}_2 &= \tau - b_2 \dot{q}_2 \end{aligned} \quad (7.9)$$

Sau khi tìm được phương trình động lực học của hệ, ta biến đổi (7.9) về dạng

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_1 &= -(\tau + b_1 \dot{q}_1 - b_2 \dot{q}_2 - \bar{m}g \sin(q_1)) / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1) \\
\ddot{q}_2 &= (\tau(I_1 + I_2 + l_1^2 m_2 + l_{c1}^2 m_1) + I_2 b_1 \dot{q}_1 - I_1 b_2 \dot{q}_2 - I_2 b_2 \dot{q}_2 - I_2 \bar{m}g \sin(q_1) - b_2 \dot{q}_2 (l_1^2 m_2 + l_{c1}^2 m_1)) / (I_2 (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1))
\end{aligned} \tag{7.10}$$

Phương trình biên trạng thái của hệ thống được tìm được như sau

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{7.11}$$

Trong đó,

$$\dot{x} = [\dot{q}_1 \quad \ddot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \ddot{q}_2]^T$$

$$x = [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_2]^T$$

$$u = \tau$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial q_2} & \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial \dot{q}_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial \dot{q}_1} & \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial q_2} & \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial \dot{q}_2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial q_1} = \bar{m}g \cos(q_1) / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1); \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial \dot{q}_1} = -b_1 / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1);$$

$$\frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial q_2} = 0; \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial \dot{q}_2} = b_2 / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1)$$

$$\frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial q_1} = -\bar{m}g \cos(q_1) / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1); \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial \dot{q}_1} = -b_1 / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1)$$

$$\frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial q_2} = 0; \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial \dot{q}_2} = -(b_2 m_2 l_1^2 + b_2 m_1 l_{c1}^2 + I_1 b_2 + I_1 b_2 + I_2 b_2) / (I_2 (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1))$$

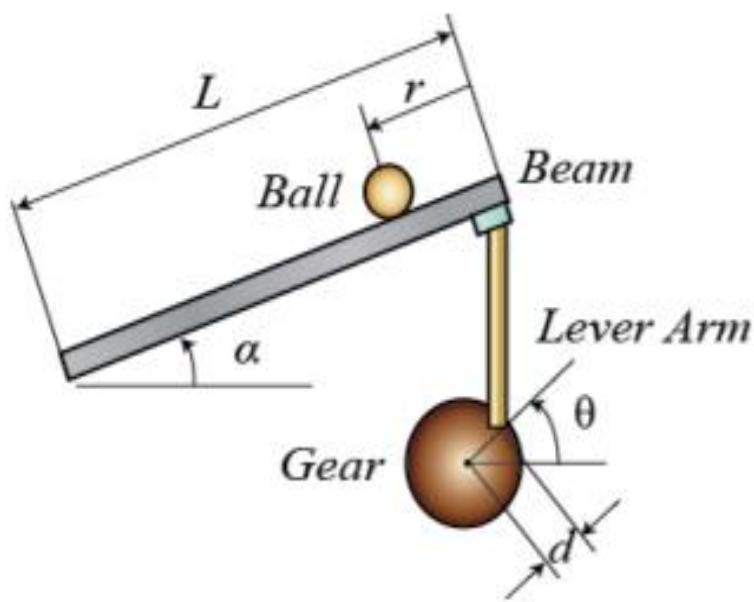
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial u} \\ 0 \\ \frac{\partial \ddot{q}_2}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 / (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1) \\ 0 \\ (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1 + I_2) / (I_2 (m_2 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + I_1)) \end{bmatrix}$$

CHƯƠNG 8: MÔ HÌNH HỆ BÓNG VÀ THANH ĐỠ

8.1 Giới thiệu về mô hình hệ bóng và thanh đỡ

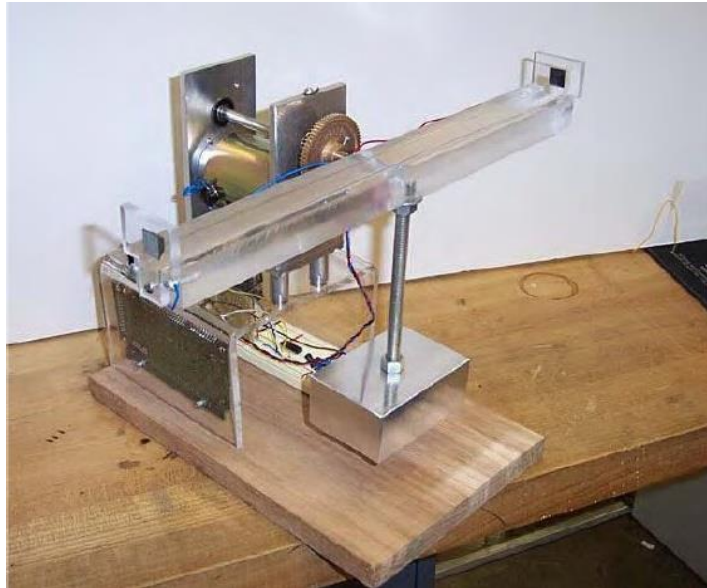
Hệ bóng và thanh đỡ hay hệ cân bằng quả bóng trên thanh đỡ với tên Tiếng Anh là hệ Ball and Beam (B & B). Mô hình quả bóng và thanh đỡ được sử dụng trong các thí nghiệm về điều khiển ở hầu hết các trường đại học kỹ thuật vì nó là một mô hình dễ xây dựng và là một ví dụ điển hình về kỹ thuật điều khiển. Hệ thống này gần gũi với các hệ thống điều khiển thực – như việc ổn định cân bằng máy bay theo phương ngang khi hạ cánh dưới tác động nhiễu của các luồng khí.

Cấu tạo của hệ này gồm có một quả bóng, một thanh đỡ, một động cơ và một số cảm biến. Một tay quay được gắn vào một đầu của thanh đỡ, đầu còn lại được gắn vào động cơ. Khi động cơ quay một góc θ , thông qua tay quay sẽ làm thanh đỡ quay một góc α . Khi thanh đỡ thay đổi góc từ vị trí cân bằng, dưới tác dụng của trọng lực sẽ làm cho quả bóng lăn tự do trên thanh đỡ. Chúng ta cần thiết kế một bộ điều khiển sao cho có thể kiểm soát được vị trí quả bóng trên thanh đỡ. [17]

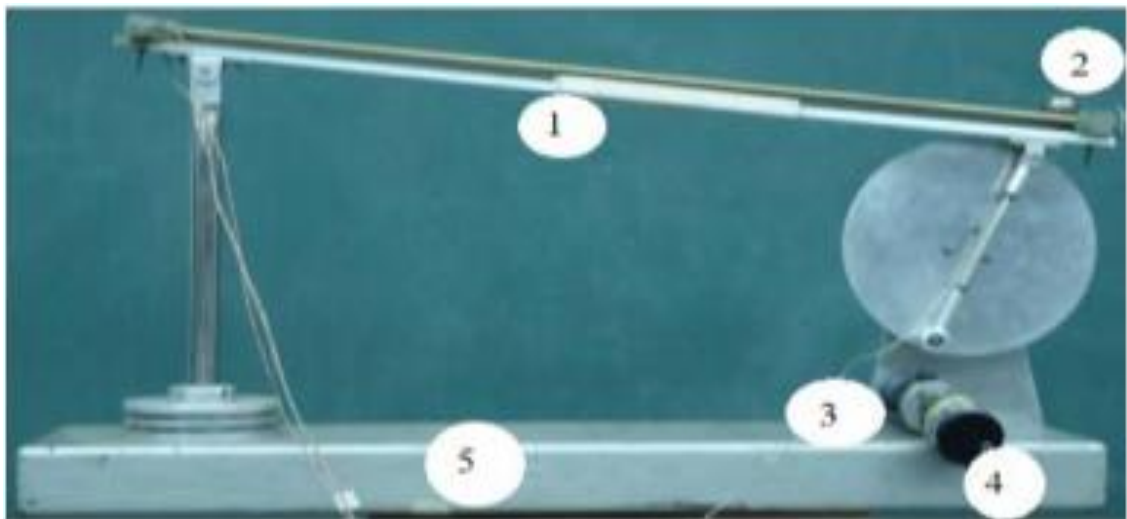


Hình 8.1 Cấu trúc vật lý của hệ bóng và thanh đỡ

Đối tượng bóng và thanh đỡ thường có hai dạng cấu tạo chính là hệ bóng và thanh đỡ trực lệch. Dạng còn lại là hệ bóng và thanh đỡ trực giữa. Hình 8.2 được trình bày bên dưới là dạng trực giữa. Hình 8.3 được trình bày bên dưới là dạng trực lệch. Trong quyển sách này, nhóm tác giả sẽ dựa trên mô hình trực lệch để giới thiệu, phân tích, mô tả phương trình toán học cho hệ.



Hình 8.2 Quả bóng cân bằng trên thanh dầm được xây dựng bởi Berkeley Robotics Laboratory (Arroyo 2005)



Hình 8.3 Hệ bóng và thanh đỡ trực lệch tại phòng thí nghiệm Điều khiển điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM [17]

Cấu tạo cơ khí của hệ thống trên thực tế như Hình 8.3 gồm các chi tiết như sau:

1. Thanh đỡ
2. Quả bóng kim loại
3. Động cơ DC
4. Encoder tính toán góc của động cơ
5. Đế của hệ

8.2 Mô tả toán học cho hệ bóng và thanh đỡ

Từ cấu trúc vật lý của hệ con lắc ngược bánh xe quán tính trong hệ tọa độ Descartes Hình 8.1, các thông số hệ thống và biến được trình bày trong Bảng 8.1 như sau:

Bảng 8.1 Thông số hệ thống

Thông số	Đơn vị	Mô tả
m_B	kg	Khối lượng quả bóng
m_b	kg	Khối lượng thanh đỡ
L	m	Chiều dài thanh đỡ
θ	rad	Góc động cơ
α	rad	Góc thanh đỡ
$J_B = \frac{2m_B R^2}{5}$	kgm^2	Momen quán tính quả bóng
$J_b = \frac{2m_b L^2}{3}$	kgm^2	Momen quán tính thanh đỡ
g	m/s^2	Gia tốc trọng trường
r	m	Vị trí quả bóng
R	m	Bán kính quả bóng
τ	Nm	Momen động cơ
I	A	Dòng điện qua động cơ
V	V	Điện áp động cơ
K_g		Tỷ số truyền
d	m	Bán kính đĩa

Dựa theo tài liệu số [17], ta có các phân tích về hệ thống lần lượt được trình bày:

Tổng động năng của hệ thống:

$$K = \frac{1}{2} m_B \dot{r}^2 + \frac{1}{2} J_B \left(\frac{\dot{r}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} (J_B + m_B \dot{r}^2) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_b \dot{\alpha}^2 \quad (8.1)$$

Tổng thế năng của hệ thống:

$$V = \frac{1}{2} m_b g \sin(\alpha) + m_B g r \sin(\alpha) \quad (8.2)$$

Phương trình Lagrange được xác định như sau:

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (8.3)$$

Hệ thống được mô tả dưới dạng phương trình Euler-Lagrange như sau:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q \quad (8.4)$$

Từ phương trình (8.1) tới (8.4), ta có hệ phương trình toán học của hệ như sau:

$$\left(m_B + \frac{J_B}{R^2}\right)\ddot{r} - m_B\dot{\alpha}^2 r + m_B g \sin(\alpha) = 0 \quad (8.4)$$

$$(J_B + J_b + m_B r^2)\ddot{\alpha} + 2m_B r \dot{r} \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{2}m_b + m_B r\right)g \cos(\alpha) = \tau \quad (8.5)$$

Ta thấy rằng, tín hiệu khi điều khiển ngõ vào của hệ là tín hiệu momen. Chính vì vậy ta sẽ thực hiện biến đổi tín hiệu điều khiển ngõ vào của hệ từ momen sang điện áp. Kết hợp với những phân tích ở Chương 1, mối liên hệ giữa momemt và điện áp trong hệ thống được trình bày trong phương trình (8.6) và (8.7):

$$L_m \dot{I} + R_m I + K_b \dot{\theta} = e \quad (8.6)$$

$$\tau = K_t I \quad (8.7)$$

Từ phương trình (8.6) và phương trình (8.7), ta có:

$$\tau_{beam} = k_1 e - k_2 \dot{\alpha} \quad (8.8)$$

Trong đó:

$$k_1 = \frac{K_g K_t L}{R_m d}; \quad k_2 = \frac{K_g^2 K_t K_b L^2}{R_m d^2}$$

Sau khi ta có phương trình (8.5), ta thực hiện thay thế phương trình này vào phương trình (8.4) và (8.6), ta được hệ phương trình vi phân như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + g_1(x)u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + g_2(x)u \end{cases} \quad (8.9)$$

Trong đó:

$$x_1 = r; \quad x_2 = \dot{r}; \quad x_3 = \alpha; \quad x_4 = \dot{\alpha}; \quad u = e$$

$$f_1(x) = \frac{5}{7}x_1 x_4^2 - \frac{5}{7}g \sin(x_3)$$

$$g_1(x) = 0$$

$$f_2(x) = \frac{-k_2 x_4 - 2m_B x_1 x_2 x_4 - \frac{L}{2} g m_b \cos(x_3) - g m_B x_1 \cos(x_3)}{m_B x_1^2 + J_B + J_b}$$

$$g_2(x) = \frac{k_1}{m_B x_1^2 + J_B + J_b}$$

CHƯƠNG 9: MÔ HÌNH HỆ BỒN NƯỚC ĐƠN

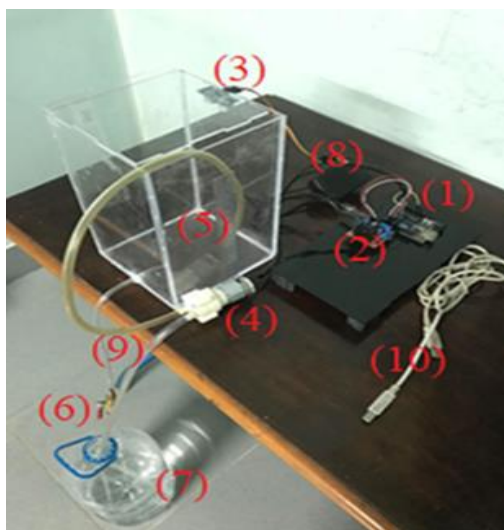
9.1 Giới thiệu mô hình hệ bồn nước đơn

Mô hình hệ bồn nước đơn là một mô hình kinh điển và là một mô hình đơn giản có độ phi tuyến trong lĩnh vực điều khiển tự động hóa. Để xây dựng và điều khiển hệ con lắc ngược tự cân bằng đòi hỏi người điều khiển phải có nhiều kiến thức về cơ khí lẫn điều khiển hệ thống. Với mô hình này sẽ giúp người điều khiển kiểm chứng được nhiều cơ sở lý thuyết và các thuật toán khác nhau trong điều khiển tự động.

Nội dung đề tài chủ yếu tập trung nghiên cứu về giải thuật điều khiển và xây dựng mô hình hệ thống bồn nước đơn bao gồm 2 thành phần chính sau:

Phần cơ khí: gồm 1 bồn nước đơn được làm bằng mica trong, 1 van xả để tạo nhiễu cho hệ thống, 1 động cơ bơm, 1 cầu H và 1 cảm biến siêu âm để đọc giá trị mực nước. Van nước được mở xả nước, cảm biến siêu âm có nhiệm vụ đọc giá trị mực nước hiện tại trong bồn. Cầu H sẽ điều xung động cơ bơm, động cơ sẽ bơm liên tục để đảm bảo mực nước duy trì ở điểm đặt.

Phần điện tử: gồm cảm biến siêu âm đọc giá trị mực nước, mạch khuếch đại công suất và mạch điều khiển trung tâm. Tín hiệu đọc từ cảm biến sẽ được truyền vi điều khiển. Tùy thuộc vào tính hiệu đọc từ cảm biến siêu âm mà Arduino lập trình để xuất tín hiệu ngõ ra điều khiển động cơ bơm DC thông qua mạch khuếch đại công suất (mạch cầu H).

