

Bài giảng môn học
MÔ HÌNH HÓA và MÔ PHỎNG
~
MODELING and SIMULATION



**HỌC VIỆN
CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG**
Posts and Telecommunications Institute of Technology

ThS. Võ Minh Tài, Giảng viên - Email: tai.vm@ptithcm.edu.vn

- Giảng viên ngành Kỹ thuật Điều khiển và Tự động hóa (PTIT, 2024-Nay)
- Nghiên cứu sinh Tiến sĩ Cơ khí, Sản xuất và Cơ điện tử, (RMIT University, 2025-Nay)
- Thạc sĩ chuyên ngành Kỹ thuật Điều khiển và Tự động hóa (Trường Đại học Bách khoa – VNU-HCM năm 2024)
- Kỹ sư chuyên ngành Công nghệ Kỹ thuật Điều khiển và Tự động hóa (Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP HCM năm 2020)
- Chuyên viên Kỹ thuật cao cấp (RMIT University Vietnam, 2023-2024)
- Kỹ sư Tự động hóa (Intel Products Vietnam, 2020-2023)

- **Đưa tay phát biểu trong lớp bất kỳ lúc nào.**
- **Gửi mail** đến giảng viên (Ưu tiên)
 - Tiêu đề Email: “Học phần” + MSSV + Tiêu đề.
 - Ví dụ: MHHMP + MSSV + Hỏi về bài kiểm tra
- **Gặp mặt trực tiếp** giảng viên
 - **Thời gian tiếp sinh viên: 11:00 – 12:00 Thứ 2 Phòng 2E12**
- **Gặp mặt** giảng viên **trực tuyến**
 - Vui lòng gửi email để sắp xếp thời gian.

- Tài liệu tham khảo
- Chương 1: Tổng quan
- Chương 2: Mô hình hóa và phương pháp giải bài toán mô hình hóa
- Chương 3: Phương trình Lagrange
- Chương 4: Các phương pháp mô phỏng trong tự động
- Chương 5: Mô hình hóa và mô phỏng với Python

Thông tin bài kiểm tra của học phần



- Thuyết trình bài báo - **10%**
- Bài tập về nhà – **20%**
- Thi giữa kì – **20%**
- Tiểu luận cuối kì - **50%**

Làm sao để thành công trong học phần này



- Có mặt và tham gia vào bài giảng/hướng dẫn.
- Khi bạn ở trong lớp, hãy là một phần của lớp.
- Nếu bạn có một câu hỏi, sau đó đặt câu hỏi.
- Những cuộc trò chuyện cá nhân nên được thực hiện bên ngoài lớp học.
- Không có hình thức đạo văn nào sẽ được dung thứ.

Chương 2

MÔ HÌNH HÓA, CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN MÔ HÌNH HÓA

Nội dung của buổi học hôm nay

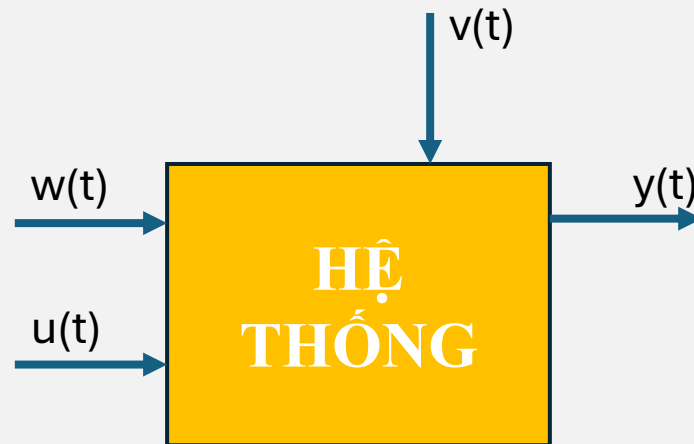


- **Khái niệm**
- **Các bước giải bài toán mô hình hóa**
- **Một số ví dụ về mô hình hóa**

- Giới thiệu về hệ thống, hệ thống động, quan hệ vào ra của hệ thống động.
- Giới thiệu về mô hình, mô hình toán học, mô hình hóa, cách thức xây dựng mô hình toán học.

- **Giới thiệu**

- **Hệ thống** là đối tượng trong đó các biến tương tác với nhau tạo ra tín hiệu quan sát được (Ljung, 1999)



- u : tín hiệu vào
- y : tín hiệu ra
- w : nhiễu đo được
- v : nhiễu không đo được

- **Giới thiệu**

- **Hệ thống động** là hệ thống trong đó tín hiệu ra không chỉ phụ thuộc vào tín hiệu vào ở hiện tại mà còn phụ thuộc vào tín hiệu ra và tín hiệu vào trong quá khứ.
- **Quan hệ vào ra của hệ thống động** có thể mô tả bằng phương trình vi phân (hệ liên tục) hoặc phương trình sai phân (hệ rời rạc).

- **Giới thiệu**

- **Mô hình** của một hệ thống là một quan hệ giả thiết (assumed relationship) giữa các tín hiệu quan sát được của hệ thống đó.
- **Mô hình toán học** là (các) **biểu thức toán học** mô tả quan hệ vào ra của hệ thống.

- Mô hình trong miền thời gian – Mô hình trong miền tần số
- Mô hình liên tục – Mô hình rời rạc
- Mô hình tuyến tính – Mô hình phi tuyến
- Mô hình tham số - Mô hình không tham số, v.v.

- **Giới thiệu**
 - Ứng dụng của mô hình
 - Thiết kế hệ thống (System design)
 - Mô phỏng (Simulation)
 - Dự báo (Prediction)
 - Phát hiện, chẩn đoán lỗi (Fault detection and diagnostics)
 - Tối ưu hóa (Optimization)

- **Giới thiệu**

- **Mô hình hóa**

- Mô hình hóa là phương pháp xây dựng mô hình toán của hệ thống bằng cách dựa vào các quy luật vật lý chi phối hoạt động của hệ thống.

- **Ba bước giải bài toán mô hình hóa:**

1. **Phân tích chức năng:** phân tích hệ thống thành các khối chức năng, trong đó mô hình toán của các khối chức năng đã biết hoặc có thể rút ra được dựa vào các qui luật vật lý.
2. **Phân tích vật lý:** rút ra mô hình toán của các khối chức năng dựa vào các qui luật vật lý.
3. **Phân tích toán học:** các khối chức năng được kết nối toán học để được mô hình của hệ thống.

- Giới thiệu

- **Mô hình hóa**

- **Phương pháp mô hình hóa** chỉ có thể áp dụng khi ta đã biết rõ cấu trúc của hệ thống và các qui luật vật lý chi phối hoạt động của hệ thống.

- *Các định luật vật lý:*

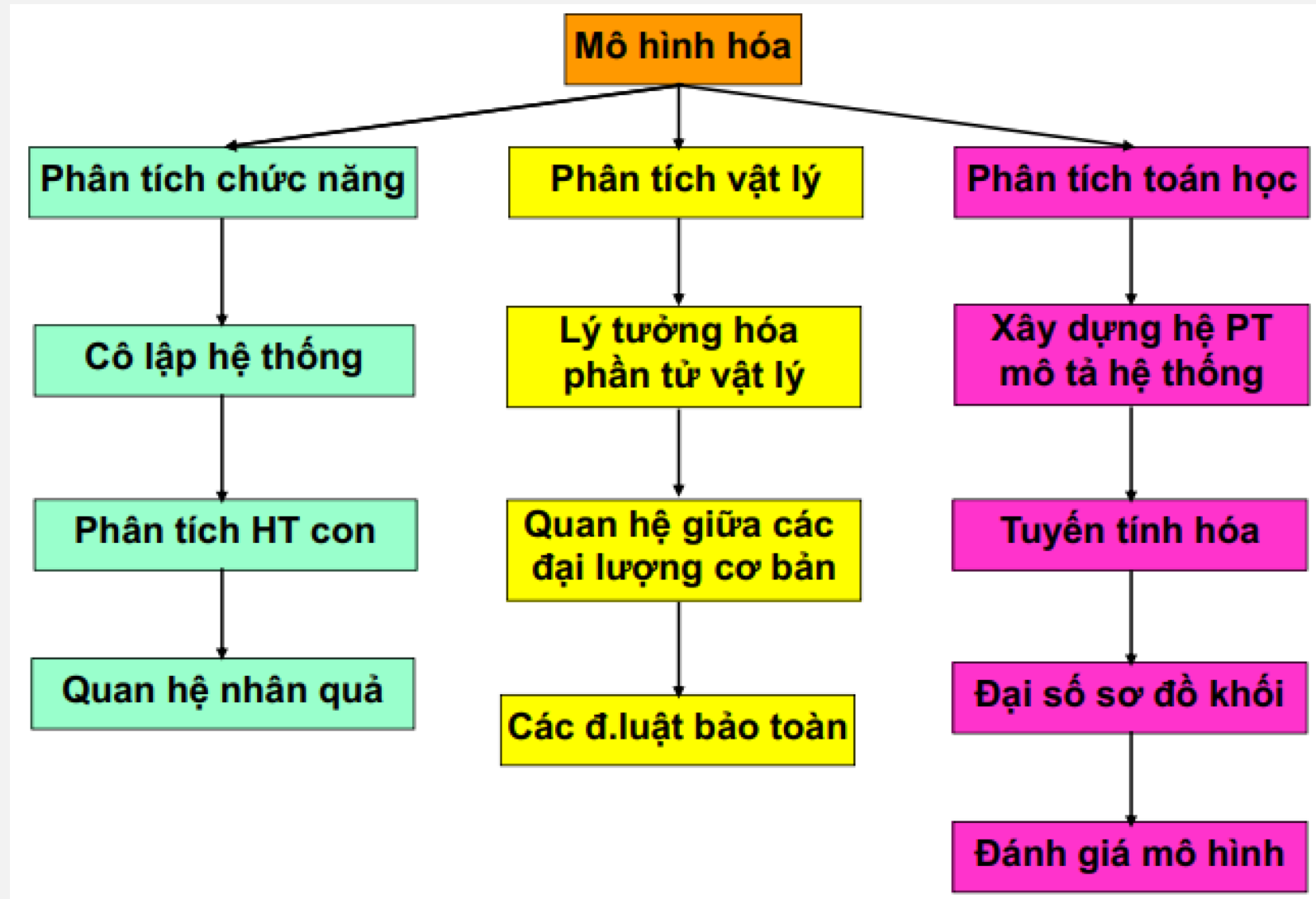
1. Điện
2. Cơ học
3. Nhiệt
4. Lưu chất lỏng
5. Lưu chất khí

Video: Models and Simulations in Engineering

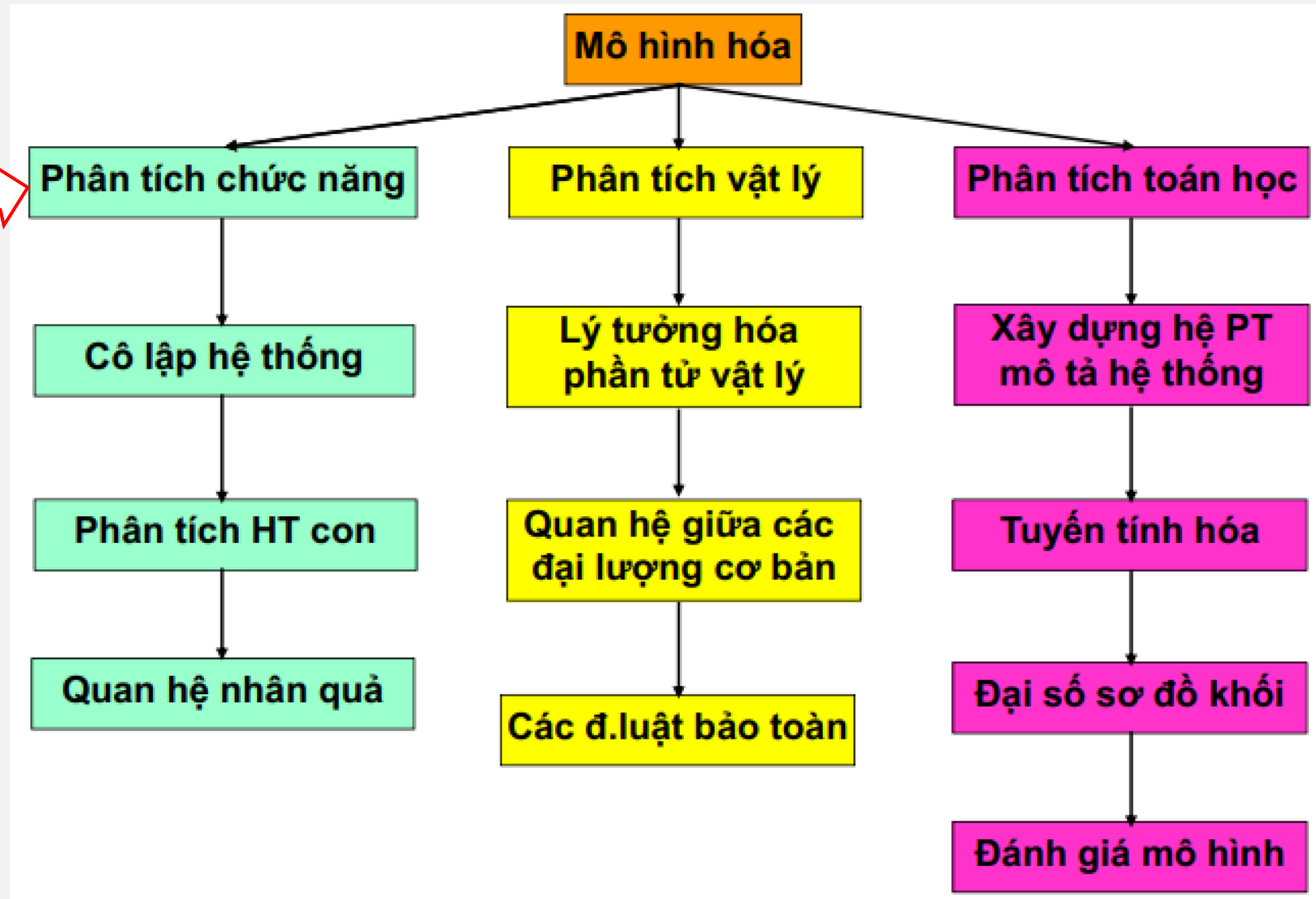
Source: <https://www.youtube.com/watch?v=CuPmambJU5Q>

- Phân tích chức năng.
- Phân tích vật lý.
- Phân tích toán học.
- Ví dụ.

