ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HÔ CHÍ MINH TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN KHOA HỌC MÁY TÍNH



KHAI THÁC DỮ LIỆU VÀ ỨNG DỤNG - CS313.N22

Bài tập 3: Sử dụng ngôn ngữ Python triển khai bài toán Khai Thác Tập Phổ Biến Và Luật Kết Hợp với các thuật toán cơ bản

Nhóm 3:

Bùi Nguyễn Anh Trung (NT)	20520332
Hồ Thanh Tịnh	20520813
Nguyễn Trần Minh Anh	20520394
Lê Nguyễn Bảo Hân	20520174
Nguyễn Văn Đức Ngọc	20521666





Nội dung

1. Các thuật toán khai thác tập phổ biến	3
1.1. Thuật toán Apriori	3
1.1.1. Nội dung thuật toán	3
1.1.2. Các bước thực hiện	4
1.1.3. Mã giả	4
1.1.4. Ví dụ minh họa	6
1.1.5. Áp dụng Apriori khai thác luật kết hợp bằng Python	9
1.2. Thuật toán AprioriTID	
1.2.1. Nội dung thuật toán	11
1.2.2. Các bước thực hiện	12
1.2.3. Mã giả	12
1.2.4. Ví dụ minh họa	13
1.2.5. Cấu trúc lưu trữ	16
1.2.6. Nhận xét	
1.3. Thuật toán FP-Growth	17
1.3.1. Giới thiệu thuật toán	17
1.3.2. Các bước thực hiện	18
1.3.3. Mã giả	18
1.3.4. Ví dụ minh họa	22
1.4. Thuật toán EClaT	25
1.4.1. Nội dung thuật toán	26
1.4.2. Các bước thực hiện	27
1.4.3. Mã giả	
1.4.4. Nhận xét	
1.4.5. Áp dụng EClaT khai thác luật kết hợp bằng Python	29
2. Độ đo đánh giá	33
2.1. Support	
2.2. Confidence	34
2.3. Lift	34
2.4. Conviction	34
) Tham khảo	25

Bảng phân công

Thành viên Công Việc	Bùi Nguyễn Anh Trung	Hồ Thanh Tịnh	Nguyễn Trần Minh Anh	Lê Nguyễn Bảo Hân	Nguyễn Văn Đức Ngọc
Phân công, quản lý công việc chung					
Tìm hiểu thuật toán Apriori					~
Tìm hiểu thuật toán AprioriTID				\	~ /
Tìm hiểu thuật toán FP-Growth					
Tìm hiểu thuật toán EClaT				\	
Tổng hợp nội dung và định dạng báo cáo	\	/	\	~	~
Chuẩn bị demo Thuyết trình	/	~	~	~	~
Làm slide	\	\	~	/	~

Mức độ hoàn thiện (%)	0% 100%	100%	100%	100%
-----------------------	---------	------	------	------

1. Các thuật toán khai thác tập phổ biến

Có 2 dạng khai thác tập phổ biến chính là theo chiều ngang và theo chiều dọc. Đa số các thuật toán khai thác tập phổ biến đều dựa trên cách khai thác theo chiều ngang: mỗi tập phổ biến sẽ có một mã định danh (TID) và tập phổ biến {TID: Itemset}.

Bảng 1. Khai thác theo chiều ngang

TID	List of item_IDs
T10	Coke, Slice, Kurkure
T20	Coke, Kurkure
T30	Slice, Slice

Ngược lại, cách khai thác theo chiều dọc sẽ triển khai dữ liệu theo một tập phổ biến và tập định danh của nó {Item: Tidset}

Bảng 2. Khai thác theo chiều dọc

Itemsets	TID_set
Coke	T10, T20
Slice	T10, T30
Kurkure	T10, T20
Pizza	T30

1.1. Thuật toán Apriori

1.1.1. Nội dung thuật toán

Thuật toán Apriori là gì?

Thuật toán Apriori [1] được công bố bởi R. Agrawal và R. Srikant vào năm 1994 để tìm các tập phổ biến trong một bộ dữ liệu lớn. Tên của thuật toán là Apriori vì nó sử dụng kiến thức đã có từ trước (prior) về các thuộc tính,

vật phẩm thường xuyên xuất hiện trong cơ sở dữ liệu. Để cải thiện hiệu quả của việc lọc các mục thường xuyên theo cấp độ, một thuộc tính quan trọng được sử dụng gọi là thuộc tính Apriori giúp giảm phạm vi tìm kiếm của thuật toán.

Ứng dụng của thuật toán Apriori

Thuật toán Apriori có thể nhìn vào quá khứ và đưa ra xác suất nếu một việc xảy ra kéo theo sự việc tiếp theo xảy ra. Điều này rất có ích cho các nhà kinh doanh. Ví dụ, một siêu thị muốn nghĩ cách sắp xếp các gian hàng một cách hợp lí nhất, họ có thể nhìn vào lịch sử mua hàng và sắp xếp các tập sản phẩm thường được mua cùng nhau vào một chỗ. Hoặc một trang web tin tức muốn giới thiệu cho người dùng các bài viết liên quan đến nhau nhất, cũng có thể áp dụng quy luật tương tự.

1.1.2. Các bước thực hiện

Ý tưởng: Nếu không phải là tập phổ biến thì tập bao nó cũng không phổ biến.

Phương pháp bao gồm các bước:

- **Bước 1:** Tìm tất cả các tập phổ biến 1- hạng mục.
- Bước 2: Tạo các tập ứng viên kích thước k-hạng mục C_k (k candidate itemset) từ các tập phổ biến có kích thước L_(k-1) hạng mục.
- **Bước 3:** Kiểm tra độ phổ biến của các ứng viên trên CSDL và loại các ứng viên không phổ biến.
- **Bước 4:** Dừng khi không tạo được tập phổ biến hay tập ứng viên

1.1.3. Mã giả

 $\mathbf{C_{k}}$: Tập ứng viên có kích thước là k

 $\mathbf{L_{k}}$: Tập phổ biến có kích thước là k

D: Cơ sở dữ liệu gốc

 L_1 = {Tập ứng viên có kích thước là 1}

```
for (k = 1; L_k != \emptyset; k++) do begin //Đến khi nào không tìm được tập phổ biến nữa thì dừng
```

 C_{k+1} = Tập ứng viên kích thước k+1 sinh ra từ tập phổ biến trước L_k ;

```
(C_{k+1} = apriori\_gen(L_k))

for (c \in C_{K+1})

c.count = 0;
```

for $(t \in D)$ //Quét các tập giao dịch trong D, với mỗi phần tử t trong D thì ta quét qua tất cả các phần tử c trong $C_{\text{K+1}}$ nếu là con thì tăng biến đếm của c

 $L_{k+1} = \{c \in C_{k+1} | c. count \ge minsupp\}$ //Tìm được L_k dựa trên minsup cung cấp từ đầu và các c.count tính bước trên

return U k L $_k$; //Thêm L_k vào L là tập chứa tất cả các tập phổ biến thỏa mãn

Lưu ý: Thật ra để tìm được L_{k+1} từ C_{k+1} thì có 2 bước loại bỏ là ở bước

 $C_{k+1} = apriori_gen(L_k)$: bước này ta tìm tập ứng viên C_{k+1} từ L_k , ta kết hợp các phần tử L_k lại để tìm ra các ứng viên có k +1 phần tử sau đó xem xét các tập con ứng cử viên gồm k + 1 phần tử mới được tạo ra này có trong tập phổ biến L_k hay không nếu tồn tại 1 con mà không thuộc L_k thì ta loại bỏ phần tử đó ra khỏi C_{k+1}

 $L_{k+1} = \{c \in C_{k+1} \mid c. \ count \ge minsupp\}$: bước này loại bỏ các phần tử c trong C_{k+1} dựa trên minsup cung cấp ban đầu.

