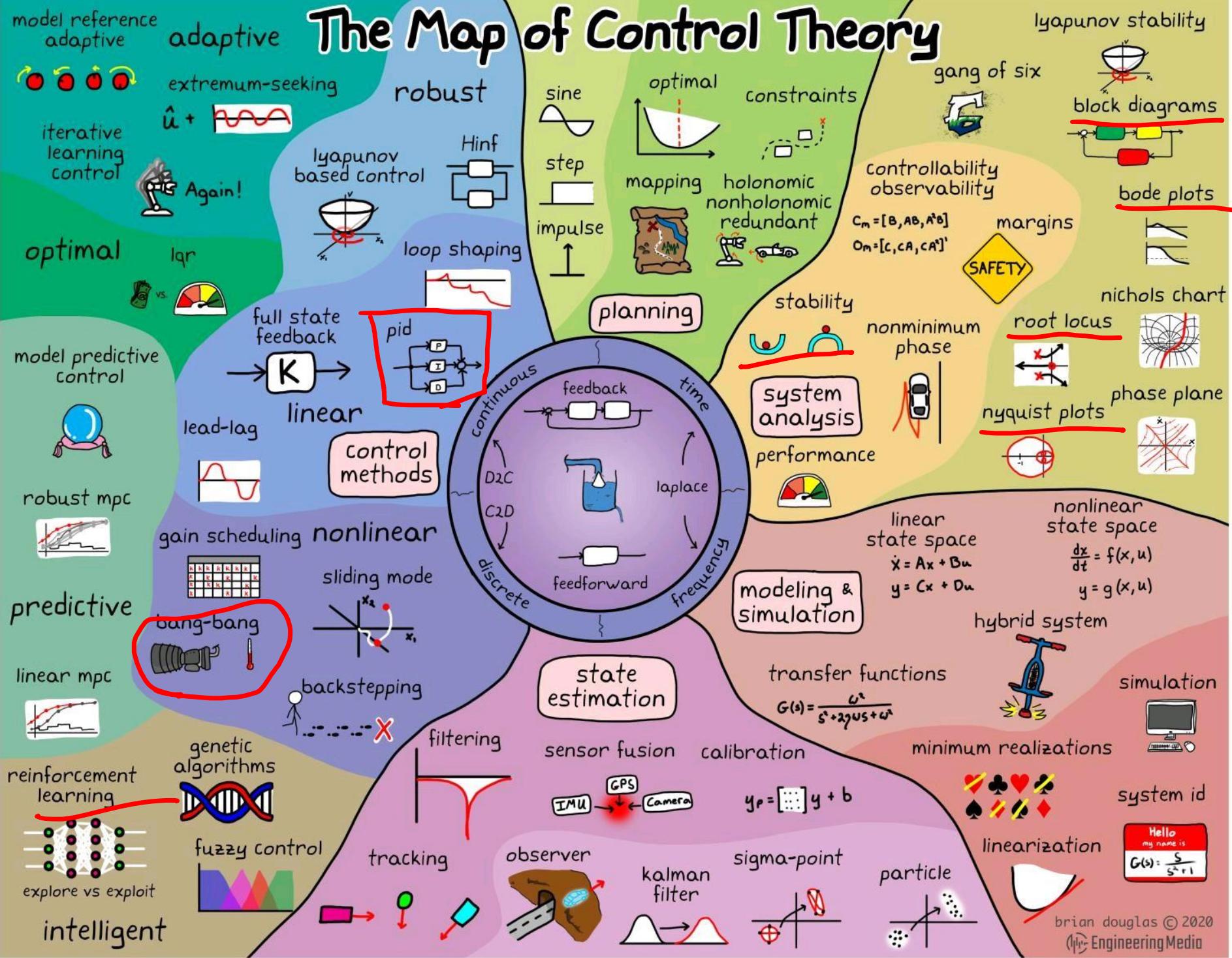
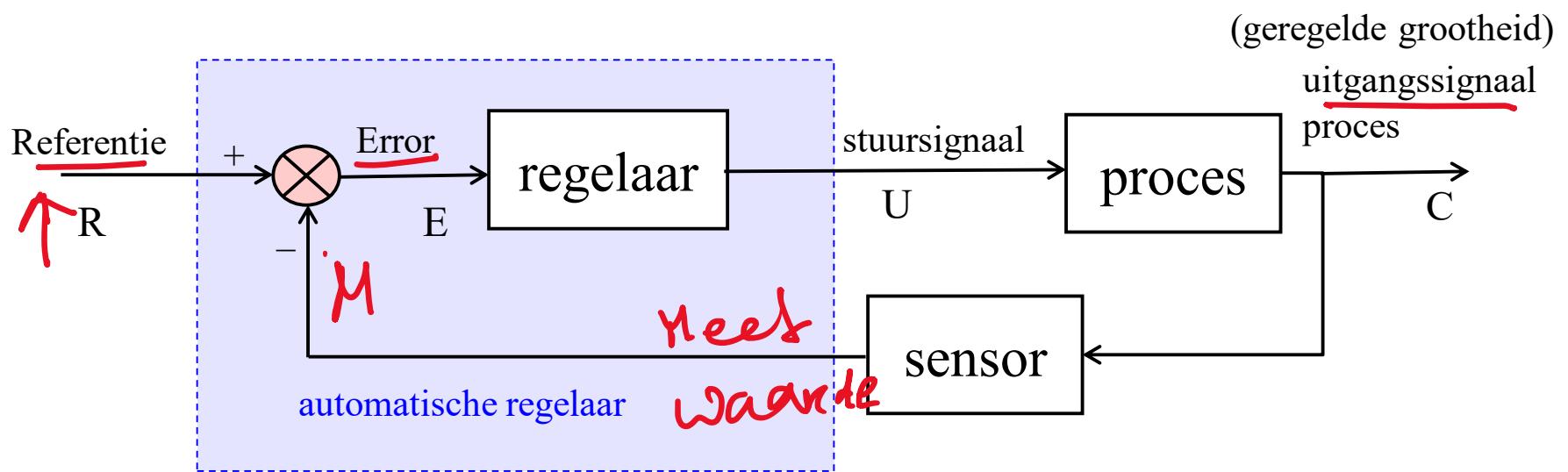


The Map of Control Theory



brian douglas © 2020
Engineering Media

Ontwerpen van Geregelde Systemen



Ontwerpen van geregelde systemen

Inleiding

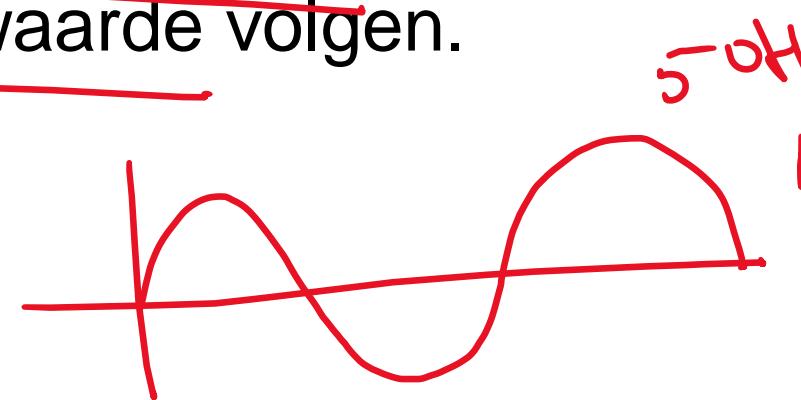
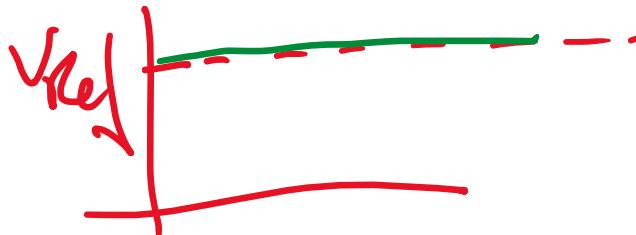
Regelaarinput: E *E lewyl*

Regelaaroutput: U

$$U = E * H_r$$

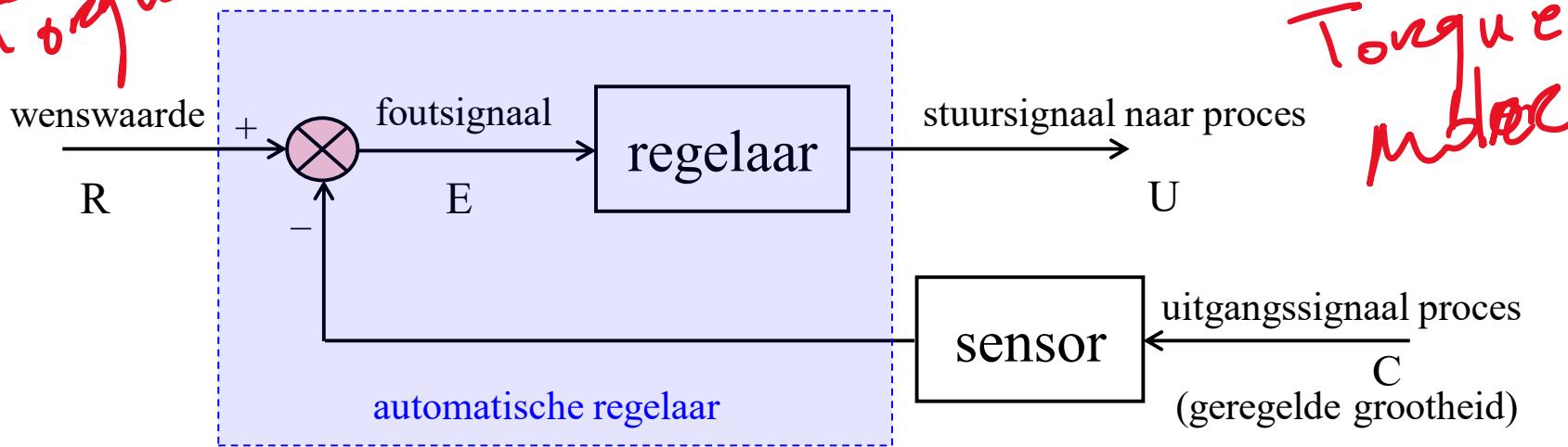
$$H_r = U / E$$

De regelaar moet de geregelde waarde constant
houden of moet de referentiewaarde volgen.

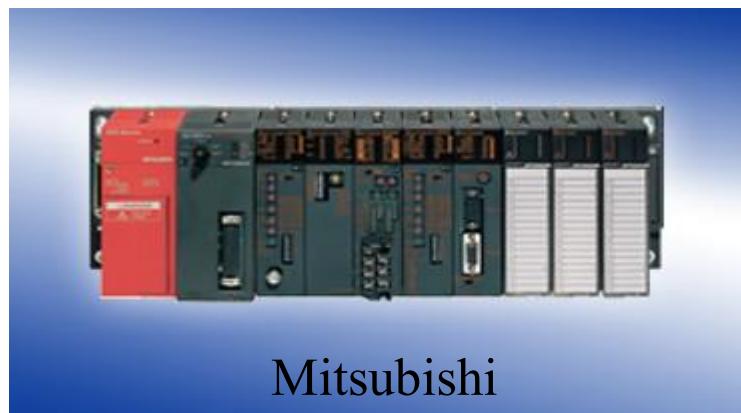


DE AUTOMATISCHE REGELAAR

Tongue (ed)



Tongue
mHoe



P10

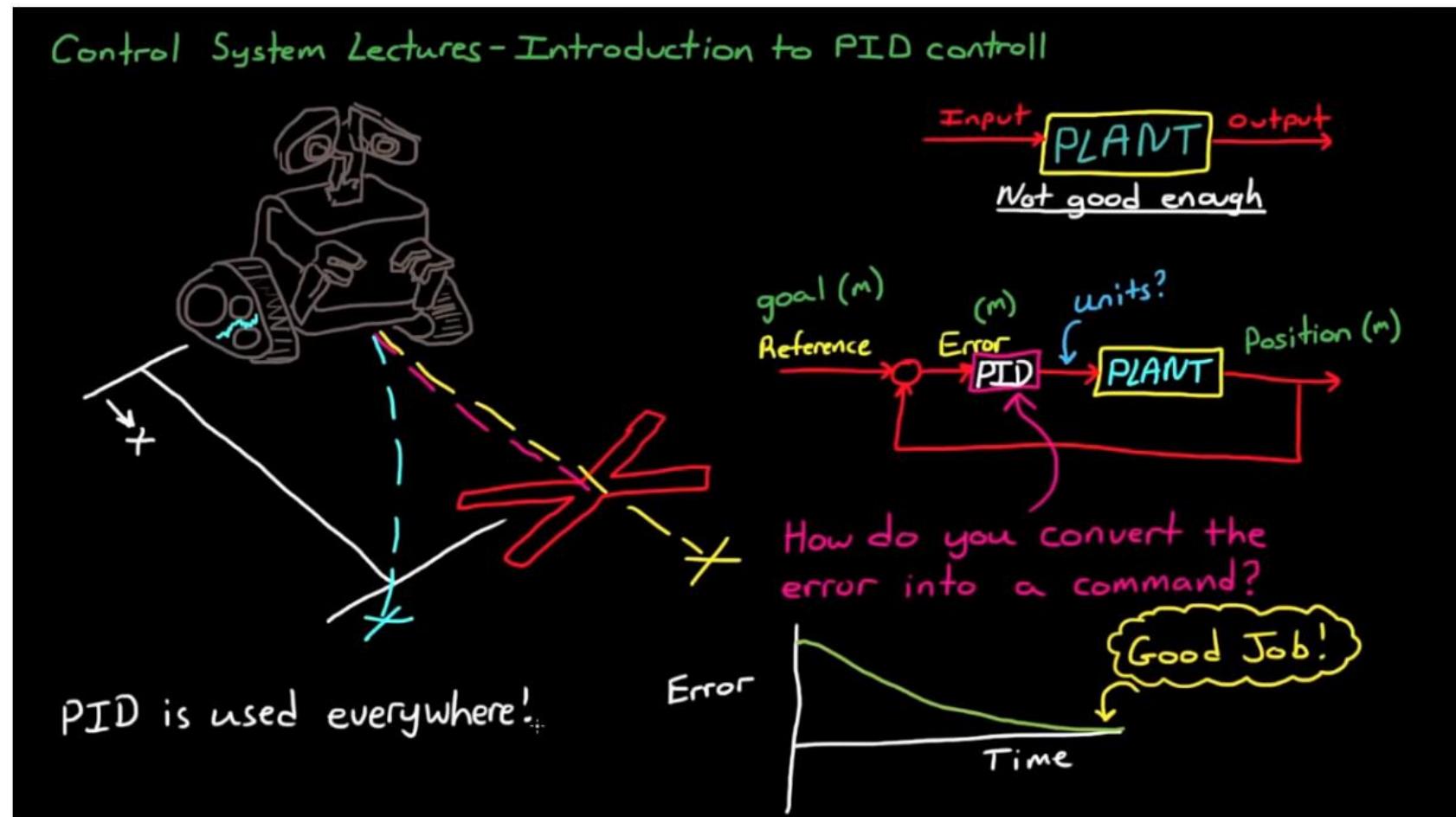


B&R automation

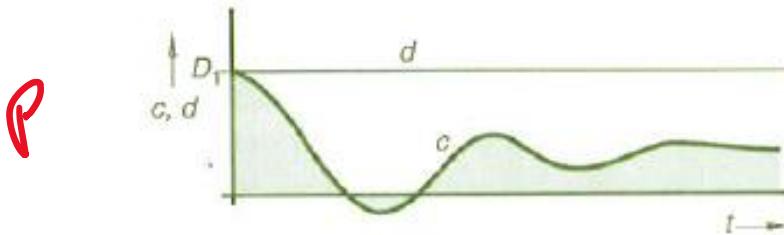


Filmpje over PID (intro)

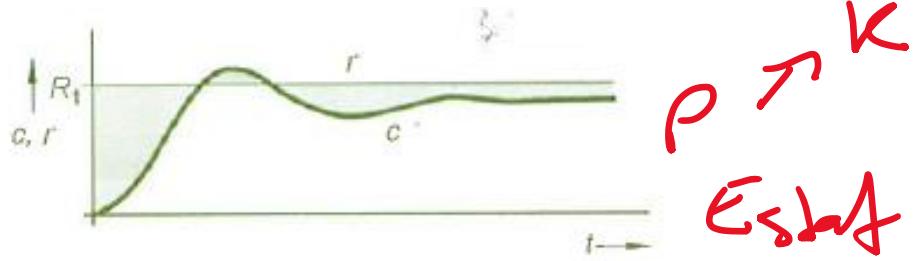
- <https://www.youtube.com/watch?v=UR0hOmjaHp0>



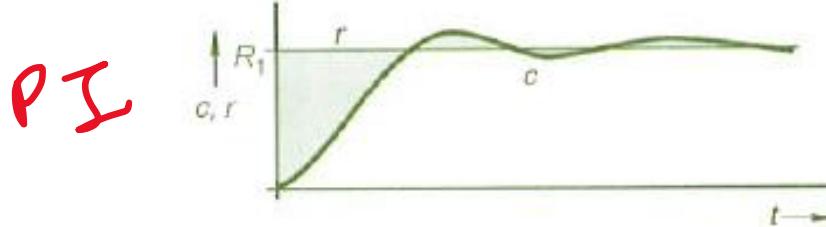
P(Proportional)-, I(Integral)- en D(Derivative)-actie



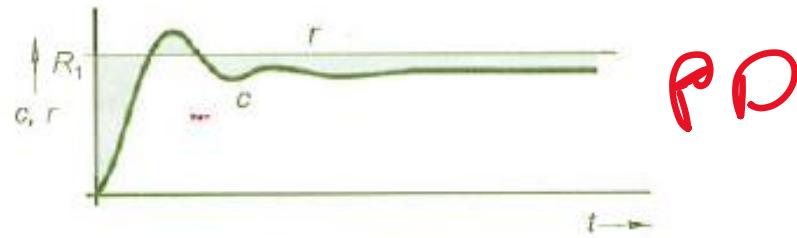
a. stapresponsie c als d verandert van 0 naar D_r



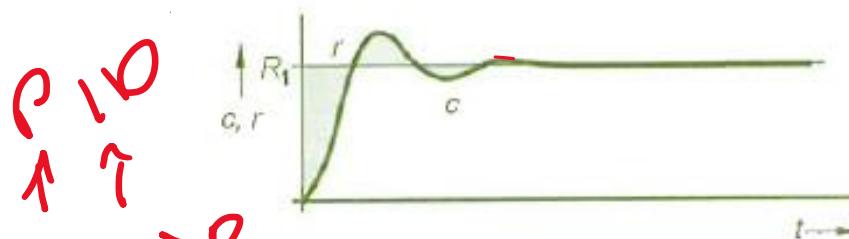
b. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 , bij P-geregeld systeem



c. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 , bij PI-geregeld systeem



d. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 , bij PD-geregeld systeem



e. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 , bij PID-geregeld systeem

$$\underline{P: u(t) = K_p * e(t)}$$

$$\underline{I: u(t) = \frac{1}{K_i} \int e(t) dt}$$

$$\underline{D: u(t) = K_d * \frac{d}{dt} e(t)}$$

P-, I- en D-actie

- P: $u(t) = K_p * e(t)$
- I: $u(t) = K_i * \int e(t) dt$
- D: $u(t) = K_d * \frac{d}{dt} e(t)$



midige lid

$$\sum_{t=0}^n e_t \Delta t$$
$$\frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{e_{t_2} - e_{t_1}}{t_2 - t_1}$$

wordt nu

b

Invloeden: zie voorgaand figuur

- P: D(% overshoot) groter; t_s kleiner; E kleiner
- I: t_s groter; E kleiner $\rightarrow E \rightarrow D$
- D: t_s kleiner; D(% overshoot) kleiner

Bij alle regelaars bestaat de kans dat het geregelde systeem instabiel wordt!