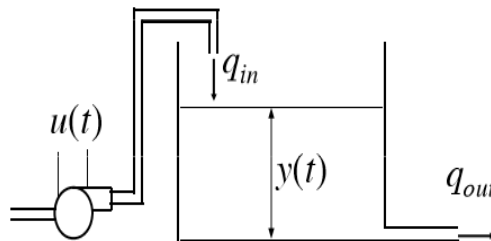


Hình 9.2 Mô hình thực hệ thống bồn nước đơn tại phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM [18]

1. Vi xử lý Arduino Uno R3
2. Cầu H L298N
3. Cảm biến siêu âm HC-SR05
4. Động cơ bơm nước 12 VDC
5. Bồn nước bằng mica
6. Van xả đường kính 6 mm
7. Can nhựa 6 lít chứa nước
8. Adapter 220 VAC/12 VDC
9. Ống nước
10. Dây cáp

9.2 Mô hình toán hệ thống bồn nước đơn

Trước tiên, ta cần tìm hiểu các thông số mô hình thông qua Hình 9.2 và được tổng hợp trong Bảng 9.1.



Hình 9.2 Mô hình mô tả hệ thống bồn nước đơn

Bảng 9.1 Thông số mô phỏng hệ bồn nước đơn bỏ qua thông số động cơ

Thông số	Mô tả	Đơn vị
$\dot{y}(t)$	Biến trạng thái	
$u(t)$	Điện áp điều khiển máy bơm theo thời gian	$0 \leq u(t) \leq 12V$
$y(t)$	Độ cao mực chất lỏng trong bồn theo thời gian	cm
$A(h)$	Tiết diện ngang bồn chứa	cm^2
h_{max}	Độ cao cực đại của bồn chứa	cm
A_{max}, A_{min}	Tiết diện ngang cực đại và cực tiểu	cm^2
k	Hệ số tỷ lệ với công suất máy bơm	cm^3/sec
a	Tiết diện van xả	cm^2
g	Gia tốc trọng trường	cm/sec^2
C_D	Hệ số xả	

Phương trình cân bằng hệ thống dựa theo tài liệu số [19]:

$$A\dot{y}(t) = q_{in}(t) - q_{out}(t) \quad (9.1)$$

Trong đó:

$$q_{in}(t) = ku(t) \quad (9.2)$$

$$q_{out}(t) = aC_D\sqrt{2gy(t)} \quad (9.3)$$

Từ phương trình (9.1), (9.2) và (9.3), ta suy ra phương trình toán của hệ thống là:

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{A(h)}(ku(t) - aC_D\sqrt{2gy(t)}) \quad (9.4)$$

$$A(h) = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{h_{\max}}h + A_{\min} \quad (9.5)$$

Phương trình (9.4) là hệ phi tuyến bậc 1.

Đặt biến trạng thái:

$$x_1(t) = y(t) \quad (9.6)$$

Phương trình trạng thái của hệ thống là:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (9.7)$$

Trong đó:

$$f(x, u) = -\frac{aC_D\sqrt{2gx_1(t)}}{A} + \frac{k}{A}u(t) \quad (9.8)$$

$$h(x, u) = x_1(t) \quad (9.9)$$

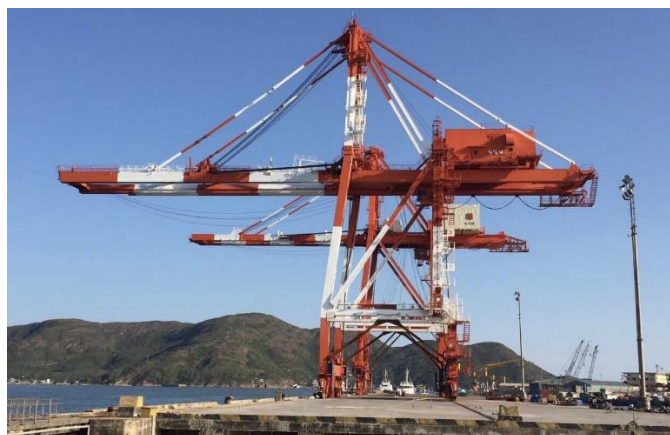
CHƯƠNG 10: MÔ HÌNH HỆ CẦU TRỤC

10.1 Giới thiệu về mô hình hệ cầu trục

Trên toàn thế giới, cần trục đóng một vai trò quan trọng trong việc hỗ trợ các nhiệm vụ nâng hạ và vận chuyển trọng tải lớn. Chúng được sử dụng ở nhiều nơi khác nhau như xưởng đóng tàu, công trường xây dựng, nơi làm việc công nghiệp. Ở Việt Nam, hệ thống này rất dễ được bắt gặp trong các công trình xây dựng, được sử dụng bốc dỡ vật liệu cho các công trình cao tầng. Ngoài ra, chúng ta còn bắt gặp hệ cầu trục ở cảng sông, biển được dùng trong việc bốc xếp hàng hoá, container, v.v. Hiện nay, có nhiều loại cần trục khác nhau tồn tại, mỗi loại được thiết kế đặc biệt cho môi trường mà nó đang được sử dụng. Một trong những loại cần trục phổ biến là cần trục tháp, đây là loại cần trục mà tác giả muốn giới thiệu trong chương này.



Hình 10.1 Một hệ thống tháp cầu trục trong công trình xây dựng

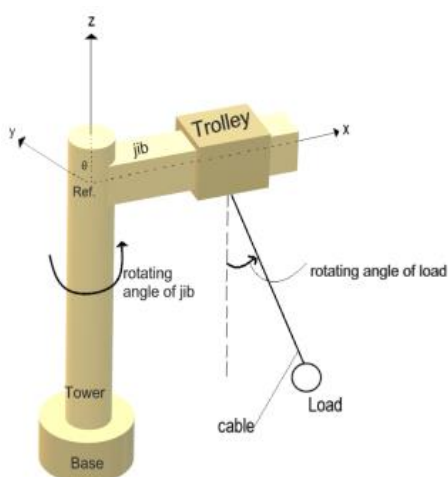


Hình 10.2 Một hệ thống tháp cầu trục trong cảng

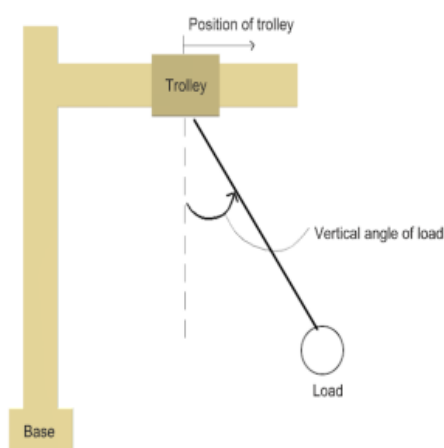
Xét trong lĩnh vực điều khiển học kỹ thuật, hệ tháp cầu trục (Tower Crane) rất phổ biến trong các phòng thí nghiệm điều khiển. Hệ tháp cầu trục là hệ under-actuated có nhiều biến ngõ vào và nhiều biến ngõ ra (multiple-input and multiple-output), viết tắt là hệ MIMO. Trong chương này, nhóm tác giả xem xét xây dựng mô hình hệ tháp cầu trục thành hai hệ thống một ngõ vào – nhiều ngõ ra (single-input and multiple-output) gồm: [20]

- Hệ thống thứ nhất: Động cơ A điều khiển vị trí của xe đẩy và góc của tải.
- Hệ thống thứ hai: Động cơ B điều khiển góc của cầu trục và góc quay của tải.

Cấu trúc của hệ thống tháp cầu trục được mô tả trong Hình 10.3 và Hình 10.4 theo tài liệu [21]:



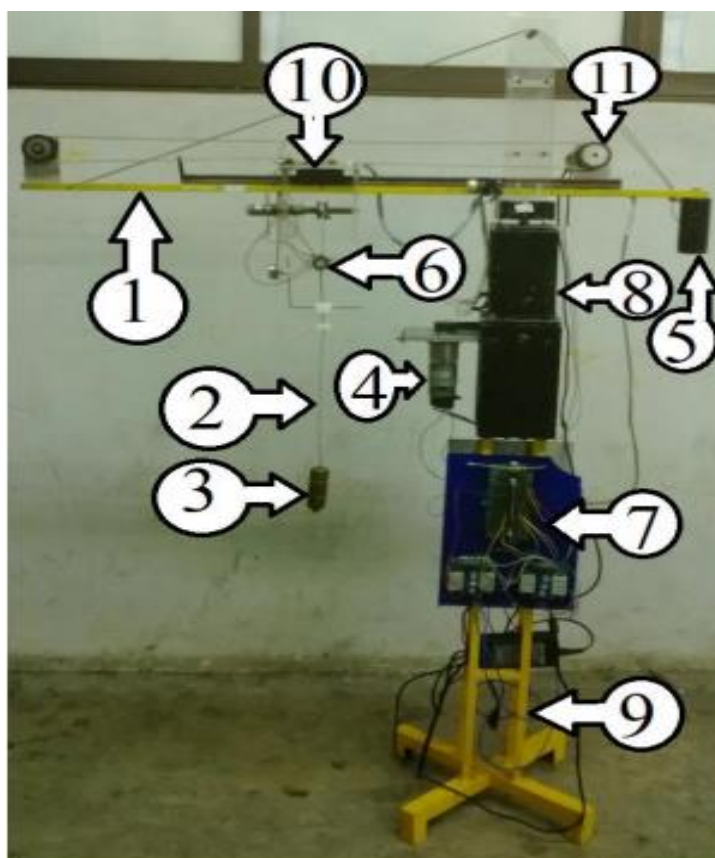
Hình 10.3 Cấu trúc vật lý của hệ với hướng nhìn trên xuống



Hình 10.4 Cấu trúc vật lý của hệ với hướng nhìn ngang

Từ Hình 10.3 và Hình 10.4 ta thấy rằng, xe đẩy (trolley) có thể di chuyển trên cần trục (jib) và một đoạn dây cáp bằng kim loại (metal string) được gắn chặt với xe đẩy. Một tải được treo ở đầu còn lại của dây cáp. Cần trục quay xung quanh một trục thẳng đứng được gọi là tháp (tower). Tháp này được đặt trên một đế (base) nặng vững chắc để đảm bảo an toàn. Vòng quay của cần trục và chuyển động của xe đẩy di chuyển tải đến vị trí thích hợp.

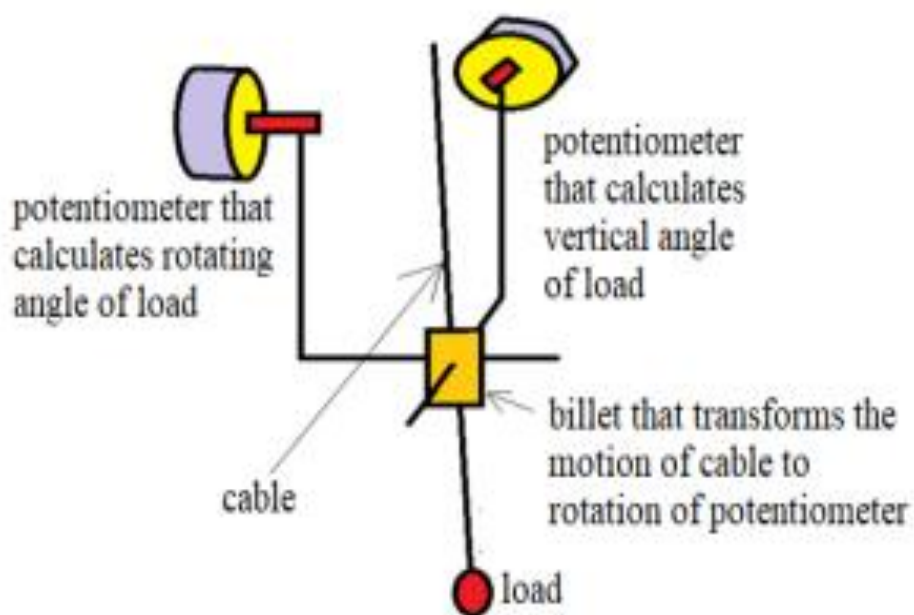
Mô hình thực tế của hệ thống tháp cầu trục được xây dựng tại trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TPHCM được giới thiệu trong Hình 10.5. Động cơ DC A được gắn kèm một cảm biến encoder điều khiển vị trí xe dây trên cần trục bằng dây đai. Cảm biến encoder này có nhiệm vụ tính toán vị trí của xe đẩy. Một đầu của đoạn dây cáp được gắn vào xe đẩy, đầu còn lại được gắn vào một tải. Dây cáp này có thể thay đổi chiều dài để đánh giá trong từng trường hợp của thí nghiệm. Động cơ DC B được gắn kèm một encoder điều khiển quay cho cần trục. Encoder ở động cơ B sẽ thực hiện tính toán góc quay của cần trục. Góc quay và góc theo phương thẳng đứng của tải được tính toán bằng cách sử dụng cấu trúc của điện trở như trong Hình 10.6



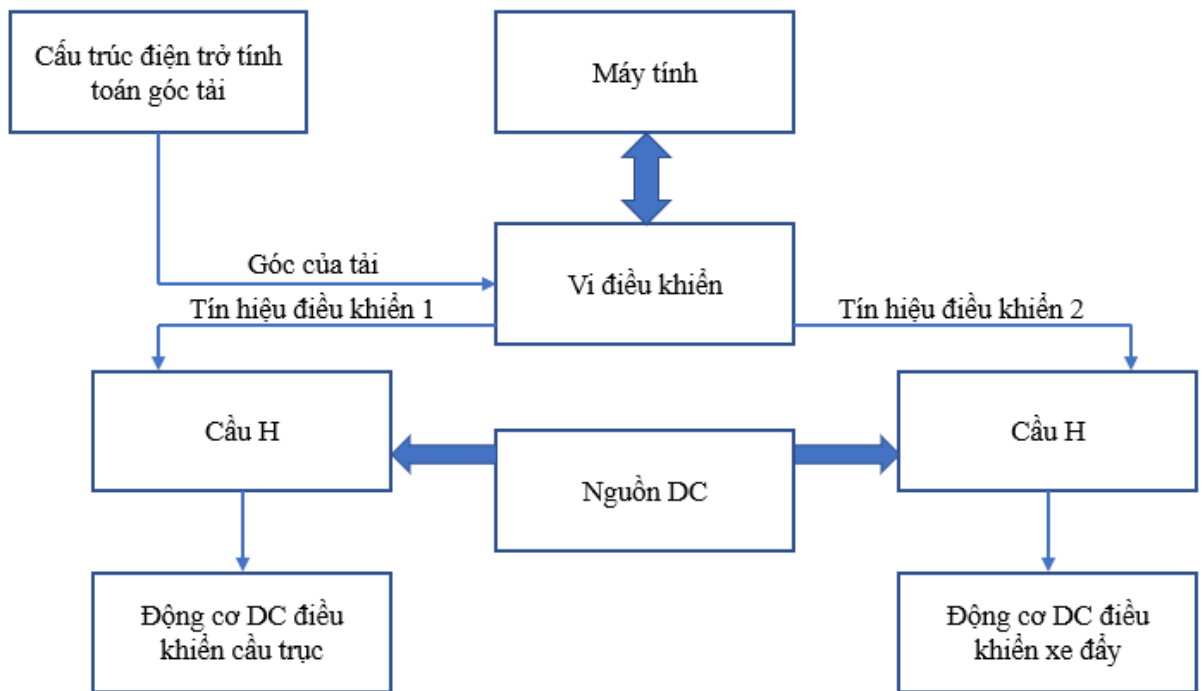
Hình 10.5 Hệ thống thực tháp cầu trục được xây dựng trong phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường ĐH SPKT TPHCM [21]

Cấu tạo cơ khí của hệ thống bao gồm:

- 1- Cần trục
- 2- Dây cáp
- 3- Tải
- 4- Động cơ DC điều khiển cần trục (động cơ A)
- 5- Tải cân bằng cho cần trục
- 6- Cấu trúc điện trở để đo góc của tải
- 7- Bộ điều khiển
- 8- Tháp quay
- 9- Đế
- 10- Xe đẩy
- 11- Động cơ DC để điều khiển xe đẩy (động cơ B)