1.1.4. Ví dụ minh họa

Cho tập giao dịch D với minsup=2/9 (support count=2) và mincof=70%

TID	List of Items
T100	11, 12, 15
T100	12, 14
T100	12, 13
T100	11, 12, 14
T100	I1, I3
T100	12, 13
T100	I1, I3
T100	11, 12 ,13, 15
T100	11, 12, 13

Bước 1: Tạo tập phổ biến gồm các phần tử có 1 item

Itemset	Sup.Count
{I1}	6
{I2}	7
{13}	6
{I4}	2
{15}	2

Ta tìm được C_1 như hình bên dựa trên phép đếm số lần mà các item xuất hiện trong các phần tử của tập giao dịch D (quét qua cơ sở dữ liệu D).

Itemset	Sup.Count
{I1}	6
{I2}	7
{13}	6
{14}	2
{15}	2

Tìm được L_1 dựa trên C_1 trên và thông qua việc duyệt qua các phần tử C_1 thỏa mãn minsup=2 mà đề bài ban đầu yêu cầu.

Bước 2: Tạo tập phổ biến gồm các phần tử có 2 item

Itemset	Sup.
	Count
{I1, I2}	4
{I1, I3}	4
{I1, I4}	1
{I1, I5}	2
{12, 13}	4
{12, 14}	2
{I2, I5}	2
{13, 14}	0
{13, 15}	1
{14, 15}	0

Ta sinh ra C_2 từ L_1 và duyệt qua cở sở D đếm số lần xuất hiện của các phần tử trong C_2 . Đối chiếu với minsup=2, loại bỏ các phần tử có supcount<2 từ C_2 ta được tập L_2 như bên dưới

Itemset	Sup
	Count
{I1, I2}	4
{I1, I3}	4
{I1, I5}	2
{12, 13}	4
{12, 14}	2
{12, 15}	2

Bước 3: Tạo tập phổ biến gồm các phần tử có 3 item. Tương tự bước 1, 2 ta thu được C_3 = L_3 như bên dưới

Itemset	Sup
	Count
{I1, I2, I3}	2
{I1, I2, I5}	2

Bước 4: Tạo tập phổ biến gồm các phần tử có 4 item

 C_4 lúc đầu được sinh ra từ L_3 là $\{\{I1, I2, I3, I5\}\}$ nhưng sau đó tập mục này bị lược bớt vì tập con của nó $\{\{I2, I3, I5\}\}$ không là tập phổ biến có trong L_3 .

Do đó, C4 = φ và thuật toán kết thúc.

 $L=U_k L_k$

Bước 5: Tạo tập phổ biến gồm các phần tử có 3 item

Ta có L = $\{\{I_1\}, \{I_2\}, \{I_3\}, \{I_4\}, \{I_5\}, \{I_1,I_2\}, \{I_1,I_3\}, \{I_1,I_5\}, \{I_2,I_3\}, \{I_2,I_4\}, \{I_2,I_5\}, \{I_1,I_2,I_3\}, \{I_1,I_2,I_5\}\}$

- Giả sử $I = \{I_1, I_2, I_5\}$.
- Tất cả các tập con khác rỗng của nó là $\{I_1,I_2\}$, $\{I_1,I_5\}$, $\{I_2,I_5\}$, $\{I_1\}$, $\{I_2\}$, $\{I_5\}$.
- minconf=70%

Các luật kết hợp sinh ra từ tập I được tính với độ tin cậy như dưới đây:

 $R_1: I_1 \wedge I_2 \rightarrow I_5$

- Confidence = $suppc{I_1,I_2,I_5}/suppc{I_1,I_2} = 2/4 = 50\%$
 - → R₁ bị loại do <70%

 $R_2: I_1 \wedge I_5 \rightarrow I_2$

- Confidence = $suppc{I_1,I_2,I_5}/suppc{I_1,I_5} = 2/2 = 100\%$
 - → R₂ được chọn

 $R_3: I_2 \land I_5 \rightarrow I_1$

- Confidence = $suppc{I_1,I_2,I_5}/suppc{I_2,I_5} = 2/2 = 100\%$
 - → R₃ được chọn (>70%)

 $R_4: I_1 \rightarrow I_2 \land I_5$

Confidence = suppc{I₁,I₂,I₅}/suppc{I₁} = 2/6 = 33%
 → R₄ bi loai

 $R_5: I_2 \rightarrow I_1 \wedge I_5$

Confidence = suppc{I₁,I₂,I₅}/suppc{I₂} = 2/7 = 29%
 → R₅ bị loại

 $R_6: I5 \rightarrow I1 ^ I2$

- Confidence = $suppc\{I_1,I_2,I_5\}/ suppc\{I_5\} = 2/2 = 100\%$
 - → R₆ được chọn

Như vậy ta đã tìm ra được các luật kết hợp của I (I thuộc L)

Tương tự như trên ta cũng sẽ tìm được các luật kết hợp các phần tử của L và cuối cùng ta sẽ được tất các các luật kết hợp từ tập D với *minsupp* và *minconf* ta cung cấp ban đầu.

1.1.5. Áp dụng Apriori khai thác luật kết hợp bằng Python

Mô tả tập dữ liệu

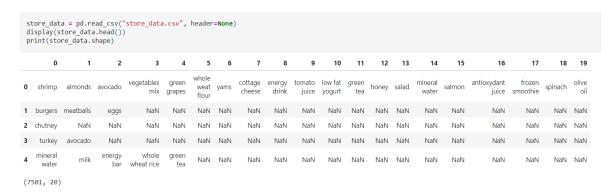
Các sản phẩm khác nhau được cung cấp 7500 giao dịch trong vòng một tuần tại một cửa hàng bán lẻ ở Pháp.

Ta dùng thư viện **apyori** để tính quy tắc kết hợp bằng Apriori.