Các bước giải bài toán mô hình hóa



Các bước giải bài toán mô hình hóa



Các bước giải bài toán mô hình hóa

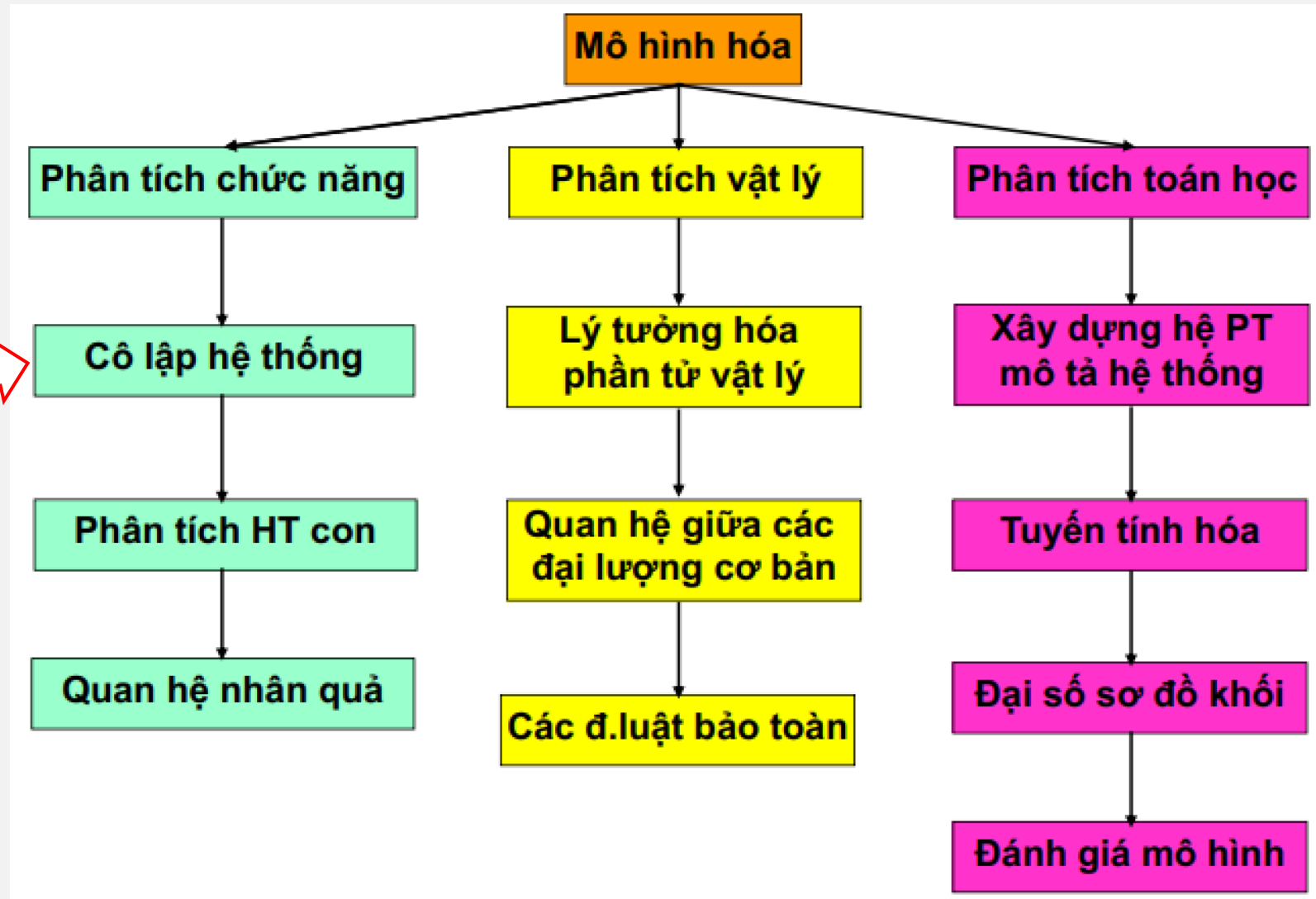
➤ Bước **Phân tích chức năng**:

- ✓ Khái niệm **Phân tích chức năng**: là phân tích hệ thống cần mô hình hóa thành nhiều hệ thống con, mỗi hệ thống con gồm nhiều bộ phận chức năng (functional components).
- ✓ Khi **Phân tích chức năng** cần lưu ý:
 1. Liên kết vật lý (connectivity): các bộ phận nào của hệ thống liên kết với nhau?
 2. Quan hệ nhân quả (causality): các bộ phận liên kết với nhau như thế nào?

✓ **Ba bước phân tích chức năng:**

1. Cô lập hệ thống.
2. Phân tích hệ thống con.
3. Xác định các quan hệ nhân quả.

Các bước giải bài toán mô hình hóa

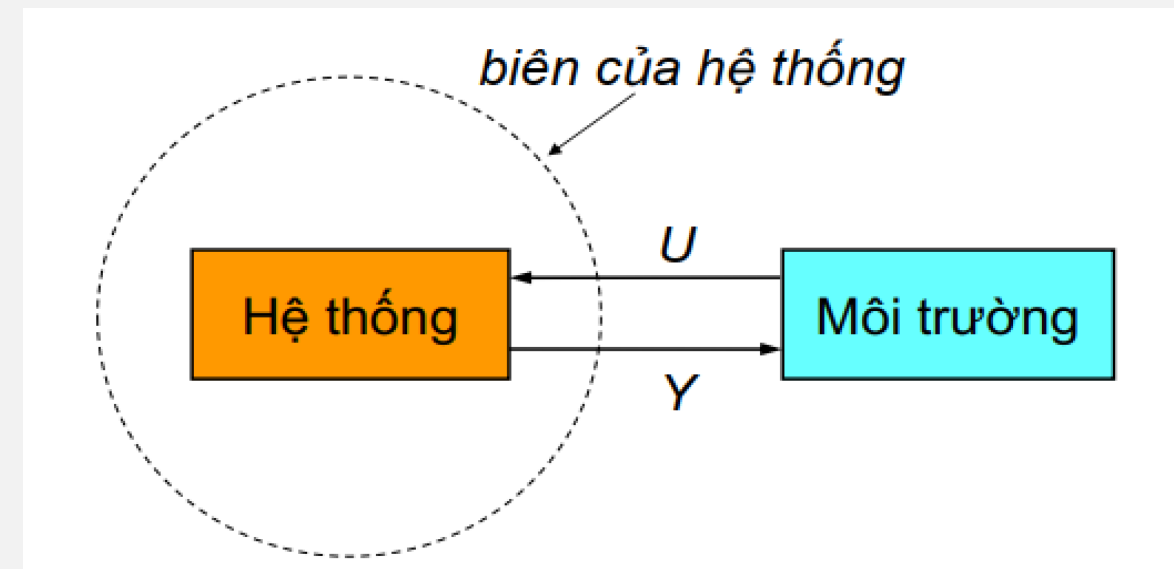


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

1. Xác định giới hạn của hệ thống cần mô hình hóa.
2. Cắt kết nối giữa hệ thống khảo sát với môi trường bên ngoài.
3. Mỗi kết nối bị cắt được thay thế bằng một cổng (Port) để mô tả sự tương tác giữa hệ thống và môi trường.



➤ Ba bước **phân tích chức năng**:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Cổng (port): là một cặp đầu cuối (terminal) mà qua đó năng lượng truyền vào hoặc ra khỏi hệ thống. Một hệ thống có thể có nhiều cổng (multiport system).
- Mỗi cổng có thể có một hoặc hai ngõ vào (ký hiệu là U) và một hoặc hai ngõ ra (ký hiệu là Y)
- Bốn loại cổng thường gặp:
 1. Cơ khí (structural)
 2. Điện (electrical)
 3. Nhiệt (thermal)
 4. Lưu chất (fluid)

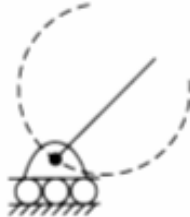
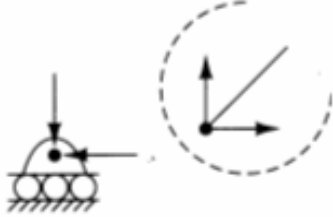
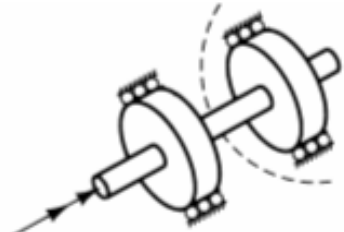



Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Bốn loại cổng thường gặp

Cơ khí (structural)

Loại cổng	Tên (Ký hiệu)	Sơ đồ	Cô lập
1. CƠ KHÍ	a. Tịnh tiến (Structural Translation - ST)		
	b. Quay (Structural Rotation - SR)		
	c. Phức hợp (Structural Complex - SC)		

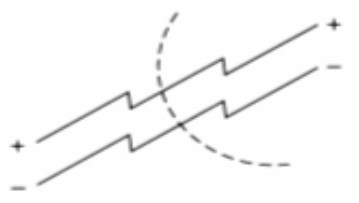
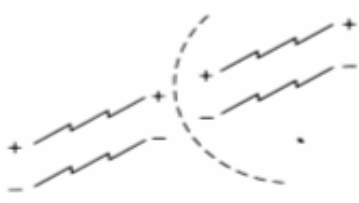


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước **phân tích chức năng**:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Bốn loại cổng thường gặp

Điện (*electrical*)

Loại cổng	Tên (Ký hiệu)	Sơ đồ	Cô lập
2. ĐIỆN	a. Điện dẫn (Electrical Conduction – EC)		
	b. Điện bức xạ (Electrical Radiation – ER)		



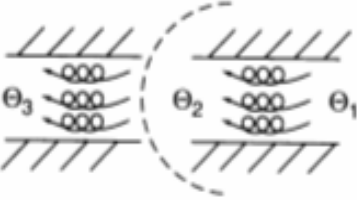

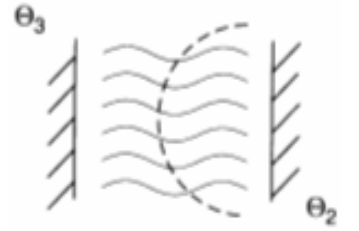
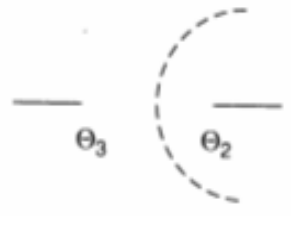
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước **phân tích chức năng**:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Bốn loại cổng thường gặp

Nhiệt (thermal)

Loại cổng	Tên (Ký hiệu)	Sơ đồ	Cô lập
3. NHIỆT	a. Dẫn nhiệt (Thermal Conduction – TC)		
	b. Đối lưu nhiệt (Thermal Convention – TV)		
	c. Bức xạ nhiệt (Thermal Radiation – TR)		

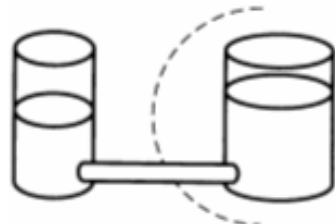
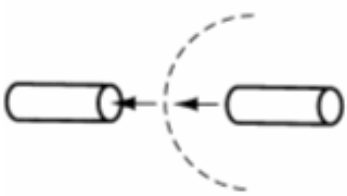

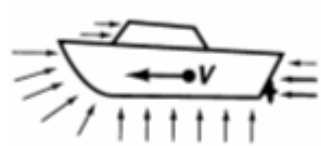
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Bốn loại cổng thường gặp

Lưu chất (fluid)

Loại cổng	Tên (Ký hiệu)	Sơ đồ	Cô lập
4. LƯU CHẤT	a. Lưu chất trong (Fluid Internal – FI)		
	a. Lưu chất ngoài (Fluid External – FE)		

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Ví dụ: cô lập hệ tay máy

Hệ tay máy



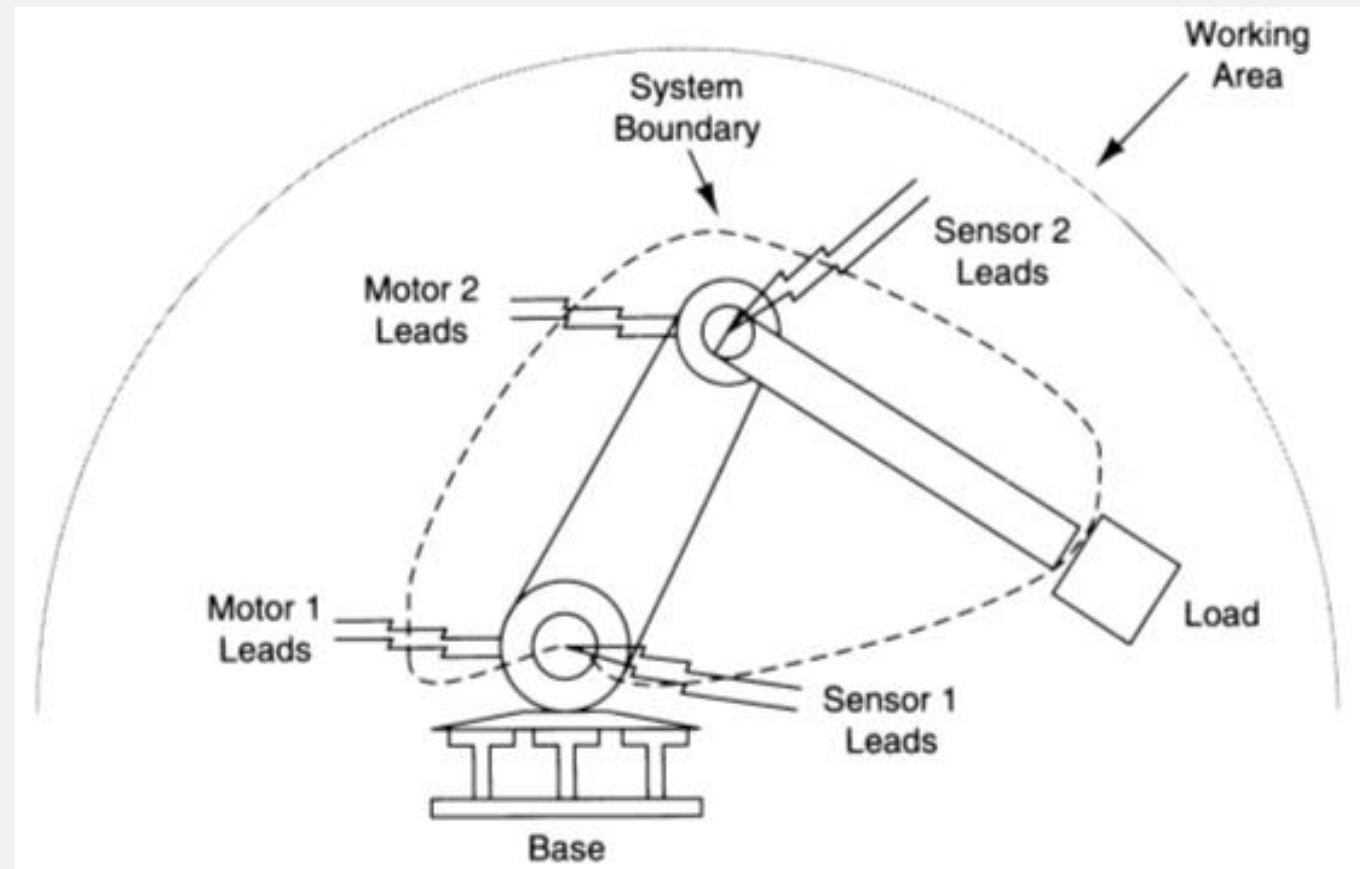
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Ví dụ: cô lập hệ tay máy