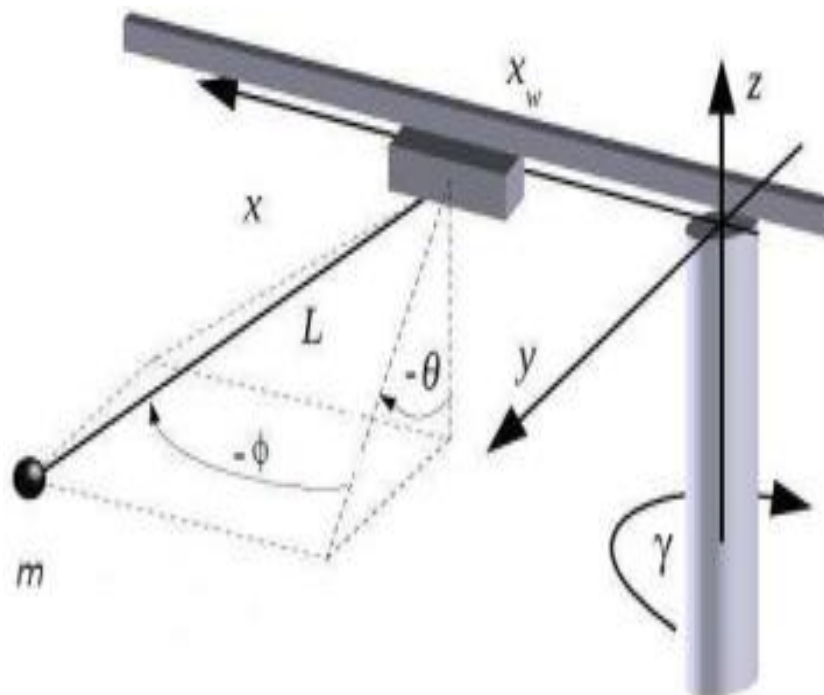
Hình 10.6 Cấu trúc điện trở để tính toán góc quay của tải [21]



Hình 10.7 Sơ đồ khối điện của hệ tháp cầu trục

10.2 Mô hình toán hệ thống tháp cầu trục

Theo tài liệu [20], mô hình toán học của hệ thống và các biến giá trị của hệ thống được trình bày lần lượt trong Hình 10.8 và Bảng 10.1 như sau:



Hình 10.8 Mô hình toán của hệ thống tháp cầu trục

Bảng 10.1 Thông số hệ thống

Ký hiệu	Đơn vị	Mô tả
m	kg	Khối lượng của tải
M	kg	Khối lượng xe đẩy
L	m	Độ dài dây cáp
K_{mx}		Hệ số động cơ A
K_{my}		Hệ số động cơ B
$x = x_w$	m	Vị trí xe đẩy
ϕ	rad	Chiều góc của tải
γ	rad	Góc quay của tháp
θ	rad	Góc quay của tải
F_x	N	Lực tác động lên xe đẩy
T_γ	Nm	Moment tác động lên tháp
J_0	kgm^2	Moment quán tính của hệ theo phương z

Ta đặt như sau:

$$q = (x, \phi, \gamma, \theta) \quad (10.1)$$

$$Q = (F_x, 0, T_\gamma, 0) \quad (10.2)$$

Tổng thế năng của hệ tháp cầu trục:

$$T = T_{LOAD} + T_{TROLLEY} \quad (10.3)$$

Trong đó:

$$T_{LOAD} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}J_0\gamma^2$$

$$T_{TROLLEY} = \frac{1}{2}Mv_2^2$$

$$v_1^2 = \dot{r}_{1x}^2 + \dot{r}_{1y}^2 + \dot{r}_{1z}^2$$

$$v_2^2 = \dot{x}^2$$

$$r_{1x} = x - L\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$r_{1y} = L\sin(\theta)$$

$$r_{1z} = -L\cos(\theta)\cos(\phi)$$

$$\dot{r}_{1x} = \dot{x} + \dot{\theta}L\sin(\theta)\sin(\phi) - \dot{\phi}\cos(\phi)\cos(\theta)$$

$$\dot{r}_{1y} = \dot{\theta}L\cos(\theta)$$

$$\dot{r}_{1z} = \dot{\theta}L\sin(\theta)\cos(\phi) + \dot{\phi}L\sin(\phi)\cos(\theta)$$

Tổng thế năng của hệ:

$$V = -mgL\cos(\theta)\cos(\phi) \quad (10.4)$$

Hệ thống được mô tả dưới dạng phương trình Euler-Lagrange như sau:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q \quad (10.5)$$

Từ phương trình (10.1) – (10.5), hệ phương trình hệ tháp cầu trục được mô tả từ phương trình (10.6) đến phương trình (10.9):

$$(m + M)\ddot{x} + mL\cos(\theta)\sin(\phi)\dot{\gamma}^2 - (m + M)x\dot{\gamma}^2 - 2mL\cos(\theta)\dot{\gamma}\dot{\theta} \quad (10.6)$$

$$\begin{aligned} &+ mL\cos(\theta)\sin(\phi)\dot{\theta}^2 + 2mL\cos(\phi)\sin(\theta)\dot{\theta}\dot{\phi} \\ &- 2m\dot{L}(\sin(\theta)\dot{\gamma} + mL\cos(\theta)\sin(\phi)\dot{\phi}^2 - \sin(\theta)\sin(\phi)\dot{\theta} \\ &+ \cos(\theta)\cos(\phi)\dot{\phi}) - m\cos(\theta)\sin(\phi)\ddot{L} - mL\sin(\theta)\ddot{\gamma} \\ &+ mL\sin(\theta)\sin(\phi)\ddot{\theta} - mL\cos(\theta)\cos(\phi)\ddot{\phi} = F_x \end{aligned}$$

$$L\cos(\theta)^2\dot{\phi} + \cos(\theta)(g\sin(\phi) - L\cos(\theta)\cos(\phi)\sin(\phi)\dot{\gamma}^2 \quad (10.7)$$

$$\begin{aligned} &+ \cos(\phi)x\dot{\gamma}^2 - \cos(\theta)\cos(\phi)\ddot{x} + 2L\cos(\theta)\cos(\phi)\dot{\gamma}\dot{\theta} \\ &- 2L\sin(\theta)\dot{\theta}\dot{\phi} + 2\dot{L}(\cos(\phi)\sin(\phi)\dot{\gamma} + \cos(\theta)\dot{\phi}) \\ &+ L\cos(\theta)\cos(\phi)\sin(\theta)\ddot{\gamma} = 0 \end{aligned}$$

$$(J_0 + mL^2\sin(\theta)^2 + m\cos(\theta)^2L^2\sin(\phi)^2 - 2m\cos(\theta)L\sin(\phi)x + mx^2 \quad (10.8)$$

$$\begin{aligned} &+ Mx^2)\ddot{\gamma} + 2m\cos(\theta)xL\dot{\theta} - mL\sin(\theta)x\dot{\theta}^2 \\ &- 2m\cos(\phi)L^2\sin(\theta)^2\dot{\theta}\dot{\phi} - m\cos(\theta)L^2\sin(\theta)\sin(\phi)\dot{\phi}^2 \\ &- mL\dot{L}(2\sin(\phi)\dot{\theta} - \cos(\phi)\sin(2\theta)\dot{\phi}) \\ &+ x(-2m\cos(\theta)\sin(\phi)\dot{L}) + 2(m + M)\dot{x} \\ &+ mL^2(\cos(\phi)^2\sin(2\theta)\dot{\phi}) + \cos(\theta)^2\sin(2\phi)\dot{\phi} \\ &+ 2mL((\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^2\sin(\phi)^2)\dot{L} - \cos(\theta)\sin(\phi)\dot{x} \\ &+ \sin(\theta)\sin(\phi)x\dot{\theta} - \cos(\theta)\cos(\phi)x\dot{\phi}) \\ &- mL^2\sin(\theta)^2\sin(\phi) + m\cos(\theta)Lx\ddot{\theta} \\ &+ m\cos(\theta)\cos(\phi)L^2\sin(\theta)\ddot{\phi} = T_\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L\ddot{\theta} + g\cos(\phi)\sin(\theta) + 2\cos(\theta)\dot{x}\dot{\gamma} - \frac{1}{4}L\sin(2\theta)\dot{\gamma}^2 \\
- \frac{1}{4}L\cos(\phi)^2\sin(2\theta)\dot{\gamma}^2 - x\sin(\theta)\sin(\phi)\dot{\gamma}^2 \\
+ \frac{1}{4}L\sin(2\theta)\sin(\phi)^2\dot{\gamma}^2 + \dot{L}(-2\sin(\phi)\dot{\gamma} + 2\dot{\theta}) \\
- L\cos(\phi)\dot{\gamma}\dot{\phi} + L\cos(\phi)^2\cos(\phi)\dot{\gamma}\dot{\phi} \\
+ L\cos(\phi)\sin(\theta)^2\dot{\gamma}\dot{\phi} + L\cos(\theta)\sin(\theta)\dot{\phi}^2 \\
+ \sin(\theta)\sin(\phi)\ddot{x} + (-L\sin(\phi) + x\cos(\theta))\ddot{\gamma} = 0
\end{aligned} \tag{10.9}$$

Hệ phương trình toán học mô tả hệ tháp cầu trục từ (10.6) đến (10.9) rất phức tạp. Chính vì vậy, chúng ta cần xấp xỉ một số giá trị như sau để phục vụ cho việc điều khiển:

$$\begin{aligned}
\sin(\theta) = \sin(\gamma) = \sin(\phi) = 0; \cos(\theta) = \cos(\gamma) = \cos(\phi) = 1 \\
\theta\dot{\theta}^2 \approx 0; \phi\dot{\phi}^2 \approx 0; \gamma\dot{\gamma}^2 \approx 0; \dot{L} = \ddot{L} = 0
\end{aligned} \tag{10.10}$$

Hệ phương trình từ (10.6) đến (10.9) trở thành:

$$\ddot{x} + m_t g \phi = \overline{F_x} \tag{10.11}$$

$$L\ddot{\phi} + g\phi - \ddot{x} + L\ddot{\gamma}\theta = 0 \tag{10.12}$$

$$(1 + M_r x^2)\ddot{\gamma} - m_r g x \theta = \overline{T_\gamma} \tag{10.13}$$

$$L\ddot{\theta} + g\theta + x\ddot{\gamma} - L\ddot{\gamma}\phi = 0 \tag{10.14}$$

Trong đó:

$$m_t = \frac{m}{M}; M_r = \frac{M}{J_0}; m_r = \frac{m}{J_0}; \overline{F_x} = \frac{F_x}{M}; \overline{T_\gamma} = \frac{T_\gamma}{J_0}$$

Ta thực hiện tìm mối liên hệ của momemt động cơ và điện áp động cơ như sau:

$$\overline{F_x} = K_{mx} V_x \tag{10.15}$$

$$\overline{T_\gamma} = K_{m\gamma} V_\gamma \tag{10.16}$$

CHƯƠNG 11: MÔ HÌNH HỆ XE HAI BÁNH CÂN BẰNG

11.1 Giới thiệu về mô hình hệ xe hai bánh cân bằng

Robot xe hai bánh cân bằng có tên tiếng Anh là Two Wheel Automatic Balancing Robot (TWABR) là một hệ thống không ổn định và có tính phi tuyến cao bao gồm hai bánh phụ tiếp xúc với sàn mặt. Các bánh xe được điều khiển độc lập để cân bằng trọng tâm phía trên trục quay của bánh xe. Mỗi bánh xe được dẫn động bởi một động cơ. Các động cơ thường được sử dụng là động cơ DC gắn kèm một cảm biến enocoder và Các encoder này sẽ có nhiệm vụ đọc giá trị dựa trên độ nghiêng và vận tốc của hệ thống. Hệ robot xe hai bánh cân bằng hoạt động tương tự như hệ thống con lắc ngược cổ điển. Đối tượng điều khiển chúng ta hướng tới khi điều khiển hệ xe hai bánh cân bằng là giữ cho hệ thống ở vị trí cân bằng thẳng đứng hướng lên như Hình 11.2

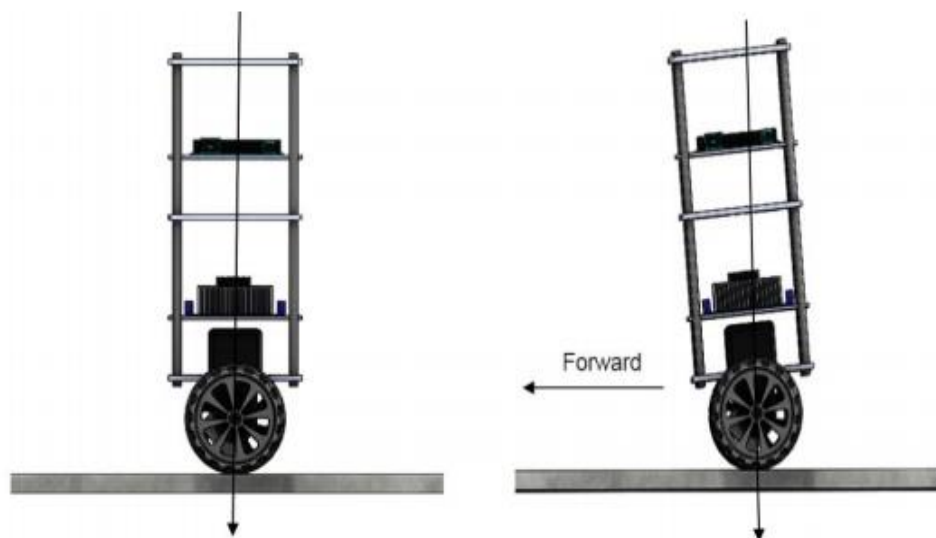
Đối với các xe ba hay bốn bánh, việc thăng bằng và ổn định của chúng là nhờ trọng tâm của chúng nằm trong bề mặt chân đế do các bánh xe tạo ra. Đối với các xe hai bánh có cấu trúc như xe đạp, việc thăng bằng khi không di chuyển là hoàn toàn không thể, vì việc thăng bằng của xe dựa trên tính chất con quay hồi chuyển ở hai bánh xe khi đang quay. Còn đối với xe hai bánh tự cân bằng, là loại xe chỉ có hai bánh với trục của hai bánh xe trùng nhau, để cho xe cân bằng, trọng tâm của xe (bao gồm cả người sử dụng chúng) cần được giữ nằm ngay giữa các bánh xe. Điều này giống như ta giữ một cây gậy dựng thẳng đứng cân bằng trong lòng bàn tay.

Thực ra, trọng tâm của toàn bộ xe hai bánh không được biết nằm ở vị trí nào, cũng không có cách nào tìm ra nó, và có thể không có khả năng di chuyển bánh xe đủ nhanh để giữ nó luôn ở dưới toàn bộ trọng tâm.

Về mặt kỹ thuật, góc giữa sàn xe hai bánh và chiều trọng lực có thể biết được. Do vậy, thay vì tìm cách xác định trọng tâm nằm giữa các bánh xe, tay lái cần được giữ thẳng đứng, vuông góc với sàn xe (góc cân bằng khi ấy là zero). [22]



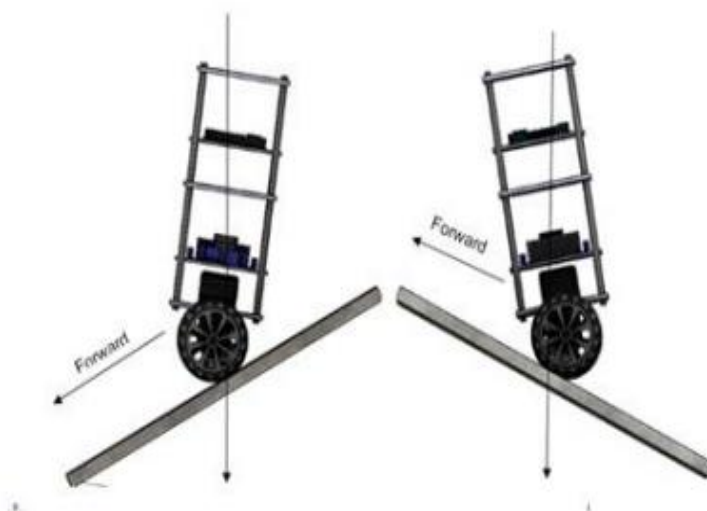
Hình 11.1 Nguyên lý xe hai bánh tự cân bằng



Hình 11.2 Trạng thái cân bằng và trạng thái di chuyển

Nếu tay lái được đẩy hơi nghiêng tới trước, xe hai bánh sẽ chạy tới trước và khi nó được đẩy nghiêng ra sau, xe hai bánh sẽ chạy lùi. Đây là một phân tích lý tính. Hầu hết mọi người đều có thể kiểm soát tay lái trong vòng vài giây để giữ lấy nó.