Khai báo các thư viên sẽ dùng:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from apyori import apriori
```

Đọc dữ liệu từ file csv, ta thấy có 20 cột chính là những item và có 7501 dòng dữ liệu:



Tiền xử lí dữ liệu: chuyển dữ liệu ban đầu thành 1 list

```
records = []
for i in range(1, 7501):
    records.append([str(store_data.values[i, j]) for j in range(0, 20)])
```

Sử dụng thư viện apriori: Dùng dữ liệu đã được xử lí trên và cung cấp các tham số cho hàm: *min_support, min_confidence, min_lift, min length, min_length* để tìm ra luật kết hợp cho bộ dữ liệu đầu

- min_support (minsupp): Độ phổ biến ban đầu ta đặt ra để tìm ra các
 tập phổ biến hay còn gọi là độ phổ biến tối thiểu
- min_confidence (min_conf): Độ phổ biến ban đầu ta đặt ra để tìm ra các luật kết hợp từ các tập phổ biến thông qua thuật toán apriori hay còn gọi là độ tin cậy tối thiểu
- min length, min_length: giới hạn nhỏ nhất ,lón nhất của độ lớn của tập phổ biến sinh ra luật kết hợp ta cần tìm
- min_lift: Sau khi tìm ra các luật kết hợp ta sử dùng giá trị này để tìm ra các luật kết hợp có giá trị. Lift(a,b)=supp(a,b)/(supp(a)*supp(b))

Ta tính được các luật kết hợp thông qua hàm apriori ở thư viện đã khai báo:

```
association_rules = apriori(records, min_support=0.0045, min_confidence=0.2, min_lift=3, min_length=2) association_results = list(association_rules)
```

In ra các tập phổ biển cần tìm:

```
for i in range(0, len(association_results)):
    print(association_results[i][0])

frozenset(('light cream', 'chicken'))
frozenset(('escalope', 'mushroom cream sauce'))
frozenset(('lecsalope', 'pasta'))
frozenset(('lemb & pepper', 'ground beef'))
frozenset(('lomb os auce', 'ground beef'))
frozenset(('lomb os auce', 'ground beef'))
frozenset(('shrimp', 'pasta'))
frozenset(('shrimp', 'pasta'))
frozenset(('shrimp', 'nocolate', 'frozen vegetables'))
frozenset(('cooking oil', 'spaghetti', 'ground beef'))
frozenset(('cooking oil', 'spaghetti', 'ground beef'))
frozenset(('scalope', 'mushroom cream sauce', 'nan'))
frozenset(('spaghetti', 'ground beef', 'frozen vegetables'))
frozenset(('shrimp', 'mineral water', 'frozen vegetables'))
frozenset(('shrimp', 'mineral water', 'frozen vegetables'))
frozenset(('spaghetti', 'olive oil', 'frozen vegetables'))
frozenset(('spaghetti', 'frozen vegetables'))
frozenset(('spaghetti', 'ground beef', 'grated cheese'))
frozenset(('spaghetti', 'ground beef', 'grated cheese'))
frozenset(('herb & pepper', 'spaghetti', 'ground beef'))
frozenset(('herb & pepper', 'nan', 'ground beef'))
frozenset(('herb & pepper', 'nan', 'ground beef'))
frozenset(('herb & pepper', 'nan', 'ground beef'))
frozenset(('harb & pepper', 'nan', 'ground beef'))
frozenset(('harb, 'spaghetti', 'ground beef'))
frozenset(('shrimp', 'spaghetti', 'olive oil'))
frozenset(('shrimp', 'nan', 'pasta'))
frozenset(('shrimp', 'na
```

In ra các luật kết hợp cùng các giá trị supp, conf, lift của luật kết hợp đó:

```
for item in association_results:
            item in association_results.
pair = item[0]
items = [x for x in pair]
print("Rule: " + items[0] + " -> " + items[
print("Support: " + str(item[1]))
print("Confidence: " + str(item[2][0][2]))
print("Lift: " + str(item[2][0][3]))
             print("=====
      Confidence: 0.20574162679425836
Lift: 3.1299436124887174
       Rule: spaghetti -> shrimp
Support: 0.006
Confidence: 0.21531100478468898
       Lift: 3.0183785717479763
       Rule: spaghetti -> tomatoes
       Support: 0.00666666666666667
       Confidence: 0.23923444976076555
       Lift: 3.497579674864993
       Rule: nan -> grated cheese
       Support: 0.0053333333333333333
       Confidence: 0.3225806451612903
       Lift: 3.282706701098612
        -----
       Rule: mineral water -> herb & pepper
Support: 0.0066666666666666667
       Confidence: 0.390625
Lift: 3.975152645861601
       Rule: nan -> herb & pepper
Support: 0.0064
       Confidence: 0.3934426229508197
Lift: 4.003825878061259
       Rule: nan -> ground beef
Support: 0.0049333333333333333
       Confidence: 0.22424242424242424
lift: 3.411395906324912
```

1.2. Thuật toán AprioriTID

1.2.1. Nội dung thuật toán

Thuật toán AprioriTID [1]:

- Có cùng phương thức tạo tập ứng viên như Apriori (apriori_gen)
- Sau lần duyệt đầu tiên, thực hiện kiểm tra độ phổ biến (đếm *support*) của các ứng viên trên tập $\overline{C_k}$ thay vì cơ sở dữ liệu D
- Mỗi ứng viên của tập $\overline{C_k}$ có dạng < TID, $\{X_k\} >$ với X_k là tập k-hạng $m\mu c$ tiềm năng có trong giao dịch t có mã là TID, hay có thể viết < t.TID, $\{c \in \overline{C_k} \mid c \text{ có trong } t\} >$
- Giao dịch không chứa bất kì ứng viên nào từ tập k-hạng mục sẽ không được đưa vào $\overline{C_k}$. Do đó, số lượng ứng viên được đưa vào $\overline{C_k}$ có thể nhỏ hơn số lượng giao dịch trong cơ sở dữ liệu, đặc biệt là khi k có giá tri lớn

1.2.2. Các bước thực hiện

Bước 1: Quét qua các giao dịch để tìm tất cả item có độ *Support* lớn hơn MinSupport và đưa tập $Large\ 1$ -Itemsets vào L_1

Bước 2: Đưa toàn bộ các TID của giao dịch cùng các items vào $\overline{C_1}$ dưới dạng $< TID, \{X_1\} >$

Bước 3: Xây dựng các cặp 2-items từ L_1 đưa vào tập ứng viên C_2 . Quét tất cả các giao dịch trong $\overline{C_1}$ để tìm tất cả các tập *Large 2-Itemsets* từ C_2 đưa vào $\overline{C_2}$ dưới dạng < TID, $\{X_2\} >$, đồng thời đưa các tập *Large 2-Itemsets* ứng viên vào L_2 .

Bước 4: Xây dựng các cặp k items từ L_{k-1} đưa vào tập ứng viên C_k . Quét tất cả các giao dịch trong $\overline{C_{k-1}}$ để tìm tất cả các tập $Large\ k$ -Itemsets từ C_k và đưa vào $\overline{C_k}$ dưới dạng < TID, $\{X_k\} >$, đồng thời đưa các tập $Large\ k$ -Itemsets vào L_k . Lặp lại Buớc A cho đến khi hết ứng viên mới. Phát sinh Luật.

1.2.3. Mã giả

- 1) $L_1 = Large1_Itemsets();$
- 2) $\overline{C_1} = Database D;$
- 3) **for** $(k = 2; L_{k-1} \neq \emptyset; k++)$ **do begin**

4)
$$C_k = Apriori_Gen(L_{k-1}); //tao tập ứng viên$$

5)
$$\overline{C_k} = \emptyset$$

6) for all
$$t \in \overline{C_{k-1}}$$
 do begin

7)
$$//$$
xác định tập ứng viên C_k có chứa trong giao dịch t.TID

$$C_t = \{c \in C_k \mid (c - c[k]) \in t.set_of_itemsets \land \\ (c - c[k - 1] \in t.set_of_itemsets)\}$$

8)
$$for all candidates c \in C_t do$$

9)
$$c. count + +;$$

10) if
$$(C_t \neq \emptyset)$$
 then $\overline{C_k} += \langle t.TID, C_t \rangle$

12)
$$L_k = \{c \in C_k \mid c.count \ge MinSupport\}$$

- 13) *end*
- 14) $Answer = \bigcup_k L_k$

1.2.4. Ví dụ minh họa

Cho một tập giao dịch TID với các Items như sau (với *MinSupport=50%, MinConfidence=60%):*

TID	Items
100	{1, 3, 4}
200	{2, 3, 5}
300	{1, 2, 3, 5}
400	{2, 5}

Lấy toàn bộ < TID, $\{X_1\} >$ đưa vào $\overline{C_1}$

TID	Tập 1-item
100	{ {1}, {3}, {4}}
200	{ {2}, {3}, {5} }

300	{ {1}, {2}, {3}, {5} }
400	{ {2}, {5} }

Tính tập $Large1_Itemsets$, ta có L_1 :

Tập 1-item	Support
{1}	2
{2}	3
{3}	3
{5}	3

Ở bước kết từ L_1 trên ta có tập C_2 gồm các cặp 2-item:

	Tập 2-item	
	{1,2}	
1	{1,3}	
	{1,5}	
	{2,3}	
	{2,5}	
	{3,5}	

Xác định ứng viên từ C_2 khi duyệt TID trong $\overline{C_1}$ và đưa vào $\overline{C_2}$

TID	Tập 2-item
100	{ {1,3} }
200	{ {2,3}, {2,5}, {3,5} }
300	{ {1,2}, {1,3}, {1,5}, {2,3}, {2,5}, {3,5} }
400	{ {2,5} }

Tính tập $Large2_Itemsets$, ta có L_2 :

Tập 2-item	Support
{1,3}	2
{2,3}	2
{2,5}	3

{3,5}	2
-------	---

Ở bước kết từ L_2 ta có tập C_3 gồm các cặp 3-item:

Tập 3-item
{2,3,5}

Xác định ứng viên từ C_3 khi duyệt TID trong $\overline{C_2}$ và đưa vào $\overline{C_3}$

TID	Tập 3-item
200	{ {2,3,5} }
300	{ {2,3,5} }

Tính tập $Large3_Itemsets$, ta có L_3 :

Tập 3-item	Support
{2,3,5}	2

Phát sinh luật:

- 2,3 → 5 có độ Confidence 2/2 = 100%
- 2,5 → 3 có độ Confidence 2/3 = 66,66%
- 3,5 → 2 có độ Confidence 2/2 = 100%

Ở bước kết từ L_3 ta có tập C_4 gồm các cặp 4-item là $\{\emptyset\}$.

Thuật toán kết thúc.

Database	
TID	Items
100	1 3 4
200	$2\ 3\ 5$
300	$1\ 2\ 3\ 5$
400	2 5

$\overline{\overline{C}}_1$		
TID	Set-of-Itemsets	
100	{ {1}, {3}, {4} }	
200	{ {2}, {3}, {5} }	
300	{ {1}, {2}, {3}, {5} }	
400	$\{ \{2\}, \{5\} \}$	

L_1		
Itemset	Support	
{1}	2	
{2}	3	
{3}	3	
{5}	3	

C_2	
Itemset	
$\{1\ 2\}$	
$\{1\ 3\}$	
$\{1\ 5\}$	
$\{2\ 3\}$	
$\{2\ 5\}$	
$\{3\ 5\}$	

\overline{C}_2		
TID	Set-of-Itemsets	
100	{ {1 3} }	
200	$\{ \{2\ 3\}, \{2\ 5\}, \{3\ 5\} \}$	
300	$\{ \{1 \ 2\}, \{1 \ 3\}, \{1 \ 5\}, $	
	$\{2\ 3\}, \{2\ 5\}, \{3\ 5\}\}$	
400	{ {2 5} }	

L_2		
Items	et Support	
{1 3	} 2	
{2 3	} 2	
{2.5	} 3	
{3 5	} 2	

C_3		
Itemset		
$\{2\ 3\ 5\}$		

\overline{C}_3		
TID	Set-of-Itemsets	
200	{ {2 3 5} }	
300	$\{ \{2 \ 3 \ 5\} \}$	

L_3		
Itemse	t Support	
$\{2\ 3\ 5$	} 2	

Hình 1. Ví dụ minh họa thuật toán AprioriTID

1.2.5. Cấu trúc lưu trữ

- Mỗi ứng viên trong *Itemsets* sẽ được gán cho một mã số **ID** duy nhất. Mỗi tập *Itemsets* C_k được lưu trong một mảng. Mỗi ứng viên của $\overline{C_k}$ bây giờ có dạng < TID, ID >
- Hàm Apriori_Gen phát sinh một tập các ứng viên k-ItemSet C_k bằng cách kết hợp hai tập Large(k-1)_Itemsets. Mỗi ứng viên thêm hai trường:
 - i. Generators
 - ii. Extensions
- Trường generators của C_k lưu các ID của hai tập Large(k-1)_Itemsets kết với nhau để phát sinh C_k
- Trường extensions của C_k lưu các ID của các tập Large(k+1)_Itemsets kết với nhau để phát sinh C_k

• Khi một ứng viên *Itemsets* C_k được phát sinh bằng cách kết hợp L_{k-1}^1 và L_{k-1}^2 thì các ID sẽ được lưu vào trường *generators* của C_k , đồng thời ID của C_k được lưu vào trường *extensions của* L_{k-1}^1

1.2.6. Nhận xét

- Apriori: Để xác định độ phổ biến của các tập ứng viên, Apriori luôn phải quét lại toàn bộ các giao dịch trong cơ sở dữ liệu. Điều này gây tốn rất nhiều thời gian khi giá trị của k-items tăng (số lần xét duyệt các giao dịch tăng).
- **AprioriTID**: Trong quá trình xét duyệt khởi tạo, kích thước $\overline{C_k}$ thường rất lớn và hầu hết tương đương với CSDL gốc. Ngoài ra, thuật toán AprioriTID còn phải gánh chịu thêm chi phí phát sinh nếu $\overline{C_k}$ vượt quá bộ nhớ trong mà phải sử dụng kèm bộ nhớ ngoài.

1.3. Thuật toán FP-Growth

1.3.1. Giới thiệu thuật toán

- Thuật toán FP-Growth được giới thiệu lần đầu tiên vào năm 1996 bởi Jiawei Han, Jian Pei và Yiwen Yin với tên gọi "Mining Frequent Patterns without Candidate Generation". Tuy nhiên, thuật toán này chưa được phổ biến cho đến khi phiên bản của nó được tối ưu hóa lại vào năm 2000. Tại đó, Jiawei Han, Jian Pei và Yongjian Fu đã đề xuất một phiên bản cải tiến của thuật toán mang tên "FP-Growth", giúp tăng tốc độ xử lý và giảm độ phức tạp tính toán so với phiên bản ban đầu.
- Kể từ đó, FP-Growth đã trở thành một trong những thuật toán phổ biến nhất trong khai phá dữ liệu, đặc biệt là trong việc tìm kiếm các mẫu kết hợp phổ biến. Hơn nữa, nó cũng được sử dụng rộng rãi trong các ứng dụng thực tế như phân tích dữ liệu, quản lý kho sản phẩm, đề xuất sản phẩm, phân loại tin nhắn thư rác và nhiều lĩnh vực khác.

1.3.2. Các bước thực hiện

Bước 1: Đếm tần suất xuất hiện của các phần tử trong tập dữ liệu và xác định tập các phần tử phổ biến.

Bước 2: Xây dựng FP-Tree từ tập dữ liệu và tập các phần tử phổ biến.

Bước 3 : Duyệt qua FP-Tree để tìm các itemset phổ biến (được biểu diễn trên FP-Tree dưới dạng các đường đi từ gốc đến lá).

Bước 4: Dùng các itemset phổ biến để tạo các luật kết hợp.

1.3.3. Mã giả

Input: tập dữ liệu D, ngưỡng hỗ trợ tối thiểu minsup

Output: tập phổ biến

Bước 1: Đếm tần số và lọc các mục dưới minsup