Cô lập hệ tay máy



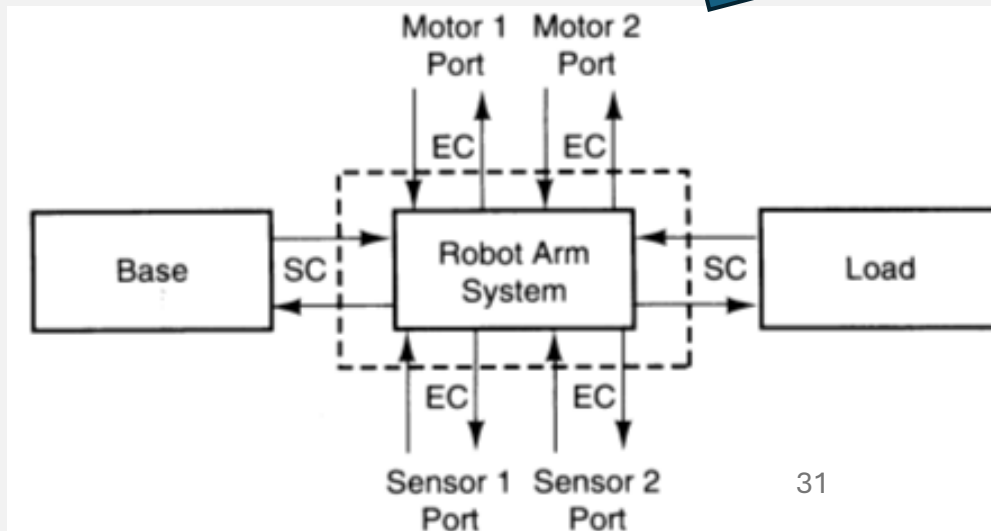
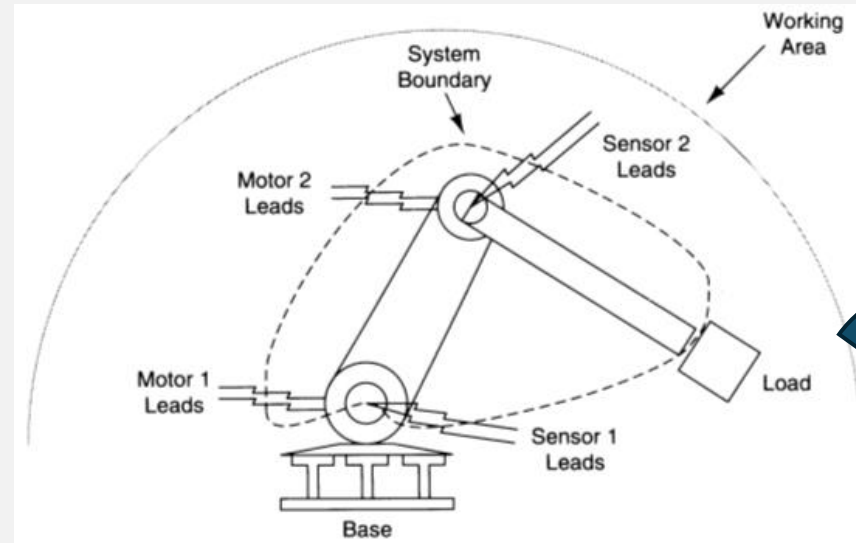
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Ví dụ: cô lập hệ tay máy

Cô lập hệ tay máy



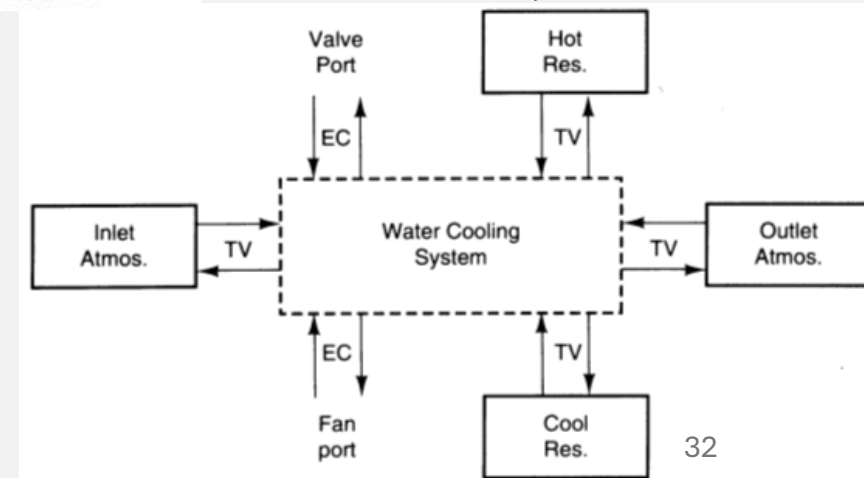
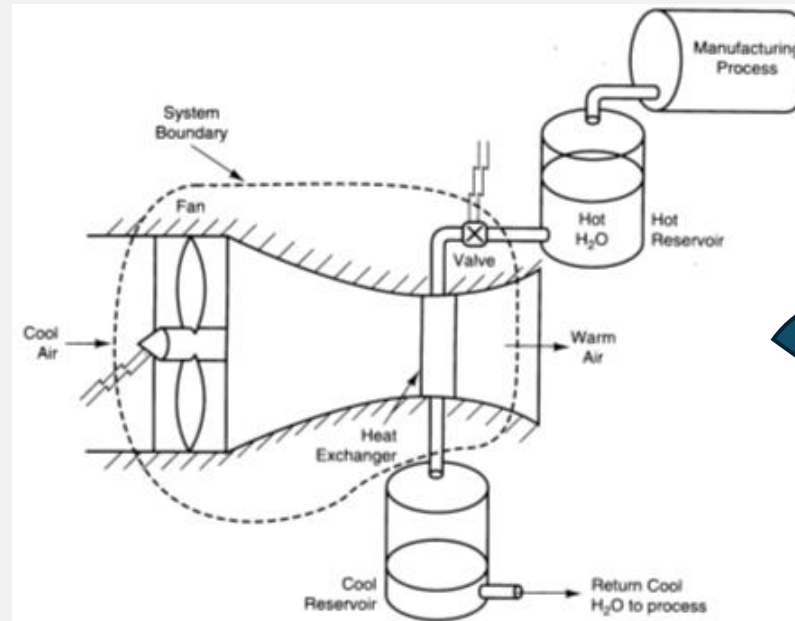
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Ví dụ: cô lập hệ làm mát

Cô lập hệ làm mát



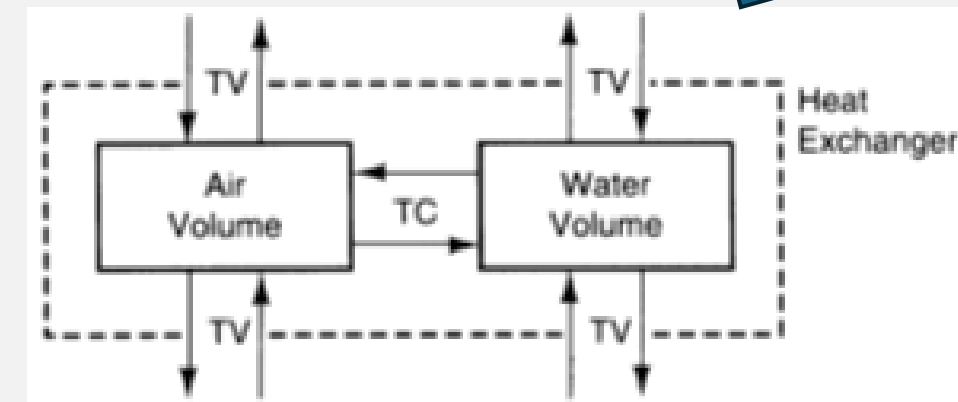
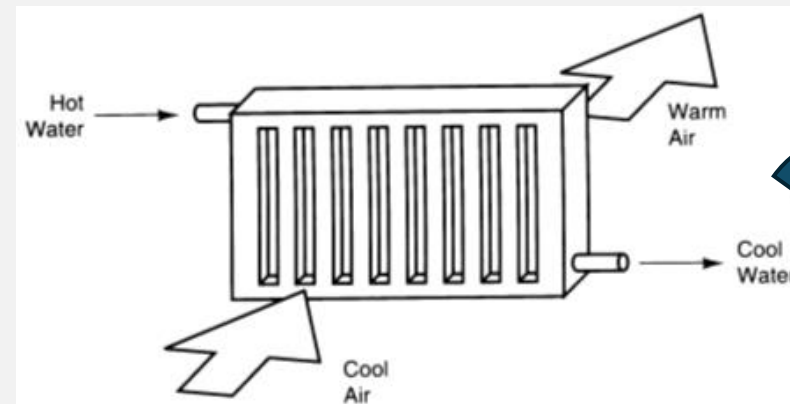
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

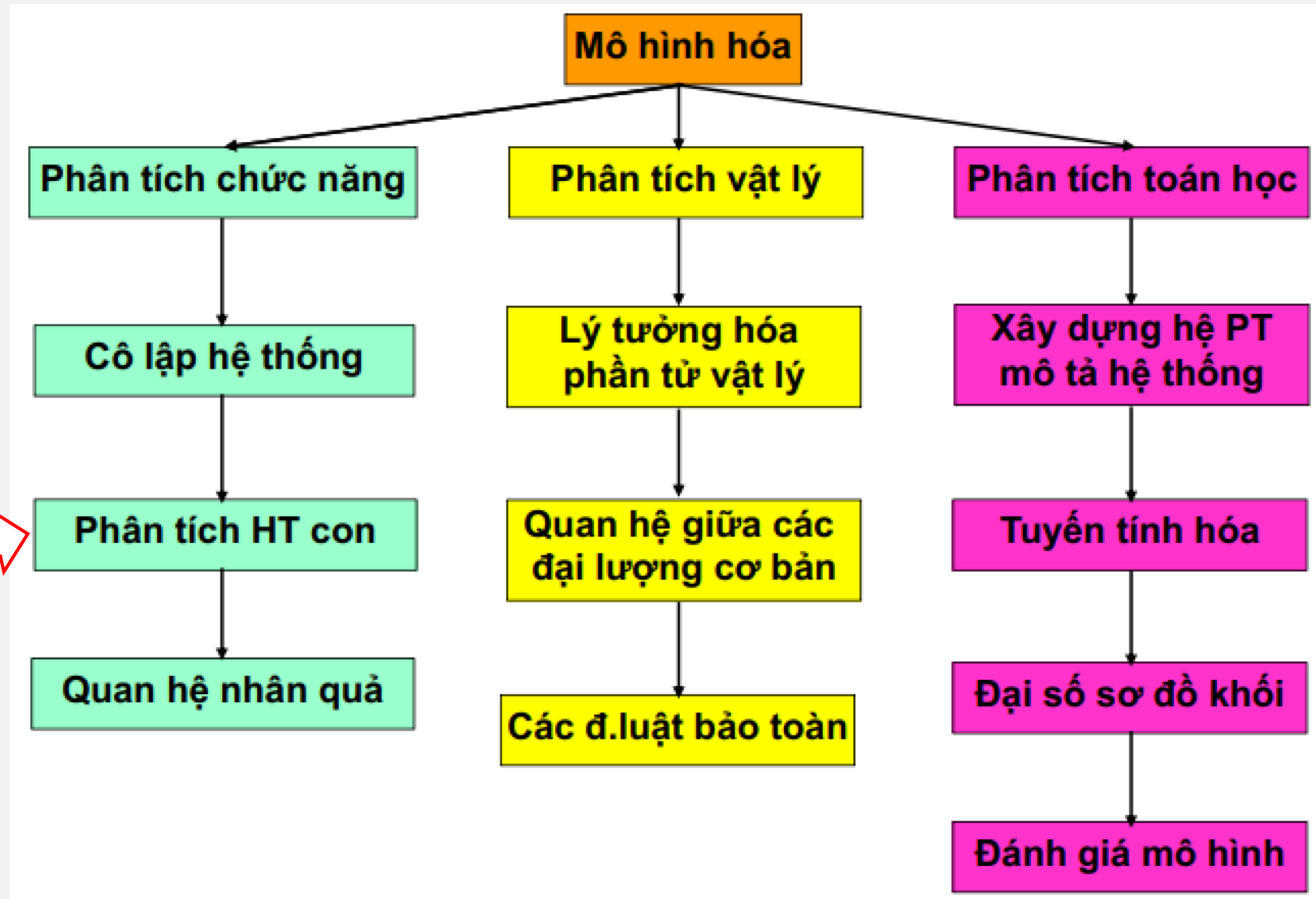
✓ **Cô lập hệ thống – Xác định liên kết ngoài:**

- Ví dụ: cô lập bộ phận trao đổi nhiệt trong bộ làm mát

Cô lập bộ phận trao đổi nhiệt trong hệ thống làm mát



Các bước giải bài toán mô hình hóa



➤ Ba bước **phân tích chức năng**:

✓ **Phân tích hệ thống con – Xác định liên kết trong:**

- Phân tích hệ thống sau khi cô lập thành các hệ thống con (subsystem), sau đó tiếp tục phân tích các hệ thống con chi tiết đến các bộ phận (component), thay thế liên kết giữa các bộ phận bằng các cổng.
- Ví dụ: Hệ tay máy