Để dừng lại, chỉ cần kéo trọng tâm xe nghiêng ngược hướng đang di chuyển thì tốc độ xe giảm xuống. Do tốc độ cảm nhận và phản ứng thăng bằng của mỗi người là khác nhau, nên xe hai bánh tự cân bằng chỉ được thiết kế cho một người sử dụng



Hình 11.3 Xe hai bánh đi lên và đi xuống

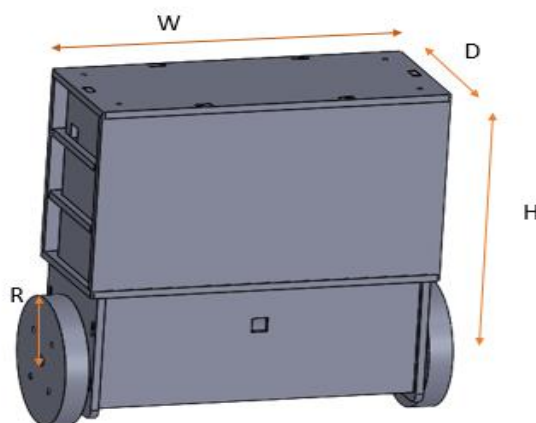
Các ứng dụng trong thực tế được nghiên cứu và phát triển dựa trên hệ thống robot xe hai bánh cân bằng rất đa dạng trong những năm gần đây, chẳng hạn như ô tô, tàu vũ trụ, vận tải nội địa, vận tải quân sự, robot hỗ trợ người khuyết tật, v.v. Hai ứng dụng khá phổ biến hiện nay như Hình 11.3



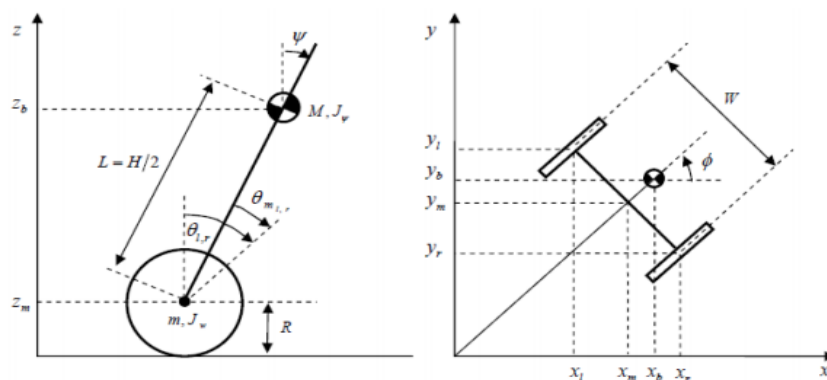
Hình 11.3 Xe hai bánh cân bằng Segway và xe trượt Hoverboard

11.2 Mô hình toán học hệ robot xe hai bánh cân bằng

Sơ đồ và hệ quy chiếu hệ xe hai bánh tự cân bằng được thể hiện như hình theo tài liệu [22] [23]:



Hình 11.4 Cơ cấu vật lý của hệ robot xe hai bánh cân bằng



Hình 11.5 Mô tả xe hai bánh tự cân bằng nhìn nghiêng và từ trên xuống

❖ Trong đó, cách thành phần của hệ được liệt kê ở Bảng 11.1:

Bảng 11.1 Các ký hiệu trong hệ thống

Ký hiệu	Ý nghĩa
m (kg)	Khối lượng 2 bánh xe
M (kg)	Khối lượng thân xe
R (m)	Đường kính bánh xe
W (m)	Chiều rộng của thân xe
D (m)	Chiều dài của thân xe
H (m)	Chiều cao của thân xe
L (m)	Khoảng cách giữa trọng tâm thân xe đến trục bánh xe
f_w	Hệ số ma sát giữa bánh xe với mặt đường
f_m	Hệ số ma sát giữa thân xe với động cơ DC
J_m (kg.m ²)	Mô men quán tính động cơ DC
R_m (Ω)	Trở kháng động cơ DC
K_b (V $\frac{sec}{rad}$)	Sức điện động cảm ứng của động cơ DC
K_t ($\frac{Nm}{A}$)	Mô men lực của động cơ DC
N	Tỉ số giảm tốc
g ($\frac{m}{s^2}$)	Gia tốc trọng trường
θ (rad)	Góc xoay trung bình của bánh xe trái và phải
$\theta_{l,r}$ (rad)	Góc xoay của bánh xe trái và phải
ψ (rad)	Góc nghiêng khung xe
Φ (rad)	Góc quay của xe
x_l, y_l, z_l (m)	Trục tọa độ của bánh xe trái
x_r, y_r, z_r (m)	Trục tọa độ của bánh xe phải
x_m, y_m, z_m (m)	Trục tọa độ trung bình
F_θ, F_ψ, F_ϕ (Nm)	Momen phát động theo các hướng khác nhau
$F_{l,r}$ (Nm)	Momen phát động của động bánh trái, phải
i_l, i_r (A)	Dòng điện động cơ trái và phải
v_l, v_r (V)	Điện áp động cơ trái và phải

Ta sử dụng phương pháp Euler – Lagrange để xây dựng mô hình động học. Giả sử tại thời điểm $t = 0$, xe di chuyển theo chiều dương trục x , ta có góc tịnh tiến trung bình của hai bánh xe và góc xoay của xe được xác định như sau:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\theta_l + \theta_r) \\ \frac{R}{W}(\theta_l - \theta_r) \end{bmatrix} \quad (11.1)$$

Tọa độ trung bình của robot trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \dot{x}_m \\ \int \dot{y}_m \\ R \end{bmatrix} \quad (11.2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\dot{\theta}\cos\phi \\ R\dot{\theta}\sin\phi \end{bmatrix} \quad (11.3)$$

Tọa độ của bánh xe bên trái trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m - \frac{W}{2}\sin\phi \\ y_m + \frac{W}{2}\cos\phi \\ z_m \end{bmatrix} \quad (11.4)$$

Tọa độ của bánh xe bên phải trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m + \frac{W}{2}\sin\phi \\ y_m - \frac{W}{2}\cos\phi \\ z_m \end{bmatrix} \quad (11.5)$$

Tọa độ tâm giữa hai trục động cơ:

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m + L\sin\psi\cos\phi \\ y_m L\sin\psi\sin\phi \\ z_m + L\cos\psi \end{bmatrix} \quad (11.6)$$

Phương trình động năng của chuyển động tịnh tiến:

$$K_1 = \frac{1}{2}m(\dot{x}_l^2 + \dot{y}_l^2 + \dot{z}_l^2) + \frac{1}{2}m(\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2 + \dot{z}_r^2) + \frac{1}{2}m(\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2 + \dot{z}_b^2) \quad (11.7)$$

Phương trình động năng của chuyển động quay:

$$K_2 = \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_l^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_r^2 + \frac{1}{2}J_\psi\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_\phi\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2 \quad (11.8)$$

Với $\frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2$; $\frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2$ là động năng quay của phần ứng động cơ trái và phải.

Tổng thế năng của hệ thống:

$$V = mgz_l + mgz_r + mgz_b \quad (11.9)$$

Phương trình Lagrange:

$$L = K_1 + K_2 - V \quad (11.10)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = F_\theta \quad (11.11)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = F_\psi \quad (11.12)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = F_\phi \quad (11.13)$$

Lấy đạo hàm L theo các biến ta được:

$$[(2m + M)R^2 + 2J_w + 2n^2J_m]\ddot{\theta} + (MLR\cos\psi - 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MLR\dot{\psi}^2\sin\psi = F_\theta \quad (11.14)$$

$$(MLR\cos\psi - 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (ML^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MgL\sin\psi - ML^2\dot{\phi}^2\sin\psi\cos\psi = F_\psi \quad (11.15)$$

$$\left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_w + n^2J_m) + ML^2\sin^2\psi\right]\ddot{\phi} + 2ML^2\dot{\psi}\dot{\phi}\sin\psi\cos\psi = F_\phi \quad (11.16)$$

Momen động lực do động cơ DC sinh ra:

$$\begin{bmatrix} F_\theta \\ F_\psi \\ F_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_l + F_r \\ F_\psi \\ \frac{W}{2R}(F_l - F_r) \end{bmatrix} \quad (11.17)$$

$$F_l = nK_t i_l + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_w\dot{\theta}_l \quad (11.18)$$

$$F_r = nK_t i_r + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) - f_w\dot{\theta}_r \quad (11.19)$$

$$F_\psi = -nK_t i_l - nK_t i_r - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) \quad (11.20)$$

Sử dụng phương pháp PWM để điều khiển động cơ nên chuyển từ dòng điện sang điện áp động cơ:

$$L_m \dot{i}_{l,r} = v_{l,r} + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r}) - R_m i_{l,r} \quad (11.21)$$

Xem điện cảm phản ứng tương đối nhỏ (gần bằng 0), có thể bỏ qua, suy ra:

$$i_{l,r} = \frac{v_{l,r} + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r})}{R_m} \quad (11.22)$$

Từ đó, momen lực sinh ra:

$$F_\theta = \alpha(v_l + v_r) - 2(\beta + f_w)\dot{\theta} + 2\beta\dot{\psi} \quad (11.23)$$

$$F_\psi = -\alpha(v_l + v_r) + 2\beta\dot{\theta} - 2\beta\dot{\psi} \quad (11.24)$$

$$\text{Với } \alpha = \frac{nK_t}{R_m} \text{ và } \beta = \frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m \quad (11.25)$$

$$F_\phi = \frac{W}{2R} \alpha(v_r - v_l) - \frac{W^2}{2R^2} (\beta + f_w)\dot{\phi} \quad (11.26)$$

Thu được phương trình động lực học mô tả chuyển động của xe như sau:

$$[(2m + M)R^2 + 2J_w + 2n^2 J_m]\ddot{\theta} + (MLR\cos\psi - 2n^2 J_m)\ddot{\psi} - \quad (11.23)$$

$$MLR\dot{\psi}^2 \sin\psi = \alpha(v_l + v_r) - 2(\beta + f_w)\dot{\theta} + 2\beta\dot{\psi} \\ (MLR\cos\psi - 2n^2 J_m)\ddot{\theta} + (ML^2 + J_\psi + 2n^2 J_m)\ddot{\psi} - MgL\sin\psi - \quad (11.24)$$

$$ML^2\dot{\phi}^2 \sin\psi \cos\psi = -\alpha(v_l + v_r) + 2\beta\dot{\theta} - 2\beta\dot{\psi} \\ \left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2} (J_w + n^2 J_m) + ML^2 \sin^2\psi \right] \ddot{\phi} + \quad (11.25)$$

$$2ML^2\dot{\psi}\dot{\phi} \sin\psi \cos\psi = \frac{W}{2R} \alpha(v_r - v_l) - \frac{W^2}{2R^2} (\beta + f_w)\dot{\phi}$$

CHƯƠNG 12: MÔ HÌNH HỆ THỐNG Lò NHIỆT

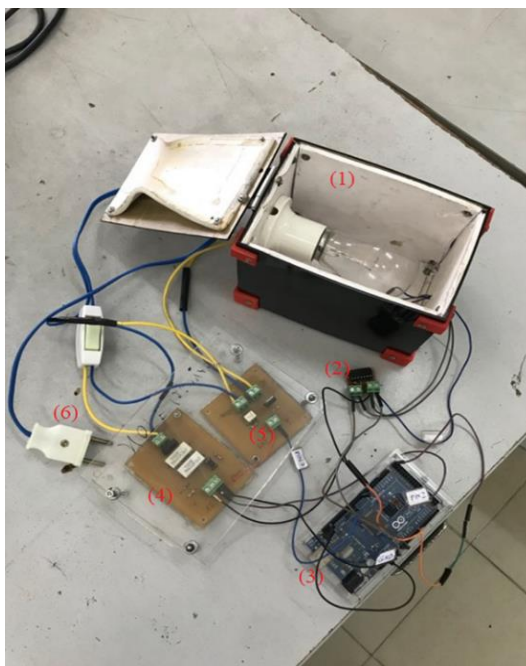
12.1 Giới thiệu về mô hình hệ lò nhiệt

Lò nhiệt là mô hình phi tuyến, khó điều khiển bởi hàm truyền của hệ là hàm có hai thành phần gồm khâu quán tính bậc nhất và khâu trễ. Lò nhiệt đạt tới nhiệt độ cần cung cấp, mất thời gian khá dài. Vì vậy, một số phương pháp điều khiển truyền thống thường vẫn tồn tại xong ít nhiều khó khăn nhất định cho người thiết kế hệ thống điều khiển.

Lò điện trở là loại thiết bị biến đổi điện năng thành nhiệt năng thông qua dây đốt. Từ dây đốt, qua bức xạ, đối lưu và truyền nhiệt dẫn nhiệt, nhiệt năng được truyền tới vật cần gia nhiệt. Lò điện trở được dùng để nung, nhiệt luyện nấu chảy kim loại màu và hợp kim màu [24].

Quá trình gia nhiệt là quá trình phổ biến được ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp như thực phẩm, sản xuất và nông nghiệp, ứng dụng sưởi ấm thích hợp trong quá trình sản xuất sản phẩm để đảm bảo chất lượng và kéo dài tuổi thọ. Điều khiển PID được biết đến như một điều khiển đơn giản và mạnh mẽ được ứng dụng điều khiển quá trình gia nhiệt này. Theo thống kê, có hơn 97% bộ điều khiển trong công nghiệp là cùng loại với bộ điều khiển PID [25].

Mô hình thực hệ thống lò nhiệt được giới thiệu trong Hình 12.1:



Hình 12.1 Mô hình thực hệ thống lò nhiệt trong phòng thí nghiệm điều khiển tự động trường Đại học SPKT TPHCM

Cấu tạo cơ khí của hệ thống bao gồm:

- 1- Lò nhiệt bằng mica, bóng đèn dây tóc 100W, LM35
- 2- Mạch khuếch đại
- 3- Vi điều khiển
- 4- Mạch phát hiện điểm 0
- 5- Mạch công suất
- 6- Nguồn 220VAC

12.2 Mô hình toán học của hệ thống lò nhiệt

Từ tài liệu [26] [27], ta có được phương trình hàm truyền mô tả các đặc tính của hệ thống lò nhiệt được trình bày ở công thức (12.1):

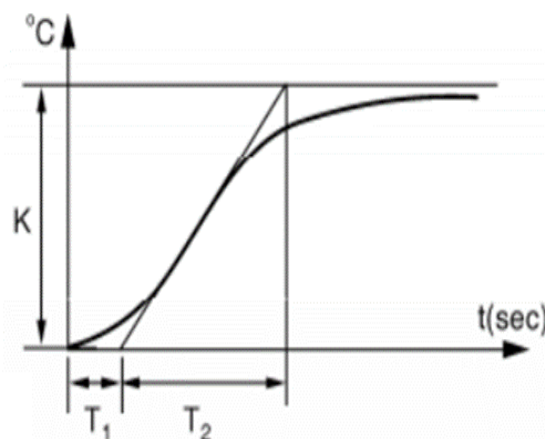
$$G(s) = \frac{K}{T_2 s + 1} e^{-T_1 s} \quad (12.1)$$

Trong đó :

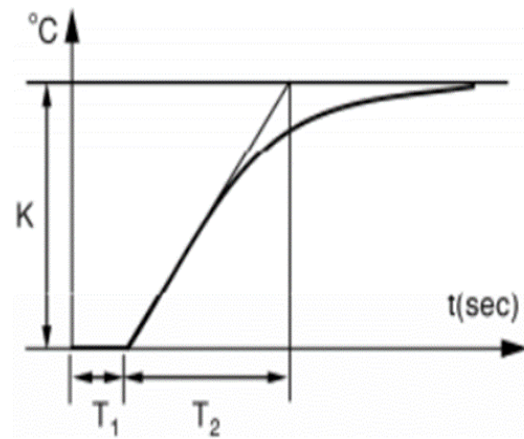
K, T_1, T_2 : là hằng số dương

Chúng ta nhận thấy rằng phản ứng của lò nhiệt khi cung cấp 100% công suất như trong Hình 12.3. Đáp ứng trong Hình 12.3 tương đương với đáp ứng trong Hình 12.2 nếu chúng ta xét theo phương trình (12.2):

$$e^{-T_1 s} \approx \frac{1}{T_1 s + 1} \quad (12.2)$$



Hình 12.2 Đáp ứng của lò nhiệt khi cung cấp 100% công suất



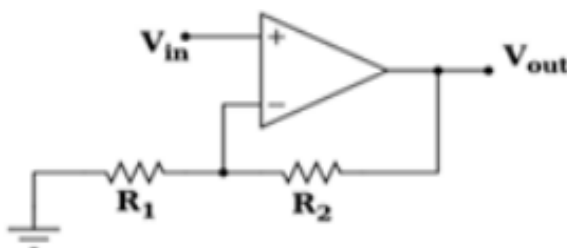
Hình 12.3 Đáp ứng gần đúng của lò nhiệt khi cung cấp 100% công suất

12.3 Giới thiệu về các thành phần trong mô hình thực tế hệ thống lò nhiệt

Mô hình thực hệ thống lò nhiệt được tác giả giới thiệu trong Hình 12.1 là mô hình tổng quát được xây dựng trong phòng thí nghiệm của trường. Mô hình lò nhiệt trong cuốn sách này gồm một hộp mica và các khớp nối được in 3D để lắp ráp. Bên trong lò, một lớp cách nhiệt được đặt để giữ nhiệt và cảm biến nhiệt độ LM35 đặt bên trong để đo nhiệt độ của lò nhiệt. Ngoài ra, về thành phần cấu tạo nên hệ thống gồm mạch khuếch đại, mạch công suất và mạch phát hiện điểm 0, tác giả sẽ giới thiệu nguyên lý hoạt động và sơ đồ đi dây của lần lượt các loại mạch thành phần.