```
freq = {}
for transaction in D:
    for item in transaction:
        freq[item] = freq.get(item, 0) + 1
freq = {item: count for item, count in freq.items() if count
>= minsup}
```

freq_items = set(freq.keys())

Bước 2: Xây dựng cây FP-Tree

```
root = Node(None)
for transaction in D:
    transaction = [item for item in transaction if item in
freq_items]
```

```
transaction = sorted(transaction, key=lambda item:
freq[item], reverse=True)
    current node = root
   for item in transaction:
        if item in current_node.children:
            current_node.children[item].count += 1
        else:
            new_node = Node(item)
            new_node.parent = current_node
            current_node.children[item] = new_node
            if freq[item] > freq[current_node.item]:
                current node.item = item
            if item not in freq_items:
               freq items.add(item)
                freq[item] = 0
            new_node.link = freq[item]
            freq[item] += 1
        current node = current node.children[item]
```

```
Buớc 3: Khai thác tập mục phổ biến đệ quy
freq_itemsets = []
prefix = []
mine_fptree(root, freq, minsup, prefix, freq_itemsets)
def mine fptree(node, freq, minsup, prefix, freq_itemsets):
```

```
# Tạo cơ sở mẫu điều kiện
    cond items = {}
    while node:
        prefix_path = get_prefix_path(node)
        if len(prefix path) > 1:
            cond_items[frozenset(prefix_path[1:])]
node.count
        node = node.link
    # Tao Conditional FP-Tree
    cond tree, cond freq = construct fptree(cond items,
minsup)
    if cond_tree:
        if prefix:
            freq set = prefix.copy()
        else:
            freq_set = set()
        freq_set.add(node.item)
        freq_itemsets.append(freq_set)
        mine_fptree(cond_tree, cond_freq, minsup,
freq_set, freq_itemsets)
def get_prefix_path(node):
    path = []
    while node and node.item is not None:
        path.append(node.item)
        node = node.parent
```

