



# Nhóm 3

Thành Viên Nhóm:

Nguyễn Trương Tuấn Anh

Nguyễn Đăng Lâm

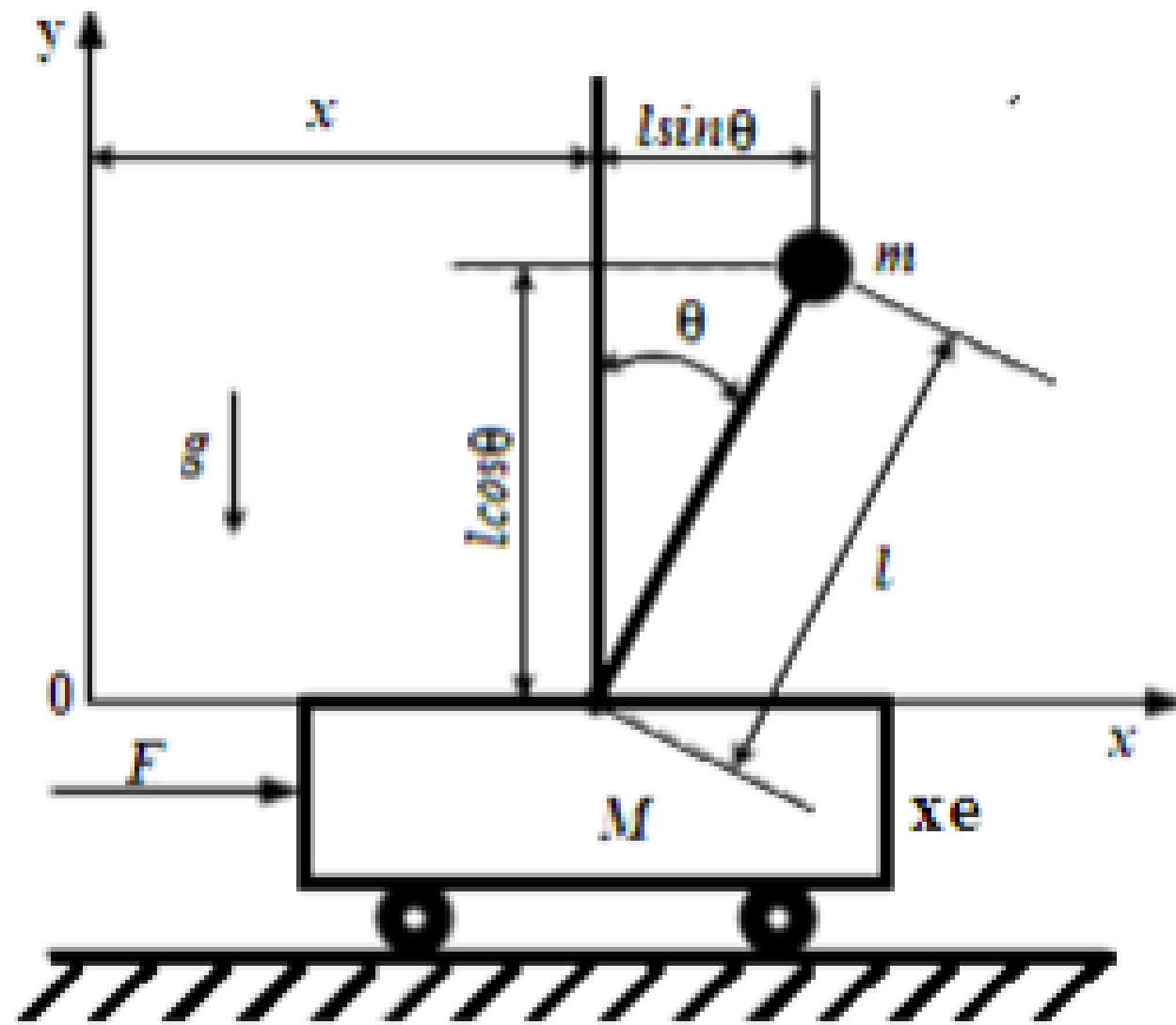
Lê Đức Mạnh

# THE INVERTED PENDULUM

-MECHANICAL VIBRATIONS-

- # Mục lục

# Cấu Trúc Con Lắc Ngược



Trong đó:

$M$ : Khối lượng xe (kg)

$m$ : Khối lượng con lắc (kg)

$l$ : Chiều dài con lắc (m)

$F$ : Lực tác động vào xe (N)

$g$ : gia tốc trọng trường ( $m/s^2$ )

$x$ : vị trí xe con lắc (m)

$\theta$ : góc lệch giữa con lắc và phương thẳng đứng (rad)

# Mô Tả Toán Học Hệ Con Lắc Ngược

-Thành lập phương trình toán học cho hệ con lắc ngược

→ Theo phương trình Euler-Lagrange

Động năng của hệ thống:

$$T = T_p + T_c = \frac{1}{2}(M + m)\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$$

