

# Travaux pratiques n°3

## Polynômes d'interpolation de Lagrange

### Partie 1.

Téléchargez l'archive TP3 sur madoc. Vous allez trouver les fichiers suivants:

- main.cpp - le fichier de programme principal
- Util.cpp et util.hpp - les fichiers contenant des fonctions "utilitaires"
- Un fichier Makefile\_model - un modèle d'un fichier qui permettra une compilation d'un projet contenant plusieurs fichiers sources. Lire le commentaire au début de fichier pour le manuel d'utilisation.

**Question 1:** faire fonctionner le programme principal en adaptant le fichier makefile correctement.

**Question 2:** comprendre le fonctionnement du programme principal, dont le but est de tracer une courbe d'erreur relative et une courbe d'erreur absolue pour un polynôme de degré 4 approximant la fonction  $\exp(x)$ .

### Partie 2.

Le polynôme d'interpolation de Lagrange d'ordre  $n$  pour une fonction  $f(x)$  est défini par

$$p(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \ell_i(x),$$

où les polynômes de base de Lagrange sont construits comme  $\ell_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^{j=n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$ ,

où  $\{(x_0, f(x_0)), \dots, (x_n, f(x_n))\}$  sont les  $n + 1$  points d'interpolation.

**Question 3 :** écrire un algorithme qui, étant donné une fonction  $f$ , un entier  $n > 0$  et deux réels  $a, b$  avec  $a < b$ , donne le polynôme d'interpolation de Lagrange de  $f$  aux points

$$x_k = \frac{a + k * (b - a)}{n}, k = 0, \dots, n$$

On pourra pour cela procéder de la manière suivante :

1. écrire une fonction qui, étant donné un intervalle  $[a; b]$  et un entier  $n$ , retourne un tableau de  $N+1$  points équidistants entre  $a$  et  $b$ ;
2. on écrit une seconde fonction qui, étant donnée la suite des  $x_k$  crée le vecteur des

polynômes de Lagrange associés  $\ell_k$  ;

3. enfin on écrit le polynôme interpolateur  $p(x)$  grâce à l'expression de  $p$  dans la base des  $\ell_k$ .

**Question 4:** Testez votre algorithme pour  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$  et l'intervalle  $[0; 1]$  pour  $n=10$ . Imprimez le polynôme de Lagrange évalué dans  $x=0.55$ . Comparez avec la valeur de  $f(0.55)$ .

**Question 5.** En utilisant la fonction `plot(..)` trouvée dans le fichier `util.cpp`, tracez deux courbes : celle de la fonction  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$  et celle du polynôme de Lagrange lui correspondant, pour  $n=100$ . Comparez les deux courbes.