```
return path[::-1]
def construct_fptree(items, minsup):
    freg = {}
    root = Node(None)
   for itemset, count in items.items():
        transaction = []
        for item in itemset:
            if item in freq:
                freq[item] += count
            else:
                freq[item] = count
            if freq[item] >= minsup:
                transaction.append(item)
        if transaction:
            add_transaction(root, transaction, freq)
    return root, freq
def add_transaction(node, transaction, freq):
    if not transaction:
        return
    item = transaction[0]
    if item in node.children:
        child = node.children[item]
    else:
        child = Node(item)
```

1.3.4. Ví dụ minh họa

TID	Item
T100	A, B, C, D, F, H, K
T200	C, D, E, K, G, E
T300	A, B, F, G, H
T400	B, C, E, F, G
T500	A, C, D, E, F

Cho minsupp=40%, minconf=70%.

Hãy tìm tập phổ biến với thuật toán FP Growth.

Bài làm

Tập phổ biến 1 phần tử và tần suất xuất hiện của nó

Item	Supp
A	3
В	3
С	4
D	3
E	3
F	4
G	3
Н	2
K	2

 Tập phổ biến 1 phần tử thỏa ≥ minsupp =2 và được sắp xếp theo thứ tự giảm dần.

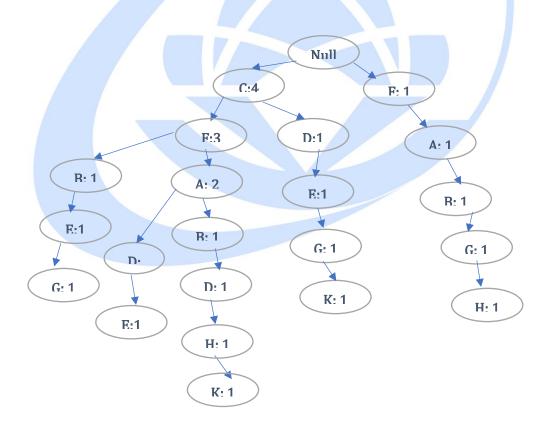
Item	Supp
С	4

F	4
A	3
В	3
D	3
E	3
G	3
Н	2
K	2

Điền vào cột Order Item Frequent

TID	Item	Order Item Frequent
T100	A, B, C, D, F, H, K	C, F, A, B, D, H, K
T200	C, D, E, K, G, E	C, D, E, G, K
T300	A, B, F, G, H	F, A, B, G, H
T400	B, C, E, F, G	C, F, B, E, G
T500	A, C, D, E, F	C, F, A, D, E

• Vẽ cây FP



• Xây dựng cơ sở điều kiện cho mỗi mục phổ biến

Ite	Conditional Pattern Base	
m	Conditional Fattern base	
K	{C, F, A, B, D, H}: 1; {C, D, E, G}: 1	
Н	{C, F, A, B, D}: 1, {F, A, B, G}: 1	
G	{C, F, B, E}: 1; {C, D, E}: 1; {F, A, B}: 1	
Е	{C, F, B}: 1; {C, F, A, D}: 1; {C, D}: 1	
D	{C, F, A}: 1, {C, F, A, B}: 1, {C}: 1	
В	{C, F}: 1; {C, F, A}: 1; {F, A}: 1	
A	{C, F}: 2, {F}: 1	
F	{C}: 3	
С	{}	

• Xây dựng cây FP điều kiện

Ite m	Conditional Pattern Base	Condition FP-Tree (supp ≥2)
K	{C, F, A, B, D, H}: 1; {C, D, E, G}: 1	{C:2, D:2} K
Н	{C, F, A, B, D}: 1, {F, A, B, G}: 1	{F:2, A:2, B:2} H
G	{C, F, B, E}: 1; {C, D, E}: 1; {F, A, B}: 1	{C:1, F:1, B:1, E:1}, {C:1, E:1}, {F:1, B:1} G
Е	{C, F, B}: 1; {C, F, A, D}: 1; {C, D}:	{C: 2, F:2, D: 1}, {C:1, D:1} E
D	{C, F, A}: 1, {C, F, A, B}: 1, {C}: 1	{C:3, F:2, A:2} D
В	{C, F}: 1; {C, F, A}: 1; {F, A}: 1	{C:2, F:2, A:1},{F:1, A:1} B
A	{C, F}: 2, {F}: 1	{C, F}:2, {F}:1 A
F	{C}: 3	{C}:3 F
С	0	{}

Kết quả các mẫu thường xuyên

Ite	Condition FP-Tree (supp ≥2)	Frequent Pattern
m		
К	{C:2, D:2} K	{K}: 2, {C, K}:2, {K, D}: 2, {C, K, D}: 2
Н	{F:2, A:2, B:2} H	{H}:2, {H,F}: 2, {H, A}:2, {H, B}:2, {H, F, A}: 2, {H, F, B}: 2, {H, A, B}:2, {H, F, A, B}:2
G	{C:1, F:1, B:1, E:1}, {C:1, E:1}, {F:1, B1} G	{G}:3, {G, C}:2, {G, F}: 2, {G, B}: 2, {G, E}: 2, {C, E, G}: 2, {B, G, F}: 2

Е	{C: 2, F:2, D: 1}, {C:1, D:1} E	{E}:3, {C, E}: 3, {F, E}: 2, {D, E}: 2,
		{D, E, C}:2, {F, C, E}: 2
	{C:3, F:2, A:2} D	{D}: 3, {D, C}: 3, {D, F}:2, {D, A}:2,
D		{D, C, F}: 2, {D, C, A}:2, {D, F,
		A}:2, {D, C, F, A}:2
В	{C:2, F:2, A:1}, {F:1, A:1} B	{B}: 3, {B, C}:2, {B, F}: 3, {B, A}:2,
Б		{F, A, B}:2, {F, C, B}:2
A	{C, F}:2, {F}:1 A	{A}: 3, {C, A}:2, {A, F}:3, {F, A,
A		C}:2
F	{C}:3 F	{F}:3, {C, F}: 3
С	{}	{}

• Tập phổ biến 2 phần tử

$$L_2 = \{\{C,K\}:2, \{K,D\}:2, \{H,F\}:2, \{H,A\}:2, \{H,B\}:2, \{G,C\}:2, \{G,F\}:2, \{G,B\}:2, \{G,E\}:2, \{C,E\}:3, \{F,E\}:2, \{D,E\}:2, \{D,C\}:3, \{D,F\}:2, \{D,A\}:2, \{B,C\}:2, \{B,F\}:3, \{B,A\}:2, \{C,A\}:2, \{A,F\}:3, \{C,F\}:3\}$$

• Tập phổ biến 3 phần tử

$$L_3 = \{\{C, K, D\}: 2, \{H, F, A\}: 2, \{H, F, B\}: 2, \{H, A, B\}: 2, \{C, E, G\}: 2, \{B, G, F\}: 2, \{D, E, C\}: 2, \{F, C, E\}: 2, \{D, C, F\}: 2, \{D, C, A\}: 2, \{D, F, A\}: 2, \{F, A, B\}: 2, \{F, C, B\}: 2, \{F, A, C\}: 2\}$$

Tập phổ biến 4 phần tử

$$L_4 = \{\{H, F, A, B\}: 2, \{D, C, F, A\}: 2\}$$

1.4. Thuật toán EClaT

Thuật toán EClaT [2] sử dụng cấu trúc IT-tree (Tidset Itemset-tree) để lưu tidset của các tập danh mục trên mỗi nút và đưa ra khái niệm lớp tương đương để kết nối các tập danh mục trong cùng một lớp tương đương để tạo ra tập danh mục mới. Thuật toán EClaT chỉ cần một lần quét cơ sở dữ liệu là một tiếp cận hiện đại, tiết kiệm thời gian xử lý và có thể áp dụng khai thác tập phổ biến trên nhiều loại cơ sở dữ liệu một cách hiệu quả.

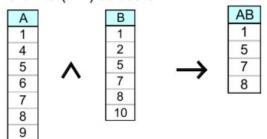
1.4.1. Nội dung thuật toán

EClaT là bài toán điển hình của cách khai thác dữ liệu theo chiều dọc và chỉ cần duyệt qua CSDL một lần duy nhất để hình thành các tập phổ biến. Sau đó, dựa trên các tập phổ biến để tìm kiếm các tập phổ biến đóng.

Có thể hình dung EClaT giống như thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu trên cây (Depth-First Search), trong khi Apriori là thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng (Breadth-First Search). Tương tự như thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, EClaT sẽ bắt đầu từ các lá trên cây (nốt con), tới các nốt cha để hình thành tập phổ biến.