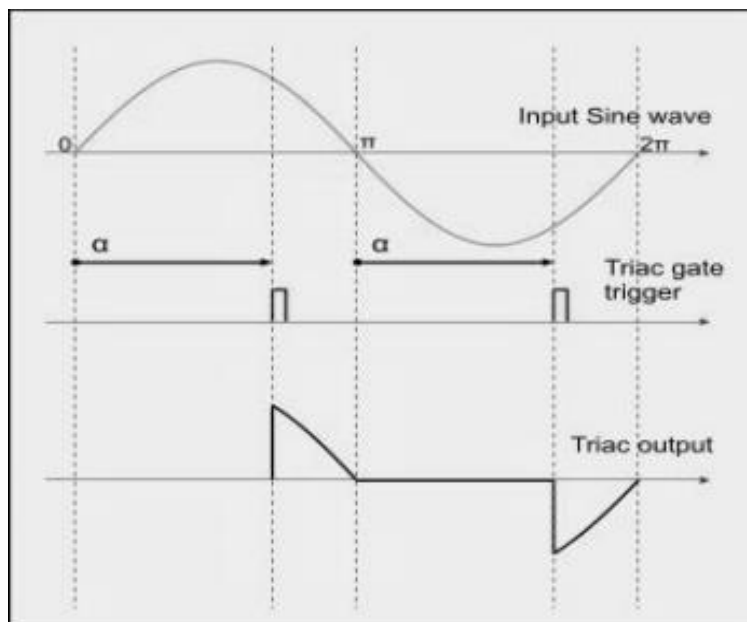
Mạch khuếch đại [25]

- Mạch khuếch đại được dùng để xử lý tín hiệu nhằm tăng độ phân giải điện áp được thể hiện ở Hình 12.4.



Hình 12.4 Mạch khuếch đại

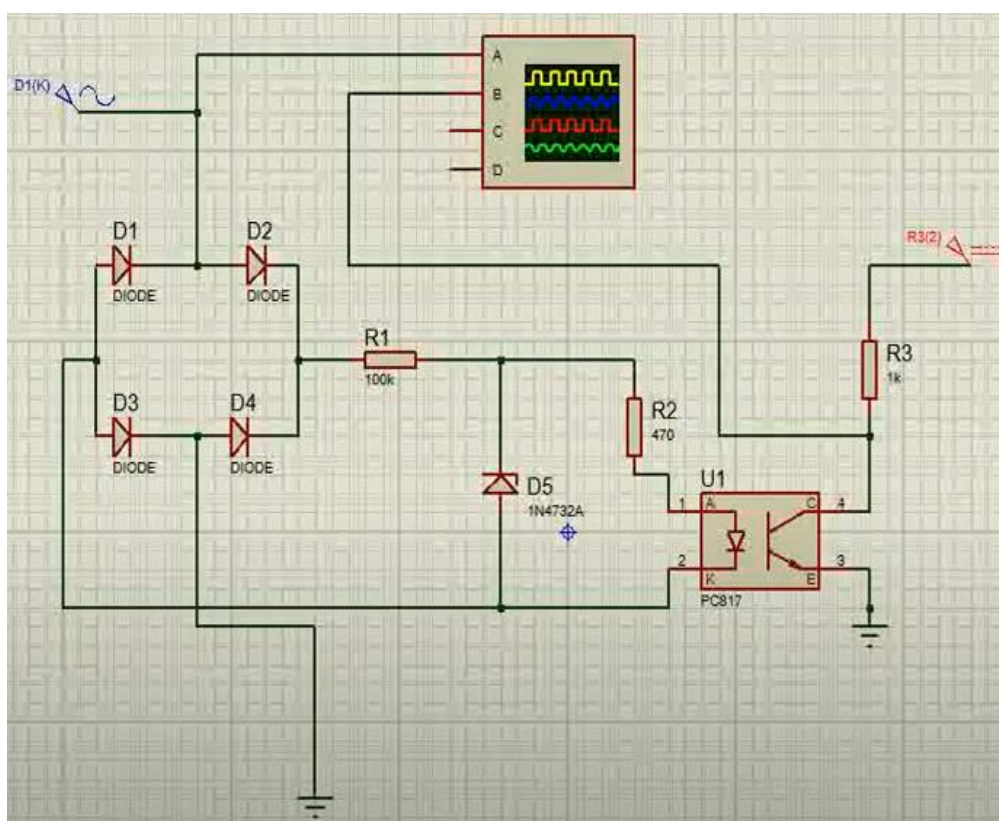
- Nguyên lý hoạt động:* Vi điều khiển sẽ đọc tín hiệu từ chân V_{out} của mạch khuếch đại và xử lý cho ra tín hiệu phù hợp để kích chân G của triac làm cho đèn sáng. Sự thay đổi của góc kích quyết định công suất mở của triac. Khi góc kích α thay đổi thì điện áp đầu ra của triac cũng sẽ thay đổi. Góc kích $\alpha = 0$ công suất đạt 100% triac mở hoàn toàn, góc α lúc công suất đạt 50% triac mở một nửa, góc α lúc công suất đạt 0% triac ngưng dẫn. Tác giả điều khiển được góc kích khi tìm được điểm 0, tức là điểm giao nhau giữa chu kỳ âm và chu kỳ dương của điện áp xoay chiều. Quá trình được biểu thị ở Hình 12.5



Hình 12.5 Chu kỳ hoạt động của điện áp xoay chiều

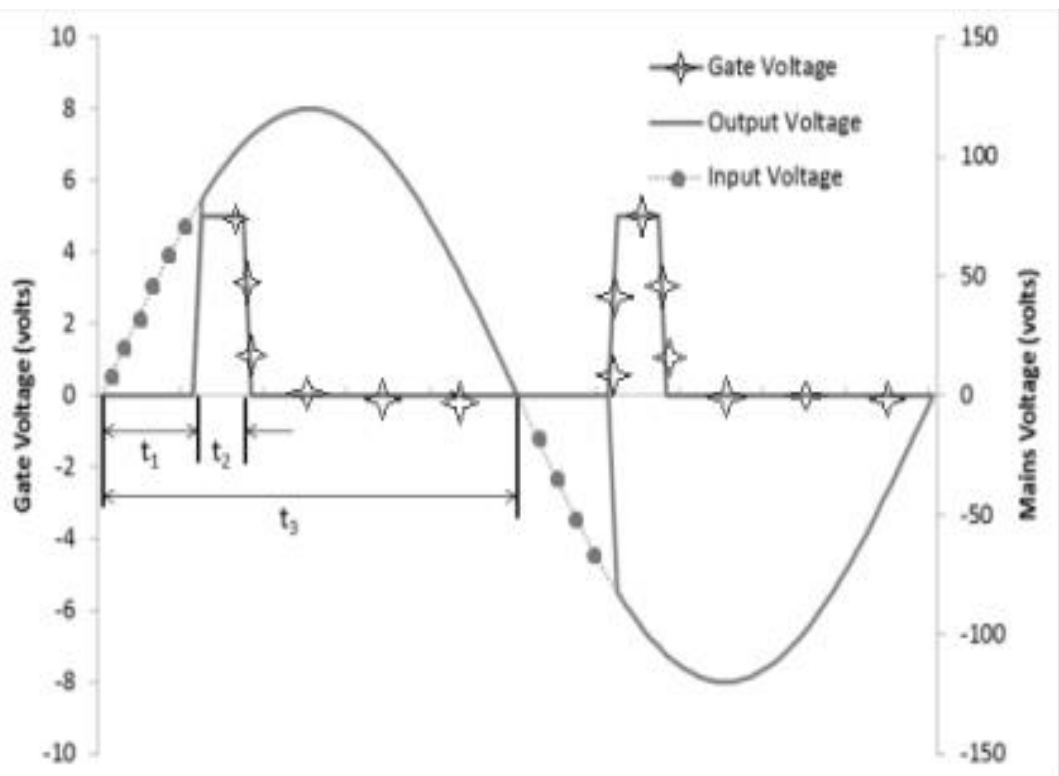
Mạch phát hiện điểm 0 [25] [28]

- Sơ đồ nguyên lý mạch phát hiện điểm 0:



Hình 12.6 Mạch phát hiện điểm 0

- Nguyên lý hoạt động:** Dựa trên nguyên lý hoạt động của điện áp xoay chiều, mạch phát hiện điểm 0 được thiết kế như Hình 12.6. Khi cấp điện áp xoay chiều 220 V qua cầu diode, ta thu được điện áp với bán kỳ dương dao động với tần số $f = 50 \text{ Hz}$, tức chu kỳ dao động $T = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$. Vậy nửa chu kỳ dao động là $T_{half} = \frac{T}{2} = 10 \text{ ms}$. Dòng điện qua cầu diode tới diode zener có $V_z = 4,7 \text{ V}$. Khi $T_{bridge} < V_z$ thì điện áp chạy qua điện trở 470Ω . Lúc này, diode zener dẫn thuận và được xem như một diode bán dẫn bình thường. Khi thì diode zenner dẫn nghịch và được xem như một nguồn 4,7 V cung cấp điện áp cho led trong opto PC817 phát sáng kích dẫn chân 3 và 4 với nhau. Sau đó, chân tín hiệu kết nối với vi điều khiển được nối xuống mass. Dựa vào điểm này, ta sử dụng ngắt ngoài của vi điều khiển để nhận biết tín hiệu đồng bộ của điện áp xoay chiều, tính góc mở của triac. Ta chỉ điều khiển thời gian trong khoảng thời gian từ 1 ms tới 9 ms. Vì điện áp cần có khoảng thời gian trễ để tăng lên 5 V và giảm về 5 V.



Hình 12.7 Quan hệ giữa góc mở triac và thời gian

Trong đó:

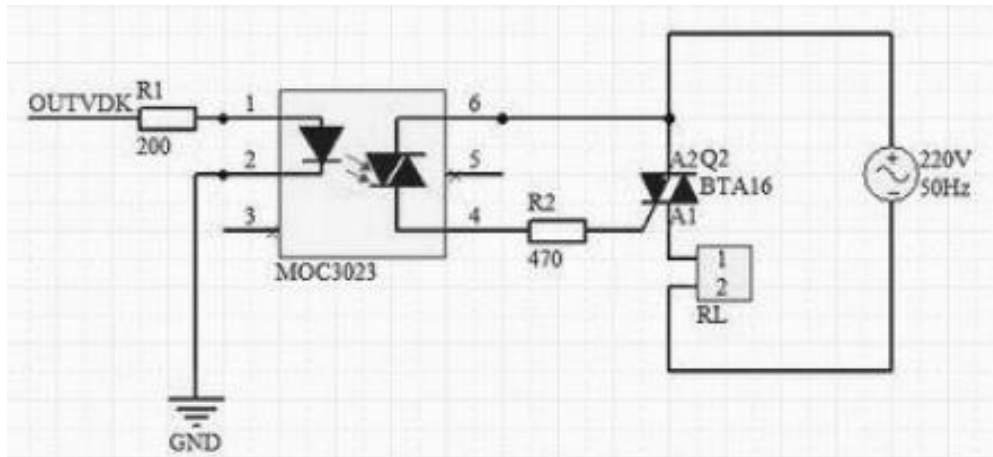
t_1 : tương ứng với góc mở triac

t_2 : thời gian xung kích của chân G để kích dẫn

t_3 : khoảng thời gian mà dòng điện đóng ngắt trong nửa chu kỳ

Mạch công suất [25]

- Sơ đồ nguyên lý mạch công suất



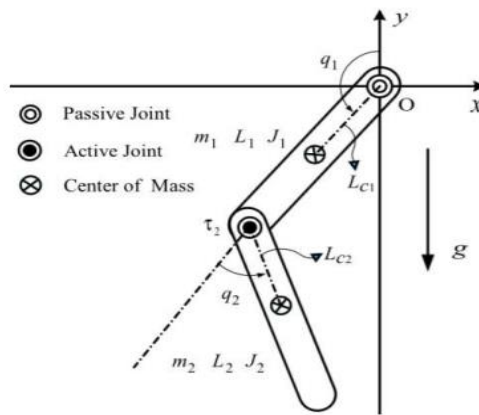
Hình 12.8 Mạch công suất

- *Nguyên lý hoạt động:* Mạch công suất kích góc mở triac được thiết kế như Hình 12.8. Khi có tín hiệu điện áp từ vi điều khiển phát hiện được điểm 0 thì led của MOC3023 sẽ phát quang và kích dẫn chân 4, chân 6 vì thế sẽ có điện áp kích chân G của triac để đèn sáng

CHƯƠNG 13: MÔ HÌNH HỆ ACROBOT

13.1 Giới thiệu về mô hình hệ Acrobot

Hệ thống Acrobot thuộc họ hệ thống cơ khí underactuated (An underactuated mechanical system – viết tắt UMS) – số biến ngõ ra nhiều hơn số biến ngõ vào. Mô hình hệ thống Acrobot rất phổ biến hiện nay, được mô phỏng lại theo một vận động viên đu xà, với khớp thứ nhất và khớp thứ hai lần lượt tương ứng với tay và hông của vận động viên đó. Mô hình này có hình dạng giống với mô hình hệ thống Pendubot. Tuy nhiên, Acrobot khác Pendubot ở chỗ, hệ truyền động của Acrobot được thiết kế tại thanh thứ hai của hệ thay vì thanh thứ nhất như hệ Pendubot. Hình 13.1 mô tả hệ thống Acrobot trong hệ tọa độ Descartes. [29]

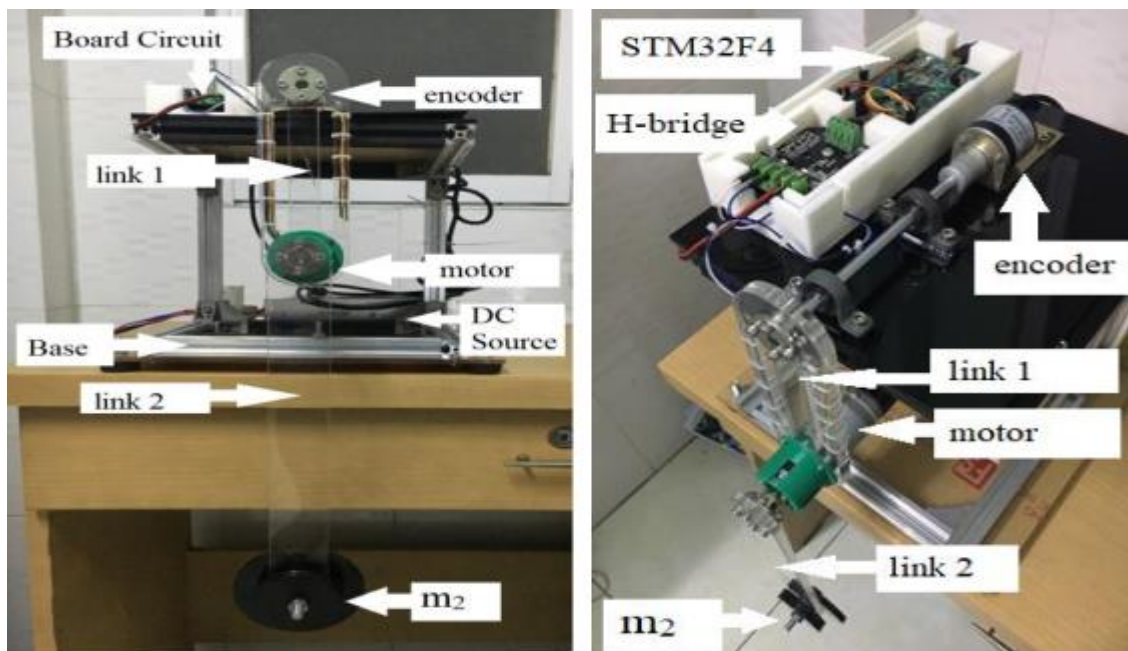


Hình 13.1 Mô hình hệ thống Acrobot trong hệ tọa độ Descartes

Mục tiêu khi xây dựng các phương pháp điều khiển cho hệ Acrobot là swing-up hệ từ vị trí thẳng đứng hướng xuống và ổn định hệ thống tại vị trí thẳng đứng hướng lên, điều này mô phỏng lại sự chuyển động của một vận động viên khi thực hiện các động tác trên xà ngang từ tư thế hai tay giữ xà, chiều hướng tự nhiên lên trên đến tư thế hai tay giữ xà, chiều hướng xuống và giữ thẳng bằng trên thanh xà ngang như Hình 13.2



Hình 13.2 Mô tả tư thế chuyển động của vận động viên trên xà ngang



Hình 13.3 Mô hình thực tế hệ thống Acrobot được xây dựng trong phòng thí nghiệm điều khiển trường ĐH SPKT TPHCM [30]

13.2 Mô hình toán học hệ Acrobot

Từ tài liệu [30]- [31], trước tiên ta cần xác định các kí hiệu cũng như các thông số hệ thống để việc phân tích trở nên rõ ràng hơn. Thông số hệ thống và các kí hiệu biến của hệ thống được trình bày trong Bảng 13.1 đều dựa trên Hình 13.1.