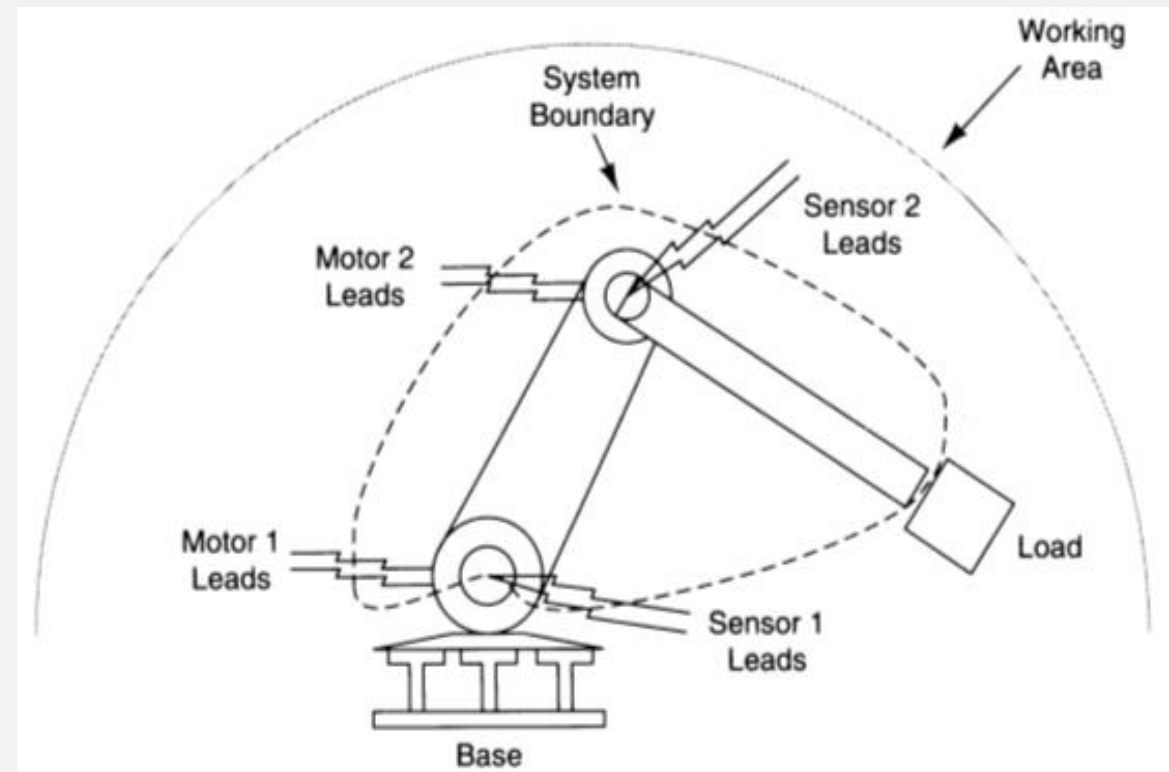


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ Phân tích hệ thống con – Xác định liên kết trong:

- Ví dụ: Hệ tay máy

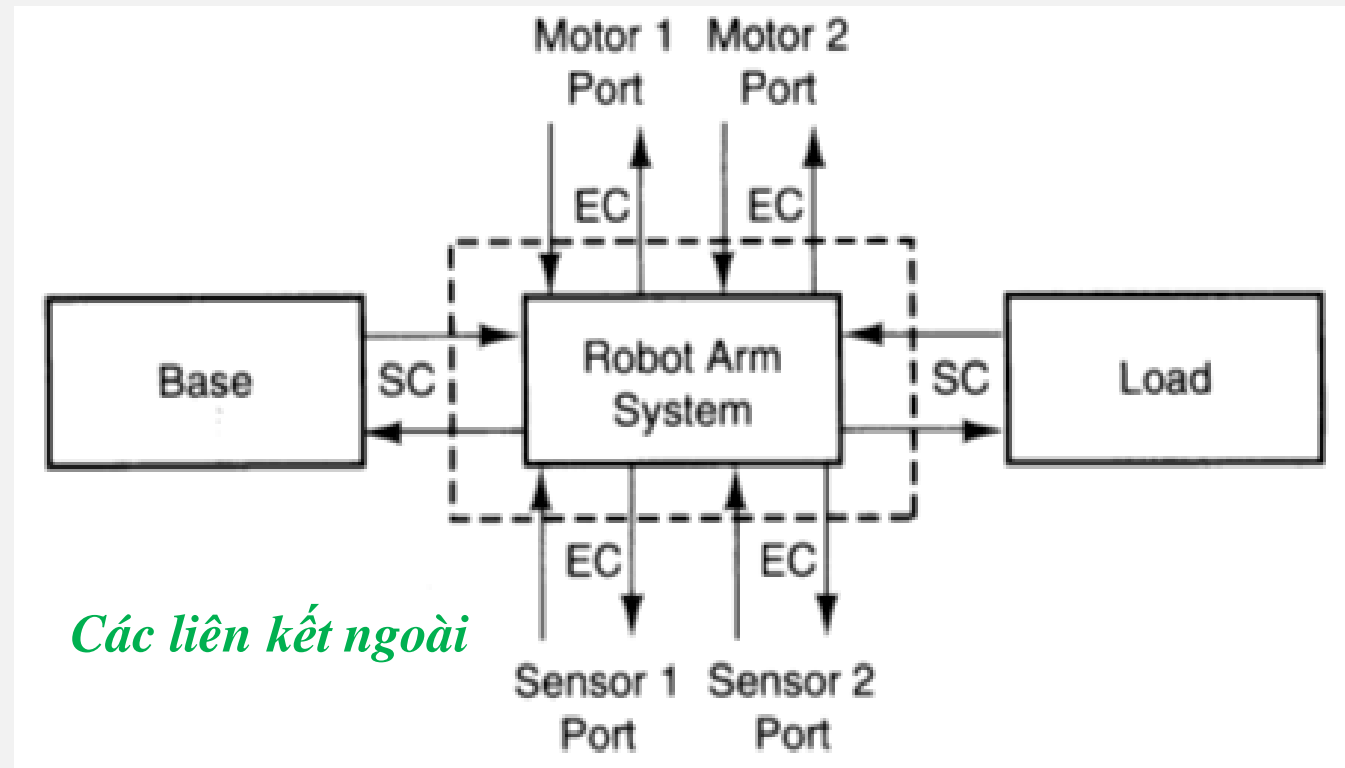


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Phân tích hệ thống con – Xác định liên kết trong:**

- Ví dụ: Hệ tay máy

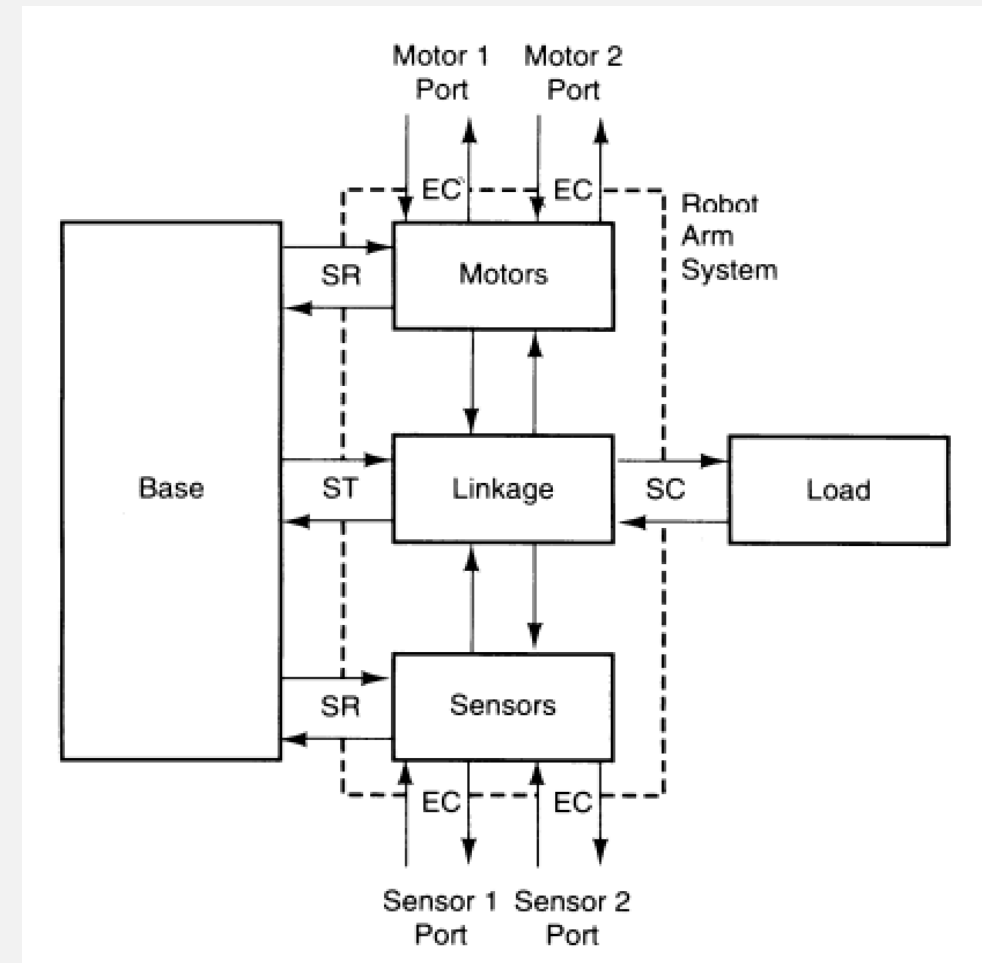


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Phân tích hệ thống con – Xác định liên kết trong:**