Đồng thời, thuật toán EClaT cũng không cần sinh ra các tập hợp con (subset) hay kiểm tra tập hợp con tập phổ biến như Apriori. EClaT chỉ cần giao giữa hai Tidset, từ đó tạo nên tập phổ biến. Ý tưởng chính của thuật toán dựa theo tính chất này: *tập cha của các tập phổ biến cũng là tập phổ biến*. [3] [4]

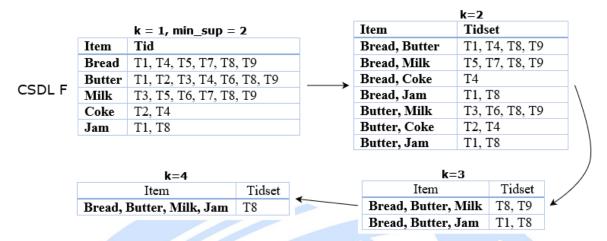
 Determine support of any k-itemset by intersecting tidlists of two of its (k-1) subsets.



Hình 2. Giao giữa các Tidset trong thuật toán EClaT

Dựa theo hình trên, giao giữa 2 Tidset của A và B, ta được một Tidset mới của AB với *support = 2*. Với trường hợp *minsup* là 2, không cần phải duyệt qua CSDL mà chỉ cần một lần giao là đã có thể tạo ra tập phổ biến.

1.4.2. Các bước thực hiện



Hình 3. Quá trình triển khai thuật toán EClaT

Dựa trên cơ sở dữ liệu F đã được khai thác theo chiều dọc như hình trên, ta bắt đầu triển khai thuật toán EClaT:

Bước 1: Giao Tidset của {Bread} lần lượt với các Tidset còn lại, sau đó từ Tidset của {Butter} lần lượt với các Tidset còn lại,... cho đến khi không còn 2 tập Tidset nào chưa được giao nữa.

Ta có các dãy các Tidset với k = 2.

Bước 2: Tiếp tục giao từ Tidset của Itemset (k = 2) đã có từ bước 1:
 Giao từ Itemset {Bread, Butter} với các Itemset còn lại như đã làm ở bước 1

Ta có các Itemset mới với k = 3.

• **Bước 3:** Từ các Itemset có được từ bước 2, thực hiện giao các Tidset cho đến khi chỉ còn lại một Tidset duy nhất.

Ta có Tidset cuối cùng là **{Butter, Bread, Milk, Jam}** với *sup = 1* (Lưu ý: Tidset cuối cùng không nhất thiết phải là tập phổ biến đóng).

• **Bước 4:** Từ các tập phổ biến trên, ta bắt đầu xét các tập phổ biến với $k \ge 2$, $minsup \ge 2$.

Ta có các gợi ý mua hàng như sau:

Bảng 3. Kết quả gợi ý mua hàng dựa trên EClaT

Items Bought	Recommended Products
Bread	Butter
Bread	Milk
Bread	Jam
Butter	Milk
Butter	Coke
Butter	Jam
Bread and Butter	Milk
Bread and Butter	Jam

Từ các bước thực hiện trên, ta thấy rằng thuật toán EClaT cơ bản chỉ hoạt động dựa trên phép giao giữa các Tidset. Ta chỉ cần thực hiện phép giao đó cho tới khi chỉ còn lại một Tidset cuối cùng.

Tổng quát các bước thực hiện:

- **1.** Quét toàn bộ CSDL để xác định tập giao dịch (tidset) của các mục. Chọn các mục có *support* thỏa ngưỡng *minsup* (1-itemset).
- 2. Chèn 1-itemset vào mức 1 của IT-tree
- **3.** Mỗi nút ở mức k 1 kết hợp với các nút có cùng nút cha với nó tạo ra các nút ở mức k nếu support của các nút này thỏa ngưỡng minsup.
- **4.** Lặp lại bước 3 cho đến khi không thể tạo thêm nút mới trên IT-tree.
- **5.** Duyệt cây IT-tree để lấy ra các frequent items (Tất cả các nút trên IT-tree là frequent items).

1.4.3. Mã giả

INPUT: CSDL *D*, ngưỡng support σ , tiền tố của item I ($I \subseteq J$)

OUTPUT: Danh sách Itemsets $F[I](D, \sigma)$ với tiền tố được chỉ định

- 1) **Start** ([*P*])
- 2) For all $X_i \in [P]$ do

- 3) $R = X_i \cup X_i$
- 4) $d(R) = d(X_i) d(X_j)$
- 5) If $\sigma(R) \ge \text{minsup then}$
- 6) $T_i = T_i \cup \{R\}$ // T_i initially empty
- 7) If T_i then start (T_i)

1.4.4. Nhận xét

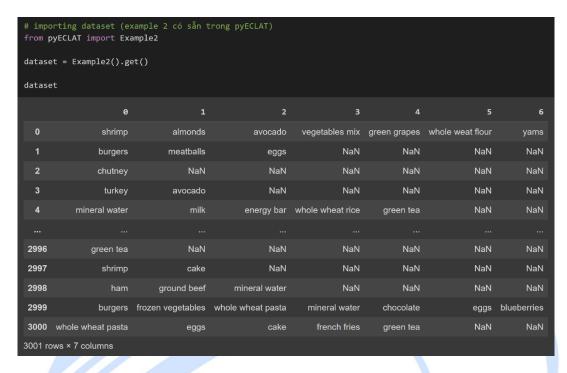
Thuật toán EClaT với cấu trúc IT-tree là hướng tiếp cận tốt được biết đến hiện nay với chỉ một lần quét CSDL, tiêu tốn ít bộ nhớ hơn Apriori. Tuy nhiên, phương pháp này có nhược điểm lớn là tốn bộ nhớ sử dụng để lưu tidset của các tập mục, do mỗi giao dịch chứa tập mục cần một ô nhớ. Đồng thời, bộ nhớ tạm cần thiết trong quá trình tính toán trung gian cũng rất lớn. Các hạn chế này làm cho thời gian tính toán của thuật toán EClaT chưa được tối ưu.

1.4.5. Áp dụng EClaT khai thác luật kết hợp bằng Python

Khai báo thư viện, sử dụng thư viện **pyECLAT** [5]:

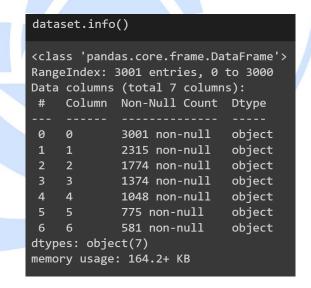
import numpy as np
import pandas as pd
import plotly
!pip install pyECLAT

Sử dụng dataset được tích hợp sẵn trong pyECLAT:

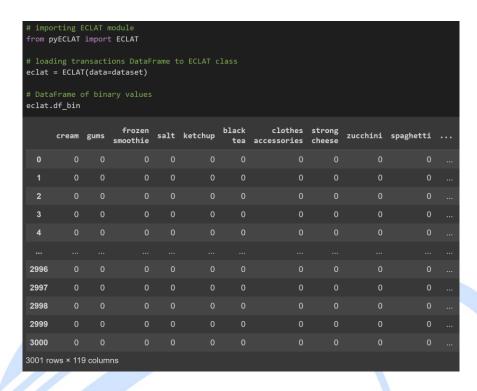


Mỗi hàng thể hiện giao dịch mua hàng của khách hàng tại siêu thị. Ví dụ: Ở hàng 1, khách hàng chỉ mua burger, thịt viên và trứng.

Chi tiết về bộ dữ liệu:



Để trực quan hóa các tập phổ biến, load dữ liệu vào lớp EClaT và tạo DataFrame nhị phân:

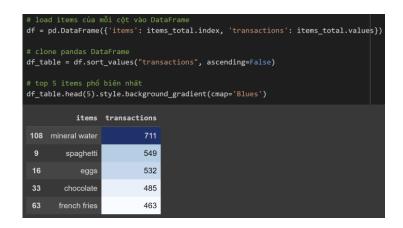


Mỗi hàng đại diện cho một giao dịch. Các cột là những sản phẩm có thể xuất hiện trong giao dịch. Mỗi ô chứa một trong hai giá trị:

- 0 sản phẩm không có trong giao dịch
- 1 sản phẩm có trong giao dịch

Sau đó, thực hiện đếm các items theo mỗi cột và hàng trong DataFrame:

Minh họa phân phối của các items:



Để sinh luật kết hợp, ta cần định nghĩa:

- Minimum Support: độ phổ biến tối thiểu
- Minumum Combinations: số lượng items tối thiểu trong giao dịch
- Maximum Combinations: số lượng items tối đa trong giao dịch

Lưu ý: Maximum Combinations càng cao thì thời gian tính toán càng lâu.