Thế năng của hệ thống chính là thế năng vật nặng đầu con lắc:

$$U = mgl\cos\theta$$

Toán tử Lagrangian:

$$L = T - U = \frac{1}{2}(M + m)\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta$$

Phương trình Euler – Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

→ Theo phương trình : Sau khi đạo hàm

$$\ddot{x} = \frac{u + ml(\sin\theta)\dot{\theta}^2 - mg\cos\theta\sin\theta}{M + m - m(\cos\theta)^2}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{u\cos\theta - (M + m)g\sin\theta + ml(\cos\theta\sin\theta)\dot{\theta}^2}{ml(\cos\theta)^2 - (M + m)l}$$

→ Tiếp Theo Tuyến Tính Hoá Về Dạng Chuẩn

$$\frac{d}{dt}x = f(x, u, t) = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta, x_2 = \dot{\theta} \\ x_3 &= x, x_4 = \dot{x} \end{aligned}$$

# Mô Tả Toán Học Hệ Con Lắc Ngược

→ Tính Bộ Điều Khiển: LQR

Ta sẽ tiến hành chọn các thông số Q R như sau

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$R = 1$$

Tín hiệu điều khiển tối ưu LQR

$$\dot{u}(t) = -K\hat{x}(t)$$

Với độ lợi hồi tiếp trạng thái

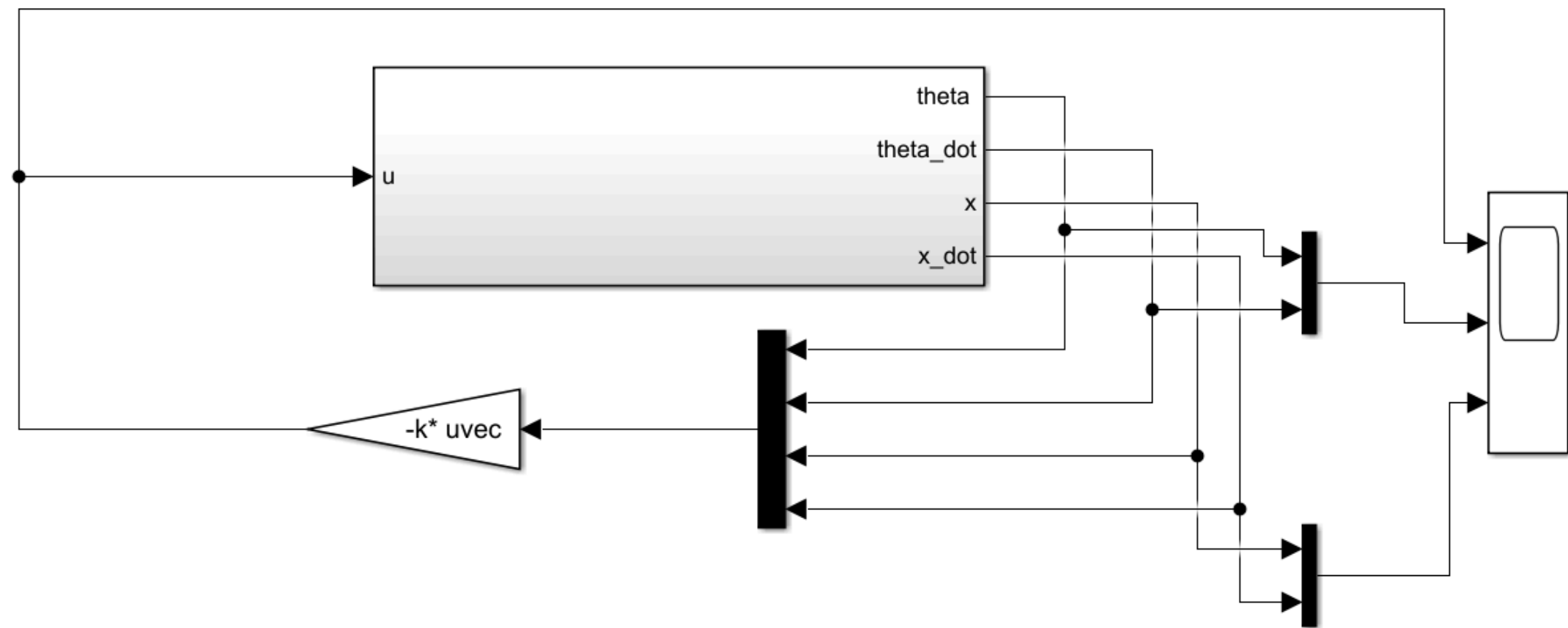
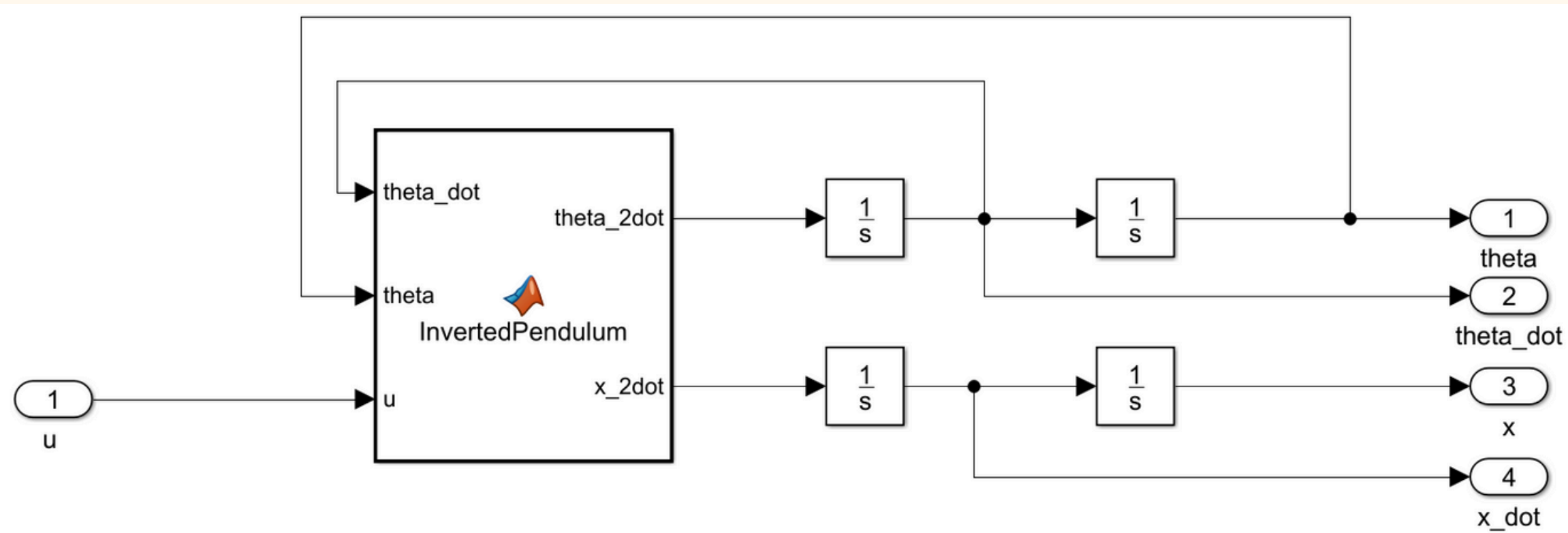
$$K = R^{-1}B^T P$$