- Ví dụ: Hệ tay máy

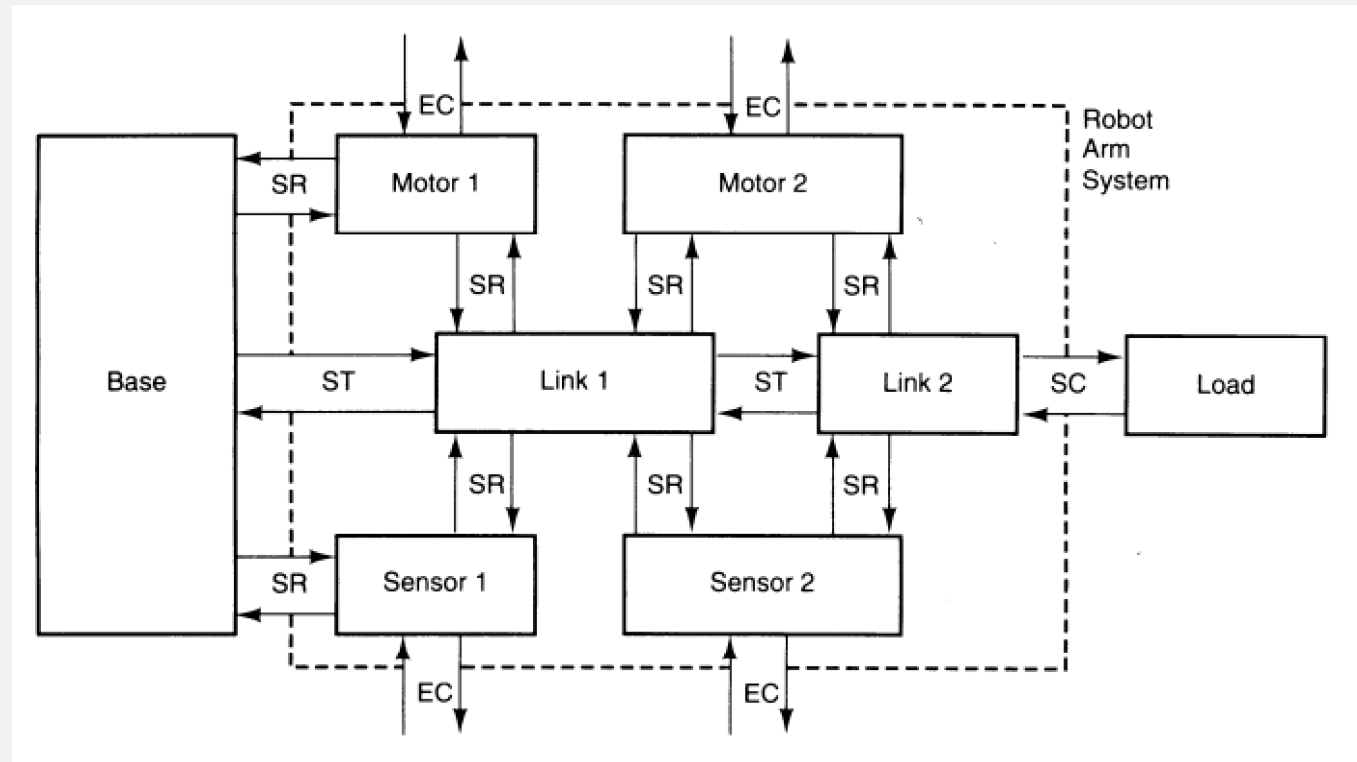


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

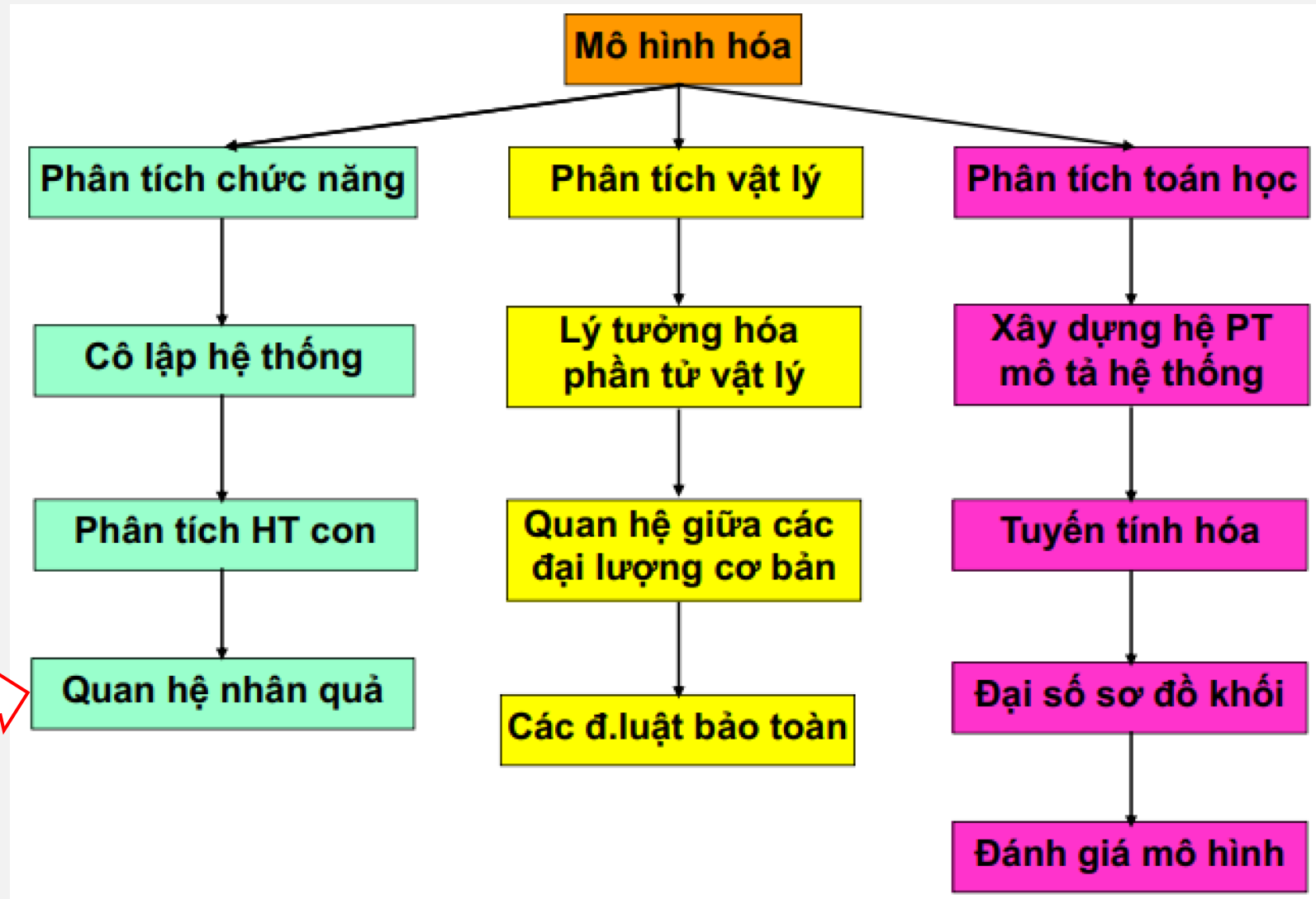
✓ **Phân tích hệ thống con – Xác định liên kết trong:**

- Ví dụ: Hệ tay máy



*Các liên kết trong chi tiết đến
các bộ phận (component)*

Các bước giải bài toán mô hình hóa



➤ Ba bước **phân tích chức năng**:

✓ **Phân tích quan hệ nhân quả – Xác định các biến của hệ thống:**

- Vì cổng là đầu cuối mà qua đó công suất (năng lượng/đơn vị thời gian) truyền vào ra hệ thống nên quan hệ nhân quả của cổng được xác định bởi các biến định nghĩa công suất tại cổng.

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

✓ **Phân tích quan hệ nhân quả –**

Xác định các biến của hệ

thống:

- Các biến của các loại cổng.

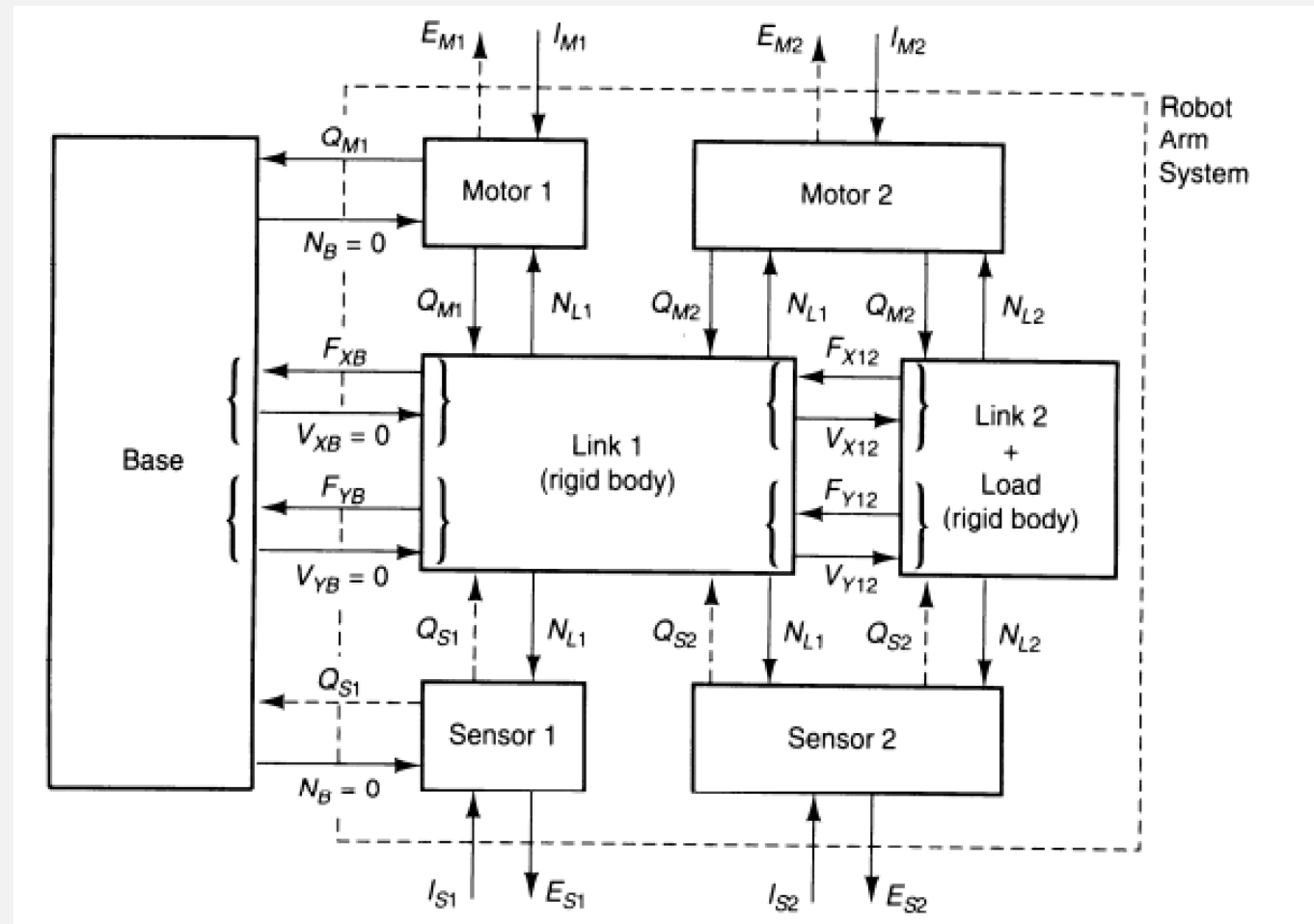
PORT TYPE		PORT VARIABLES	
Sym.	Name		
EC ER	Electrical – Conduction Electrical – Radiation	Voltage, E	Current, I
ST SR SC	Structural – Translating Structural – Rotating ST + SR	Linear Velocity, V Angular Velocity, N –	Force, F Torque, Q –
TC TR	Thermal – Conduction Thermal – Radiation	Temperature, Θ	Heat Flowrate, H
FI TV	Fluid – a. Incompressible b. Compressible, or Thermal – Convective	Pressure, P Pressure, P	Volume Flowrate, Z { Mass Flowrate, W Temperature, Θ

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Ba bước phân tích chức năng:

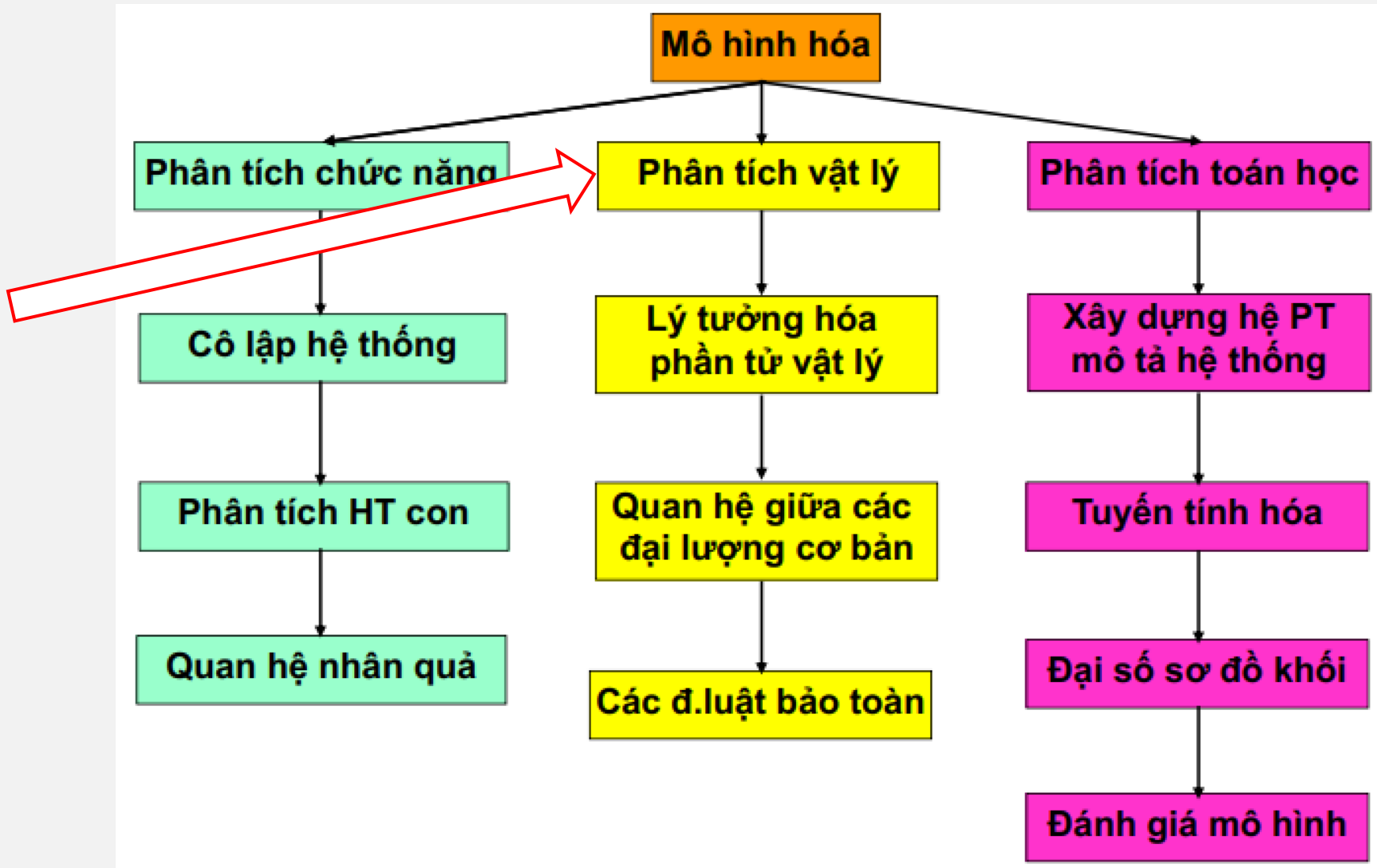
- ✓ Phân tích quan hệ nhân quả –
Xác định các biến của hệ
thống:

- Ví dụ: Hệ tay máy



Sơ đồ hoàn chỉnh của một hệ tay máy

Các bước giải bài toán mô hình hóa



➤ Phân tích vật lý:

✓ Hệ thống vật lý bao gồm bốn loại:

1. Điện (Electrical)
2. Cơ (Mechanical)
3. Nhiệt (Thermal)
4. Lưu chất (Fluid)

✓ Một hệ thống phức tạp có thể gồm nhiều hệ thống con thuộc bốn loại nêu trên.

✓ Các phần tử cơ bản (basic elements)

1. Trở (Resistance)
2. Dung (Capacitance)
3. Cảm (Inductance) hay quán tính (Inertia)

Các bước giải bài toán mô hình hóa

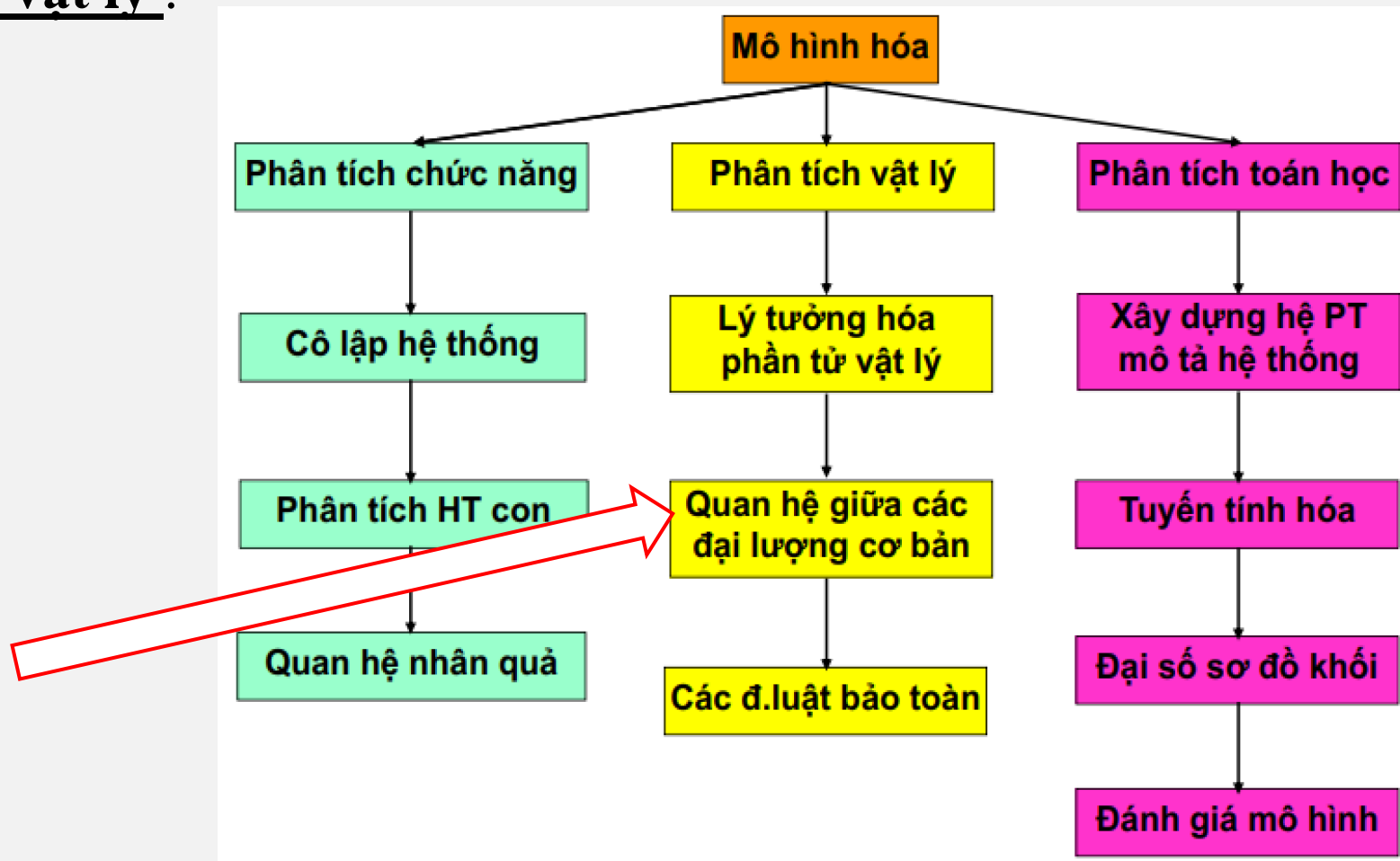
➤ Phân tích vật lý:

✓ Các biến cơ bản: **Lượng (quantity), Thế (potential), Thời gian (time)**

Loại hệ thống	Biến		
	<i>Lượng</i>	<i>Thế</i>	<i>Thời gian</i>
<i>Điện</i>	Điện tích (Charge)	Điện thế (Voltage)	Giây
<i>Cơ khí</i>	Khoảng cách (Distance)	Lực (Force)	Giây
<i>Lưu chất (lỏng)</i>	Thể tích (Volume)	Áp suất (Pressure)	Giây
<i>Nhiệt</i>	Nhiệt năng (Heat energy)	Nhiệt độ (Temperature)	Giây

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý :



Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Quan hệ giữa các đại lượng cơ bản

- **Cường độ dòng (CDD)** là biến thiên lượng trong một đơn vị thời gian (hay cường độ dòng là tốc độ biến thiên lượng)

$$CDD = \frac{d}{dt} (lượng)$$

- **Công suất:**

$$Công\ suất = thế \times CDD$$

- **Trở** là đại lượng đặc trưng cho khả năng chống lại sự dịch chuyển cơ học hay dòng vật chất, năng lượng. **Trở** được đo bằng **thế** cần thiết để chuyển đổi một đơn vị **lượng** trong một đơn vị

thời gian (giây): $trở = \frac{thế}{CDD}$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Quan hệ giữa các đại lượng cơ bản

- **Dung** biểu diễn mối quan hệ giữa lượng và thể.
- **Dung** được đo bằng **lượng** cần thiết là cho **thể** biến thiên một đơn vị.

$$dung = \frac{lượng}{thể}$$



$$thể = \frac{1}{dung} \int (CDD) dt$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Quan hệ giữa các đại lượng cơ bản

- **Cảm** hay **quán tính** là đại lượng đặc trưng cho khả năng chống lại sự thay đổi trạng thái chuyển động cơ học của dòng vật chất, năng lượng.
- **Cảm** được đo bằng **thế** cần thiết để làm tốc độ biến thiên của **lượng** thay đổi một đơn vị.

$$cảm = \frac{thế}{\frac{d}{dt}(CDD)}$$

$$thế = cảm \times \frac{d}{dt}(CDD)$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Các định luật bảo toàn

▪ Các phương trình cân bằng

- Các định luật bảo toàn khối lượng, năng lượng, và xung lượng là các định luật cơ bản được sử dụng khi mô hình hóa.

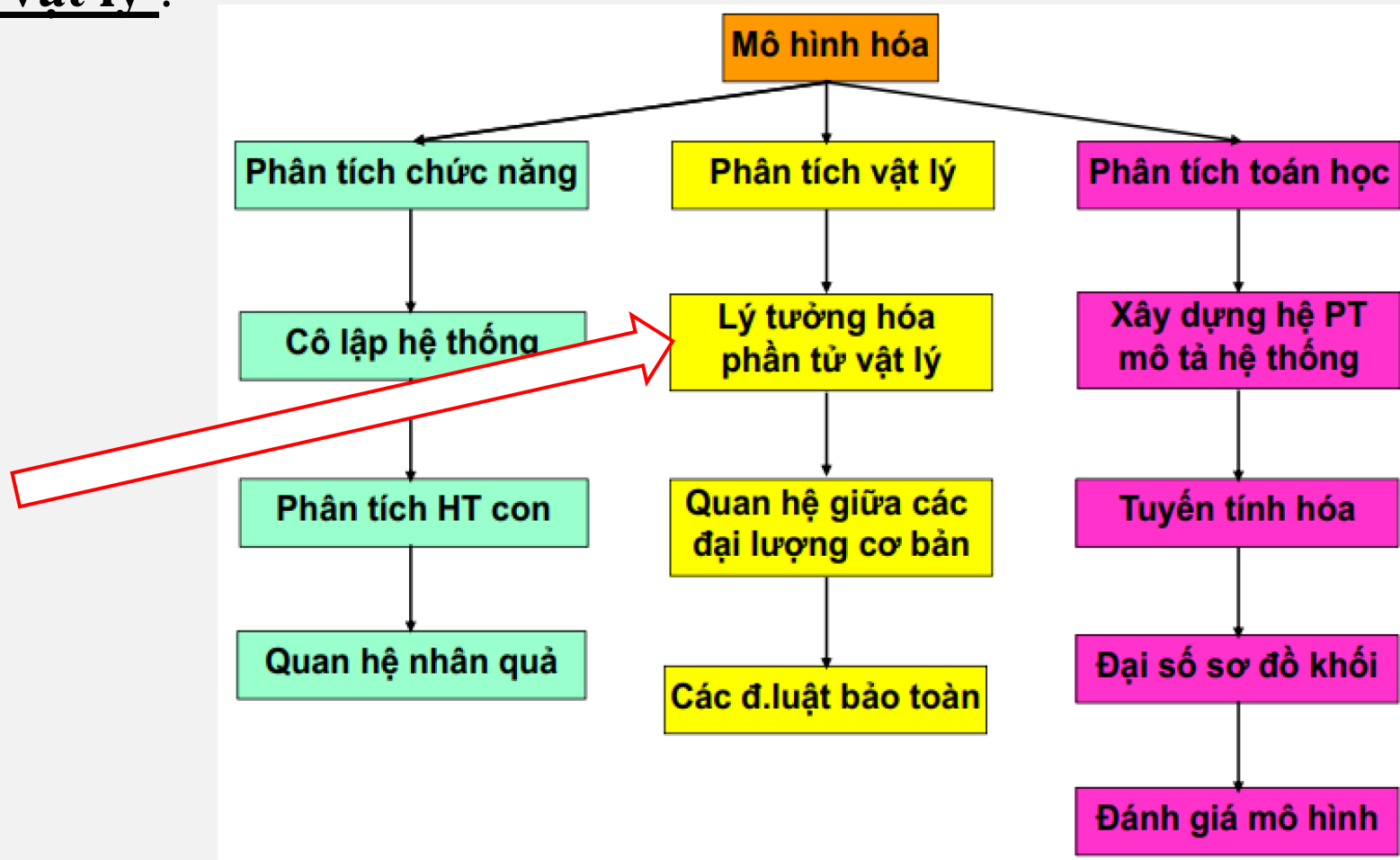
- Phương trình cân bằng cơ bản dạng tổng quát như sau: $dòng\ tích\ lũy = dòng\ vào - dòng\ ra$

- Nếu hệ thống không có các phần tử tích trữ khối lượng, năng lượng và xung lượng thì phương trình trên trở thành: $0 = dòng\ vào - dòng\ ra$

- Nếu hệ thống có phần tử tích trữ khối lượng, năng lượng hay xung lượng thì sự tích trữ này làm thay đổi trạng thái của hệ thống: $\frac{d}{dt}(biến\ trạng\ thái) = dòng\ vào - dòng\ ra$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý :



➤ Phân tích vật lý:

✓ Lý tưởng hóa các phần tử vật lý

- Nguyên tắc thuần hóa
- Nguyên tắc tập trung hóa
- Nguyên tắc tuyến tính hóa

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Lý tưởng hóa các phần tử vật lý

- *Nguyên tắc thuần hóa:* nhận ra ảnh hưởng vật lý cơ bản chi phối hoạt động của đối tượng và dùng các phần tử thuần để biểu diễn.

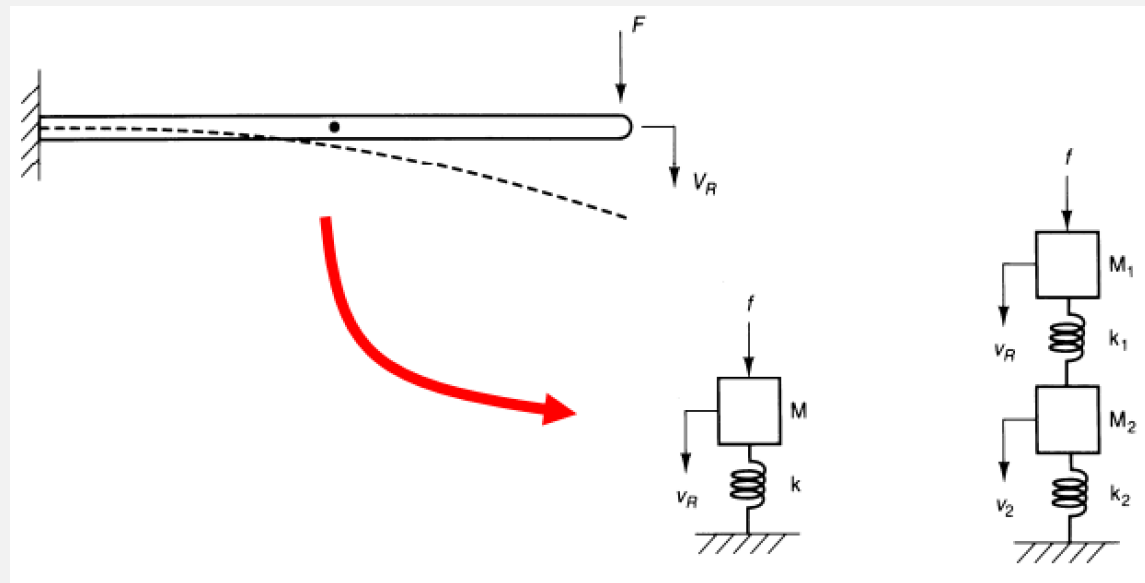


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Lý tưởng hóa các phần tử vật lý

- *Nguyên tắc tập trung hóa:* các ảnh hưởng vật lý thực luôn phân bố trong một miền hay không gian nhất định (dù nhỏ). Các ảnh hưởng phân bố này có thể lý tưởng hóa bằng cách mô hình hóa tập trung.

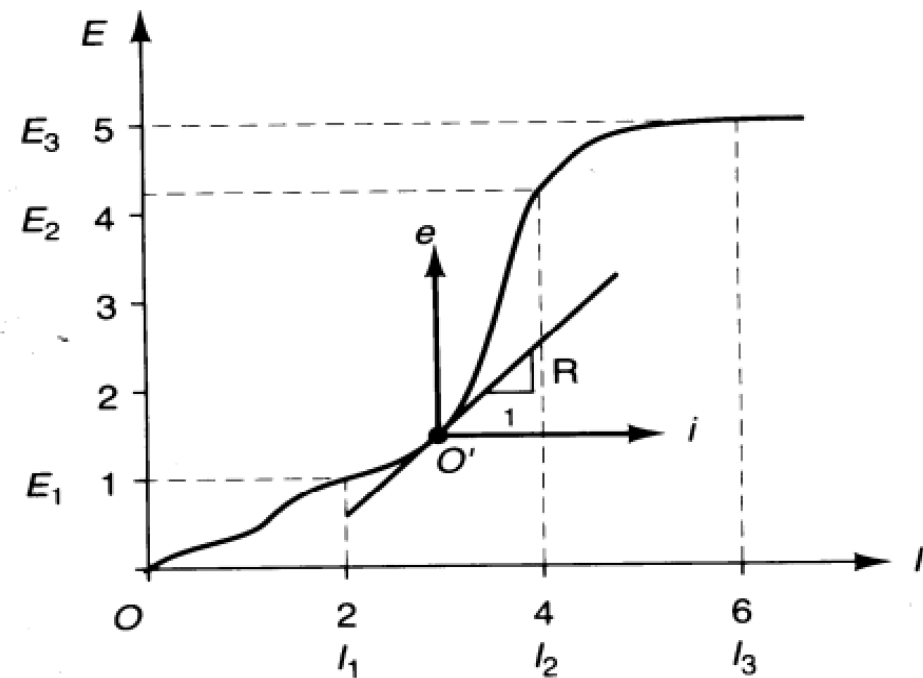


Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Lý tưởng hóa các phần tử vật lý

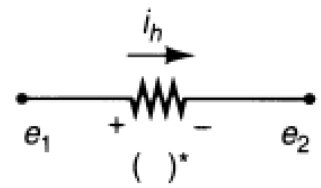
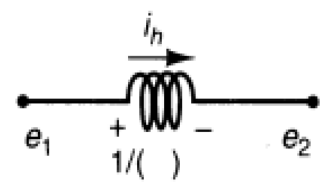
- *Nguyên tắc tuyến tính hóa:* các tất cả các hệ thống thực đều là hệ thống phi tuyến. Suy ra, lý tưởng hóa bằng cách tuyến tính hóa.



Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

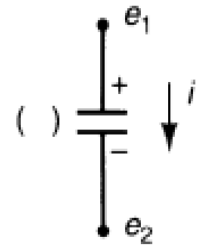
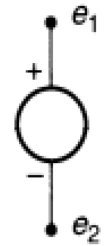

✓ **Sự tương đồng của các quan hệ vật lý**

Fundamental Element		Analogy
Electrical Resistor	$e_{12} = (R)i$	 $e_{12} = (\quad)^* i$
Structural Translational Damper	$v_{12} = (1/b)f$	
Structural Rotational Damper	$r_{12} = (1/B)q$	
Fluid Friction	$p_{12} = (R_f)z$	
Thermal Resistor	$\theta_{12} = (R_T)h$	
Electrical Inductor	$i = (1/L)\int e_{12} dt$	 $i = (\quad) \int e_{12} dt$
Structural Translational Spring	$f = (k)\int v_{12} dt$	
Structural Rotational Spring	$q = (K)\int n_{12} dt$	
Fluid Inertance	$z = (1/I_f)\int e_{12} dt$	

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ **Sự tương đồng của các quan hệ vật lý**

Electrical Capacitor	$i = (C) de_{12}/dt$	 $i = () \frac{de_{12}}{dt}$
Structural Mass	$f = (M) dv_{IR}/dt$	
Structural Inertia	$q = (J) dn_{IR}/dt$	
Fluid Capacitor	$z = (C_f) dp_{IR}/dt$	
Thermal Capacitor	$h = (C_T) d\theta_{IR}/dt$	
Voltage Source		
Translational Speed Source		
Rotational Speed Source		
Fluid Pressure Source		
Temperature Source		
		Current Source
		Force Source
		Torque Source
		Fluid Flowrate Source
		Heat Flowrate Source

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Sự tương đồng của các quan hệ vật lý

- Giữa hệ điện và hệ cơ có hai cách tương đồng
- 1. Tương đồng *lực – điện áp*
- 2. Tương đồng *lực – cường độ dòng điện*

Tương đồng lực – điện áp		Tương đồng lực – cường độ d.điện	
Hệ cơ	Hệ điện	Hệ cơ	Hệ điện
Lực f	Điện áp u	Lực f	Dòng điện i
Khối lượng M	Điện cảm L	Khối lượng M	Điện dung C
Hệ số ma sát b	Điện trở R	Hệ số ma sát b	$1/\text{Điện trở}, 1/R$
Độ cứng lò xo k	$1/\text{Điện dung}, 1/C$	Độ cứng lò xo k	$1/\text{Điện cảm}, 1/L$
Dịch chuyển x	Điện lượng q	Dịch chuyển x	Từ thông ψ
Vận tốc v	Dòng điện i	Vận tốc v	Điện áp u

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống điện

Các biến cơ bản			
1	Điện lượng	q	C
2	Điện thế	u	V
3	Điện dung	i	A

Các phần tử cơ bản			
Điện trở	$R = \frac{u}{i}$		$R = \frac{\rho l}{S}$
Điện dung	$C = \frac{q}{u}$	$Ru = \frac{1}{C} \int i dt$	$C = \frac{\epsilon S}{d}$
Điện cảm	$u = L \frac{di}{dt}$		$CL = \frac{\mu \pi r^2 N}{b}$

➤ Phân tích vật lý:

✓ **Phân tích vật lý hệ thống điện**

- *Các loại nguồn:* **Nguồn áp lý tưởng** và **Nguồn dòng lý tưởng**.
- *Phương trình cân bằng điện:* **Định luật Kirchhoff về dòng** và **Định luật Kirchhoff về áp**.
- *Phương pháp giải tích mạch điện:* **Phương pháp thế đỉnh** và **Phương pháp dòng vòng**.

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống điện

- Các biến cơ bản (chuyển động thẳng)

Các biến cơ bản (chuyển động thẳng)			
1	Khoảng cách (lượng)	x	m
2	Lực (thế)	f	N
3	Tốc độ (cường độ dòng)	v	m/sec

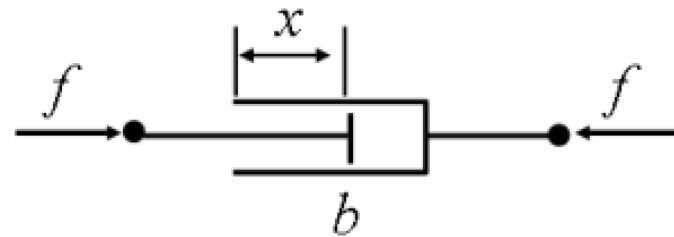
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống điện

- Các phần tử cơ bản: **Trở** và **Dung** và **Cảm** (quán tính).

TRỞ



b : hệ số ma sát nhớt
 f : lực (thế)
 x : dịch chuyển (lượng)

$$R_m = b = \frac{f}{v}$$

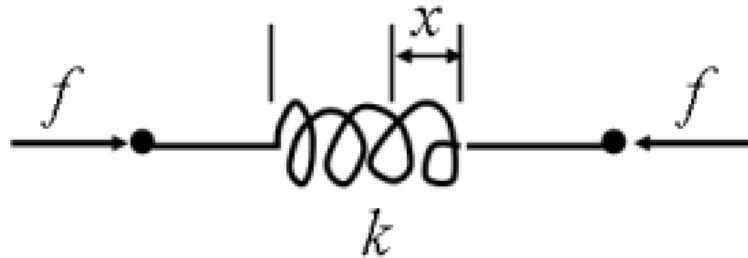
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống điện

- Các phần tử cơ bản: **Trở** và **Dung** và **Cảm** (quán tính).

DUNG



k : độ cứng lò xo
 f : lực (thế)
 x : dịch chuyển (lượng)

$$C_m = \frac{1}{k} = \frac{x}{f} \text{ trong đó } f = kx = \frac{1}{C_m} \int v dt$$

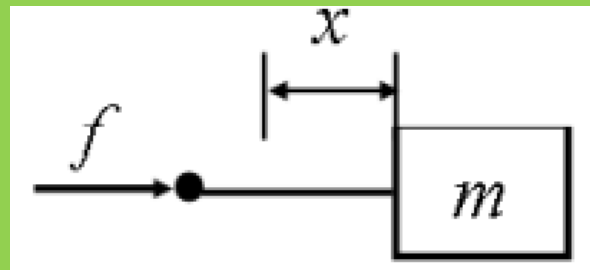
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống điện

- Các phần tử cơ bản: **Trở** và **Dung** và **Cảm** (quán tính).

CẢM




m : khối lượng
 f : lực (thế)
 x : dịch chuyển (lượng)

$$f = m \frac{dv}{dt}$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống cơ

Chuyển động thẳng		Chuyển động quay
Lực		Moment
Khoảng cách		Góc quay
Vận tốc		Vận tốc góc
Gia tốc		Gia tốc góc
Quán tính		Moment quán tính

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ **Phân tích vật lý hệ thống cơ**

- *Phương trình cân bằng cơ*

Phương trình cân bằng lực, định luật Newton.

$$\text{Phương trình Euler – Lagrange: } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial P}{\partial \dot{q}} = \tau$$

Trong đó $L = T - U$

U : thế năng

T : động năng

P : năng lượng tiêu hao

q : tọa độ tổng quát


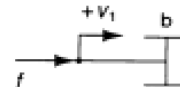
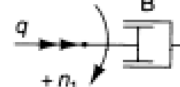
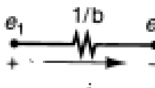
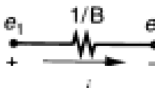
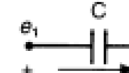
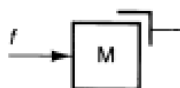
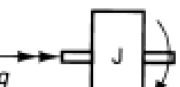


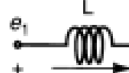
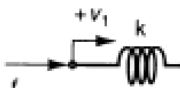
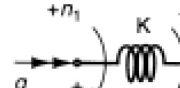
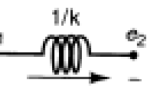
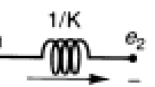
τ : ngoại lực

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống cơ

- Sự tương đồng giữa hệ thống điện và hệ thống cơ

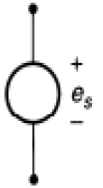
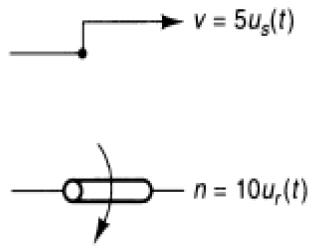
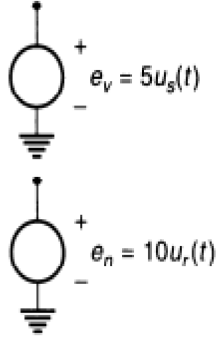

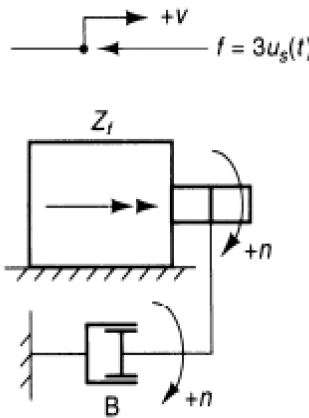
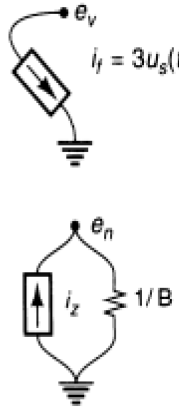
Electrical	Structural	Analogy
Dissipative  $e_{12} = Ri$	 $v_{12} = \frac{1}{b}f$  $n_{12} = \frac{1}{B}q$	 $e \sim v$ $i \sim f$ $e_{12} = \frac{1}{b}i$  $e \sim n$ $i \sim q$ $e_{12} = \frac{1}{B}i$
Stores "e"  $i = C \frac{de}{dt}$	 $f = M \frac{dv_{12}}{dt}$  $q = J \frac{dn_{12}}{dt}$	 $e \sim v$ $i \sim f$ $i = M \frac{de}{dt}$  $e \sim n$ $i \sim q$ $i = J \frac{de}{dt}$
Stores "i"  $i = \frac{1}{L} \int e_{12} dt$	 $f = k \int v_{12} dt$  $q = K \int n_{12} dt$	 $e \sim v$ $i \sim f$ $i = k \int e_{12} dt$  $e \sim n$ $i \sim q$ $i = K \int e_{12} dt$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ **Phân tích vật lý hệ thống cơ**

- *Sự tương đồng giữa hệ thống điện và hệ thống cơ*

Electrical	Structural	Analogy
<p>"e" type</p> 		
<p>"i" type</p> 		

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống nhiệt

▪ Các biến cơ bản:

Các biến cơ bản (chuyển động thẳng)			
1	Nhiệt năng (lượng)	Q	J
2	Nhiệt độ (thể)	θ	Độ Celsius
3	Dòng nhiệt	H	J/sec

$$H = \frac{dQ}{dt}$$

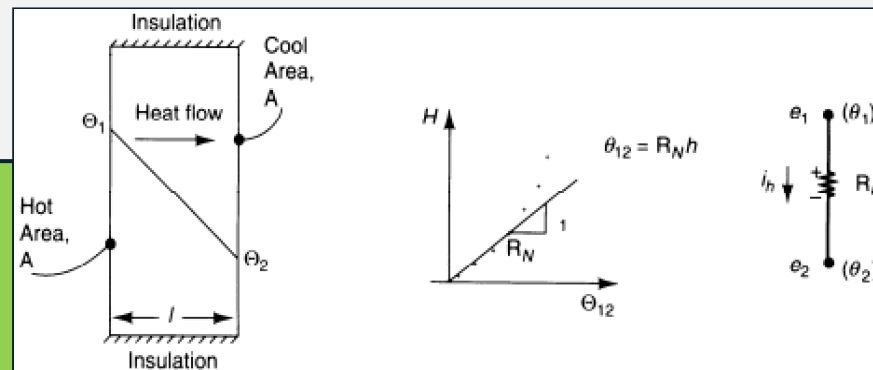
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống nhiệt

- Các phần tử cơ bản: *Nhiệt trở*, *Nhiệt dung* và *Nhiệt cảm*

**NHIỆT
TRỞ**



k_c : hệ số dẫn nhiệt
 l : chiều dài
 S : tiết diện ngang

$$R_T = \frac{1}{k_c S}; R_T = \frac{\theta}{H}$$

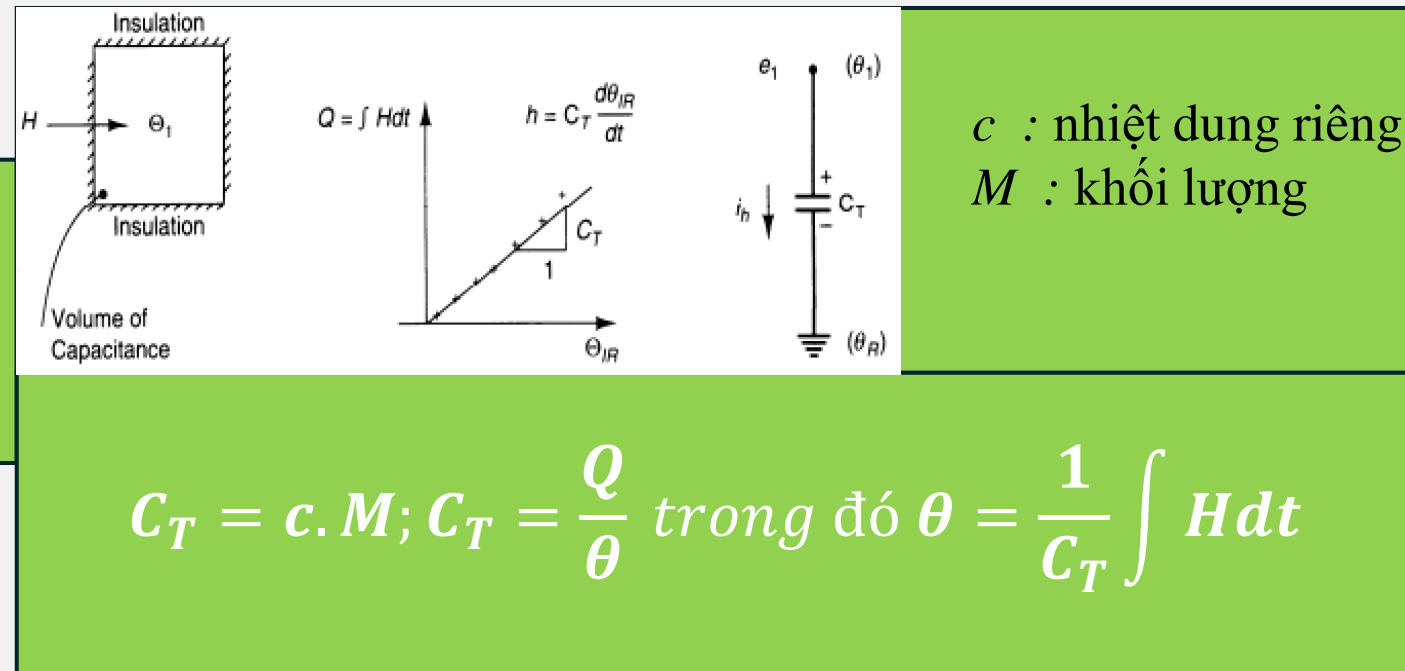
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống nhiệt