```
the item shoud appear at least at 5% of transactions
min_support = 5/100
# start from transactions containing at least 2 items
min_combination = 2
# up to maximum items per transaction
max_combination = max(items_per_transaction)
rule_indices, rule_supports = eclat.fit(min_support=min_support,
                                                     min_combination=min_combination,
                                                     max_combination=max_combination,
                                                     separator=' & ',
                                                     verbose=True)
Combination 2 by 2
253it [00:01, 151.65it/s]
Combination 3 by 3
1771it [00:11, 154.83it/s]
Combination 4 by 4
8855it [01:00, 145.40it/s]
Combination 5 by 5
33649it [04:09, 134.97it/s]
Combination 6 by 6
100947it [13:15, 126.86it/s]
Combination 7 by 7
245157it [33:34, 121.69it/s]
```

Phương thức fit() của lớp ECLAT trả về:

- Chỉ số của luật kết hợp
- Giá trị support của luật kết hợp

```
result = pd.DataFrame(rule_supports.items(),columns=['Item', 'Support'])
result.sort_values(by=['Support'], ascending=False)

Item Support

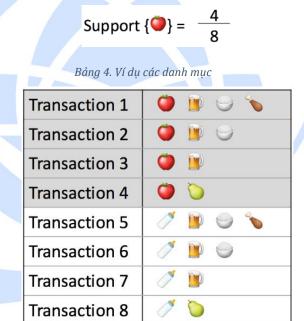
0 spaghetti & mineral water  0.060646
```

2. Độ đo đánh giá

2.1. Support

Support cho biết mức độ phổ biến của một danh mục, được đo bằng tỉ lệ giao dịch mà một danh mục xuất hiện. [6]

Trong bảng 4 bên dưới, support của {táo} là 4 trên 8, hay 50%. Các danh mục cũng có thể chứa nhiều mục. Chẳng hạn, support của {táo, bia, gạo} là 2 trên 8, hay 25%.



Nếu doanh số của một mặt hàng vượt quá một tỷ lệ nhất định và có xu hướng tác động đáng kể đến lợi nhuận, có thể cân nhắc sử dụng tỷ lệ đó làm ngưỡng. Xác định các danh mục có giá trị support trên ngưỡng này là danh mục quan trọng.

2.2. Confidence

Confidence cho biết khả năng mặt hàng Y được mua khi mặt hàng X được mua, biểu thị bằng $\{X \rightarrow Y\}$, được đo bằng tỷ lệ giao dịch của mặt hàng X mà trong đó mặt hàng Y cũng xuất hiên.

Trong Bảng 4, độ tin cậy của {táo → bia} là 3 trên 4, hay 75%.

Confidence
$$\{ \bigcirc \rightarrow \bigcirc \} = \frac{\text{Support } \{ \bigcirc, \bigcirc \}}{\text{Support } \{ \bigcirc \}}$$

Nhược điểm của Confidence là có thể trình bày sai tầm quan trọng của một mối liên hệ. Điều này là do nó chỉ giải thích mức độ phổ biến của táo chứ khôngphải bia. Nếu bia nói chung cũng rất phổ biến thì nhiều khả năng giao dịch có táo cũng sẽ chứa bia, do đó làm tăng độ tin cậy.

2.3. Lift

Lift cho biết khả năng mua mặt hàng Y khi mặt hàng X được mua (Y phụ thuộc vào X), đồng thời kiểm soát mức độ phổ biến của mặt hàng Y.

Trong Bảng X, mức tăng của {táo → bia} là 1, nghĩa là không có mối liên hệ nào giữa các mặt hàng. Giá trị nâng Lift hơn 1 có nghĩa là mặt hàng Y có khả năng được mua nếu mặt hàng X được mua, trong khi giá trị nhỏ hơn 1 có nghĩa là mặt hàng Y khó có thể được mua nếu mặt hàng X được mua.

Lift
$$\{ \bigcirc \rightarrow \square \} = \frac{\text{Support } \{ \bigcirc, \square \}}{\text{Support } \{ \bigcirc \} \times \text{Support } \{ \square \}}$$

2.4. Conviction

Conviction cho biết độ tin tưởng vào sự phụ thuộc giữa mặt hàng Y khi mặt hàng X được mua.

Nhận xét mức độ tin cậy cũng tương tự như *Lift*, khi *Conviction* lớn hơn 1, nghĩa là vẫn có khả năng tin tưởng Y được mua khi X được mua.

Conv
$$\{ \bigcirc \rightarrow \square \} = \frac{1 - \text{Support } \{ \bigcirc \} \times \text{Support } \{ \square \}}{1 - \text{Support } \{ \bigcirc , \square \}}$$

3. Tham khảo

- [1] R. a. S. R. Agrawal, "Fast Algorithms for Mining Association Rules," *Proc. 20th Int. Conf. Very Large Data Bases VLDB,* 2000.
- [2] M. Zaki, "Scalable algorithms for association mining. IEEE Trans Knowl Data Eng," *Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions on,* pp. 372 390, 2000.
- [3] "ML | ECLAT Algorithm," [Online]. Available: https://www.geeksforgeeks.org/ml-eclat-algorithm/.
- [4] "Association Rule Mining using ECLAT Algorithm," [Online]. Available: https://medium.com/machine-learning-and-artificial-intelligence/3-4-association-rule-mining-using-eclat-algorithm-b6e50aab2147.
- [5] "pyECLAT 1.0.2," [Online]. Available: https://pypi.org/project/pyECLAT/.
- [6] "Association Rules and the Apriori Algorithm: A Tutorial," [Online]. Available: https://www.kdnuggets.com/2016/04/association-rules-apriori-algorithm-tutorial.html.