Thông số và biến hệ thống	Mô tả	Đơn vị
q_1	Góc thanh thứ nhất	rad
\dot{q}_1	Vận tốc góc thanh thứ nhất	rad / s
q_2	Góc thanh thứ hai	rad
\dot{q}_2	Vận tốc góc thanh thứ hai	rad / s
m_1	Khối lượng thanh 1	kg
L_1	Chiều dài thanh 1	m
L_{c1}	Khoảng cách từ khớp đến trọng tâm thanh thứ nhất	m
m_2	Khối lượng thanh 2	kg
L_2	Chiều dài thanh 2	m
L_{c2}	Khoảng cách từ khớp đến trọng tâm thanh thứ hai	m
J_1	Momen quán tính thanh thứ nhất	kgm^2
J_2	Momen quán tính thanh thứ hai	kgm^2
g	Gia tốc trọng trường	m / s^2
τ_2	Momen xoắn động cơ	Nm

Hình 13.1 cho chúng ta thấy rằng, trục x trong hệ toạ độ Descartes được chọn làm toạ độ tham chiếu của hệ. Chính vì vậy, thế năng tại vị trí này bằng 0.

Ta đặt:

$$X_i = [X_i^x, X_i^y] \in R^2 \text{ là vị trí tuyệt đối của trọng tâm khối lượng (center of mass) thuộc liên kết thứ } i \text{ [29]} \quad (13.1)$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} L_{c1} \sin(q_1) \\ L_{c1} \cos(q_1) \end{bmatrix} \quad (13.2)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} L_1 \sin(q_1) + L_{c2} \sin(q_1 + q_2) \\ L_1 \cos(q_1) + L_{c2} \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (13.3)$$

Tổng thế năng của hệ thống:

$$\begin{aligned} K(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 [m_i \dot{X}_i^2 + J_i \dot{q}_i^2 + J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2] \\ &= \frac{1}{2} [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2] M(q_2) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13.4)$$

Trong đó: (13.5)

$$M(q_2) = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 + 2a_3 \cos(q_2) & a_2 + a_3 \cos(q_2) \\ a_2 + a_3 \cos(q_2) & a_2 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = m_1 L_{c1}^2 + m_2 L_1^2 + J_1 \quad (13.6)$$

$$a_2 = m_2 L_{c2}^2 + J_2$$

$$a_3 = m_2 L_1 L_{c2}$$

$$a_4 = (m_1 L_{c1} + m_2 L_1) g$$

$$a_5 = m_2 L_{c2} g$$

Tổng thế năng của hệ:

$$V(q) = m_1 g X_1^y + m_2 g X_2^y = a_4 \cos(q_1) + a_5 \cos(q_1 + q_2) \quad (13.7)$$

Phương trình Euler – Lagrange cho hệ thống Acrobot: (xem như ma sát rất nhỏ):

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - V(q) \quad (13.8)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \left[\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} \right] = \tau_i, i = 1, 2 \quad (13.9)$$

Ta có $\tau_1 = 0$, $q = [q_1 \quad q_2]^T$, phương trình (13.9) được viết lại như sau:

$$M(q_2)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (13.10)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_3\dot{q}_2 \sin(q_2) & -a_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_2) \\ a_3\dot{q}_1 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (13.11)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_4 \sin(q_1) - a_5 \sin(q_1 + q_2) \\ -a_5 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (13.12)$$

Phương trình biến trạng thái của hệ được mô tả như sau:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T \quad (13.13)$$

$$\text{Đặt} \quad (13.14)$$

$$H(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} H_1(q, \dot{q}) & H_2(q, \dot{q}) \end{bmatrix}^T := C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

Từ đó, phương trình động lực học hệ thống có dạng như phương trình (13.15):

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\tau_2 \quad (13.15)$$

$$\text{Trong đó:} \quad (13.16)$$

$$\begin{cases} f(x) = [x_2 & P(1,1) & x_4 & P(2,1)]^T \\ g(x) = [0 & Z(1,1) & 0 & Z(2,1)]^T \end{cases}$$

$P(i, j)$ và $Z(i, j)$ là hai ma trận có i hàng và j cột. Ma trận P và Z được xác định như (13.17)

$$\begin{cases} P = -M^{-1}(q_2) \begin{bmatrix} H_1(q, \dot{q}) \\ H_2(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \\ Z = M^{-1}(q_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (13.17)$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] N. S. Nise, Control System Engineering, John Wiley & Sons, Inc, 2014.
- [2] H. J. Ren, "Balance Control of a Car – pole Inverted Pendulum System," Master thesis of National Cheng Kung University, Taiwan, 2003.
- [3] N. V. D. Hai, "Input-output linearization for Cart and Pole system," Master thesis of Ho Chi Minh city University of Technology, Ho Chi Minh, 2011.
- [4] Vo Minh Tai, Nguyen Minh Tam, Le Thi Thanh Hoang, Tran Vi Do, Tran Duc Thien, Nguyen Tran Minh Nguyet, Ngo Van Thuyen, Nguyen Van Dong Hai, "Back-stepping control for Rotary Inverted Pendulum," *Journal of Technical Education Science*, vol. 59, pp. 93-101, 2020.
- [5] X. Q. Ma, "Fuzzy Control for an under-actuated Robotic Manipirlator: Pendubot," A Thesis in The Department of Mechanical Engineering, 2001.
- [6] Knut Graichen, Michael Treuer, Michael Zeitz, "Swing-up of the double pendulum on a cart by feedforward and feedback control with experimental validation," *Automatica*, vol. 43, no. 1, pp. 63-71, 2007.
- [7] Mandar R. Nalavade, Mangesh J. Bhagat, Vinay V. Patil, "Balancing Double Inverted Pendulum on A cart by Linearization Technique," *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, vol. 3, no. 1, pp. 153-157, 2014.
- [8] Tran Vi Do, Ho Trong Nguyen, Nguyen Minh Tam, Nguyen Van Dong Hai, "Balancing control for Double-Linked Inverted Pendulum on Cart: Simulation and Experiment," *Journal of Technical Education Science*, vol. 44A, pp. 68-75, 2017.
- [9] Tran Hoang Chinh, Nguyen Minh Tam, Nguyen Van Dong Hai, "Application of PID-Fuzzy control for Pendubot," *Journal of Technical Education Science*, vol. 44A, pp. 61-67, 2017.
- [10] T. H. Chinh, "Điều khiển PID-Fuzzy cho hệ Pendubot," Luận văn Tốt nghiệp Khoa Điện - Điện tử trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TPHCM, Ho Chi Minh, 2018.
- [11] Nguyễn Phương Hiếu, Lê Hùng Hiếu, Đặng Thái Bảo, Trần Thế Anh, Lê Thị Thanh Hoàng, Lê Thị Hồng Lam, Nguyễn Văn Đông Hải, Nguyễn Minh Tâm,

- Nguyễn Trần Minh Nguyệt, "Điều khiển tối ưu cho hệ Pendubot 3-link," *Tạp chí Khoa học Đại học Tiền Giang*, vol. 09, pp. 11-18, 2020.
- [12] Xuan Dung Huynh, Thanh Nguyen Nguyen, Gia Bao Hong, Dinh Dat Vu, Minh Tam Nguyen, "Optimal Sliding Mode Control for tracking trajectory problem of Triple Pendubot," *International Journal of Robotica and Management*, vol. 23, no. 2, pp. 9-12, 2018.
- [13] Binh Hau Nguyen, Minh Phuoc Cu, Minh Tam Nguyen, Manh Son Tran, Hoang Chinh Tran, "LQR and Fuzzy Control for Reaction Wheel Inverted Pendulum," *International Journal of Robotica and Management*, vol. 24, no. 1, 2019.
- [14] Daniel J. Block, Karl J. Astrom, Mark W. Spong, The Reaction Wheel Pendulum - SYNTHESIS LECTURES ON CONTROL AND MECHATRONICS #1, Morgan & Claypool, 2007.
- [15] Mark W. Spong, Peter Corke, Rogelio Lozano, "Nonlinear control of the Reaction Wheel Pendulum," *Automatica*, vol. 37, pp. 1845-1851, 2001.
- [16] Nguyễn Bình Hậu, Nguyễn Minh Tâm, Lê Thị Thanh Hoàng, Nguyễn Văn Đông Hải, Trần Hoàng Chinh, "Điều khiển hệ con lắc ngược bánh xe quán tính sử dụng giải thuật điều khiển LQR: Mô phỏng và thực nghiệm," *Tạp chí Khoa học giáo dục kỹ thuật*, vol. 50, pp. 1-7, 2018.
- [17] Minh-Tam Nguyen, Xuan-Dung Huynh, Chi-Dung Tran, Huu-Sung Vuong, Duc-Minh Vu, Dinh-Dat Vu, "Trajectory control for Ball and Beam using Sliding Mode Algorithm with disturbance adaptability," *International Journal of Robotica and Management*, vol. 24, no. 2, 2019.
- [18] Võ Minh Tài, Nguyễn Phong Lưu, Nguyễn Văn Đông Hải, "Kiểm soát mực nước hệ bồn đơn dùng bộ điều khiển PID số," *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, vol. 40, pp. 77-82, 2019.
- [19] H. T. Hoàng, Hệ thống điều khiển thông minh, Ho Chi Minh: Nhà xuất bản Đại học Quốc gia TP HCM, 2014.
- [20] Minh-Tam Nguyen, Van-Dong-Hai Nguyen, Xuan-Hoan Pham, Nhat-Tan Huynh,, "PID control to decrease fluctuation of load for tower Crane," *International Journal of Robotica and Management*, vol. 26, no. 2, 2021.
- [21] NguyenVan Dong Hai, TranVi Do, NguyenMinh Tam, VuVan Phong, NgoVan Thuyen, NguyenThien Van, "EXPERIMENTAL FUZZY CONTROL FOR

- TOWER CRANE," *Journal of Technical Education Science*, vol. 68, pp. 36-47, 2017.
- [22] Nguyễn Huy Hoàng, Phạm Văn Trân, "Xe hai bánh tự cân bằng giải thuật LQR, ứng dụng xử lý ảnh để bám theo quả bóng," *Đồ án tốt nghiệp Khoa Điện - Điện tử trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP HCM*, Ho Chi Minh, 2020.
- [23] Fabián R. Jiménez L., MSc, Ilber A. Ruge R., MSc, and Andrés F. Jiménez L., PhD, "Modeling and Control of a Two Wheeled AutoBalancing Robot: a didactic platform for control engineering education," *18th LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education, and Technology: "Engineering, Integration, and Alliances for a Sustainable Development" "Hemispheric Cooperation for Competitiveness and Prosperity on a Knowledge-Based Economy*, 2020.
- [24] Phùng Tiến Duy, Nguyễn Đức Nhật, Nguyễn Đức Anh, Trần Trung Dũng, Nguyễn Duy Hiền, Mai Văn Chung, "Thiết kế bộ điều khiển tự chỉnh định tham số PID cho đối tượng lò nhiệt," *Tạp chí Khoa học và Công nghệ trường Đại học Hùng Vương*, vol. 19, no. 2, pp. 88-100, 2020.
- [25] Đặng Thế Nhân, Nguyễn Phong Lưu, Nguyễn Văn Đông Hải, "ĐIỀU KHIỂN NHIỆT ĐỘ LÒ NHIỆT ỨNG DỤNG GIẢI THUẬT PID SỐ," *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, vol. 35, pp. 106-110, 2018.
- [26] N. T. P. Hà, *Lý thuyết điều khiển tự động*, Ho Chi Minh: Nhà xuất bản Đại học Quốc gia TP HCM, 2003.
- [27] Van-Dong-Hai Nguyen, Thi-Hien Nguyen, Thanh-Dat Dang, Tuan-Bao Nguyen, Vu-Duc Hoang, Huy-Hoang Nguyen, Thanh-Binh Nguyen, Gia-ChanHung Ly, Quoc-Hung Nguyen, Phi-Long Nguyen, Thanh-Tam Nguyen, MinhTuan Le, Nhat-Tan Huynh, Ngoc-Chi Nguyen, "Fuzzy Controller for Heating Oven," *Research Inventy: International Journal of Engineering And Science*, vol. 8, no. 3, pp. 06-13, 2018.
- [28] N. V. Đ. Hải, "Mạch phát hiện điểm không (zero) dùng trong lò nhiệt," Ho Chi Minh, 2020.
- [29] Ancai Zhang, Jinhua She, Xuzhi Lai, Min Wu, "Motion planning and tracking control for an acrobot based on a," *Automatica*, vol. 49, pp. 278-284, 2013.
- [30] Van-Dong-Hai Nguyen, Xuan-Ba Dang, Minh-Nhut Lam, The-Vinh Tran, Vu-Duc Hoang, Trong-Tuan Dao, Xuan-Tung Le, Tang-Phi Nguyen, "A METHOD

OF PD-FUZZY CONTROL FOR ACROBOT," *Robotica and Management*, vol. 26, no. 2, pp. 28-34, 2021.

- [31] Hoang Chinh Tran, Vi Do Tran, Thi Thanh Hoang Le, Minh Tam Nguyen, Van Dong Hai Nguyen, "GENETIC ALGORITHM IMPLEMENTATION FOR OPTIMIZING LINEAR," *Robotica and Management*, vol. 23, no. 1, pp. 31-36, 2018.
- [32] Ngoc Chung Tran, Minh Tam Nguyen, Thi Thanh Hoang Le, Van Dong Hai Nguyen, "COMPARISON BETWEEN PID AND FUZZY LOGIC CONTROLLER IN SPEED CONTROL SYSTEM OF DC MOTOR," *Robotica and Management*, vol. 23, no. 1, pp. 37-41, 2018.

PHỤ LỤC

I. Giới thiệu phần mềm Matlab® của MathWorks

Matlab® - viết tắt của Matrix Laboratory là một ngôn ngữ lập trình bậc cao cho khoa học máy tính, được sử dụng phổ biến, rộng rãi trong nghiên cứu, ứng dụng khoa học bởi tính năng dễ sử dụng, và khả năng đáp ứng cao.

