



# 目录

引言

相关工作

研究路线

总结

Q&A

# 目录

引言

相关工作

研究路线

总结

Q&A

# 背景知识

## 高光谱图像及其成像原理

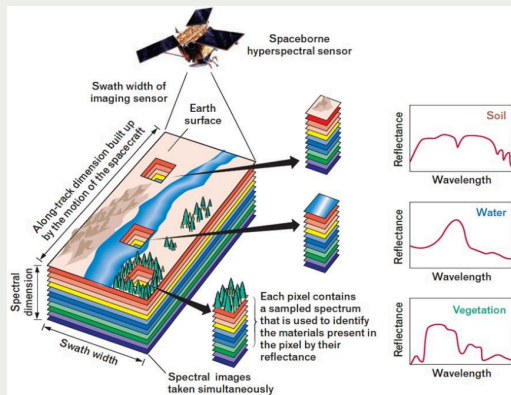


图 1: 高光谱图像的成像原理<sup>1</sup>

<sup>1</sup>图片来源: semanticscholar.org

# 背景知识

## 高光谱图像的特征

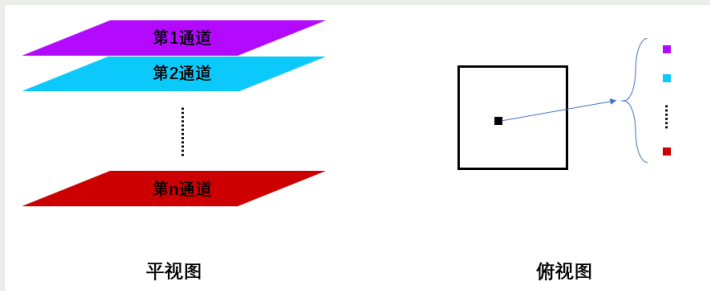


图 2: 高光谱图像的特征

## 高光谱图像的部分应用领域

- 农业
- 军事
- 环境
- 地学

# 目录

引言

**相关工作**

研究路线

总结

Q&A

# 相关工作



# 目录

引言

相关工作

研究路线

总结

Q&A



# 问题建模

假设一幅一维图像  $Y$  受到噪声的污染，即：

$$Y = X + N$$

式中，

$X$  代表未受到污染的、干净的图像，大小为  $m \times n$ ；

$N$  代表噪声，大小为  $m \times n$ ；

$Y$  代表成像设备获取到的图像，即受到污染的图像，大小为  $m \times n$ 。

那么，图像降噪的工作就是将  $Y$  复原为  $X$ 。

# 问题建模

## 自然图像的低秩性



图 3: 一张自然图像

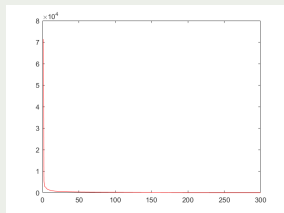


图 4: 图3的奇异值分布图

基于低秩假设的图像降噪方法可以被形式化为

$$\arg \min_X \quad \text{rank}(X)$$

# 问题建模

在对图像进行降噪处理时，既需要去除图像里的噪声，同时也需要尽可能地保留原来的信息。因此，实际上，需要求解的最优化问题是

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \text{rank}(X) \quad (1)$$

式中，

$X$  代表未受到污染的、干净的图像，大小为  $m \times n$ ；

$N$  代表噪声，大小为  $m \times n$ ；

$Y$  代表成像设备获取到的图像，即受到污染的图像，大小为  $m \times n$ ；

$\|\cdot\|_F$  表示 *Frobenius* 范数；

$\lambda$  是正则化参数。

# 用（普通）核范数替代秩函数

然而，式1

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \text{rank}(X)$$

是一个 NP-hard 问题。

通常使用秩函数的凸近似，也就是核范数，作为式1中秩函数的替代：

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \|X\|_* \quad (2)$$

式中，

$\|*\|_*$  表示核范数。

$\|X\|_* = \sum_{i=1}^n \sigma_i(X)$ ,  $\sigma_i(X)$  表示矩阵  $X$  的第  $i$  个奇异值。

# 用截断式核范数替代秩函数

式1

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \text{rank}(X)$$

更新为

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \|X\|_{tr,*} \quad (3)$$

式中,

$\|*\|_{tr,*}$  表示截断式核范数。

$$\|X\|_{tr,*} = \sum_{i=r+1}^n \sigma_i(X)$$

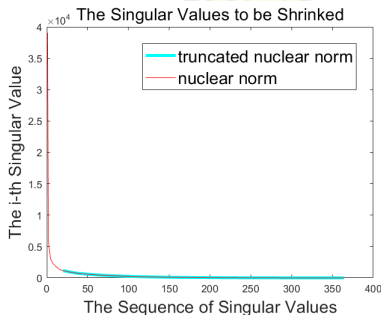


图 5: 截断式核范数的几何意义 (取  $r = 19$ )

# 用权重式核范数替代秩函数

式1

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \text{rank}(X)$$

更新为

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \|X\|_{w,*} \quad (4)$$

式中,

$\|*\|_{w,*}$  表示权重式核范数。

$$\|X\|_{w,*} = \sum_{i=1}^n w_i \sigma_i(X)$$

# 用 $\log$ -核范数替代秩函数

式1

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \text{rank}(X)$$

更新为

$$\arg \min_X \|Y - X\|_F^2 + \lambda \cdot \|X\|_{\log,*} \quad (5)$$

式中,

$\|*\|_{\log,*}$  表示  $\log$ -核范数。

$$\|X\|_{\log,*} = \sum_{i=1}^n \log(\sigma_i(X) + 1)$$

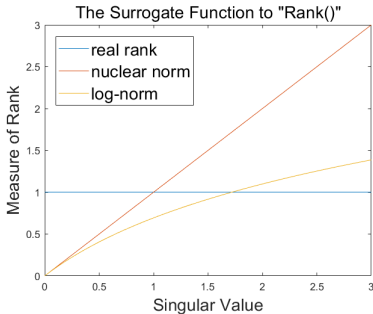


图 6:  $\log$ -核范数的几何意义

# 目录

引言

相关工作

研究路线

**总结**

Q&A



# 目录

引言

相关工作

研究路线

总结

Q&A

感谢各位评委老师们的聆听！