Zie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PID_Compensation_Animated.gif

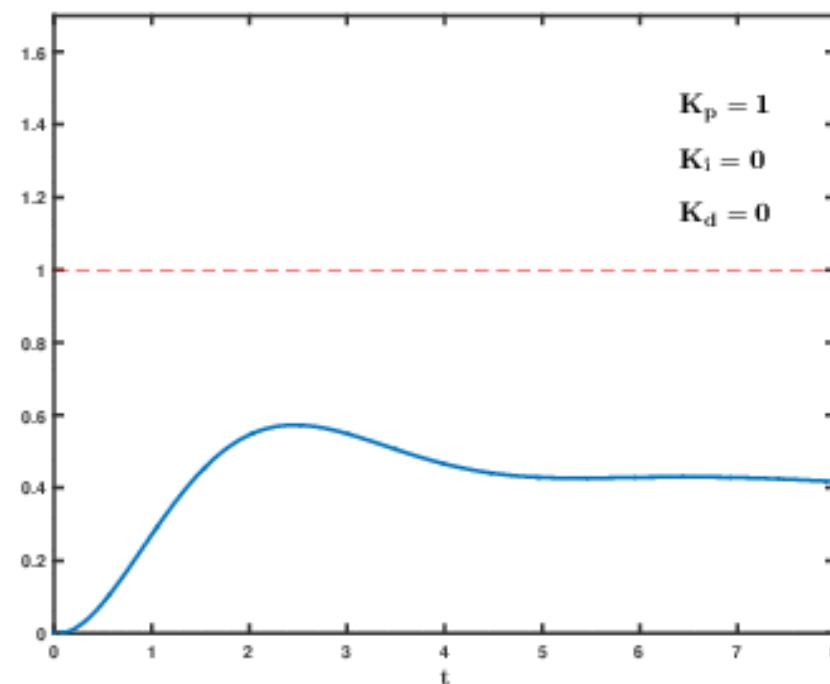
P-, I- en D-actie

$$P: u(t) = K_p * e(t) \quad I: u(t) = K_i * \int e(t)dt \quad D: u(t) = K_d * \frac{d}{dt} e(t)$$

P: D(% overshoot) groter; t_s kleiner; E kleiner

I : t_s groter; E kleiner

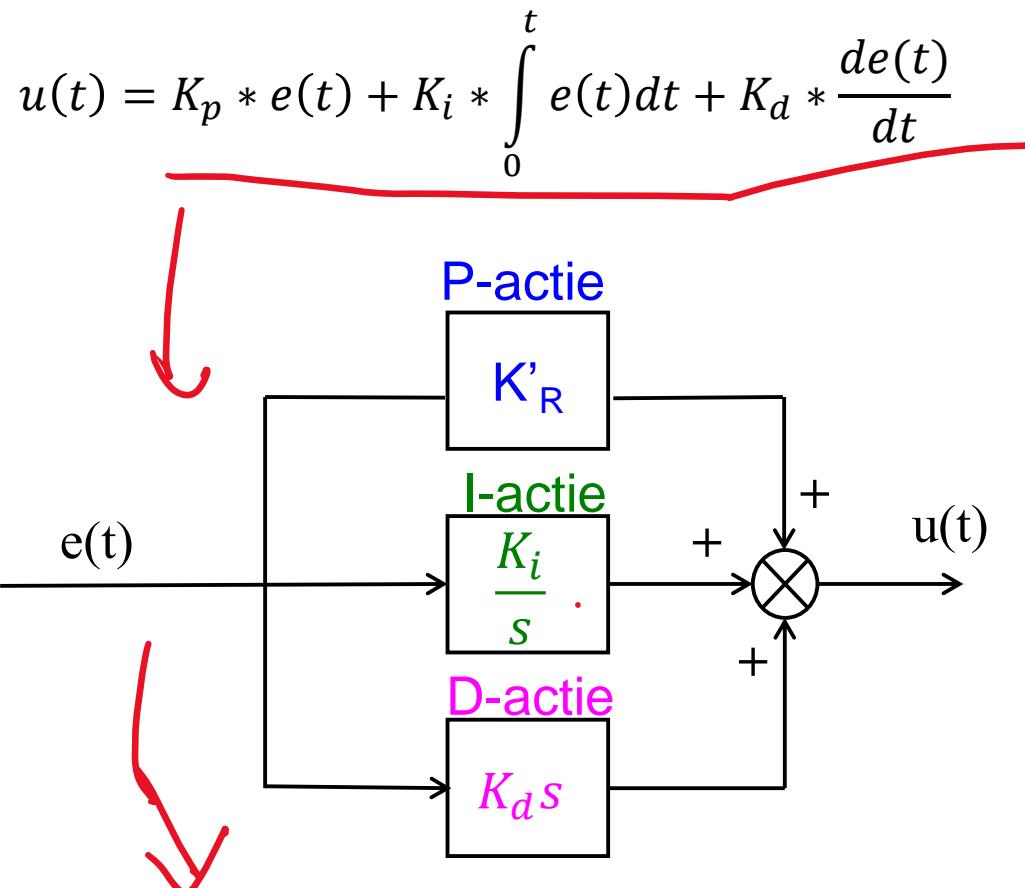
D: t_s kleiner; D(% overshoot) kleiner



DE PID-REGELAAR

De parallel PID-regelaar (toegepast in praktijk):

K_p wordt soms K_r genoemd



P = Proportioneel

I = Integrerend

D = Differentiërend

$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

$$\begin{aligned}
 H_{PID} &= K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s \\
 &= \frac{K_p \cdot s + K_i + K_d \cdot s^2}{s} \\
 \Rightarrow & K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i \cdot s} + T_d s \right)
 \end{aligned}$$

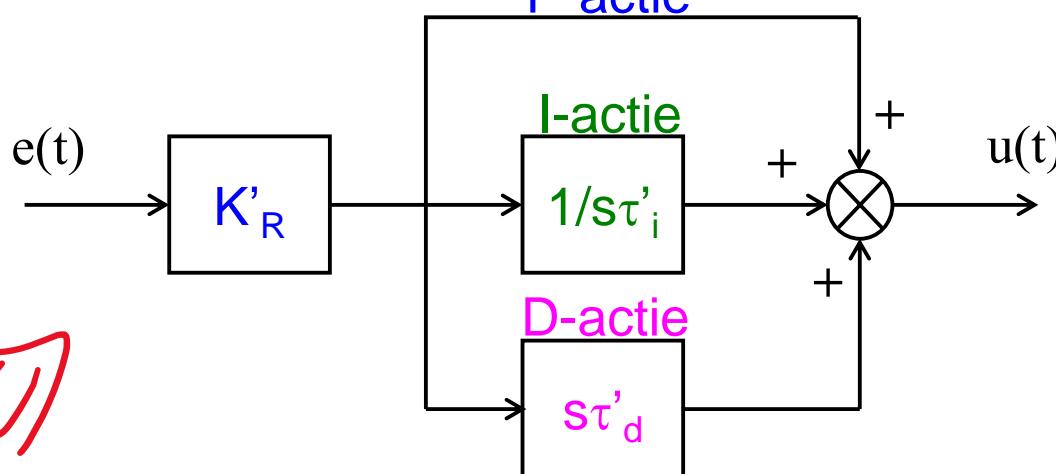
\Downarrow \Downarrow \Downarrow
 K_p $\frac{1}{\tau_i} = K_i / K_p$ K_d / K_p

DE PID-REGELAAR

De parallel PID-regelaar (toegepast in praktijk):

$$u(t) = K_R \cdot \left(e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t).dt + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

P-actie



K_p wordt soms K_r genoemd

P = Proportioneel

I = Integrerend

D = Differentiërend

π

$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i} + s\tau_d \right)$$

DE REGELAARS

Pregelaar: $H_r = K_r$

⇒ ideale PI regelaar: $H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right)$

ideale PD regelaar: $H_r = K_r (1 + \tau_d s)$

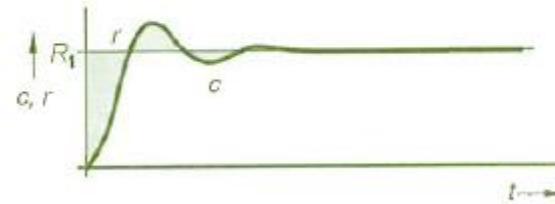
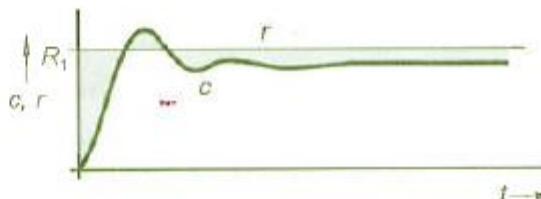
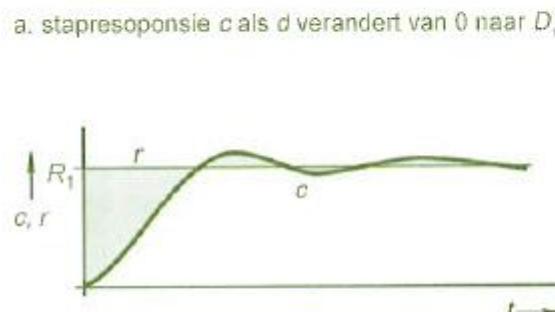
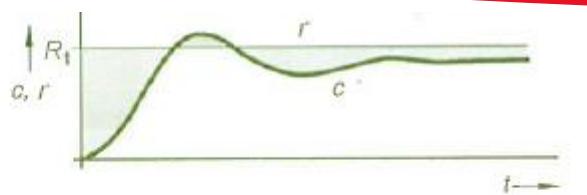
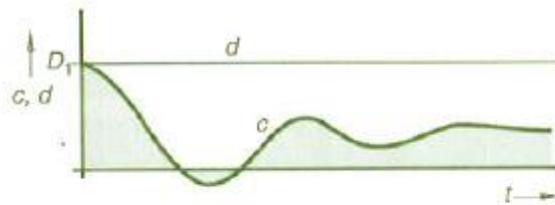
↳ ideale PID regelaar: $H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right)$

In de praktijk worden meestal niet-ideale regelaars gebruikt.

Niet-ideale PI wordt vaak 'lag-controller' genoemd.

Niet-ideale PD wordt vaak 'lead-controller' of ook
'tamme D-regelaar' genoemd.

Ontwerp van een P-regelaar



- Settling time wordt kleiner
- Overshoot wordt groter
- Statische fout wordt kleiner

$$K_p \tau = K_r$$

\Downarrow

$$t_s \downarrow$$

$$D(\zeta_w) \uparrow$$

$$E_{\text{stat}} \downarrow$$

Proportionaliteitsfactor: $K_r = \frac{U(s)}{E(s)}$

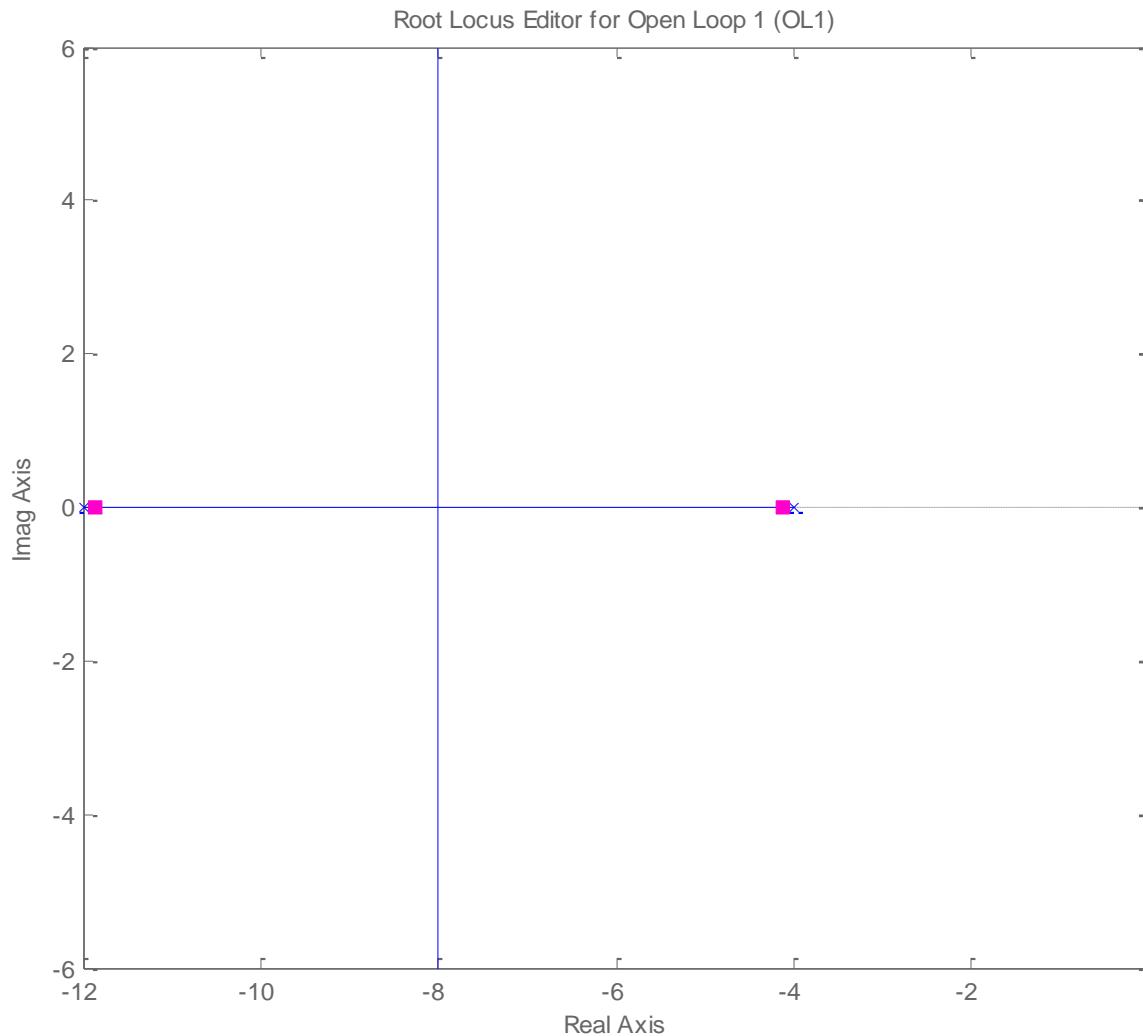


Instellen P-actie

$H(s) = 1/(s^2 + 16s + 48)$. Doel: $E_{\text{stat}} = 0$, $t_s = \text{minimaal}$, $D \leq 10\%$

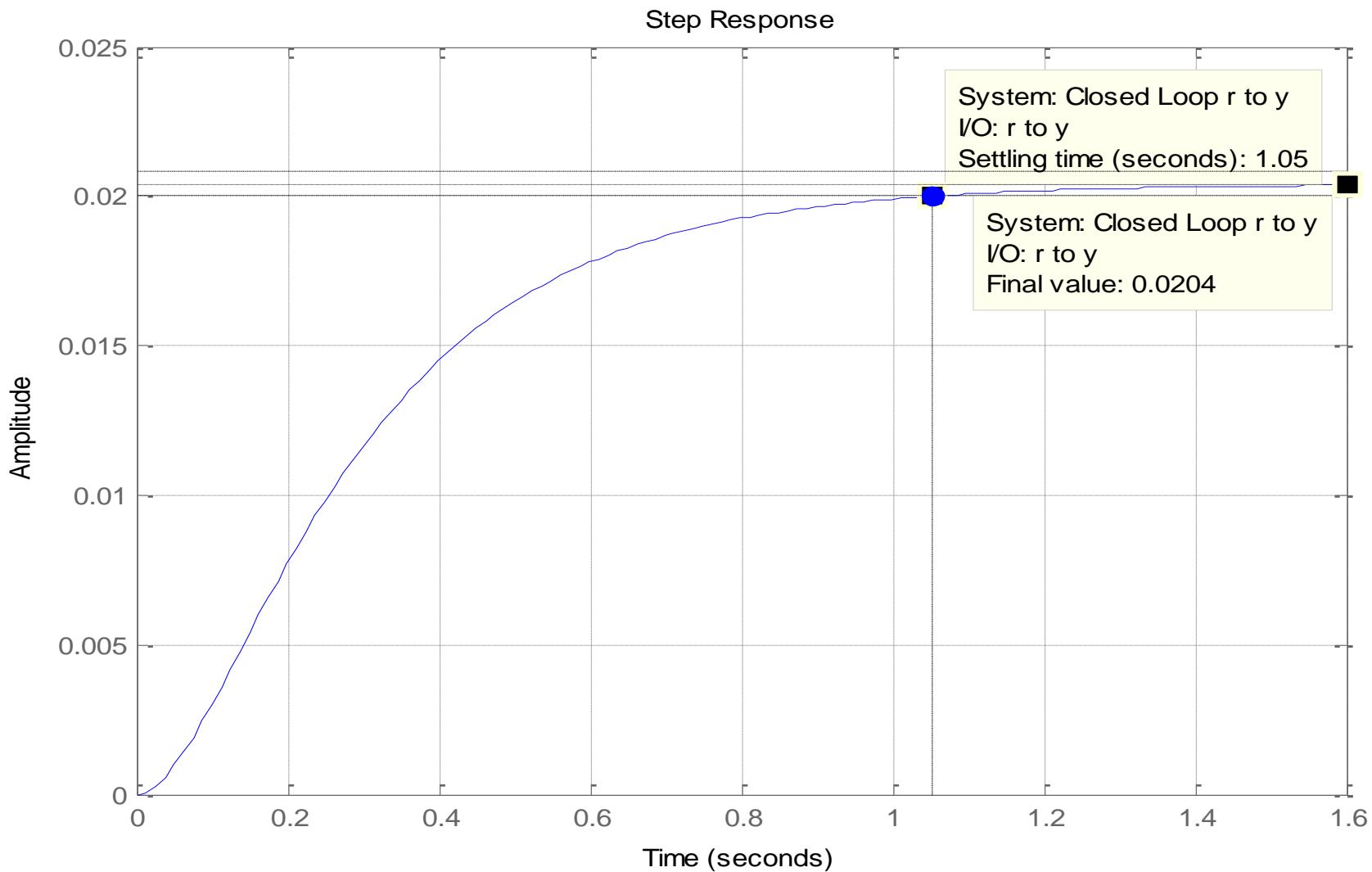
Eerst alleen P-regelaar; poolbaan met $K = 1$:

Niet mogelijk



Instellen P-actie

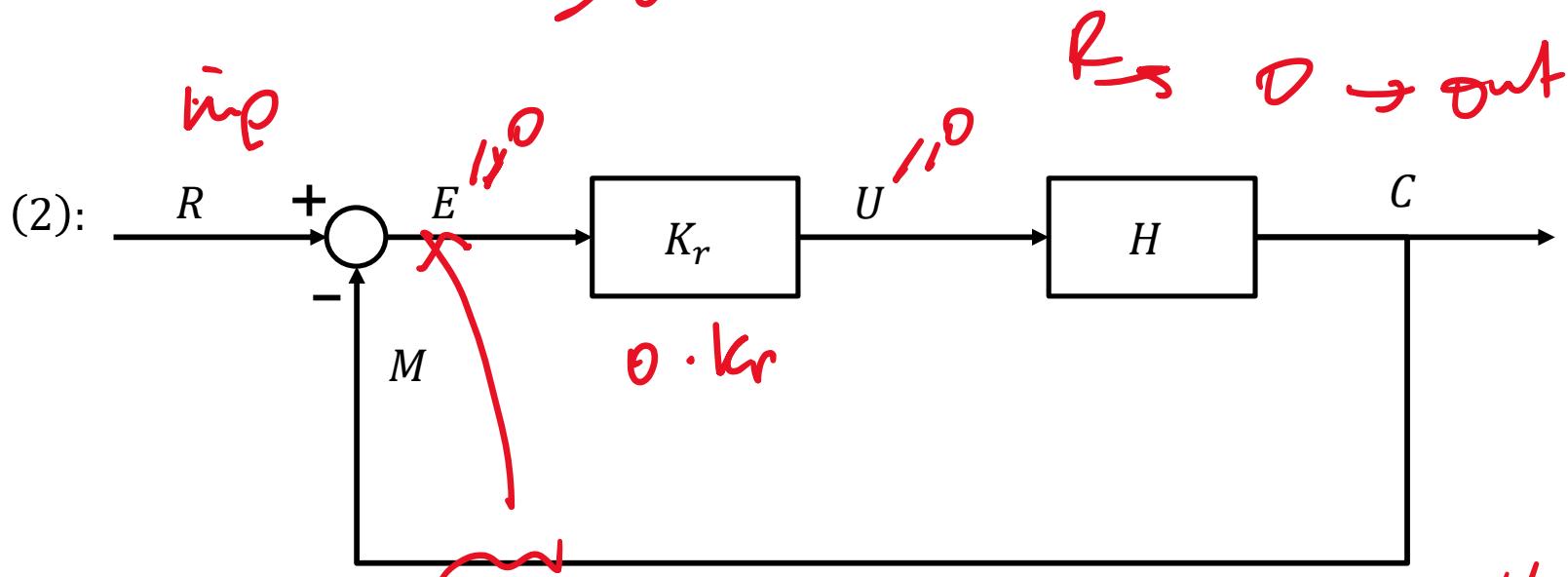
Eerst alleen P-regelaar; stapresponsie closed loop, $K = 1$



$$(1): E_{stat} = \frac{100\%}{1 + K_L}$$

$$K_L = k_r \cdot \frac{\pi |z_i|}{\pi |p_i|} \Rightarrow K_L > 0$$

$E_{stat} \neq 0$



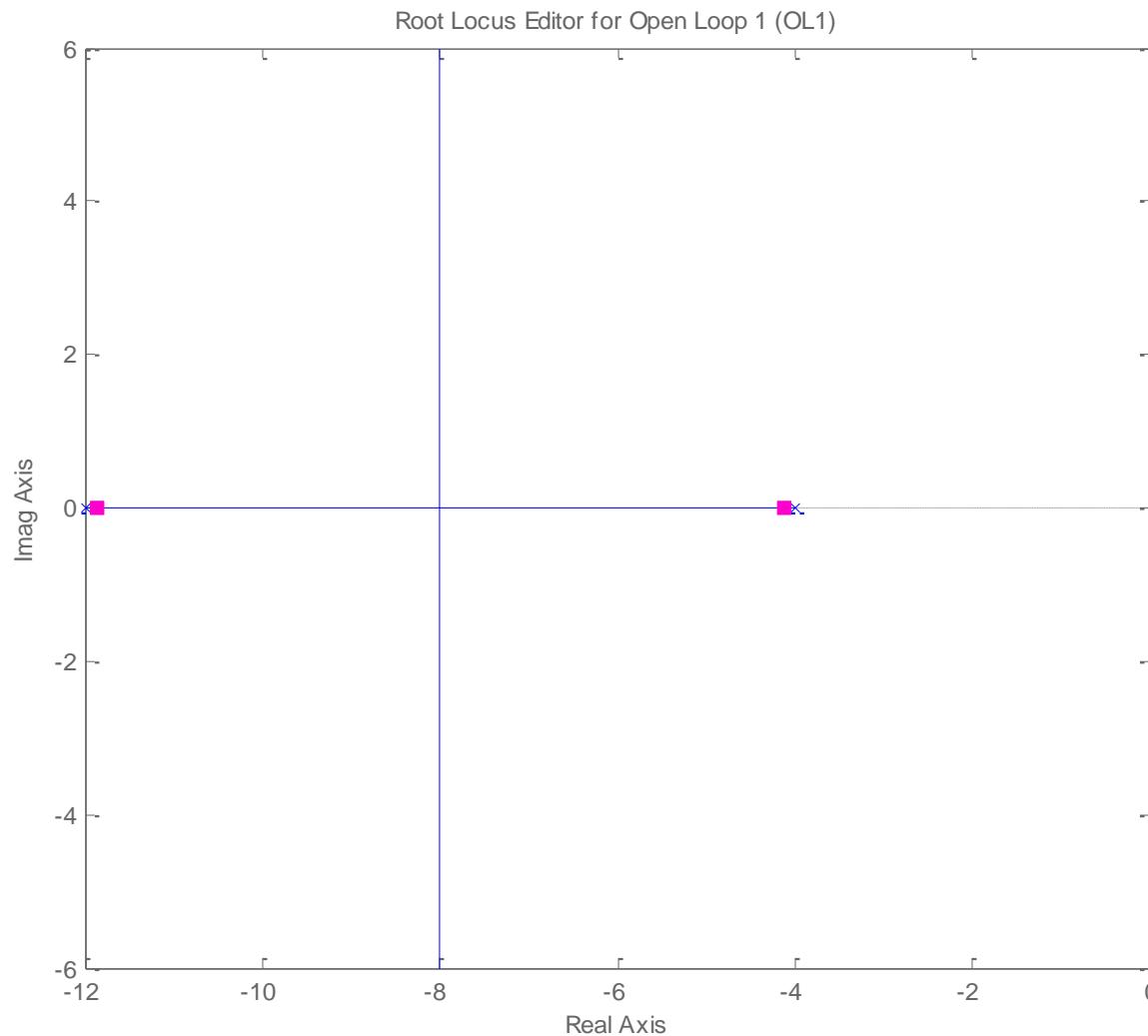
output = ref

$\rightarrow P$ -wurzel $\left(\text{len} \right)$
 $\rightarrow E \neq 0 \rightarrow \text{on}$



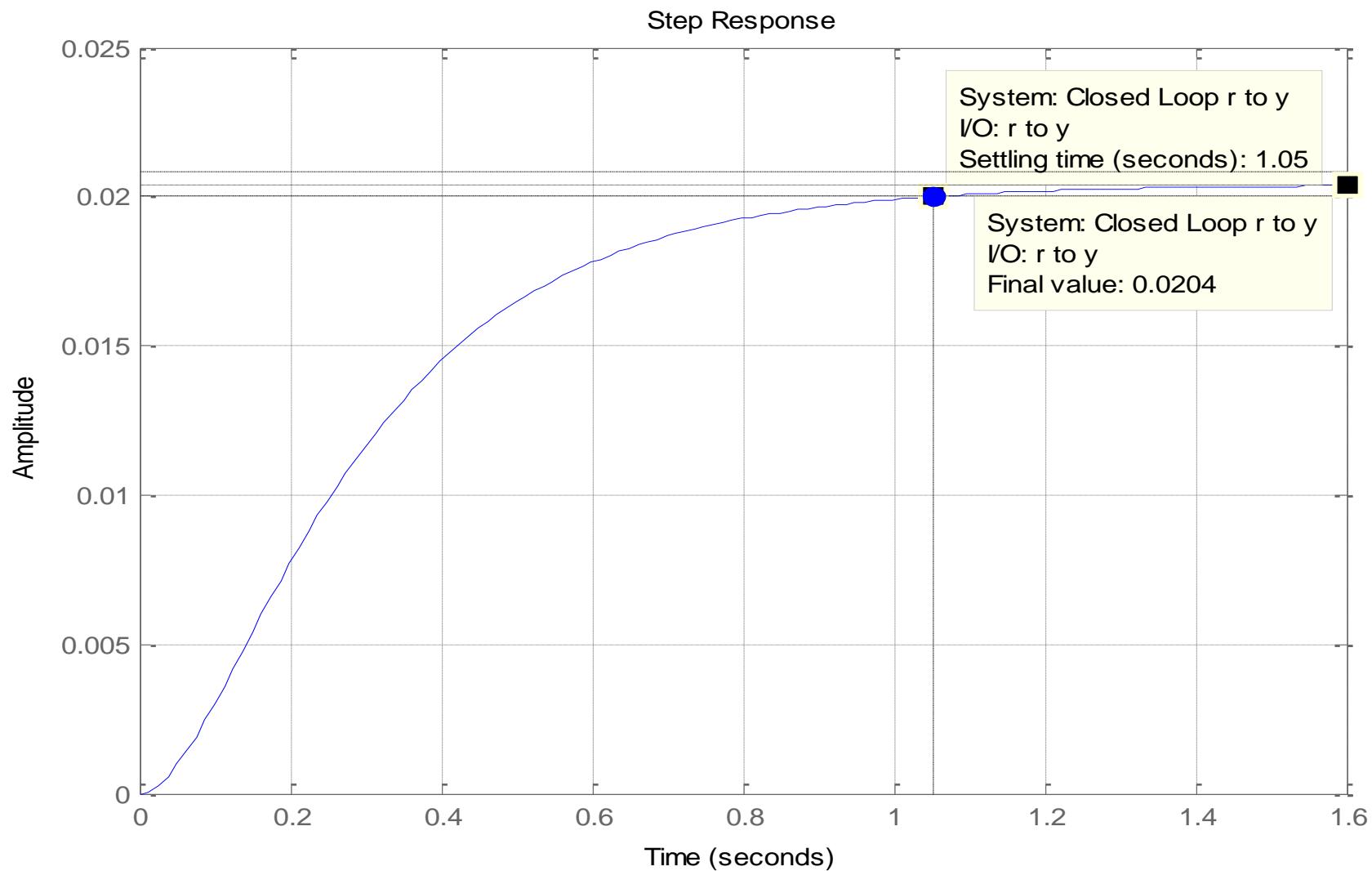
Toevoegen I-actie (ideale PI-regelaar)

$H(s) = 1/(s^2 + 16s + 48)$. Doel: $E_{\text{stat}} = 0$, $t_s = \text{minimaal}$, $D \leq 10\%$
Eerst alleen P-regelaar; poolbaan met $K = 1$:



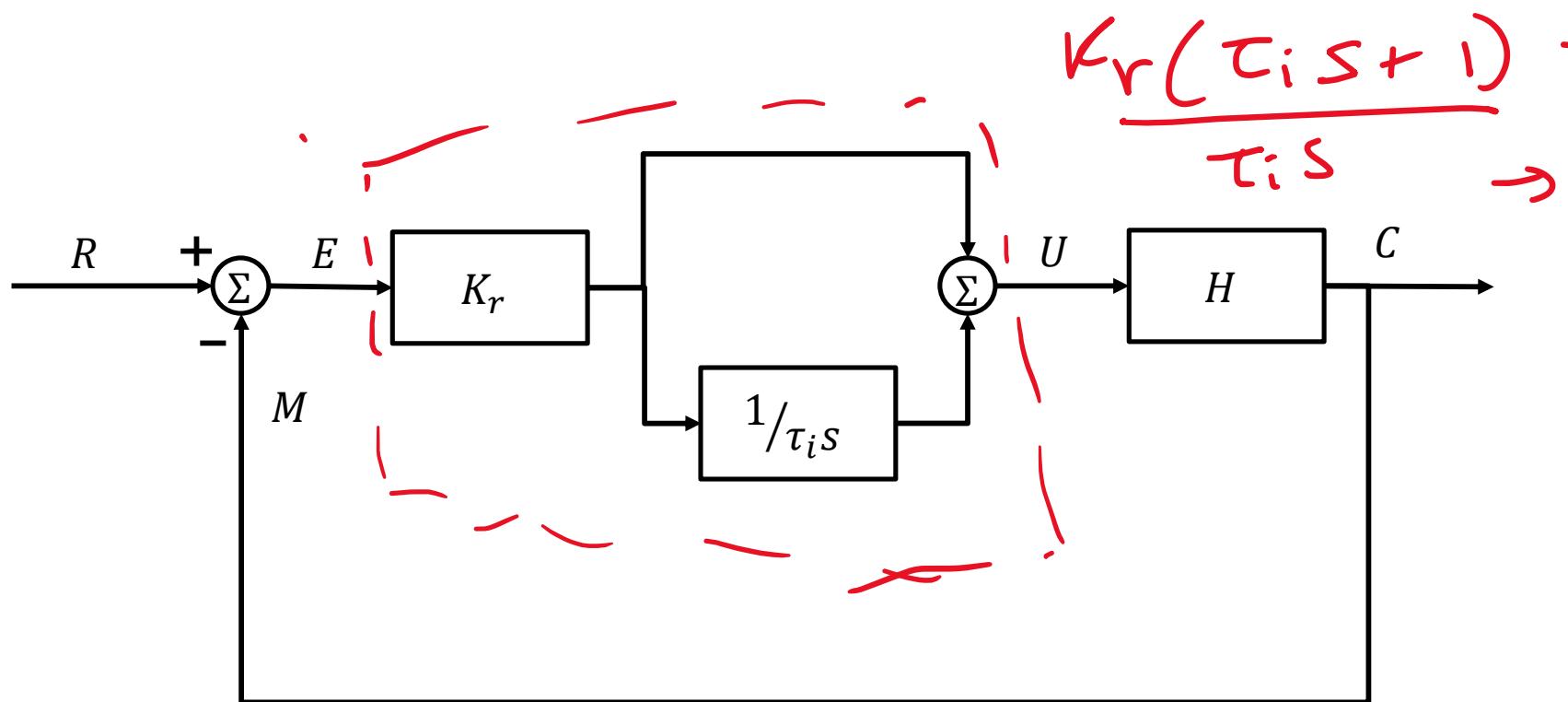
Toevoegen I-actie

Eerst alleen P-regelaar; stapresponsie closed loop, $K = 1$

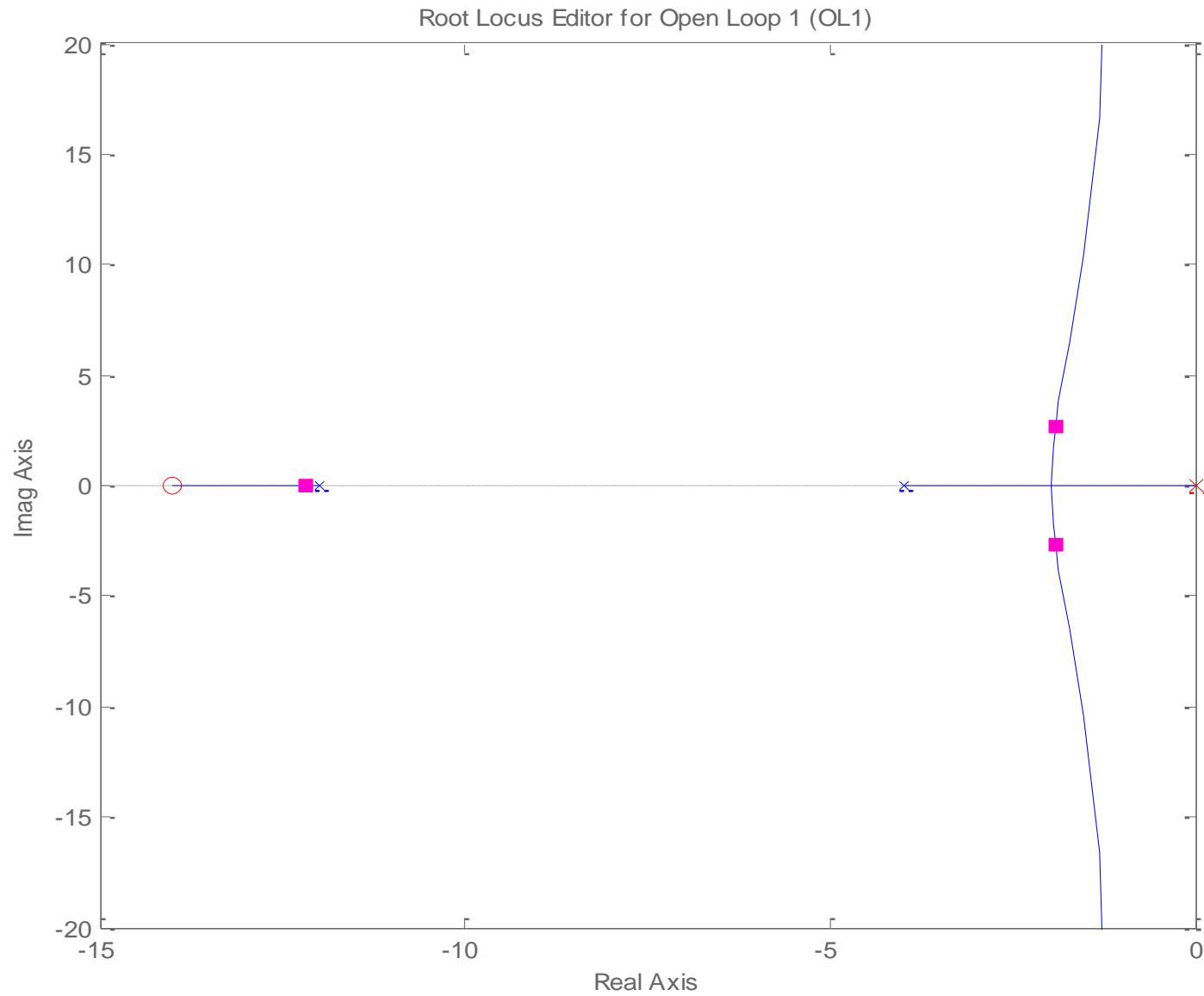


PI-regelaar

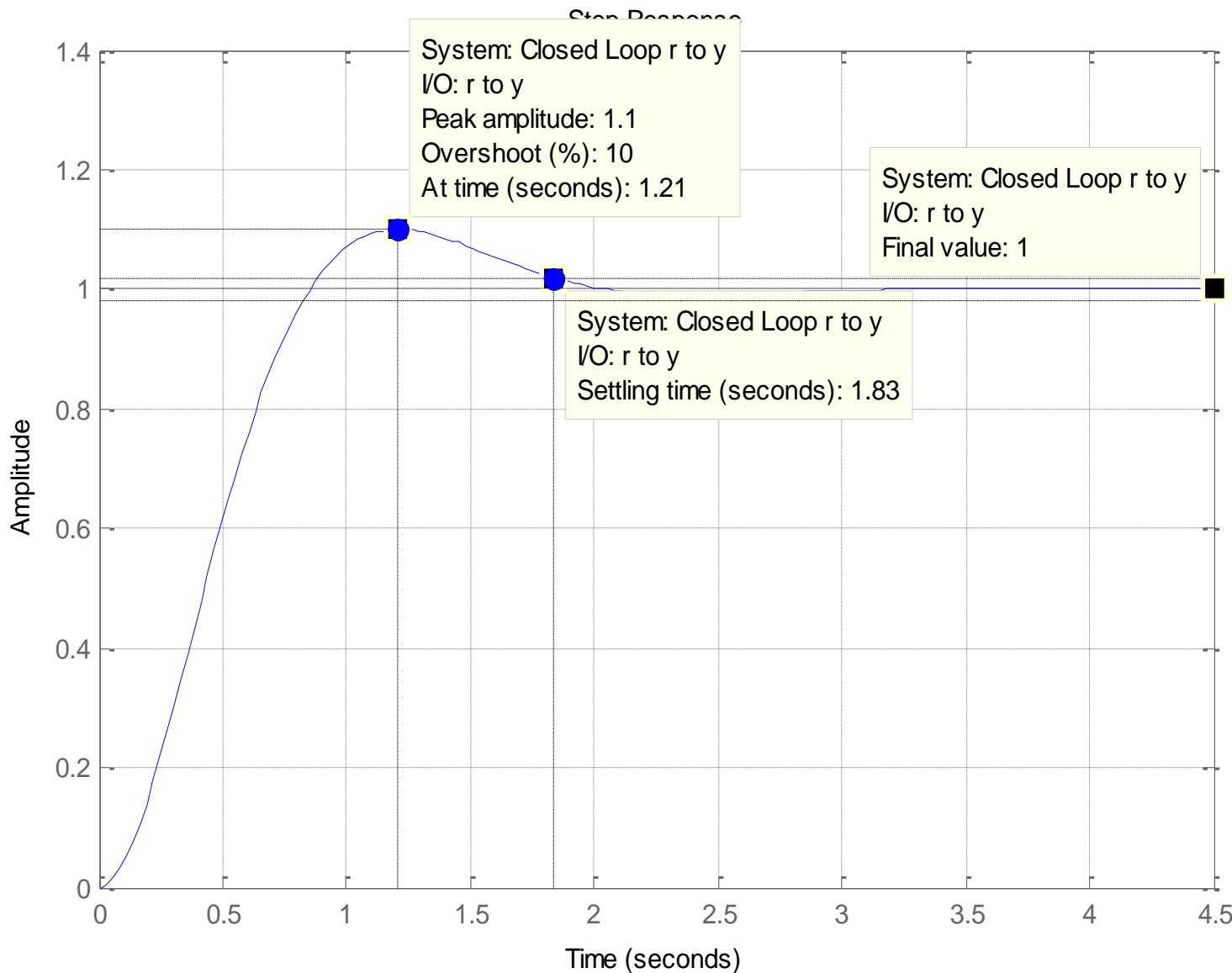
$$H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \Rightarrow K_r + \frac{K_r}{\tau_i s} \Rightarrow \frac{K_r \tau_i s + K_r}{\tau_i s}$$



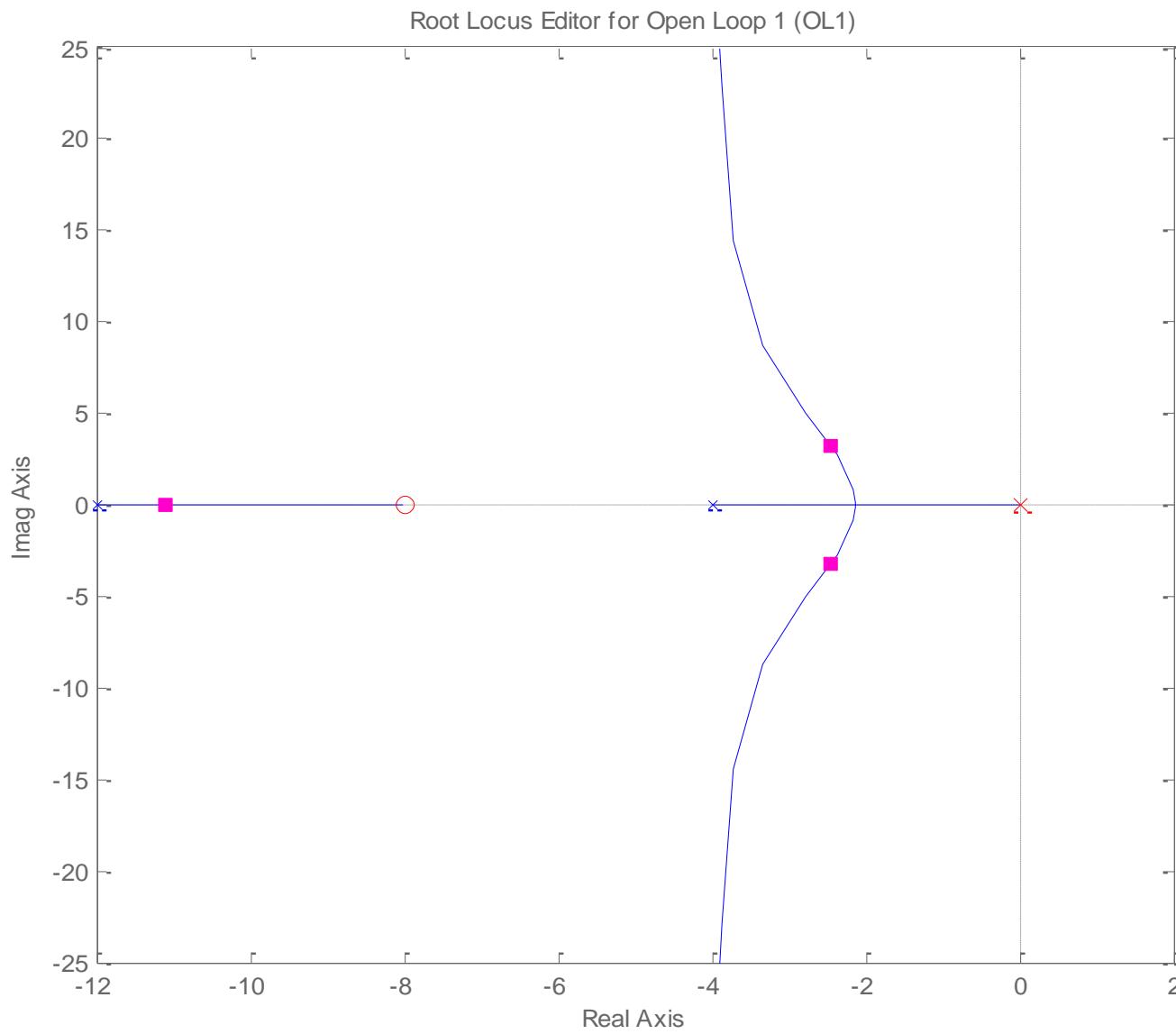
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -14, K = 9,2



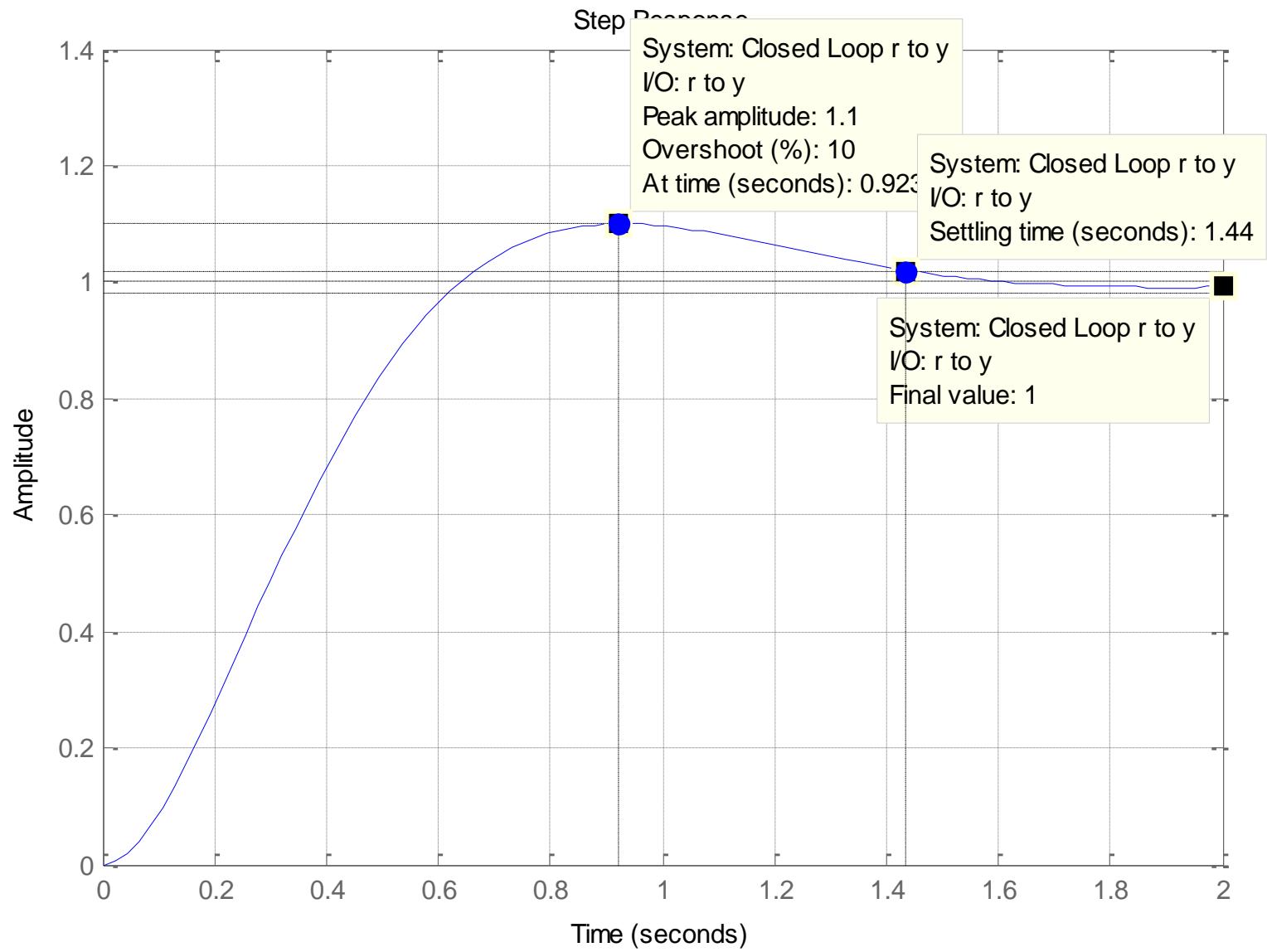
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -14, K = 9,2



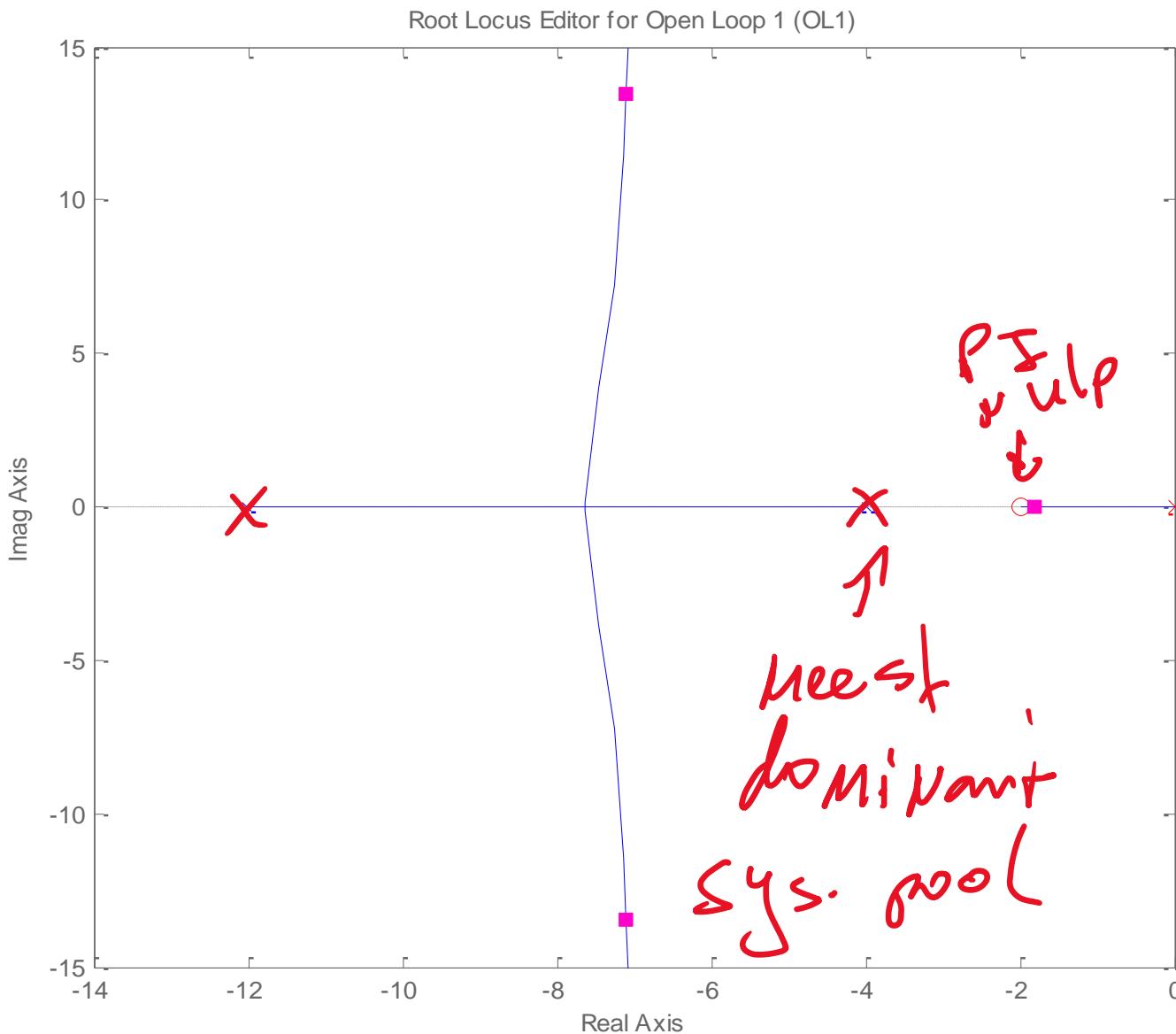
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -8, K = 22,6



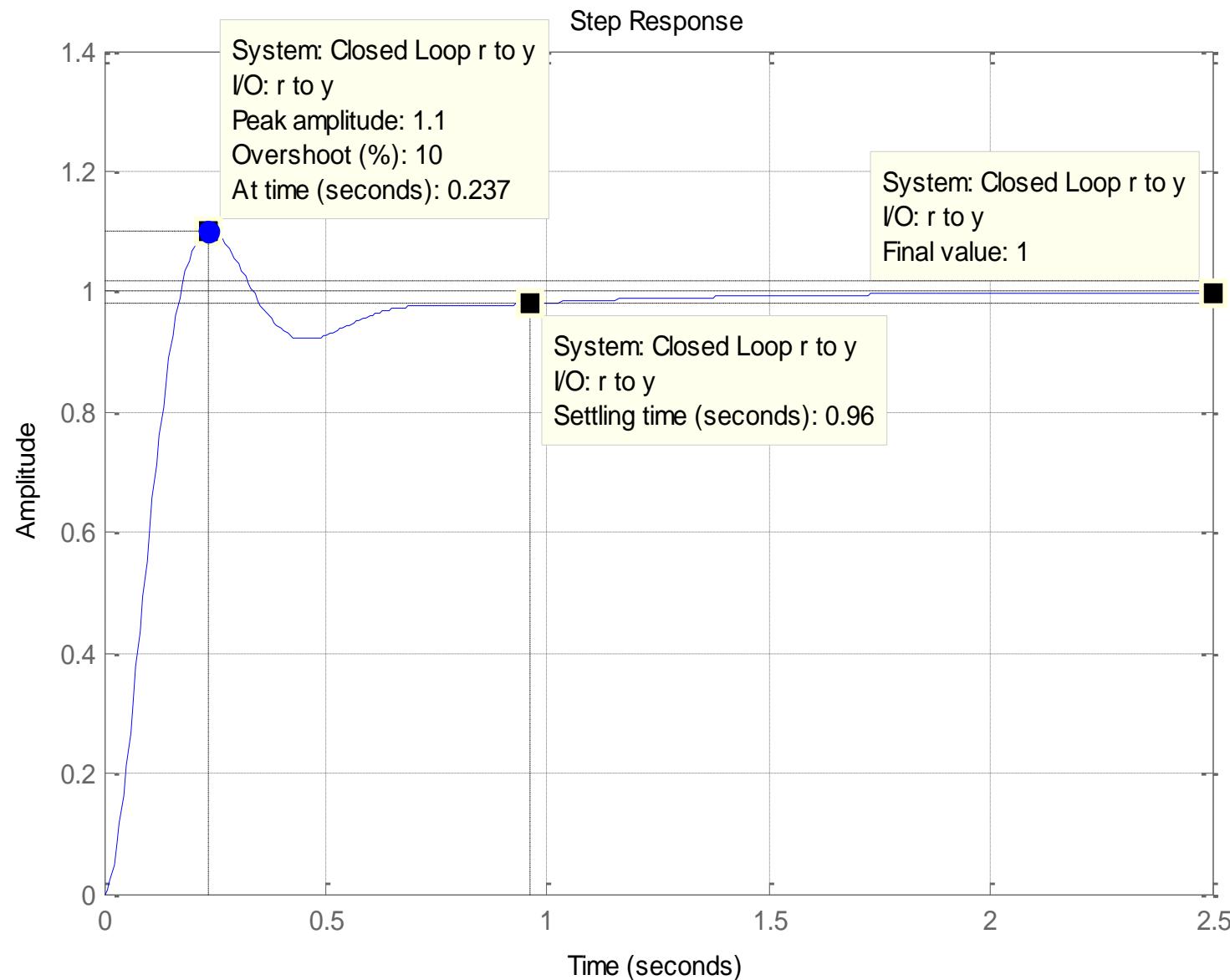
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -8, K = 22,6



Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -2, K = 209



Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -2, K = 209



Een goede keuze voor de waarde van τ_i in een PI-regelaar is dus een waarde die gelijk is aan of iets groter is dan de grootste tijdconstante van het systeem. Het nulpunt van deze PI-actie ligt dan iets rechts van de dominante systeempool.