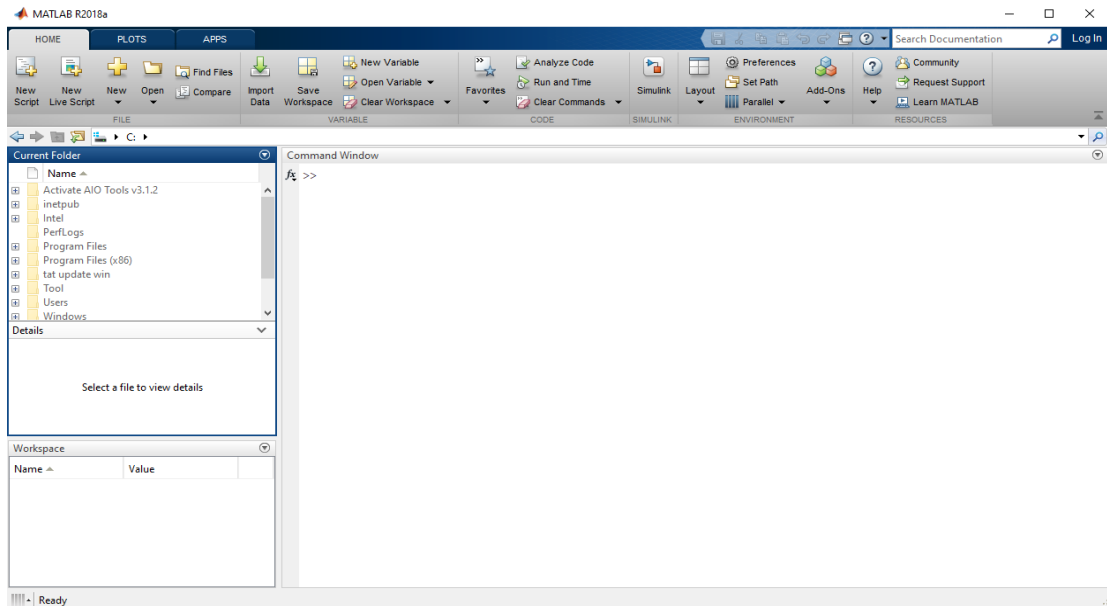


Hình I-1 Logo phần mềm Matlab®

Matlab® cho phép tính toán, phân tích dữ liệu, vẽ đồ thị, hiển thị, mô phỏng,... các chương trình từ đơn giản đến phức tạp. Giúp con người giải quyết các vấn đề tính toán. Trong môi trường đại học, Matlab® là một công cụ hàng đầu cho việc nghiên cứu, phát triển các khóa học về toán học, công nghệ kỹ thuật, khoa học.

Trong công nghiệp, Matlab® là công cụ được lựa chọn để nghiên cứu các sản phẩm công nghệ cao với các công cụ truy xuất dữ liệu, điều khiển tự động, mạng neural, fuzzy logic, mô phỏng, ... và các công cụ khác.

Hiện nay, Matlab® có đến hàng ngàn lệnh và hàm tiện ích. Ngoài các hàm cài sẵn trong chính ngôn ngữ, Matlab® còn có các lệnh và hàm ứng dụng chuyên biệt trong các Toolbox, mở rộng môi trường Matlab® nhằm giải quyết các bài toán thuộc các phạm trù riêng. Các Toolbox khá quan trọng và tiện ích cho người dùng như toán sơ cấp, xử lý tín hiệu số, xử lý ảnh, xử lý âm thanh, ma trận thưa, logic mờ,...



Hình I-2 Giao diện của Matlab khi chạy chương trình

I.A Giới thiệu về Simulink

Simulink® là một công cụ của Matlab®, giúp tương tác, cung cấp môi trường làm việc cho mô hình, mô phỏng, phân tích động học của hệ thống.



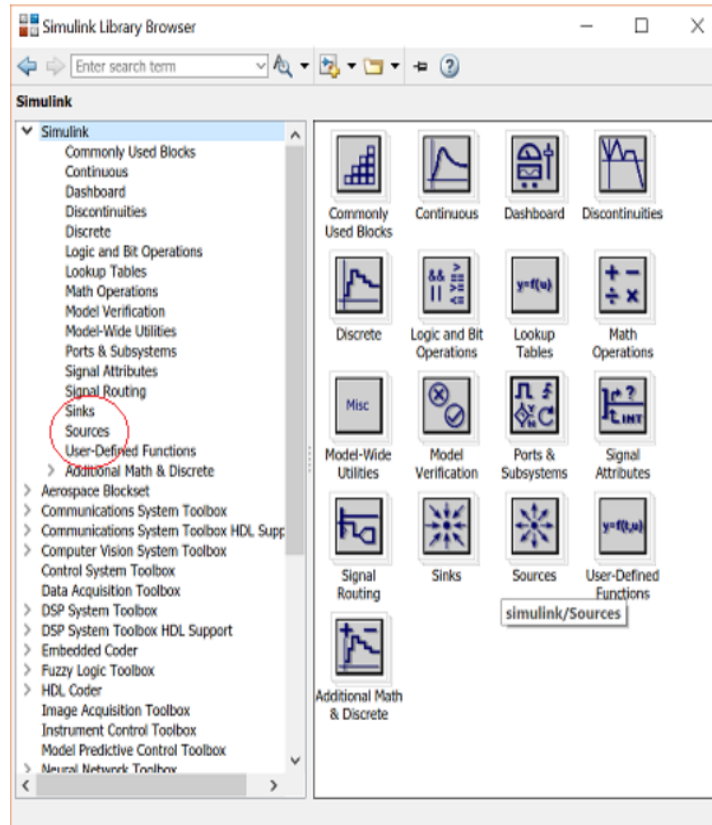
Hình I-3 Logo Simulink của Matlab

Simulink® cung cấp giao diện người sử dụng (GUI-Graphical User Interface) cho việc xây dựng mô hình cũng như các khối mô tả đối tượng. Với việc chứa đựng một thư viện rộng lớn, các tính năng nổi trội, Simulink cho phép mô tả hệ thống phi tuyến và tuyến tính, các hệ liên tục hay hệ rời rạc.

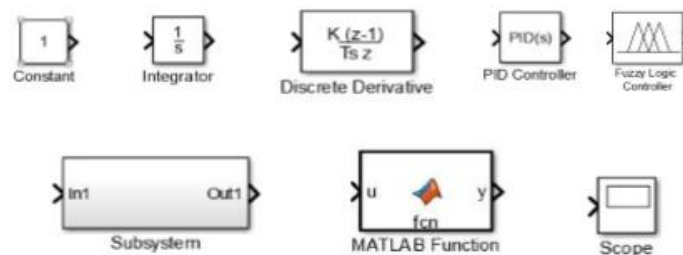
I.B Giới thiệu các khối hỗ trợ thiết kế và mô phỏng một hệ thống điều khiển tự động

Để thiết kế, mô phỏng một hệ thống điều khiển tự động trên môi trường Matlab/Simulink®, ta tiến hành khởi động phần mềm Matlab, tại cửa sổ lệnh, gõ lệnh simulink, sau đó Enter. Một cửa sổ mới xuất hiện, chọn Blank Model.

Chọn Library Browser để đi đến thư viện chứa đựng các khối mô phỏng hệ thống điều khiển tự động.



Hình I-4 Thư viện Matlab/Simulink®



Hình I-5 Một số khối mô tả hệ thống điều khiển tự động

Khối Constant: mô tả giá trị mong muốn, số hữu hạn.

Khối Integrator: Tính toán nguyên phân.

Khối Discrete Derivative: Tính toán đạo hàm.

Khối PID Controller: Bộ điều khiển PID.

Khối Matlab Function: Tính toán với ngôn ngữ lập trình C.

Khối Subsystem: Mô tả đối tượng, hệ thống.

Khối Scope: Dao động ký, hiển thị kết quả.

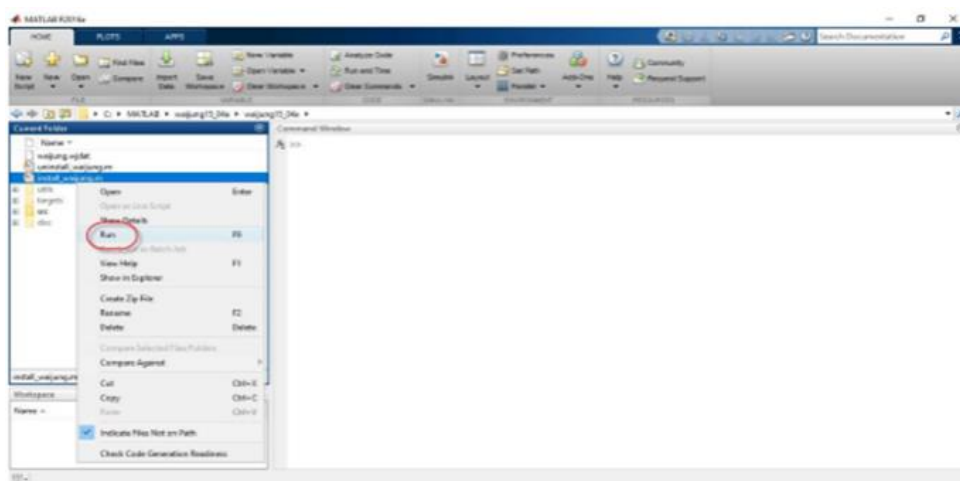
II. Giới thiệu thư viện lập trình Waijung STM32F4 trên Matlab

Thư viện Waijung Blockset 1 hỗ trợ cho công cụ lập trình nhúng với các KIT phát triển thuộc họ STM32F4. Công ty xây dựng bộ thư viện này chỉ phát triển cho phiên bản Matlab® từ R2009a đến R2018a. Chính vì vậy, khi đọc giả muốn sử dụng bộ thư viện này, nên lưu ý về phiên bản Matlab® mình đang sử dụng. Để cài đặt thư viện Waijung Blockset 1, thực hiện các bước sau:

Bước 1: Truy cập vào địa chỉ : <http://waijung.aimagin.com/>

Bước 2: Download Waijung Blockset 1

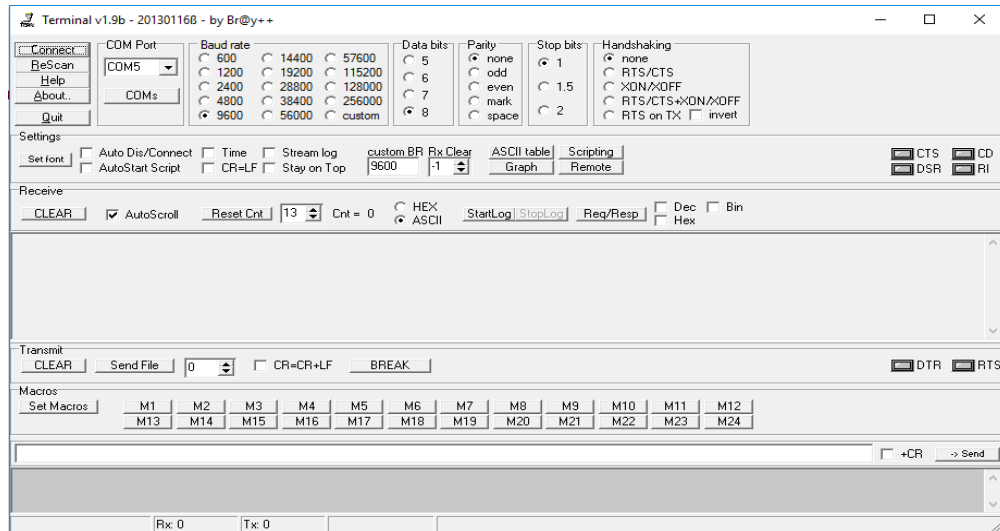
Bước 3: Mở Matlab®, truy cập đường dẫn đến file cài đặt Blockset và tiến hành cài đặt như Hình II-1.



Hình II-1 Cài đặt thư viện Waijung Blockset

III. Phần mềm Terminal

Phần mềm Terminal là một phần mềm thông dụng, dùng để giao tiếp, truyền nhận dữ liệu giữa máy tính và vi điều khiển.

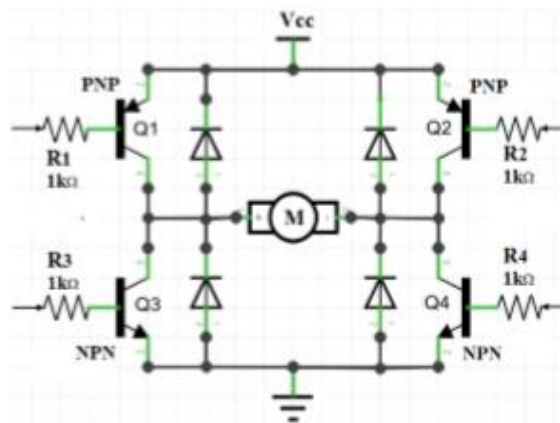


Hình III-1 Giao diện phần mềm Terminal version 1.9b

IV. Cầu H IR2184

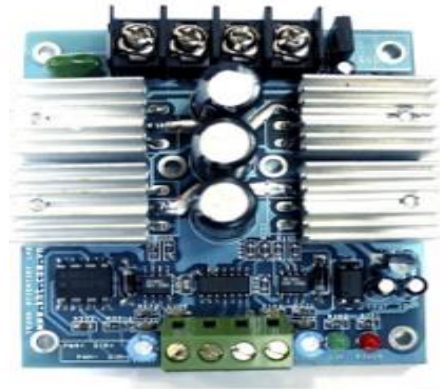
Mạch cầu H là mạch được cấu tạo bởi 4 transistor hay FET. Đôi khi mạch cầu H cũng được cấu tạo bởi 2 transistor hay FET. Tác dụng của các transistor hay FET là các van đóng mở dẫn dòng điện từ nguồn xuống tải với công suất lớn. Tín hiệu điều khiển các van là tín hiệu nhỏ (điện áp hay dòng điện), cho dẫn dòng và điện áp lớn để cung cấp cho tải.

Việc điều khiển điện áp cấp cho động cơ được thực hiện bằng cách phát xung PWM từ STM32F4. Bằng việc thay đổi độ rộng xung PWM, giá trị điện áp trung bình đặt lên đối tượng điều khiển sẽ thay đổi theo. Tín hiệu xung PWM thông qua mạch công suất điều khiển động cơ là mạch cầu H. Nguyên lý của mạch cầu H được mô tả trong Hình IV-1, giả sử, nếu Q3 và Q2 đóng (Q1 và Q4 ngắt) thì động cơ quay theo chiều thuận và nếu Q1 và Q4 đóng (Q2 và Q3 ngắt) thì động cơ sẽ quay theo chiều ngược lại.

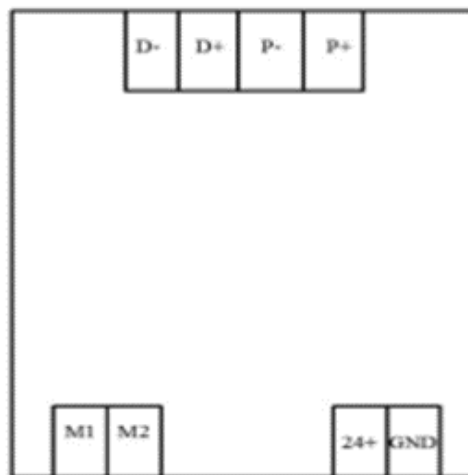


Hình IV-1 Sơ đồ nguyên lý mạch cầu H

Mạch cầu H chịu được dòng 10A và điều xung được 95%. Có ngõ vào điều xung PWM và ngõ vào chọn chiều quay của động cơ. **Cầu H IR2184** là loại cầu H thường được dùng trong việc xây dựng các mô hình con lắc thực tế được nhóm tác giả giới thiệu.



Hình IV-2 Cầu H IR2184



Hình IV-3 Sơ đồ chân cầu H IR2184

Chân D-, D+: Chân đảo chiều động cơ.

Chân P-, P+: Chân nhận xung PWM từ vi điều khiển

Chân M1, M2: 2 chân kết nối động cơ DC.

Chân 24+: Chân nối cực dương nguồn 24V.

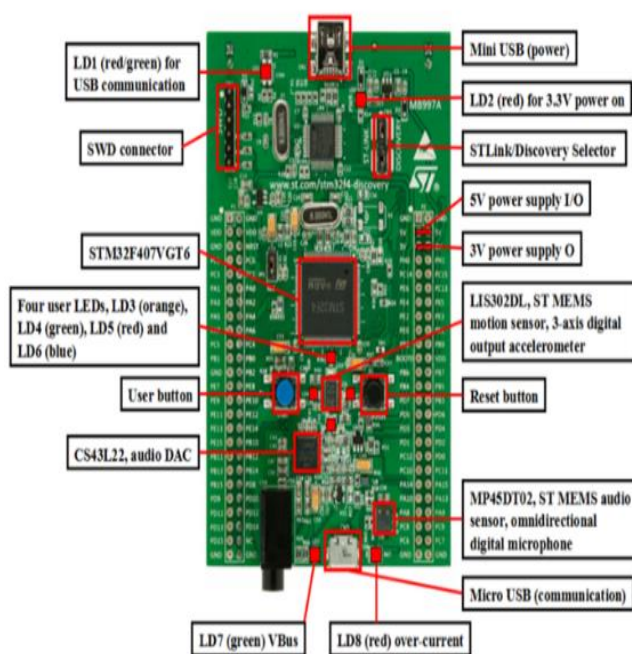
GND: Chân nối 0V nguồn 24V.

