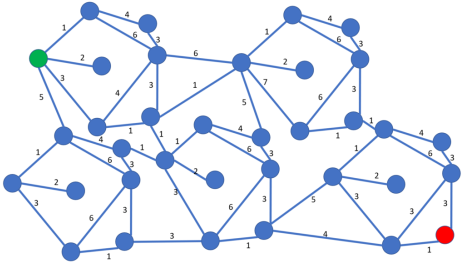
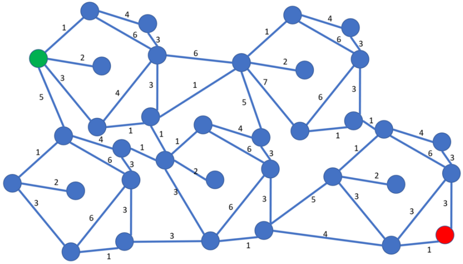
1. Tìm đường đi ngắn nhất giữa hai đỉnh trên đồ thị
2. Tìm đường đi dài nhất giữa hai đỉnh trên đồ thị
3. Bài toán người du lịch bán hàng TSP
4. Bài toán tập độc lập cực đại trên đồ thị
5. Bài toán ghép cặp trên đồ thị
6. Bài toán lập kế hoạch sản xuất
7. Bài toán luồng cực đại trên mạng

Yêu cầu: Mô hình hoá bài toán và lập trình tìm lời giải tối ưu.



Input: Đồ thị vô hướng $G = (V, E)$, mỗi cạnh $e \in E$ có trọng số $w(e) \in \mathbb{R}$; hai đỉnh $u, v \in V$.

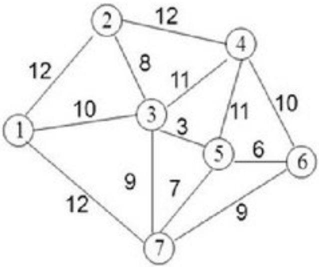
Output: Đường đi đơn $p = (u, \ldots, v)$ có tổng trọng số nhỏ nhất



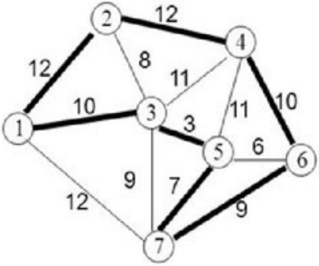
Input: Đồ thị vô hướng $G = (V, E)$, mỗi cạnh $e \in E$ có trọng số $w(e) \in \mathbb{R}$; hai đỉnh $u, v \in V$.

Output: Đường đi đơn $p = (u, \ldots, v)$ có tổng trọng số lớn nhất

Bài toán người du lịch bán hàng



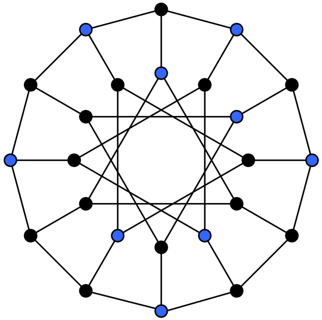
a)



b)

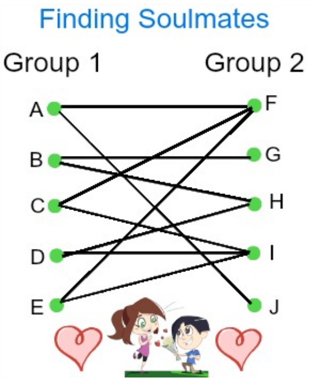
Input: Đồ thị vô hướng $G = (V, E)$, mỗi cạnh $e \in E$ có trọng số $w(e) \in \mathbb{R}_+$.

Output: Đường đi đơn khép kín $p = (u_1, u_2, \ldots, u_k, u_{k+1} = u_1)$ có tổng trọng số nhỏ nhất



Input: Đồ thị vô hướng $G = (V, E)$, mỗi cạnh $e \in E$ có trọng số $w(e) \in \mathbb{R}_+$.

Output: Tập đỉnh độc lập $V' \subseteq V$ có tổng trọng số lớn nhất



Input: Đồ thị hai phần $G = (V_1 \cup V_2, E)$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, mỗi cạnh $e \in E$ có trọng số $w(e) \in \mathbb{R}$.

Output: Ghép cặp có tổng trọng số lớn nhất

Có n công việc cần xử lý trên m máy khác nhau. Biết thời gian xử lý công việc thứ i trên máy thứ j cần p_{ij} đơn vị thời gian; và mỗi một máy chỉ có thể xử lý được một công việc tại một thời điểm. Tìm cách phân chia công việc cho các máy xử lý sao cho thời gian xử lý hết các công việc là nhỏ nhất có thể. mạng

Mạng (network)

Mạng là một đồ thị có hướng $G = (V, E)$, có trọng số trong đó gồm:

- Một đỉnh s không có cung đi vào, được gọi là đỉnh phát (source)
- Một đỉnh t không có cung đi ra, được gọi là đỉnh thu (sink)
- Mỗi cạnh $e = (u, v) \in E$ được gán một số nguyên không âm $w(e)$

Luồng trên mạng

Ta gọi luồng f trong mạng là ánh xạ $f : E \rightarrow \mathbb{R}_+$ thoả mãn các điều kiện sau:

Điều kiện thông qua : Luồng trên mỗi cung $e \in E$ không vượt quá khả năng thông qua của nó: $0 \leq f(e) \leq w(e)$

Điều kiện cân bằng : tại mỗi đỉnh $v \neq s, t$, tổng luồng trên các cung vào đỉnh v bằng tổng luồng trên các cung đi ra khỏi đỉnh v