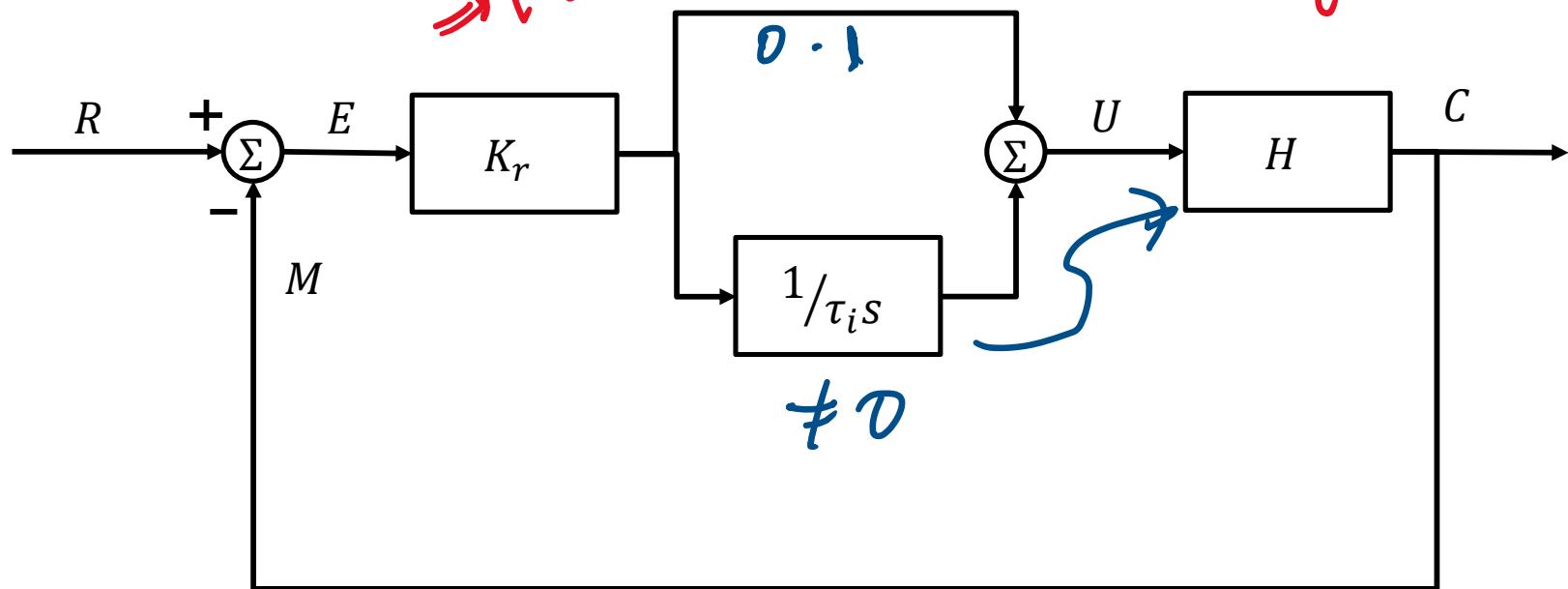
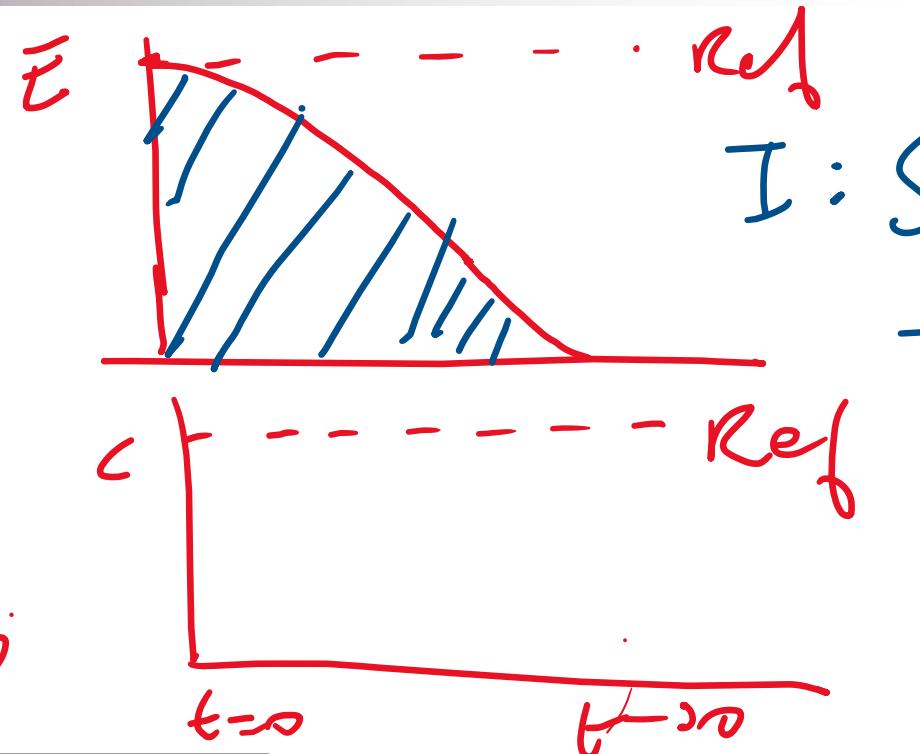
$$\tau_i$$

PI-regelaar

$$E_{stat} = \frac{100\%}{1 + K_L} \rightarrow \infty$$

$$K_L = K \frac{\prod |z_i|}{\prod |p_i|}$$

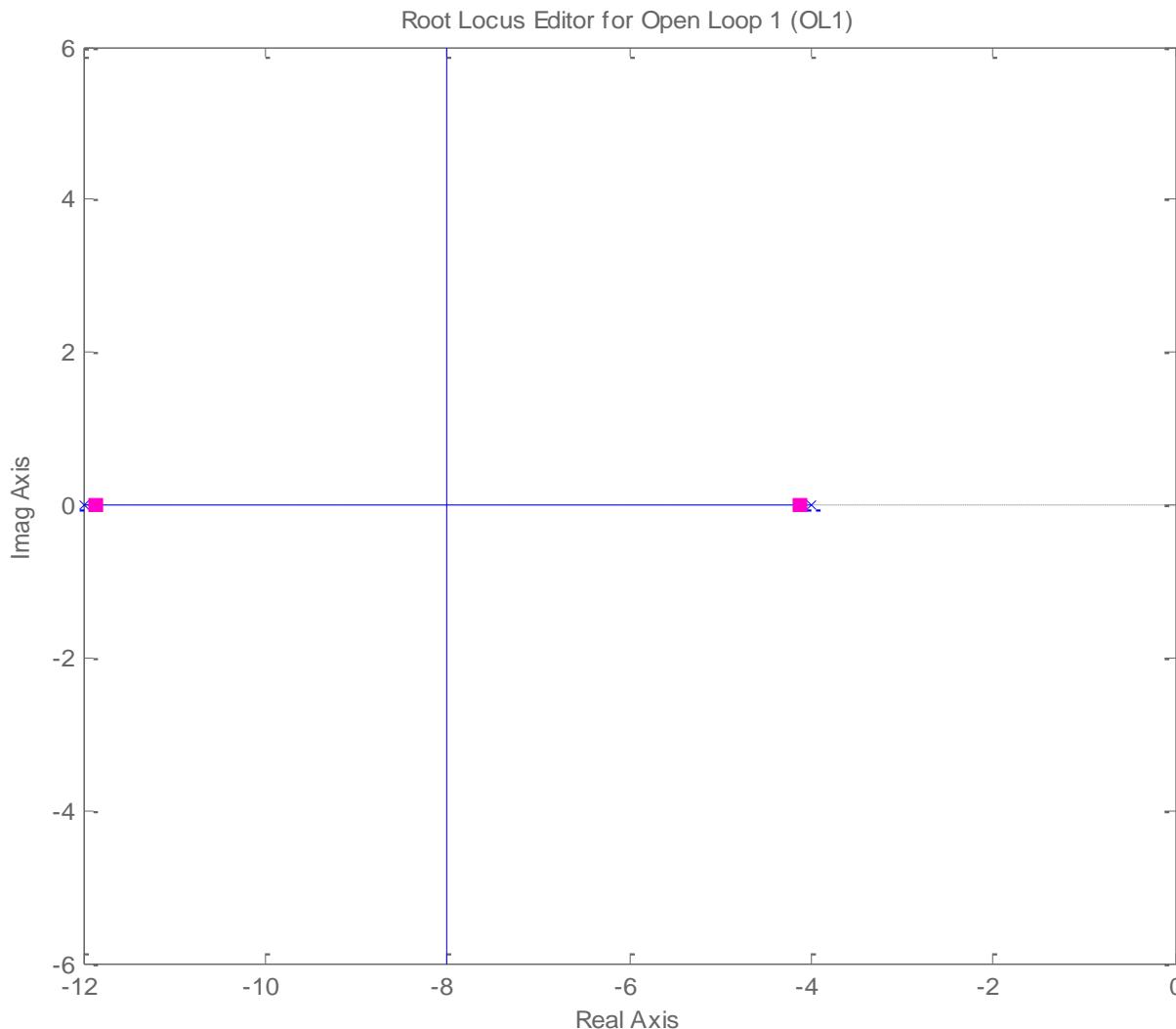
$$(1-u)(1-\alpha) \cdot \frac{0}{K_L} \rightarrow 0$$





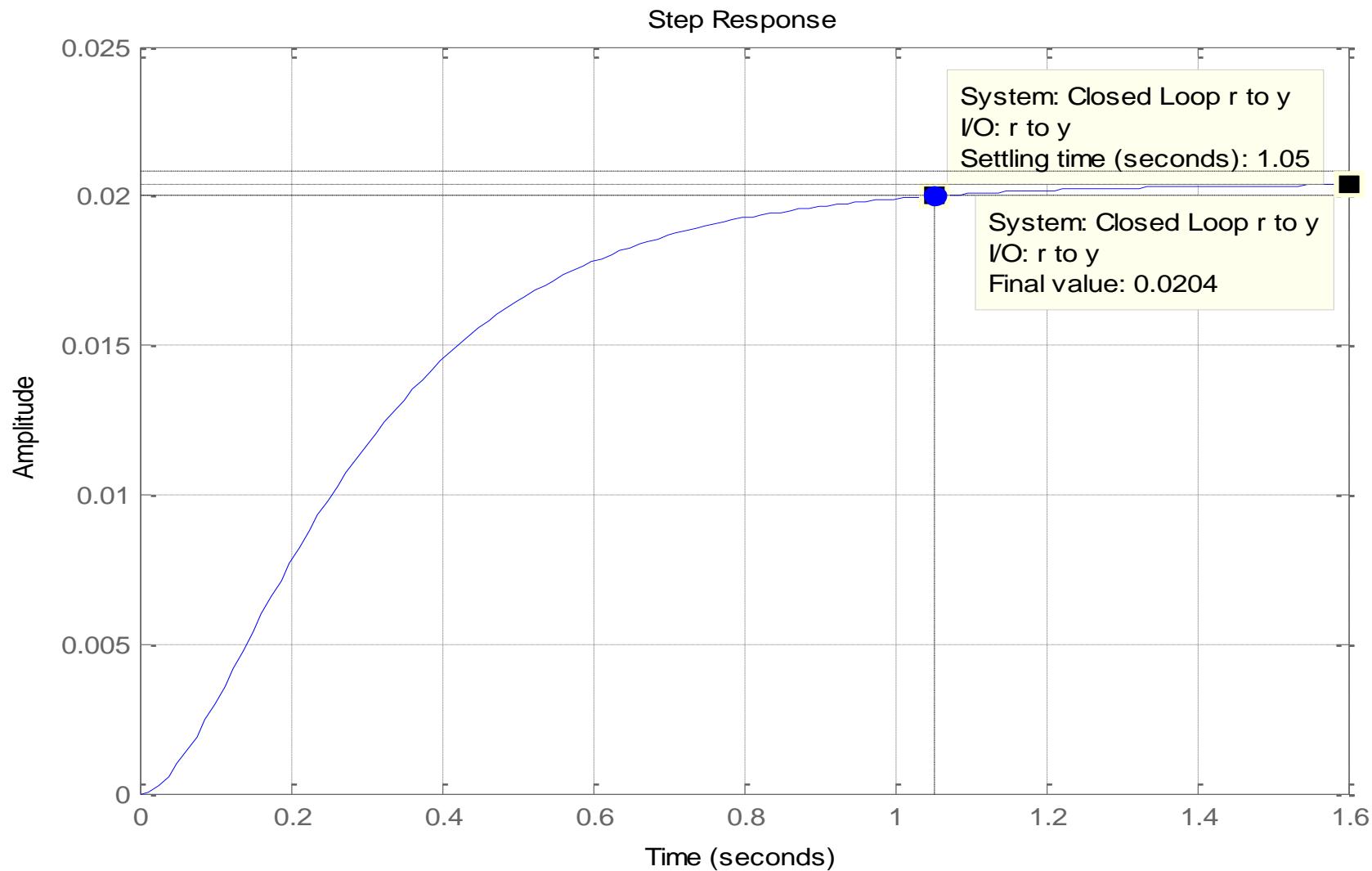
Toevoegen D-actie (ideale PD-regelaar)

$H(s) = 1/(s^2 + 16s + 48)$. Doel: $E_{\text{stat}} = 0$, $t_s = \text{minimaal}$, $D \leq 10\%$
Eerst alleen P-regelaar; poolbaan met $K = 1$:



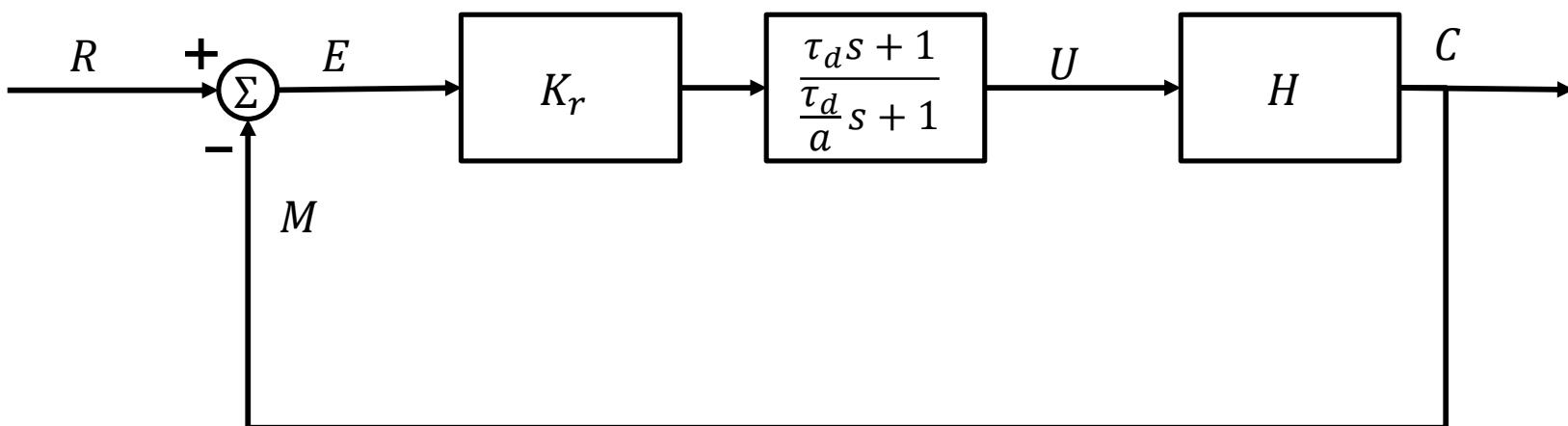
Toevoegen D-actie

Eerst alleen P-regelaar; stapresponsie closed loop, $K = 1$

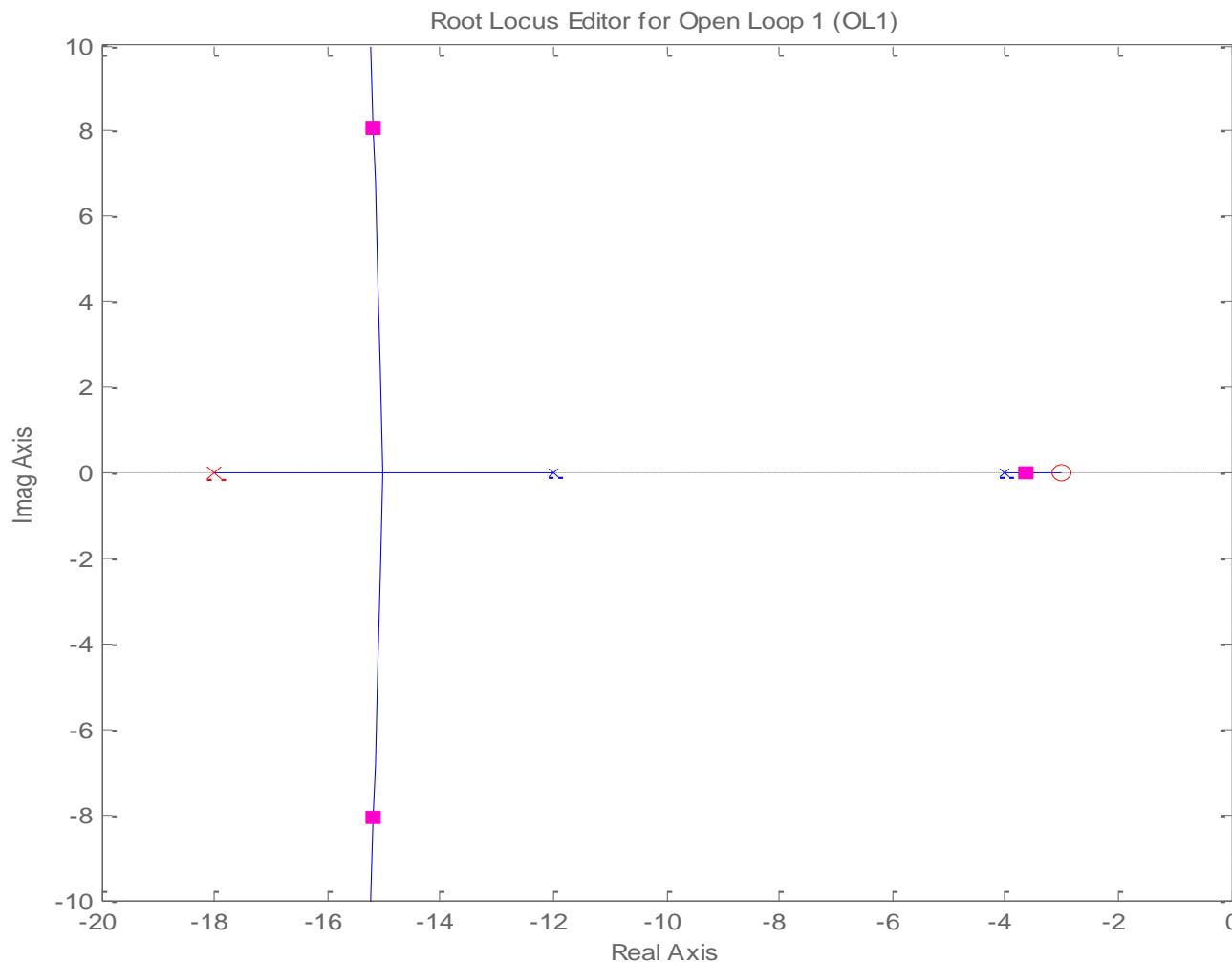


Zuivere vs getemde PD-regelaar

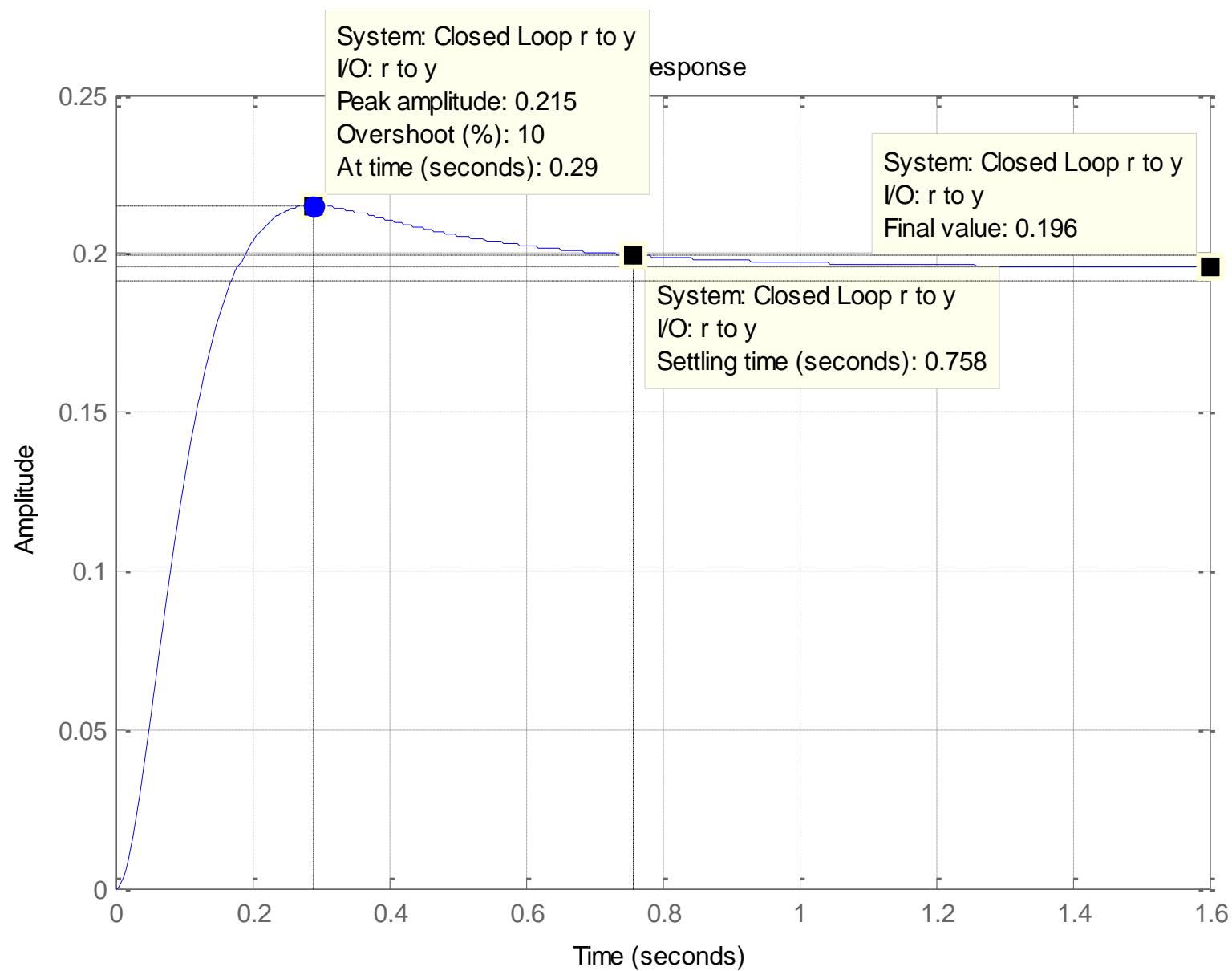
- Zuivere PD-regelaar: $H_r = K_r(1 + \tau_d s)$
 - Getemde PD-regelaar: $H_r = K_R \frac{\tau_d s + 1}{\frac{\tau_d}{a} s + 1}$,
 - a is tamheidsfactor, vaak gekozen als 6, 10 of 20
 - $a \rightarrow \infty \Rightarrow$ getemde wordt zuivere PD-regelaar
- ideal*
non-ideal



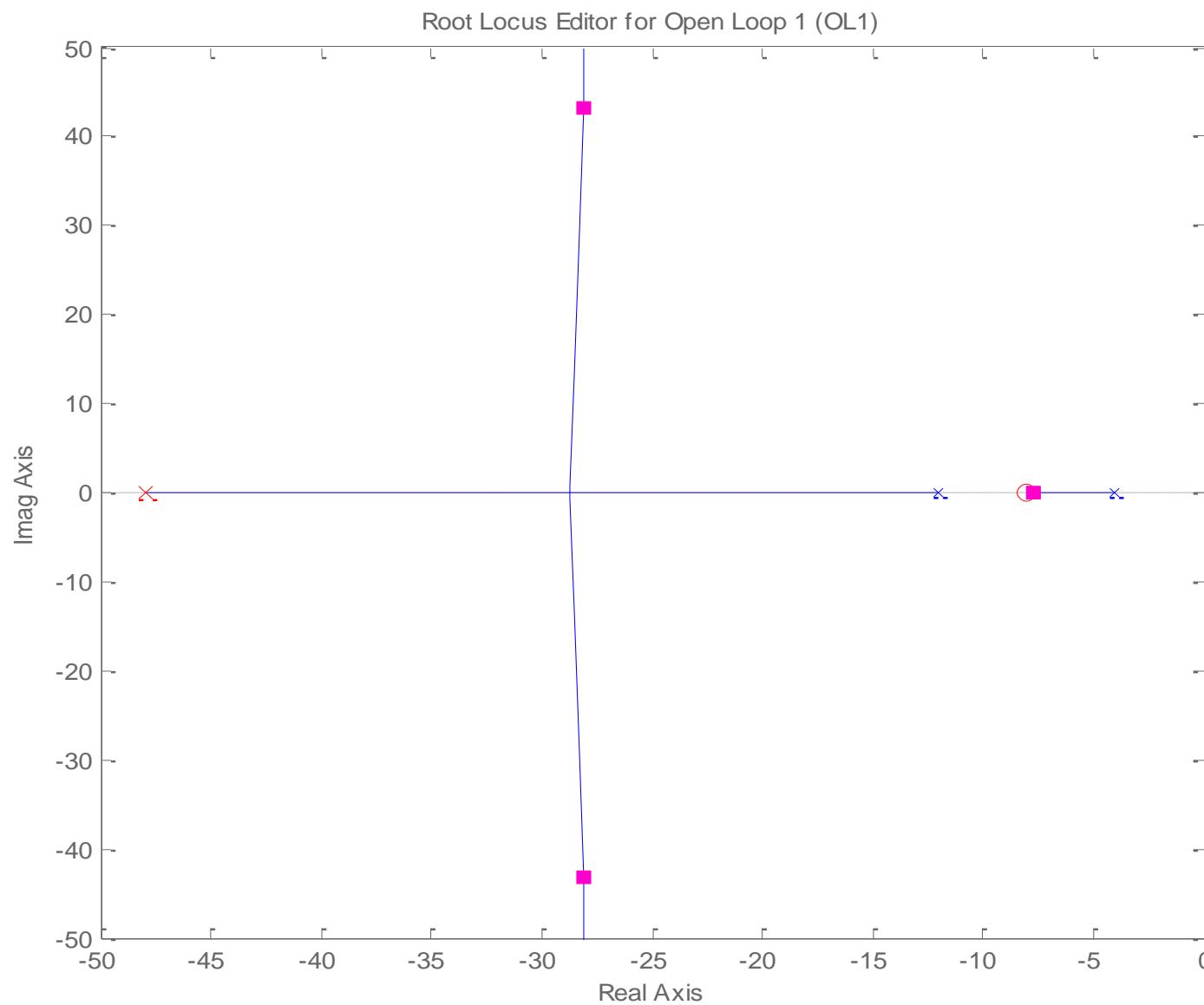
- Een D-actie wordt toegepast voor vergroting van de demping en/of de responsiesnelheid van een systeem.
- Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -3, pool in -18, $K = 70$:



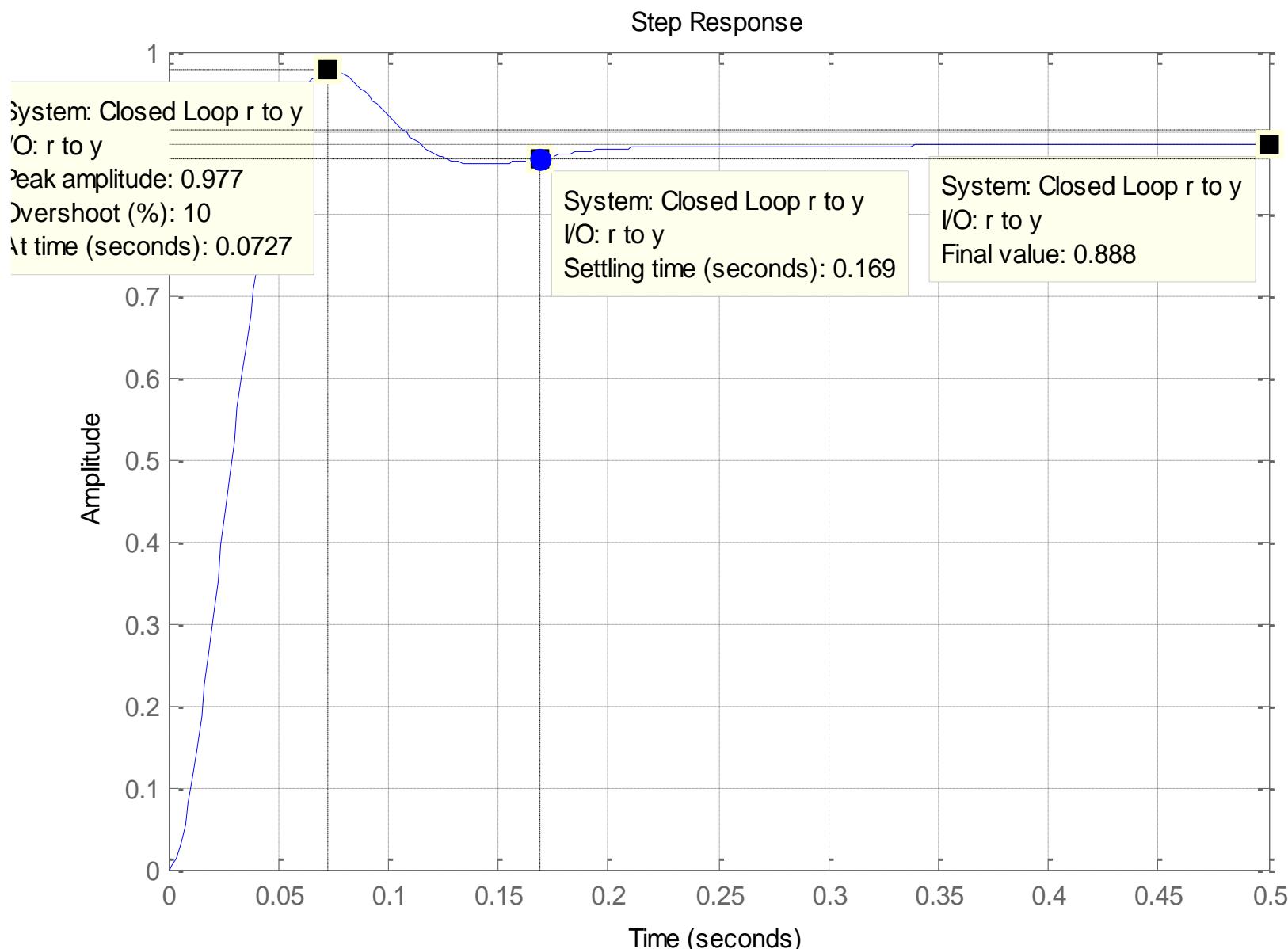
Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -3, pool in -18, K = 70:



Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -8, pool in -48, K = 2275:

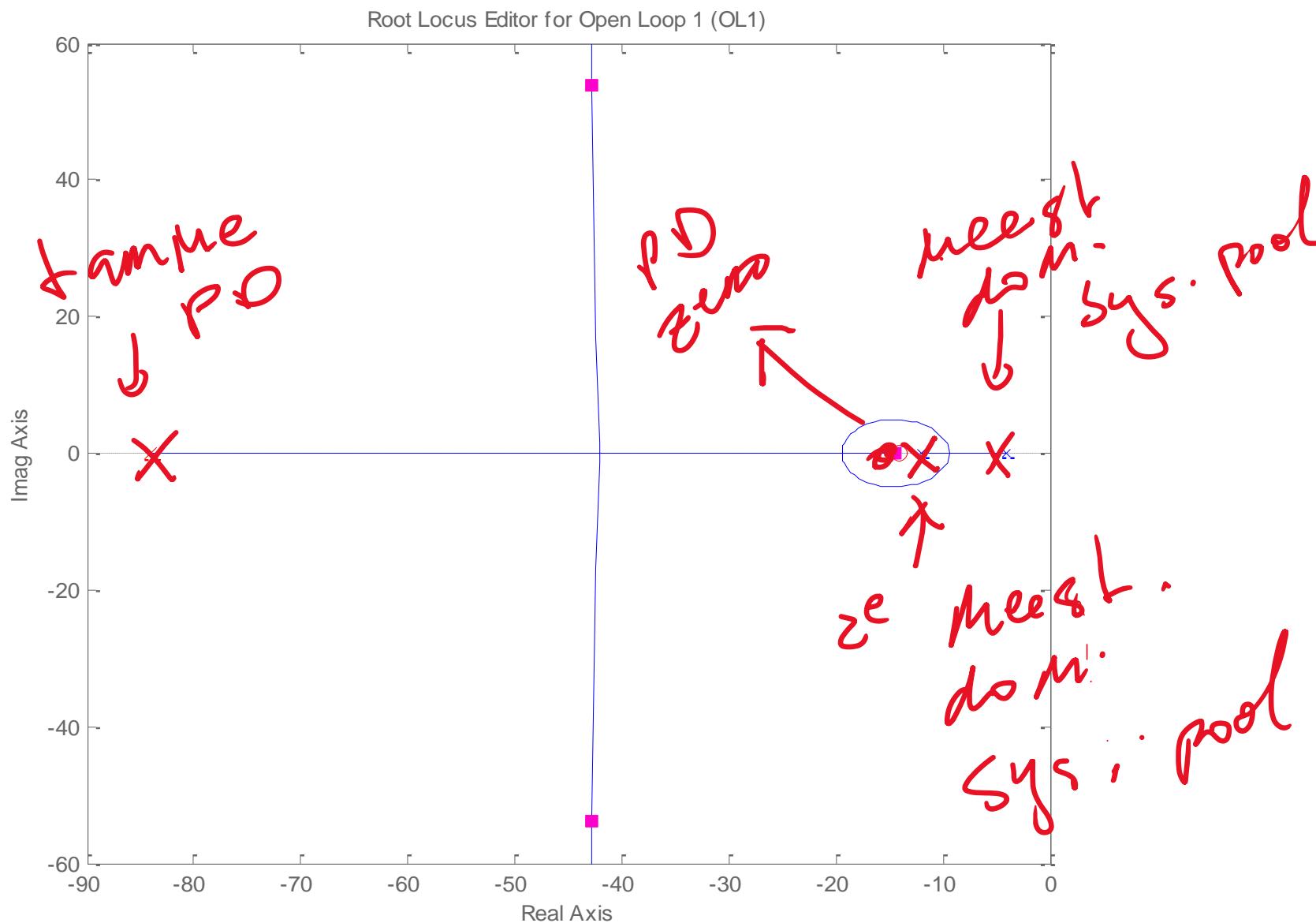


Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -8, pool in -48, K = 2275:

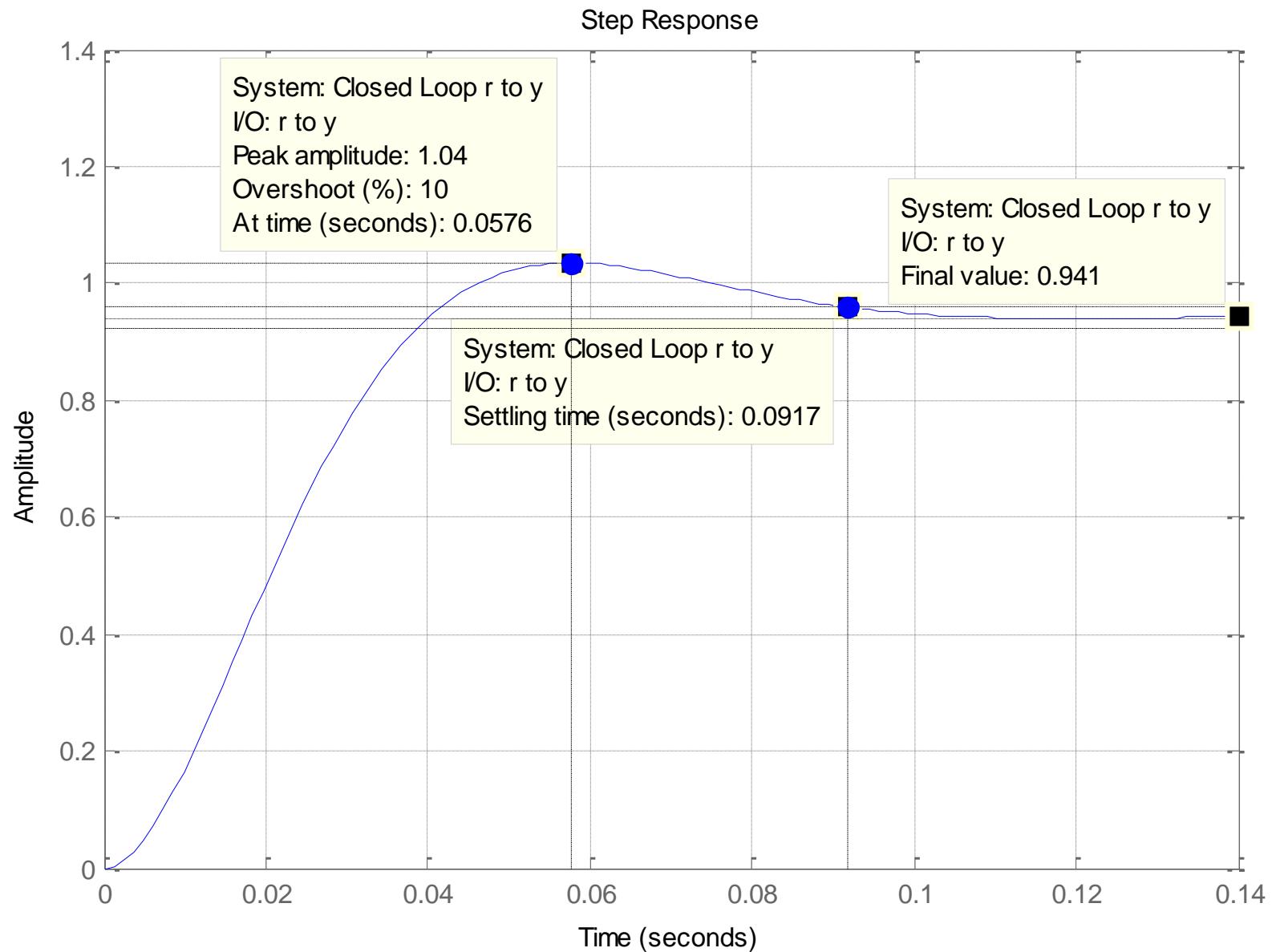




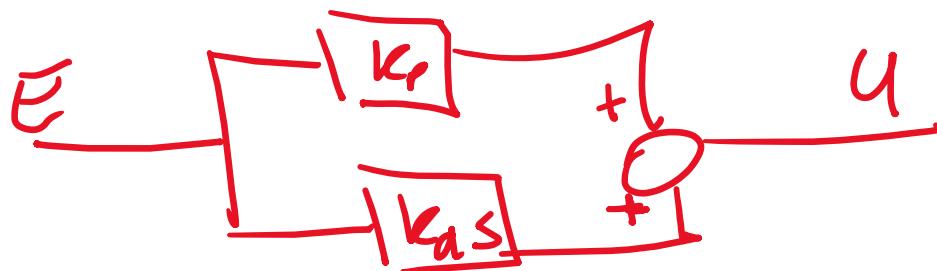
Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -14, pool in -84, K = 4580:



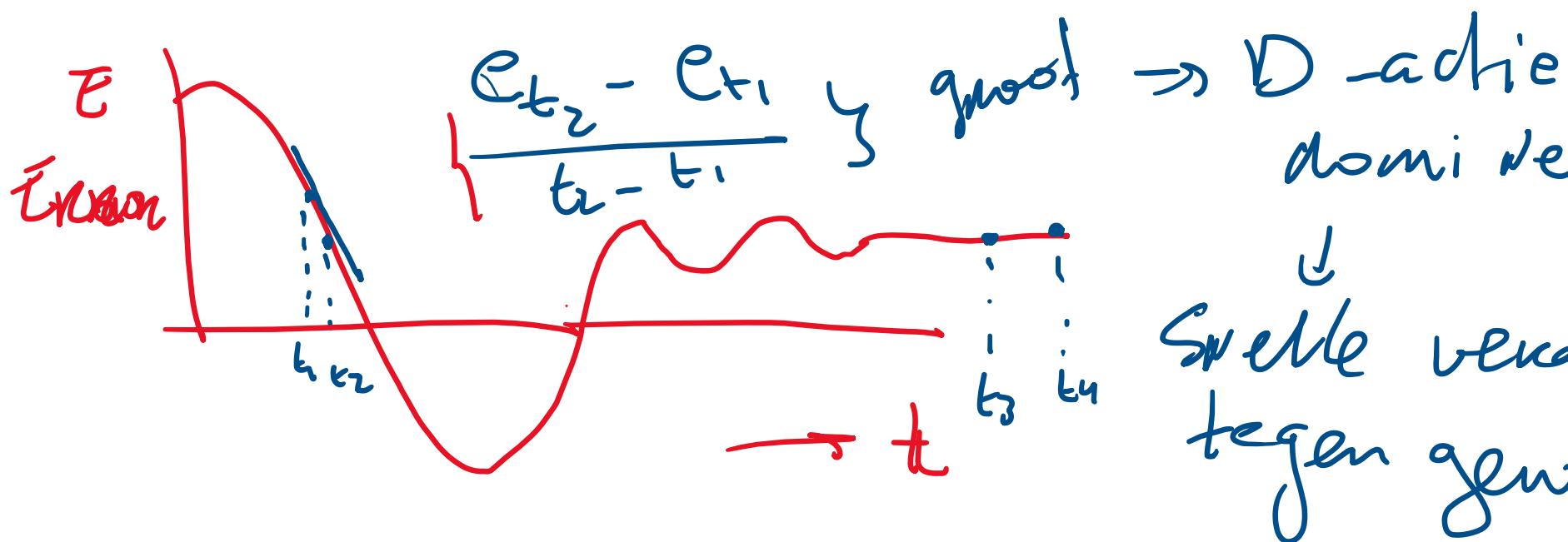
Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -14, pool in -84, K = 4580:



Voor de keuze van τ_d kan dus de vuistregel worden gehanteerd dat bij systemen met twee of meer polen de differentiatietijd τ_d iets kleiner wordt gekozen dan de op één na grootste tijdconstante van het systeem. Het nulpunt van deze D-actie ligt dan iets links van de één-na meest dominante systeempool.

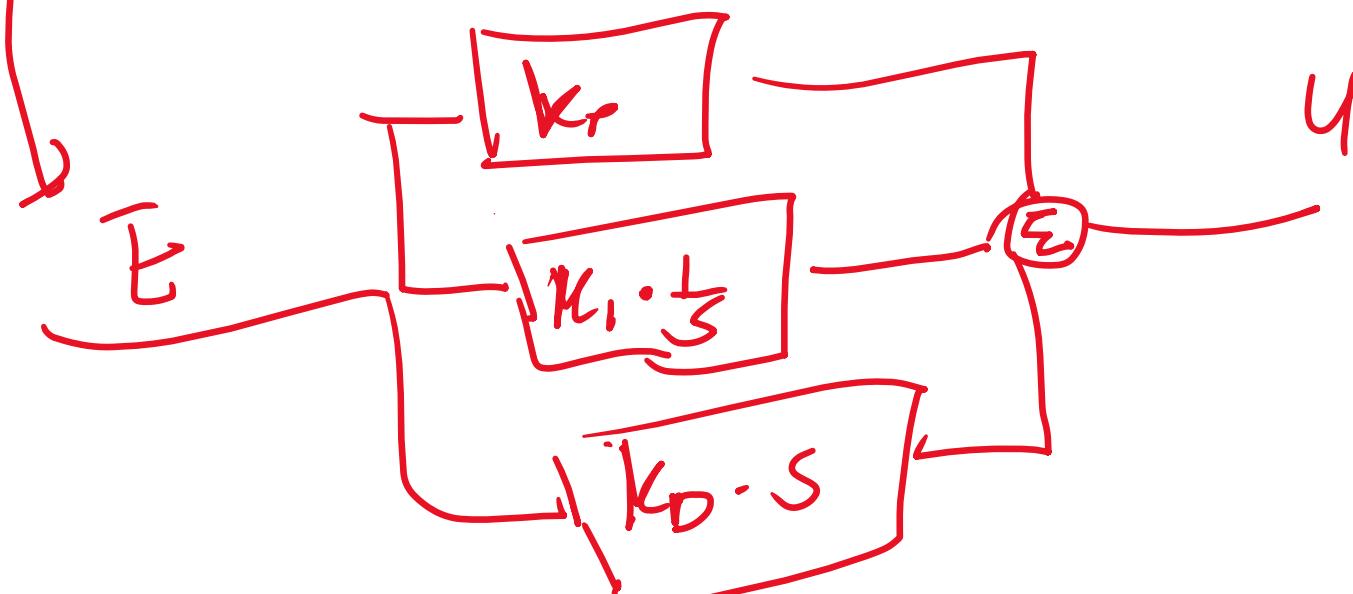
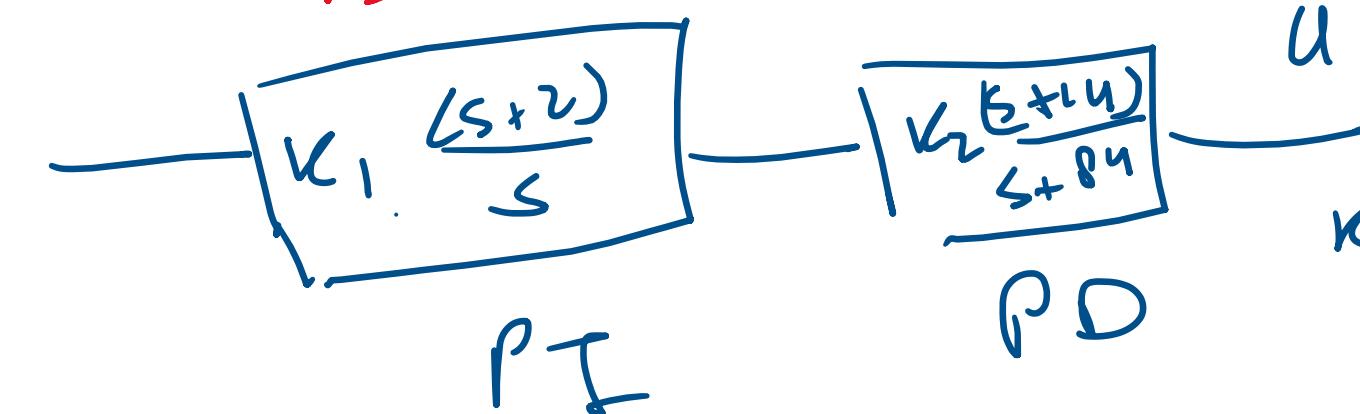
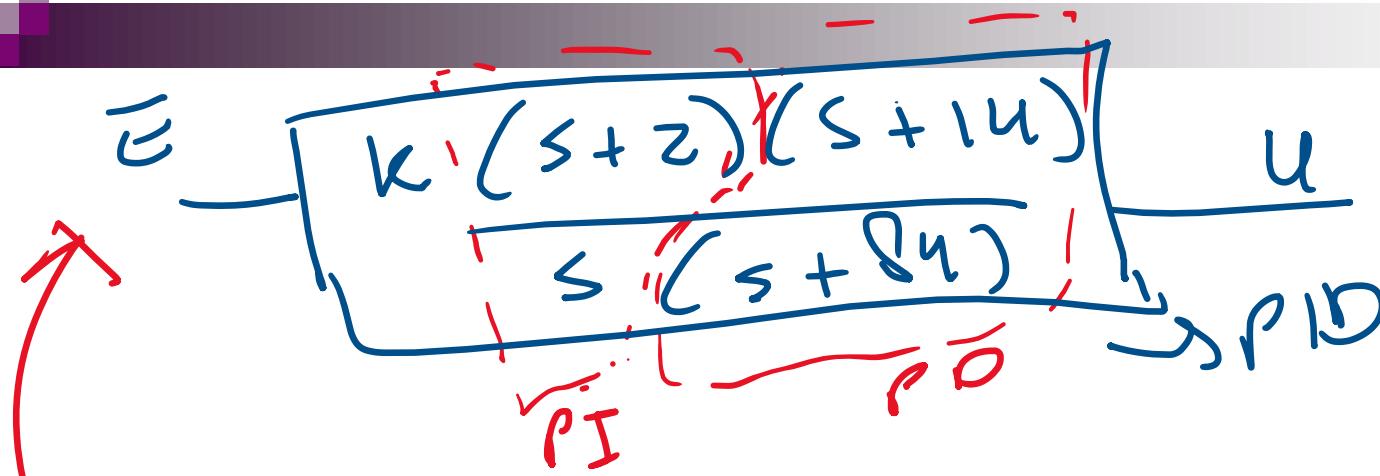


$$\frac{e_{t_4} - e_{t_3}}{t_3 - t_4} =$$



geen D-actie \Rightarrow fD \Rightarrow P ~~cost~~ kosten

$E_{stat} \neq 0$



DE PID-REGELAAR

De parallel PID-regelaar (toegepast in praktijk):

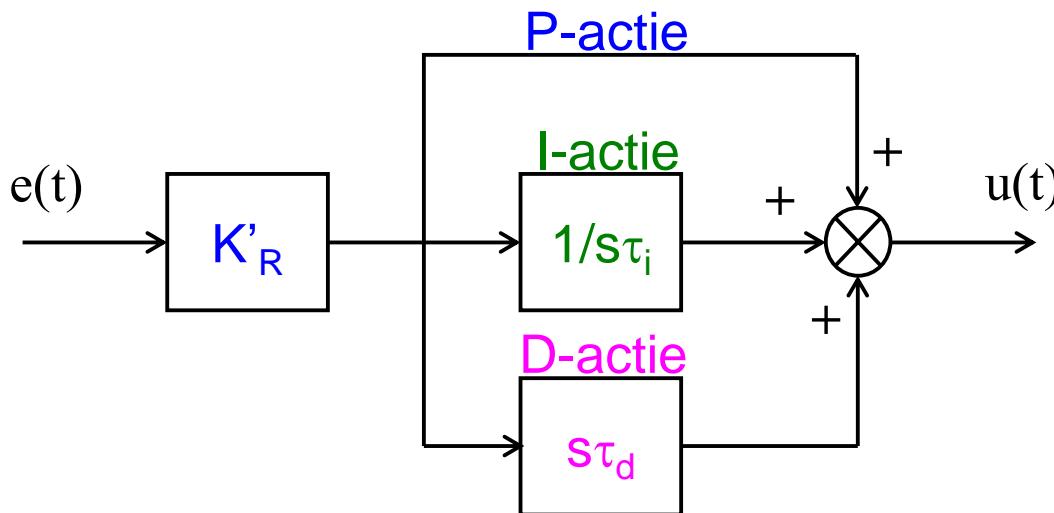
$$u(t) = K_R \cdot \left(e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) \cdot dt + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

K_P wordt soms K_R genoemd

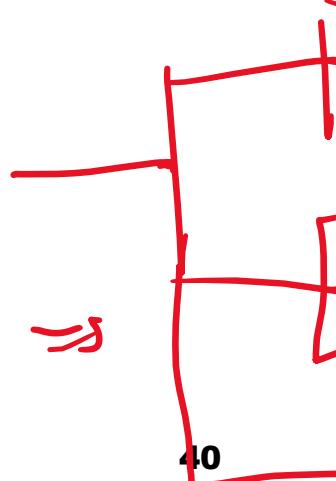
P = Proportioneel

I = Integrerend

D = Differentiërend



$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i} + s\tau_d \right)$$



PID in het s-domein

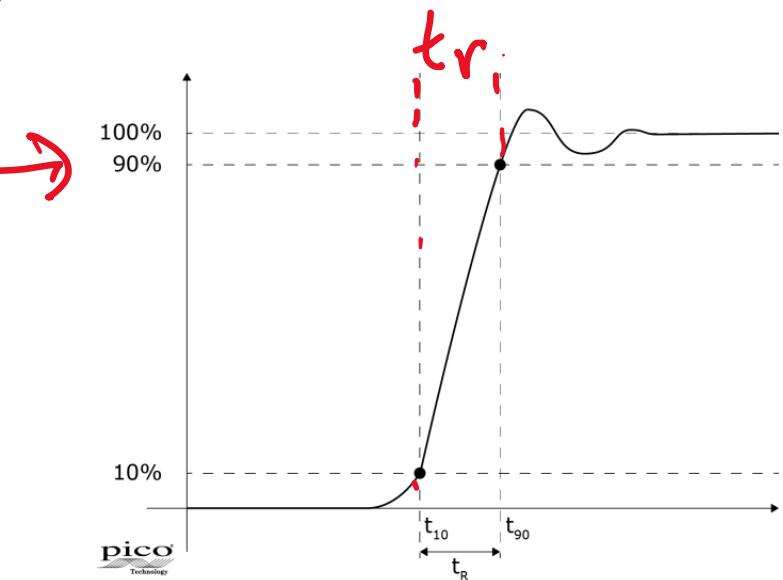
bevaderen

- P: ~~Instellen~~ van ontwerp criteria $\rightarrow E_{sat} \neq$

- PI: Het nulpunt van deze I-actie ligt dan iets rechts van de dominante systeempool
- PD: Het nulpunt van deze D-actie ligt dan iets links van de één-na meest dominante systeempool.

Controller design

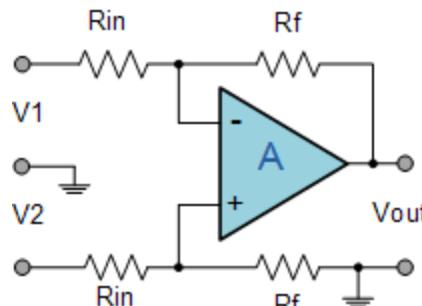
Time domain	s-domain	Frequency domain
Overshoot ($D\%$)		
Peak Time t_p		
Settling Time t_s		
Rise Time t_r		
	λ	Gain Margin (GM)
	ω	Phase Margin (PM)
		Bandwidth (ω_B)



Rise Time t_r = tijd nodig om te gaan van 10-90% eindwaarde. $t_r * \omega_B = \text{constant}$

Klassieke P/PI/PD/PID regelaars

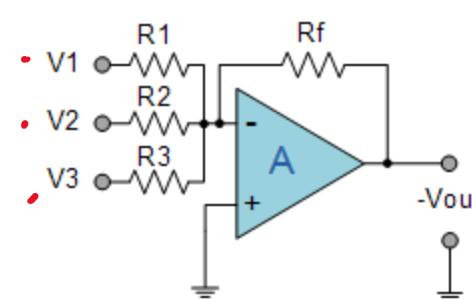
Differential Op-amp



$$V_{out} = \frac{R_f}{R_{in}} (V_2 - V_1)$$

P-controller \downarrow Error

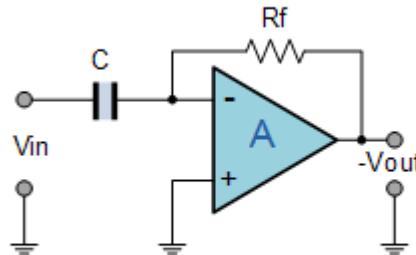
Summing Op-amp



$$V_{out} = -\left(\frac{R_f}{R_1} V_1 + \frac{R_f}{R_2} V_2 + \frac{R_f}{R_3} V_3 \right)$$

PIO

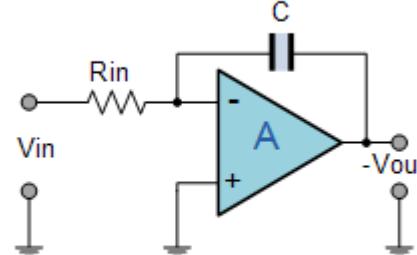
Differentiator Op-amp



$$V_{out} = -R_f C \frac{dV_{in}}{dt}$$

D-actie $\sim T_d \leq s \cdot V_{in}$

Integrator Op-amp



$$V_{out} = -\frac{1}{j\omega R_i C} V_{in}$$

$\frac{1}{s \cdot C_i}$

$V_{in} \rightarrow I\text{-actie}$

Ontwerpen van regelacties in het ω -domein.

$$H_{P\bar{D}} = k_p$$

s vervangen door $j\omega$:

$$\begin{cases} s = \lambda + j\omega \\ \lambda = 0 \end{cases}$$

Regelaar: $H_r = K_r$

$$\lambda = 0$$

ideale PI regelaar: $H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i j\omega}\right)$

ideale PD regelaar: $H_r = K_r (1 + \tau_d j\omega)$

ideale PID regelaar: $H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i j\omega} + \tau_d j\omega\right)$

Kan jij de bodediagrammen van al die vier H_r 's schetsen?