V. Giới thiệu về vi điều khiển STM32F407 DISCOVERY

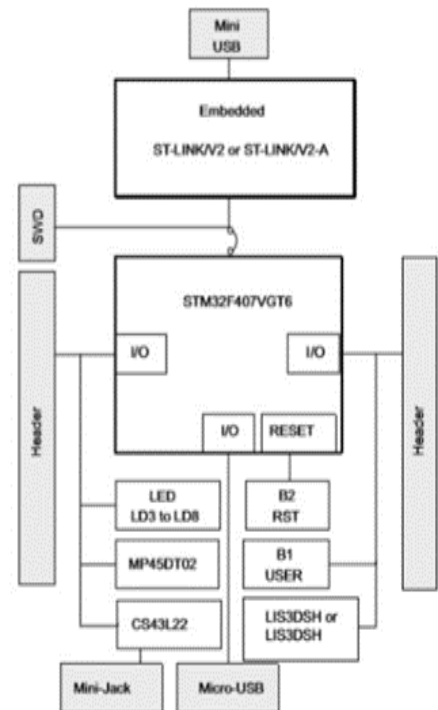
Board mạch STM32F4 Discovery được trang bị chip 32-bit ARM Cortex® với nhân FTU, 1MB bộ nhớ Flash, 192Kb RAM trong gói LQFP100. Cho phép lập trình cho các ứng dụng điều khiển phức tạp với nhiều ngõ vào ra digital I/O trong đó có

khả năng xuất tín hiệu PWM, các ngõ đọc tín hiệu analog và các chuẩn giao tiếp đa dạng như UART, I2C.

Dựa trên chip xử lý STM32F407VG, Kit chứa đựng công cụ debug STLINK/V2 hoặc ST-LINK/V2-A, cho phép lập trình bằng kỹ thuật nhúng các sơ đồ khối. Bên cạnh đó. Kit có 2 cảm biến gia tốc digital ST-MEMS, một microphone digital, một audio DAC tích hợp điều khiển bằng giọng nói, các led đơn, nút nhấn,...hỗ trợ rất tốt cho việc nghiên cứu cũng như chế tạo các ứng dụng trong thực tế.



Hình V-1 Kit STM32F407 Discovery



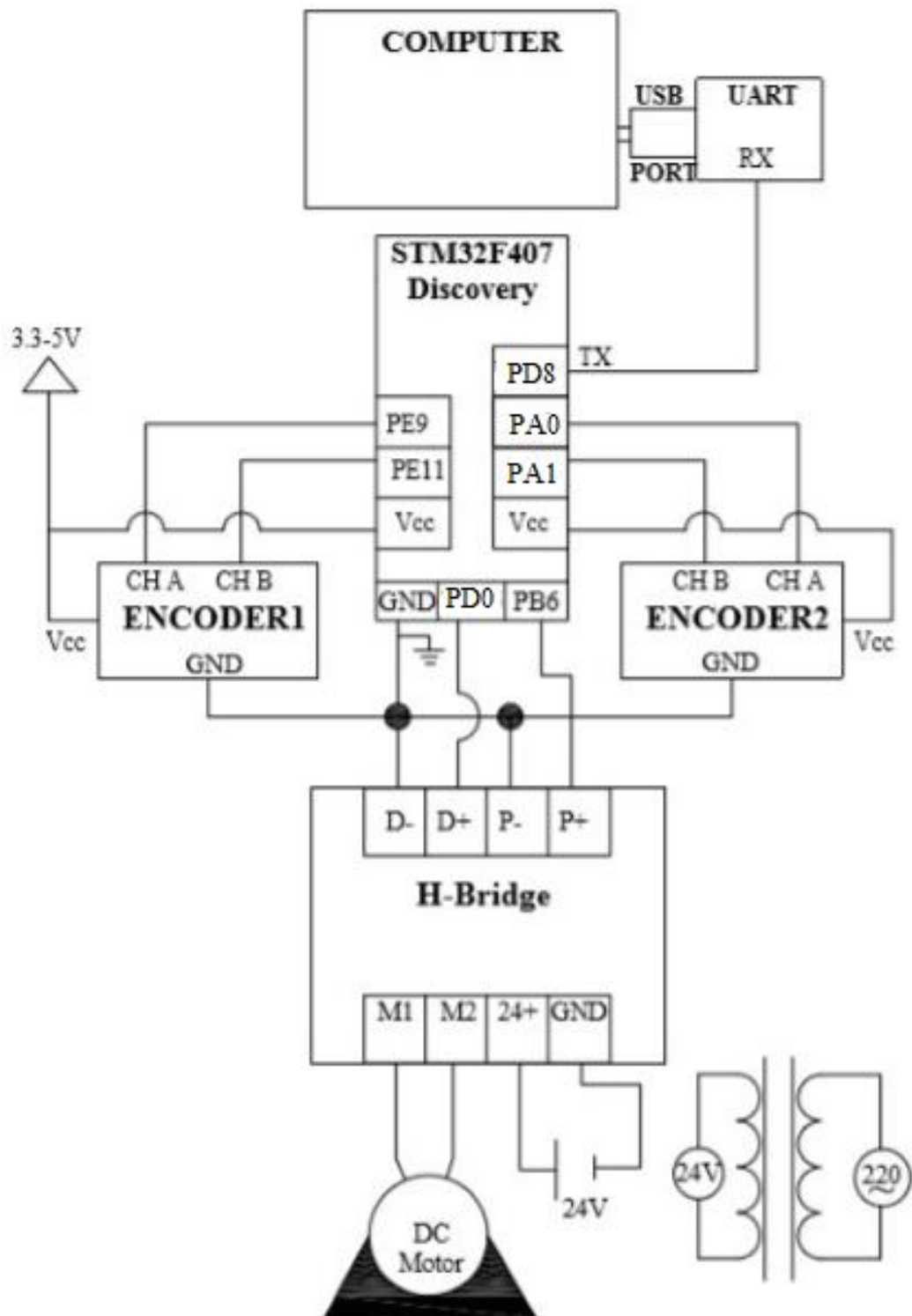
Hình V-2 Sơ đồ cấu trúc phân cứng Kit

Thông số kỹ thuật:

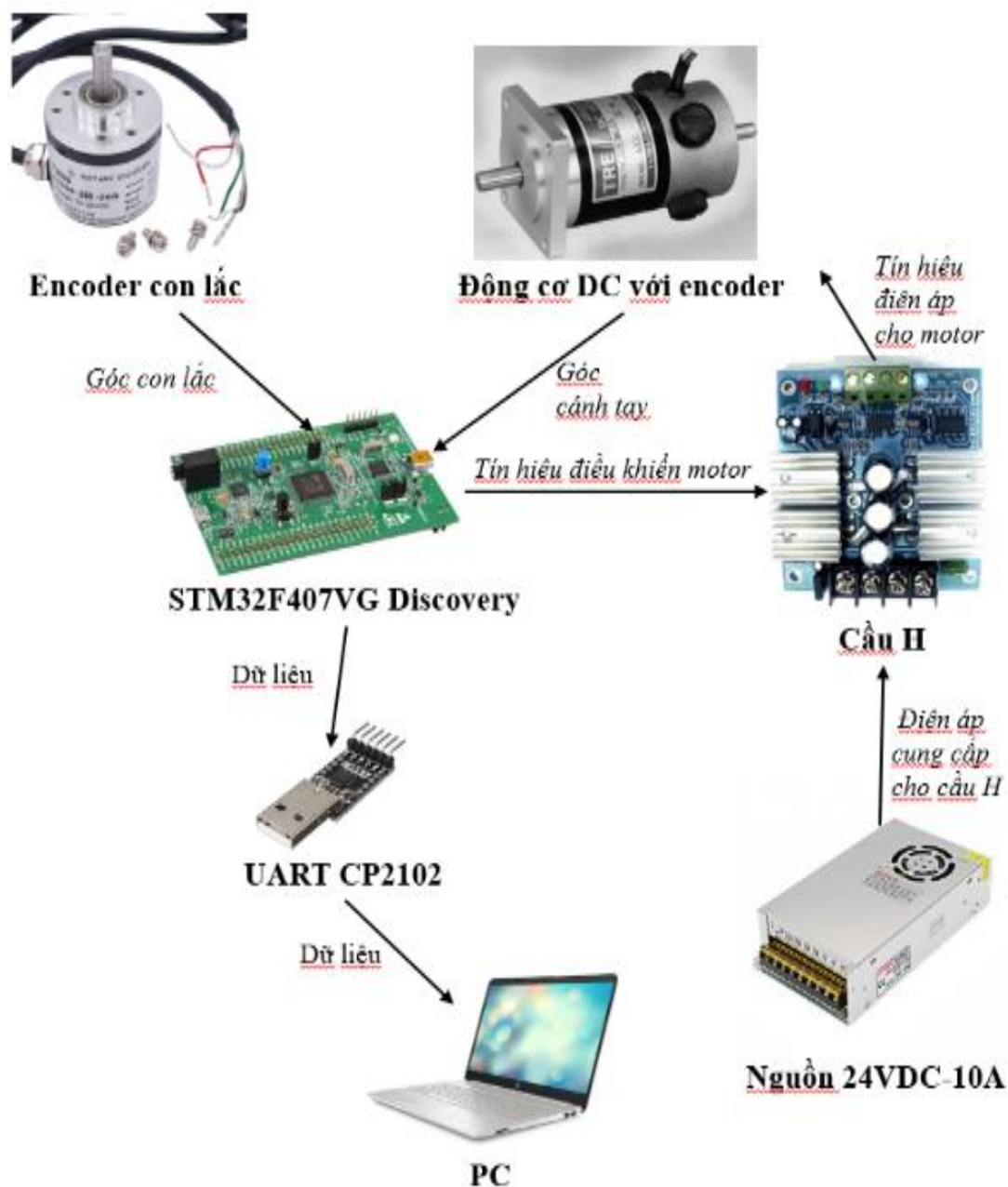
Bảng V-1 Thông số kỹ thuật của kit STM32F407 Discovery

Vì điều khiển	STM32F4
Điện áp hoạt động	5v
Tần số hoạt động	168 MHz
Dòng tối đa trên mỗi chân I/O	25mA
Dòng ra tối đa(3v)	100mA
Dòng ra tối đa(5v)	100mA
Bộ nhớ Flash	1MB
Led	8 led

VI. Sơ đồ kết nối phần cứng điều khiển mô hình con lắc ngược quay sử dụng vi điều khiển STM32F407 Discovery



Hình VI-1 Sơ đồ kết nối phần cứng hệ con lắc ngược quay



Hình VI-2 Sơ đồ kết nối phần cứng hệ con lắc ngược quay thực tế

VII. Thiết kế mạch cầu H

Trong phần này, nhóm tác giả dựa trên tài liệu số [32] giới thiệu đến các bạn đọc giả sơ đồ nguyên lý, cách thiết kế mạch cầu H. Từ sự giới thiệu này, hi vọng có thể tự xây dựng một mạch cầu H dùng để điều khiển các đối tượng mà các bạn đang nghiên cứu.

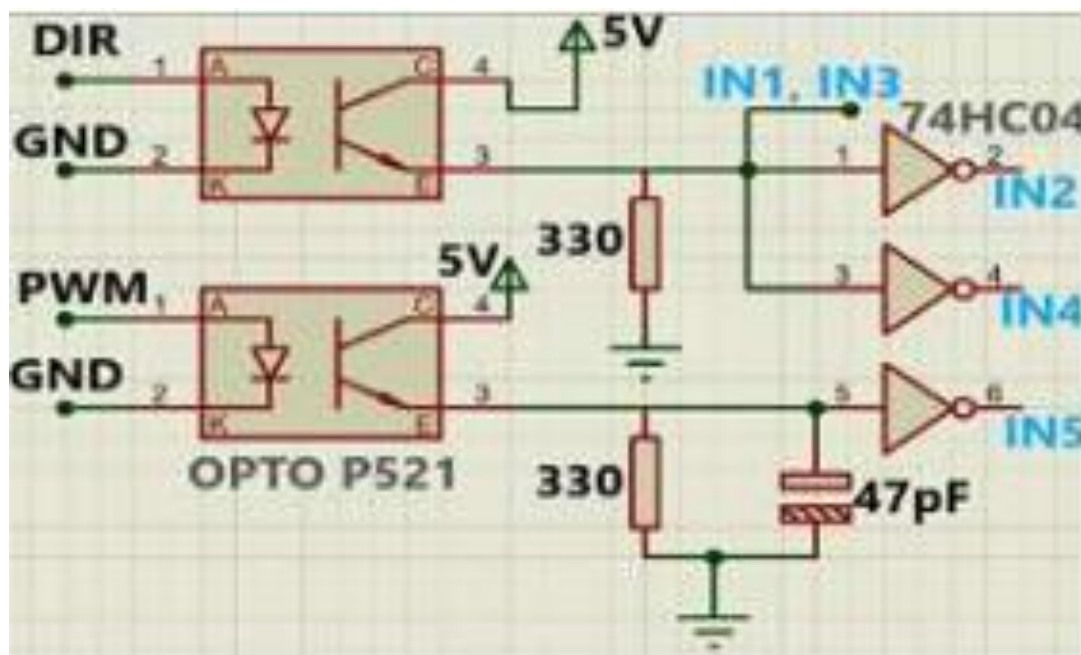
Sơ đồ cầu H được thiết kế bởi Proteus 8.0 và nó được thực hiện trong phòng thí nghiệm. Hình VII-1, VII-2 và VII-3 sẽ hiển thị module cầu H và giản đồ cầu H.



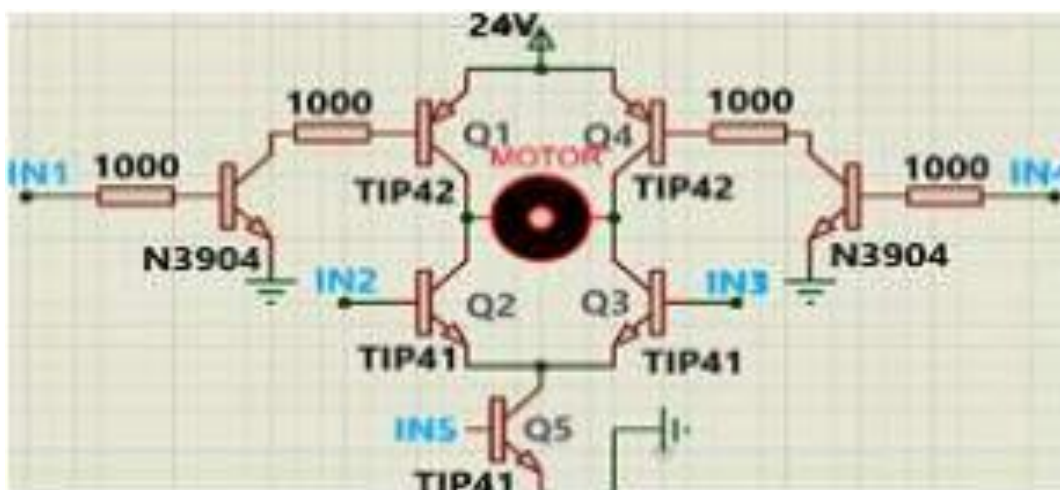
Hình VII-1 Module mạch cầu H

Trong đó:

1: PWM và GND; 2: DIR và GND; 3: Voltage Source; 4: M1 và M2.



Hình VII-2 Sơ đồ mạch cầu H phần 1



Hình VII-3 Sơ đồ mạch cầu H phần 2

PWM, DIR, GND được kết nối với vi điều khiển, M1 và M2 được kết nối với động cơ. Nguồn cấp cho cầu H là 24 VDC. PWM (Điều chế độ rộng xung) và DIR (Hướng) được điều khiển bởi vi điều khiển để điều khiển hướng quay và tốc độ của động cơ. Nếu DIR cao (IN1 = CAO, IN3 = CAO, IN2 = THẤP, IN4 = THẤP), sau đó transistor Q1, Q3 đang BẬT và transistor Q2, Q4 là TẮT, động cơ bật theo chiều kim đồng hồ. Một cách khác, nếu DIR là THẤP (IN1 = THẤP, IN3 = THẤP, IN2 = CAO, IN4 = CAO), sau đó động cơ bật theo chiều ngược chiều kim đồng hồ. Tốc độ mong muốn được điều khiển bởi PWM với PWM chu kỳ là 0,008s (125Hz). Nếu PWM là tối thiểu, thì động cơ sẽ khởi động với công suất cực đại và ngược lại.