- Các phần tử cơ bản: *Nhiệt trở*, *Nhiệt dung* và *Nhiệt cảm*

**NHIỆT
DUNG**



➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống nhiệt

- Các phần tử cơ bản: *Nhiệt trở*, *Nhiệt dung* và *Nhiệt cảm*

NHIỆT CẢM	$\theta = I_T \frac{dH}{dt}$
--------------	------------------------------

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống lưu chất

▪ Các biến cơ bản:

Các biến cơ bản			
1	Thể tích (lượng)	p	N/m ²
2	Áp suất (thể)	V	m ³
3	Lưu lượng	z	m ³ /sec

$$z = \frac{dV}{dt}$$

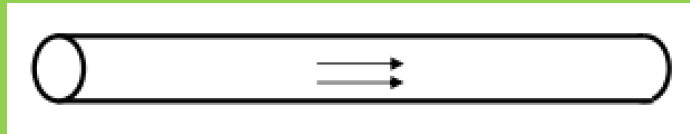
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống lưu chất

- Các phần tử cơ bản: Lưu trở (lưu trở đường ống và lưu trở van), Lưu dung và Quán tính

LƯU TRỞ
(lưu trở
đường ống)



μ : hệ số nhớt của lưu chất
 l : chiều dài đường ống
 d : đường kính đường ống
 ($l > 20d$)

$$R_L = \frac{128\mu l}{\pi d^2}; R_L = \frac{p}{z}$$

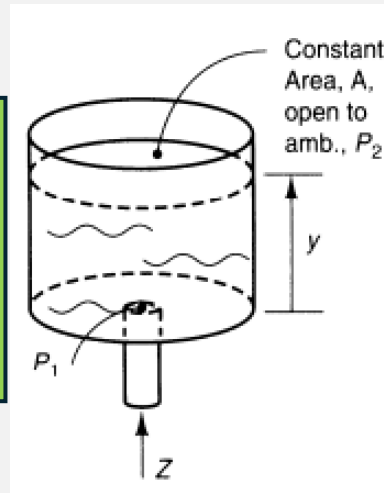
Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

✓ Phân tích vật lý hệ thống lưu chất

- Các phần tử cơ bản: Lưu trở (lưu trở đường ống và lưu trở van), Lưu dung và Quán tính

LƯU
DUNG



ρ : khối lượng riêng lưu chất
 A : tiết diện ngang
 g : gia tốc trọng trường

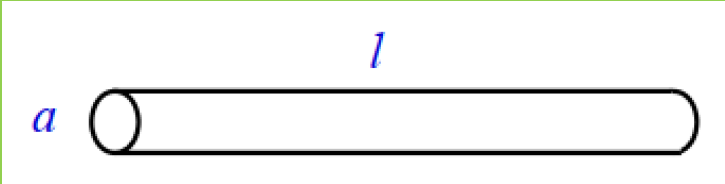
$$C_F = \frac{A}{\rho g}; C_F = \frac{V}{p}; p = \frac{1}{C_L} \int z dt$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích vật lý:

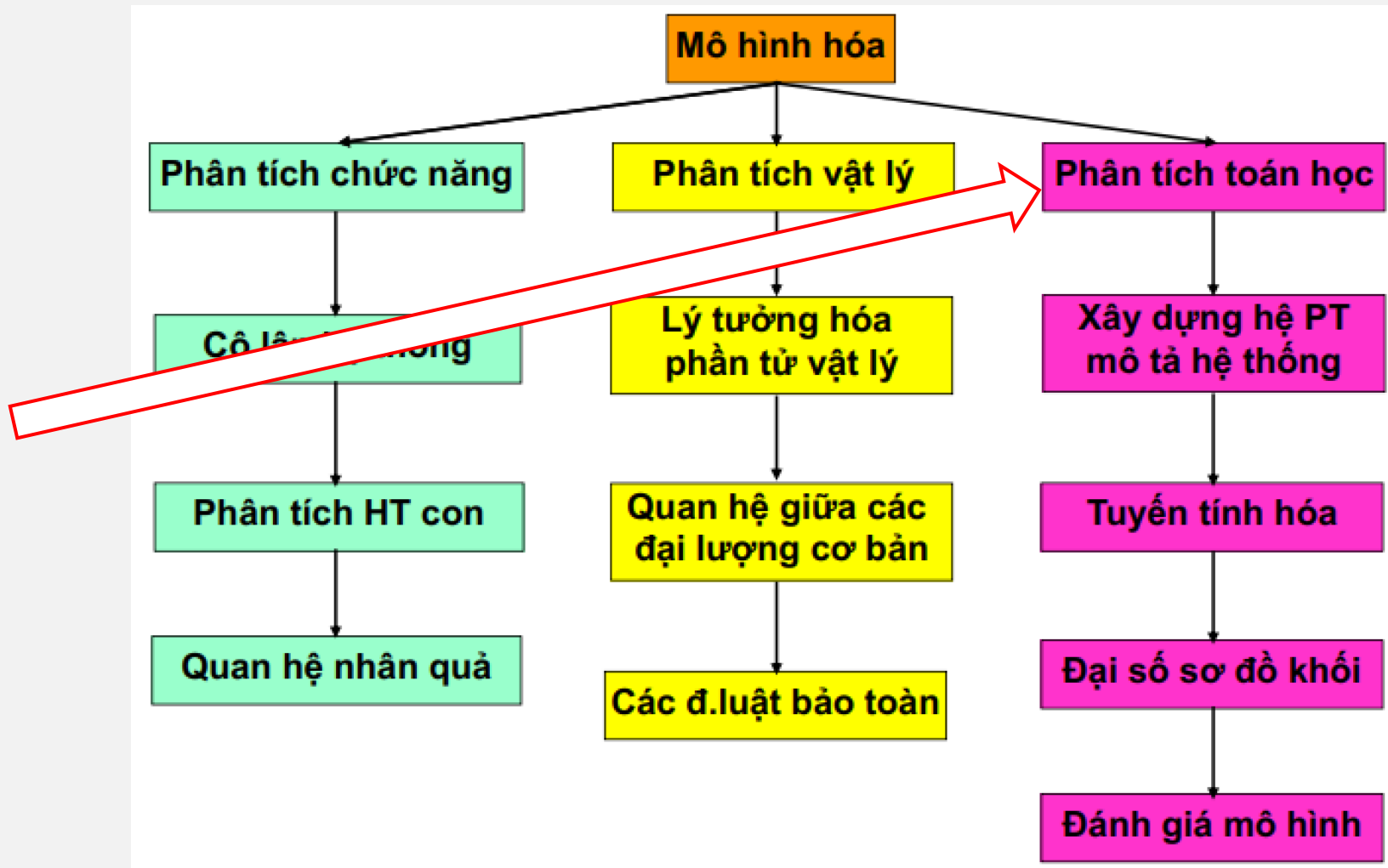
✓ Phân tích vật lý hệ thống lưu chất

- Các phần tử cơ bản: Lưu trở (lưu trở đường ống và lưu trở van), Lưu dung và Quán tính

QUÁN TÍNH (I_L)	 <p> ρ : hệ số nhớt của lưu chất l : chiều dài đường ống a : tiết diện ngang ống dẫn </p>
	$p = I_L \frac{dz}{dt}; I_L = \frac{\rho l}{a}$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

➤ Phân tích toán học:



➤ Phân tích toán học:

- ✓ Kết hợp tất cả các hệ phương trình mô tả đặc tính động của các bộ phận chức năng để được hệ phương trình mô tả hệ thống.
- ✓ Tuyến tính hóa quan hệ phi tuyến để được mô tả toán học tuyến tính.
- ✓ Đại số sơ đồ khối – Phương pháp sơ đồ dòng tín hiệu và công thức Mason để tìm hàm truyền tương đương của hệ thống tuyến tính.
- ✓ Đánh giá sự phù hợp của mô hình.
- ✓ Dùng mô hình để dự báo đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu vào cho trước.

➤ Phân tích toán học:

MÔ HÌNH TUYẾN TÍNH HÓA HỆ PHI TUYẾN

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Điểm dừng của hệ phi tuyến

- Xét hệ thống phi tuyến bậc n có p ngõ vào, q ngõ ra mô tả bởi PTTT phi tuyến:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases}$$

- Điểm trạng thái \bar{x} được gọi là điểm dừng của hệ phi tuyến nếu như hệ đang ở trạng thái \bar{x} và với tác động điều khiển \bar{u} cố định, không đổi cho trước thì hệ sẽ nằm nguyên tại trạng thái đó.
- Nếu (\bar{x}, \bar{u}) là điểm dừng của hệ phi tuyến thì:

$$f(x(t), u(t))|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} = 0$$

- **Điểm dừng** còn được gọi là **điểm làm việc tĩnh** của hệ thống phi tuyến. Xem ví dụ sau.

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Điểm dừng của hệ phi tuyến

- Cho hệ thống phi tuyến được mô tả bởi PTTT sau: $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \cdot x_2(t) + u \\ x_1(t) + 2x_2(t) \end{bmatrix}$. Xác định điểm dừng của hệ thống khi $u(t) = \bar{u} = 1$.

GIẢI:

Điểm dừng là nghiệm của phương trình: $f(x(t), u(t))|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 + 1 = 0 \\ \bar{x}_1 + 2\bar{x}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \bar{x}_1 = \pm\sqrt{2} \\ \bar{x}_2 = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Tuyến tính hóa hệ phi tuyến xung quanh điểm làm việc tĩnh

- Xét hệ thống phi tuyến bậc n có p ngõ vào, q ngõ ra mô tả bởi PTTT phi tuyến:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases}$$

- Khai triển Taylor $f(x, u)$ và $h(x, u)$ xung quanh điểm làm việc tĩnh (\bar{x}, \bar{u}) ta có thể mô tả hệ thống bằng PTTT tuyến tính:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + B\tilde{u}(t) \\ \tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t) + D\tilde{u}(t) \end{cases} \quad \star$$

Trong đó

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \bar{x}$$

$$\tilde{u}(t) = u(t) - \bar{u}$$

$$\tilde{y}(t) = y(t) - \bar{y}, \bar{y} = h(\bar{x}, \bar{u})$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Ma trận trạng thái của hệ tuyến tính hóa

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{(\bar{x}, \bar{u})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

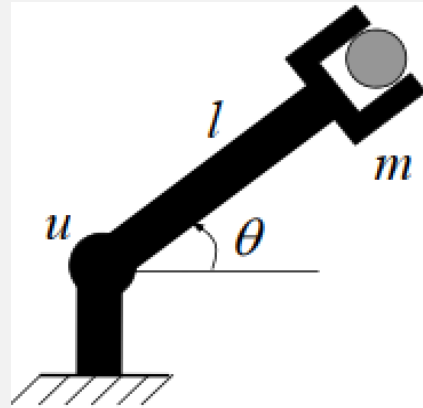
$$B = \frac{\partial f}{\partial u} \bigg|_{(\bar{x}, \bar{u})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_p} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_p} \end{bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

$$C = \frac{\partial h}{\partial x} \bigg|_{(\bar{x}, \bar{u})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_q}{\partial x_1} & \frac{\partial h_q}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_q}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

$$D = \frac{\partial h}{\partial u} \bigg|_{(\bar{x}, \bar{u})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial u_1} & \frac{\partial h_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial u_p} \\ \frac{\partial h_2}{\partial u_1} & \frac{\partial h_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial u_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_q}{\partial u_1} & \frac{\partial h_q}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_q}{\partial u_p} \end{bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Ví dụ tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến



Thông số cánh tay máy :

$$l = 0.5m, \quad l_c = 0.2m, m = 0.1kg$$

$$M = 0.5kg, J = 0.02kg.m^2$$

$$B = 0.005, \quad g = 9.81m/sec^2$$

★ PTTT:
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), u(t)) \\ y(t) = h(\mathbf{x}(t), u(t)) \end{cases}$$

trong đó:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, u) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{(ml + Ml_c)g}{(J + ml^2)} \cos x_1(t) - \frac{B}{(J + ml^2)} x_2(t) + \frac{1}{(J + ml^2)} u(t) \end{bmatrix}$$

$$h(\mathbf{x}(t), u(t)) = x_1(t)$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Ví dụ tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến

Tuyến tính hóa hệ tay máy quanh điểm làm việc $y = \pi/6$ (rad):

★ Xác định điểm làm việc tĩnh:

$$\bar{x}_1 = \pi/6$$

$$f(\bar{x}, \bar{u}) = \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\frac{(ml + Ml_C)g}{(J + ml^2)} \cos \bar{x}_1 - \frac{B}{(J + ml^2)} \bar{x}_2 + \frac{1}{(J + ml^2)} \bar{u} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x}_2 = 0 \\ \bar{u} = 1.2744 \end{cases}$$

Do đó điểm làm việc tĩnh cần xác định là:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{u} = 1.2744$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Ví dụ tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến

★ Xác định các ma trận trạng thái tại điểm làm việc tĩnh:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = 0$$

$$a_{12} = \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = 1$$

$$a_{21} = \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = \left. \frac{(ml + Ml_C)}{(J + ml^2)} \sin x_1(t) \right|_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

$$a_{22} = \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = - \left. \frac{B}{(J + ml^2)} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})}$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Ví dụ tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến

★ Xác định các ma trận trạng thái tại điểm làm việc tĩnh:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \left. \frac{\partial f_1}{\partial u} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = 0$$

$$b_2 = \left. \frac{\partial f_2}{\partial u} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = \frac{1}{J + ml^2}$$

Các bước giải bài toán mô hình hóa

✓ Ví dụ tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến

★ Xác định các ma trận trạng thái tại điểm làm việc tĩnh:

$$\mathbf{C} = [c_1 \quad c_2]$$

$$c_1 = \left. \frac{\partial h}{\partial x_1} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = 1$$

$$c_2 = \left. \frac{\partial h}{\partial x_2} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = 0$$

$$\mathbf{D} = d_1$$

$$d_1 = \left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{(\bar{x}, \bar{u})} = 0$$

★ Vậy phương trình trạng thái cần tìm là:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tilde{u}(t) \\ \tilde{y}(t) = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\tilde{u}(t) \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0] \quad \mathbf{D} = 0$$

Câu hỏi?

The only stupid question is the one that was not asked. (Câu hỏi ngu ngốc duy nhất là câu hỏi không được hỏi.)