Sprawozdanie - laboratorium nr 1

Rozwiązywanie UARL metodami bezpośrednimi

Anna Szumilas 2.03.2021

1. Wstęp teoretyczny

Tematem piewszych laboratoriów było rozwiązywanie algebraicznych układów równań liniowych metodami bezpośrednimi. Układy te można zapisać w postaci macierzowej i skorzystać z metody Gaussa-Jordana. Zgodnie z tą metodą macierz odwzorowującą układ równań należy przekształcić za pomącą elementarnych działań matematycznych by sprowadzić ją do macierzy jednostkowej.

2. Zadanie do wykonania

2.1. Opis problemu

Jednym ze źródeł UARL mogą być równania różniczkowe. Dla prostego oscylatora harmonicznego z drugiej zasady dynamiki Newtona mamy:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t) = -\omega^2 x(t).$$

Przybliżając drugą pochodną położenia x występującą po lewej stronie równania powyżej ilorazem różnicowym otrzymujemy:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{(\Delta t)^2}$$

Do rozwiązania równania potrzebujemy jeszcze wartości x_0 i x_1 jsd. Definiujemy je korzystając z warunków początkowych: $x_0 = A$ to początkowe wychylenie z położenia równowagi, a $(x_1 - x_0)/h = V_0$ to początkowa wartość prędokści ciała.

Po dodaniu warunków początkowych powyższe równanie da się zapisać w postaci macierzowej dla pierwszych 7 kroków czasowych jako:

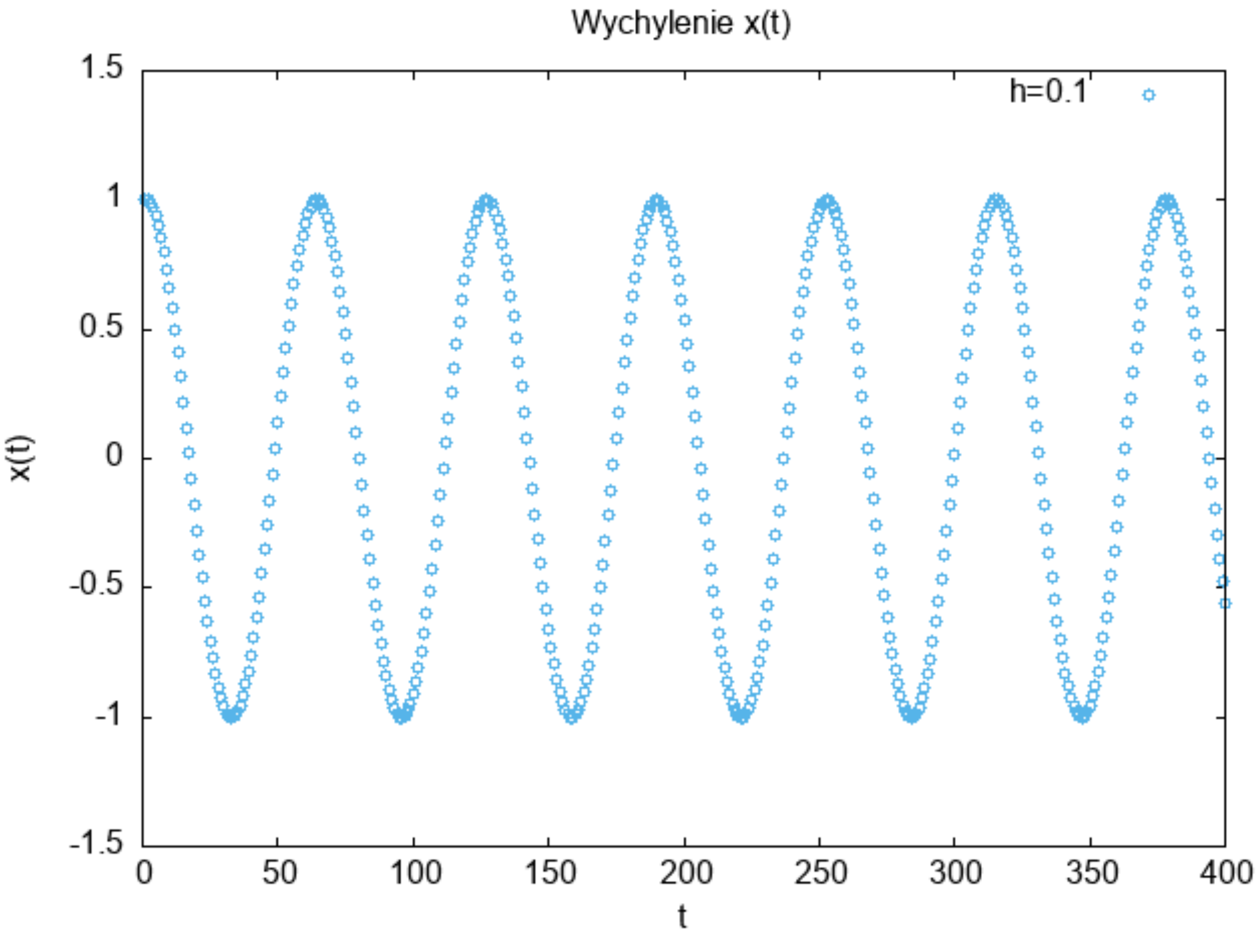
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ v_0 h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Naszym zadaniem było rozwiązanie powyższego układu dla macierzy o wielkości 200 metodą Gaussa-Jordana oraz narysować zależność wychylenia z położenia równowagi.

Przyjęliśmy następujące warunki początkowe: $V_0 = 0$, $A = 1$, $h = 0.1$

2.2. Wyniki

Korzystając z funkcji gaussj.c rozwiązującej równania liniowe metodą Gaussa-Jordana, zadeklarowaliśmy odpowiednio dużą macierz, uzupełniliśmy ją danymi z zadania a w wyniku otrzymaliśmy zależność wychylenia od czasu dla kroku czasowego 0.1s.



3. Wnioski

Powyższy wykres pokrywa się z wykresem funkcji cos(t), co pokazuje że korzystając z funkcji gaussj.c oraz metody Gaussa-Jordana możemy rozwiązać układ równań liniowych z dużą dokładnością. Jako że jest to metoda macierzowa to można rozwiązywać UARL dla bardzo dużych zbiorów danych.