Trong đó P là nghiệm bán xác định dương của phương trình đại số Ricatta

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0$$

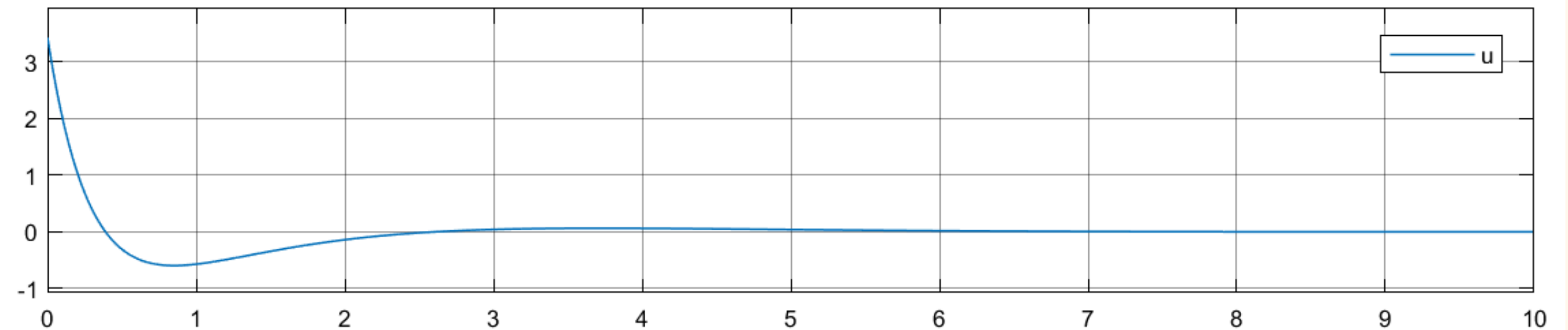
$$P = \begin{bmatrix} 769.1196 & 243.9052 & 221.0906 & 173.7696 \\ 243.9052 & 77.5354 & 70.5670 & 55.4263 \\ 221.0906 & 70.5670 & 110.5142 & 60.5670 \\ 173.7696 & 55.4263 & 60.5670 & 44.3749 \end{bmatrix}$$
$$K = [-70.1356 \quad -22.1091 \quad -10.0000 \quad -11.0514]$$

# Mô Phỏng Matlab Hệ Con Lắc Ngược

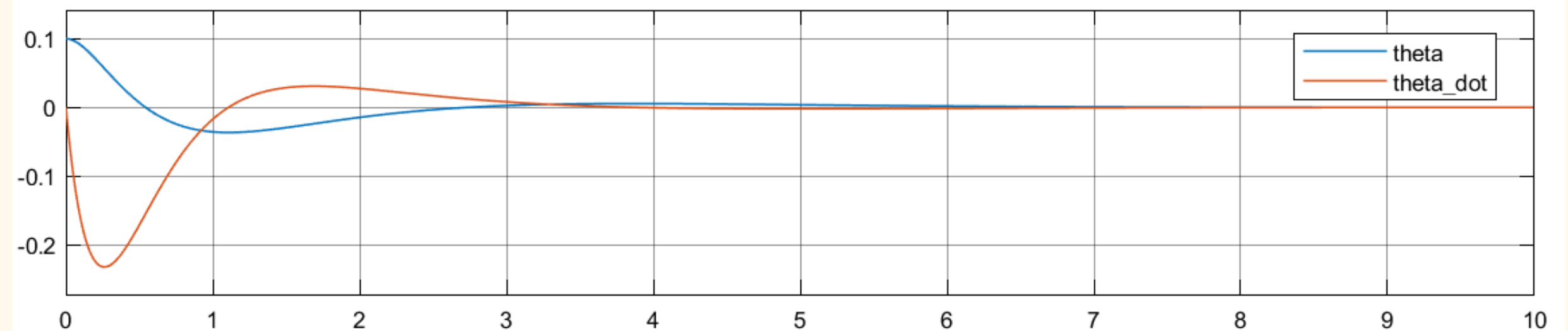


# Kết Quả Mô Phỏng

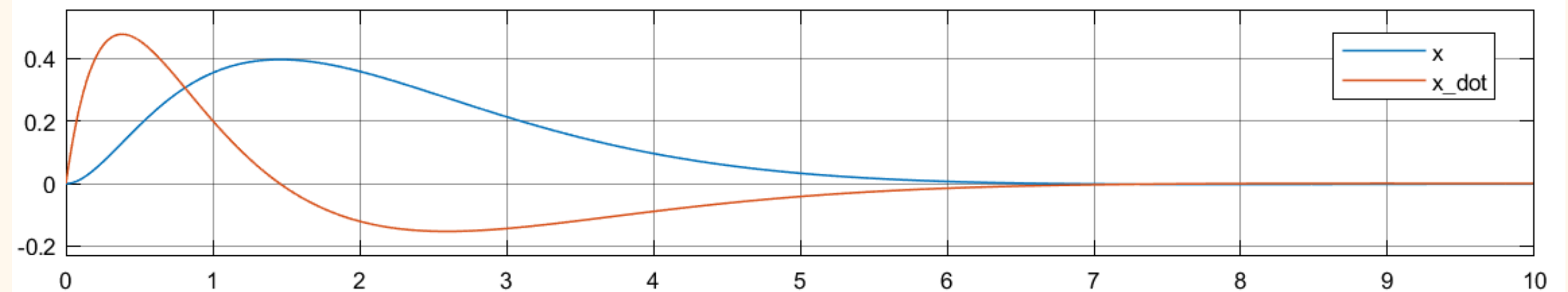
Đồ thị lực tác dụng vào hệ thống trong trường hợp 1

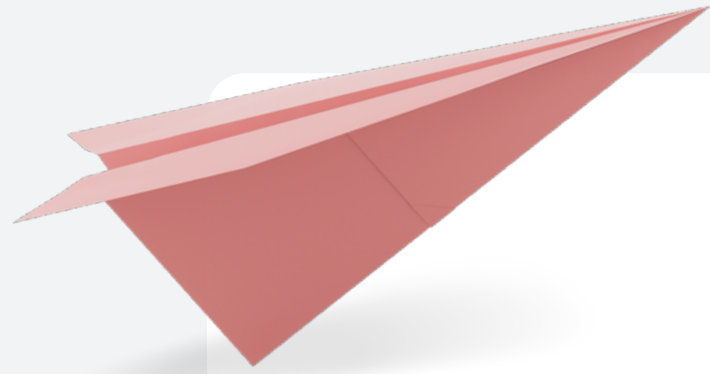


Biểu đồ góc quay vận tốc góc hệ thống trong trường hợp 1



Đồ thị vị trí và vận tốc của hệ thống trong trường hợp 1





# Bạn có câu hỏi nào không?

Hãy gửi cho chúng tôi! Hy vọng bạn đã học được  
thêm điều mới mẻ.