PM **GN**
Ontwerpcriteria: fase en versterkingsmarge;

Praktijkwaarden zijn respectievelijk 45° en factor 2 ofwel 6 dB.
Verder is de bandbreedte ook een belangrijk criterium.

Invloed van regelacties in het ω -domein.

Voor het statische gedrag kijken we bij $\omega = 0$ r/s.

Voor het dynamische gedrag kijken we naar de

- bandbreedte,
- fase- en
- versterkingsmarge

in het bode diagram en in het Nyquist diagram.

lage \downarrow

Ontwerpen in het ω -domein

Voorbeeld: De procesoverdracht is:

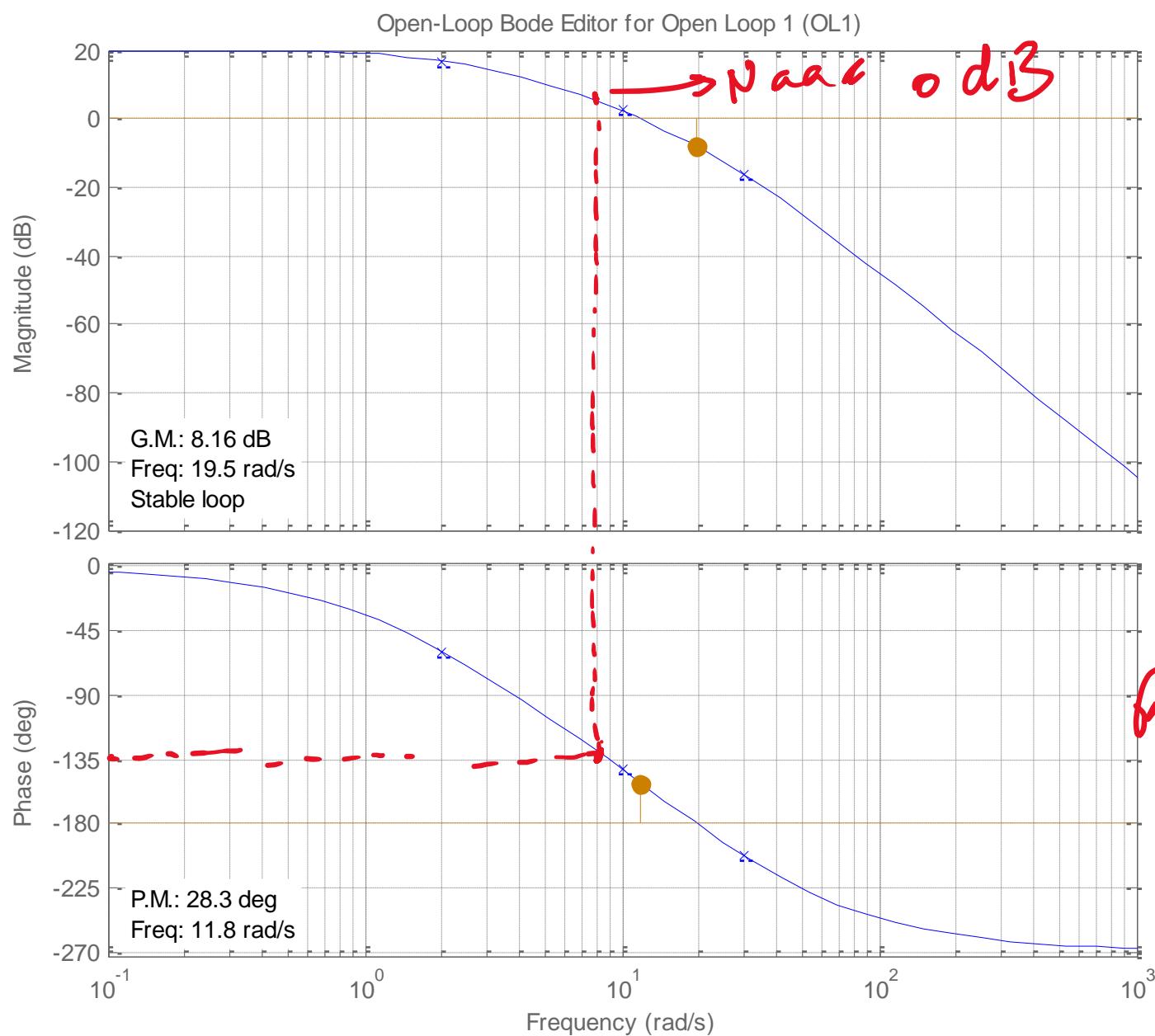
$$H_p(j\omega) = \frac{6000}{(j\omega+2)(j\omega+10)(j\omega+30)}$$

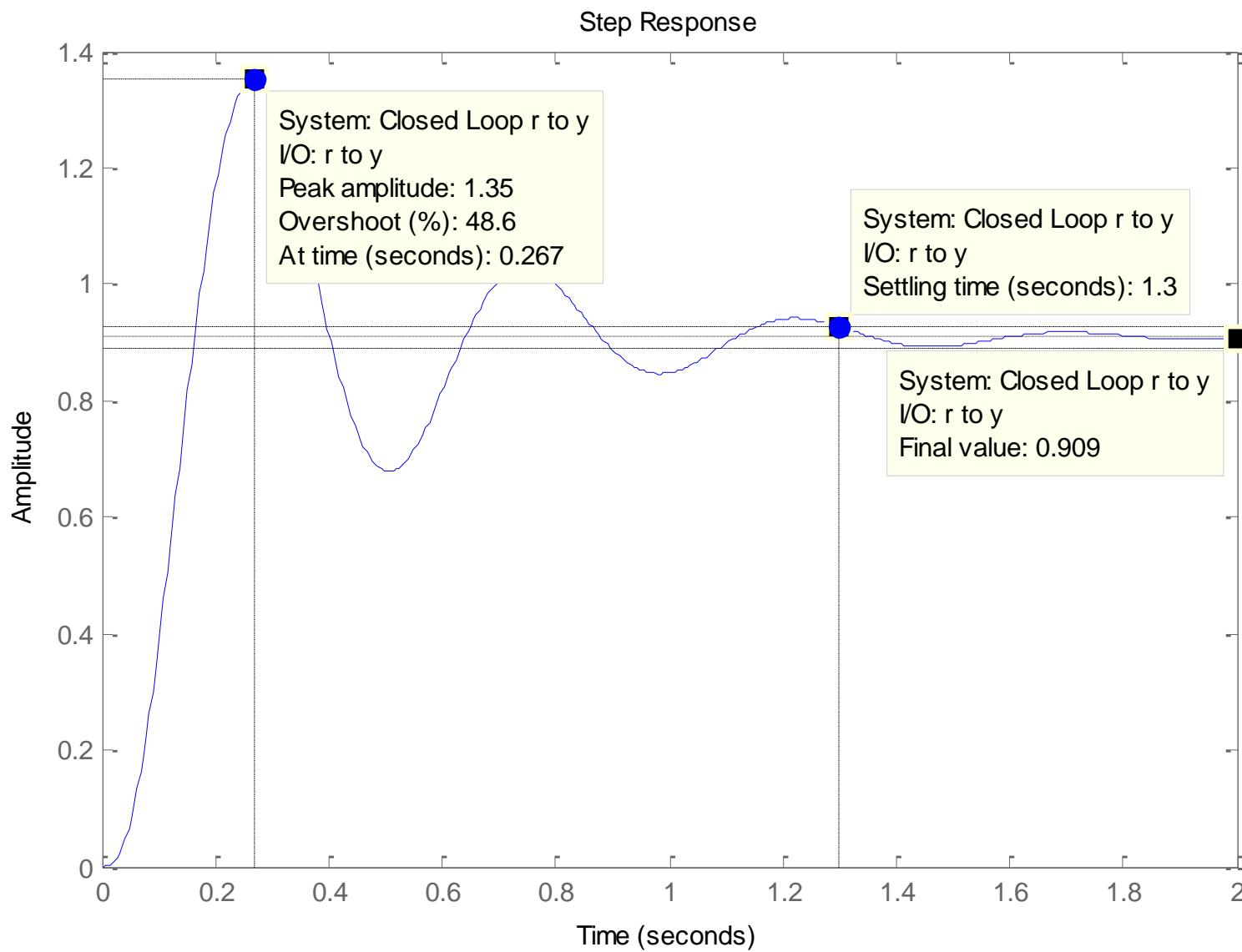
Vraag: Hoe kiezen we een goede K uit?

- 1) Poolbanen
- 2) Bode diagram -> Doen we nu

Bode diagram met $K_r = 1$ (P-regelaar)

$\text{PM} \geq 45^\circ$
 $G.M. \geq 6 \text{ dB}$





Voor $\underline{PM} = 45^\circ$ moet gelden: $|H|_{\varphi(H)=-135^\circ} = 0dB$

Voor $K_r = 1$ geldt: $|H|_{\varphi(H)=-135^\circ} \approx 4dB \approx 1.6$

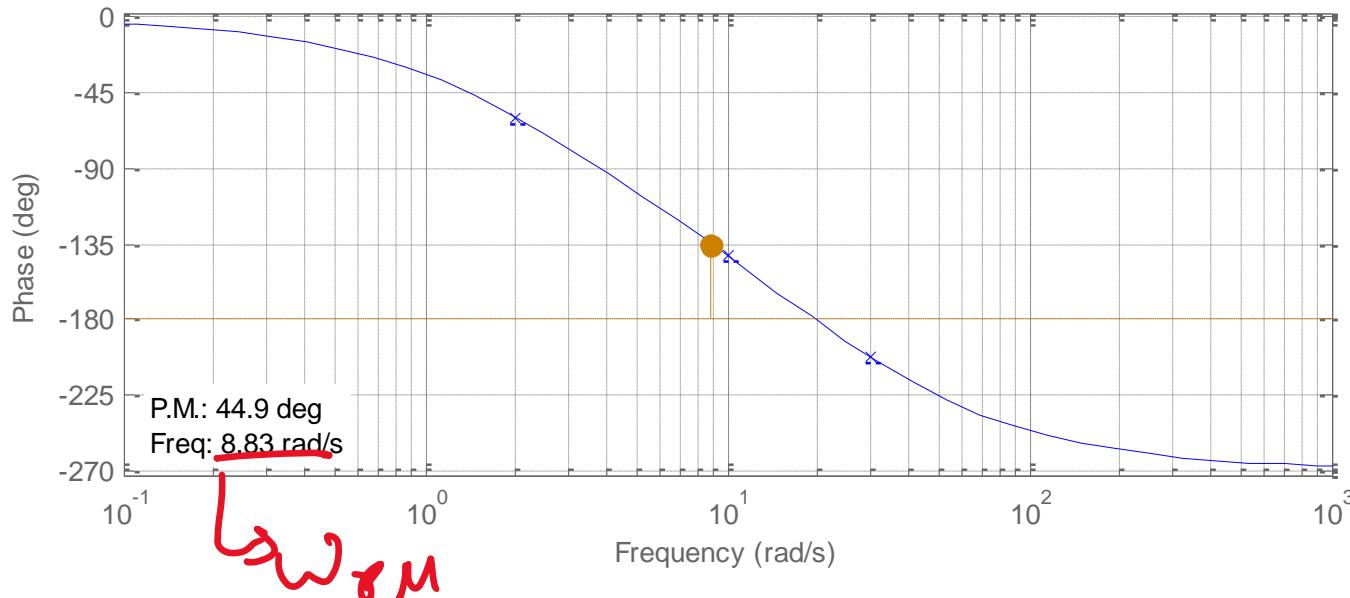
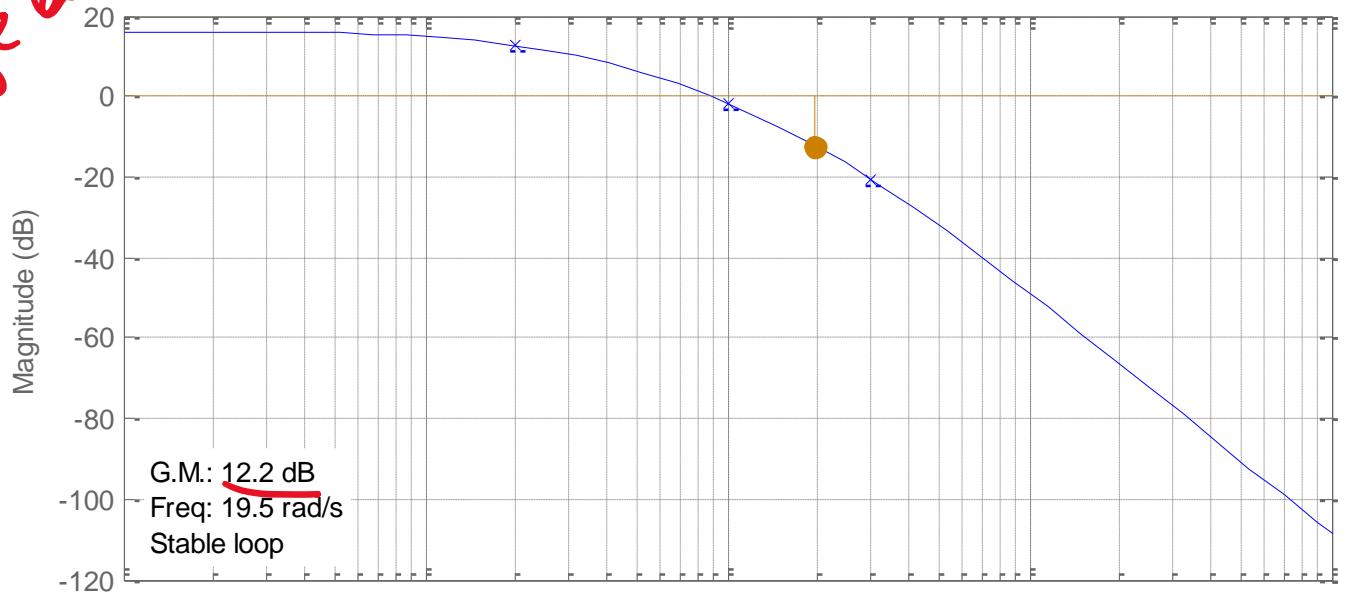
Voor $|H|_{\varphi(H)=-135^\circ} = 0dB = 1 \Rightarrow K_r = 1/1.6 \approx \underline{\underline{0.63}}$

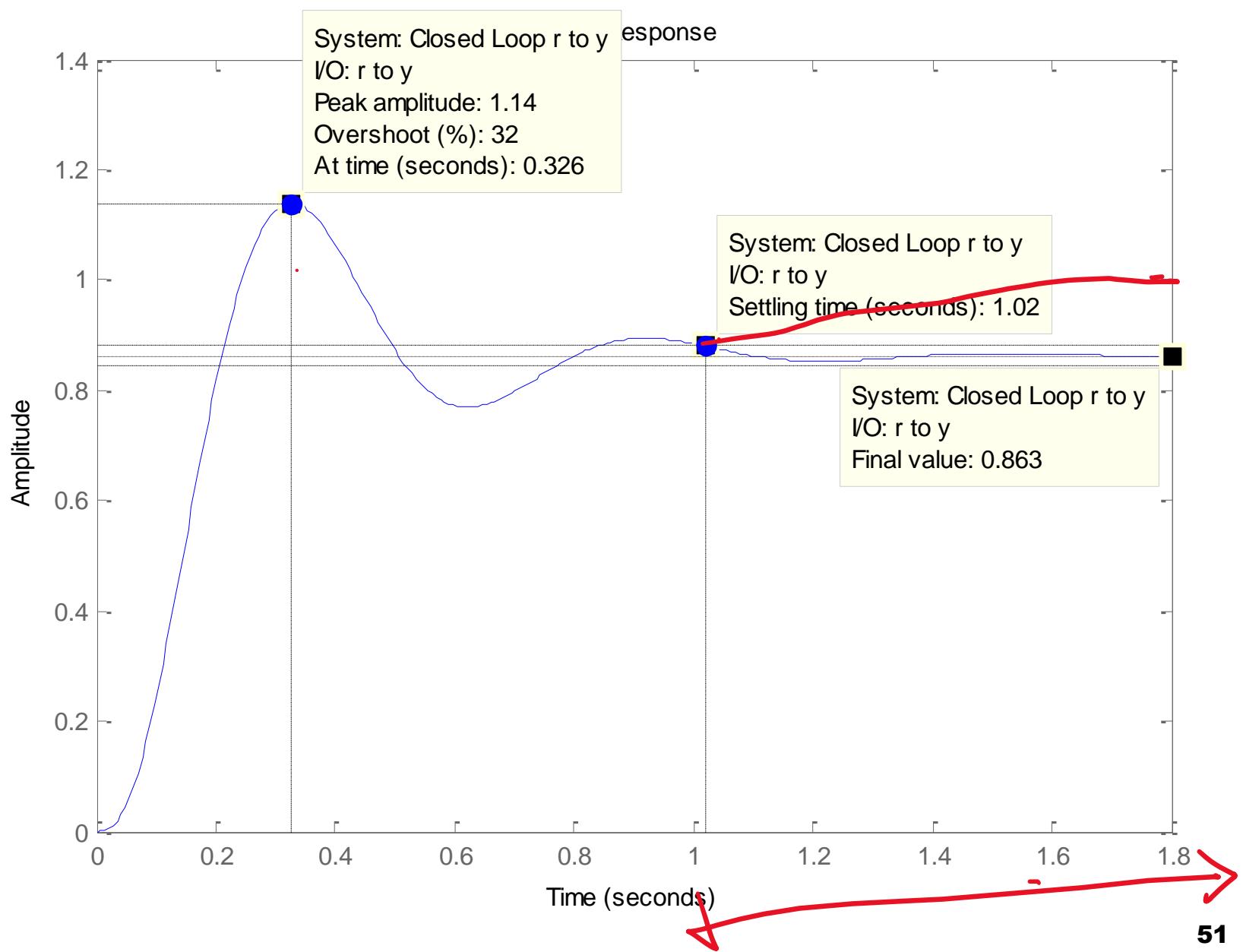
$$\begin{aligned} & 10^{\frac{4}{20}} \\ & = 1,6 \end{aligned}$$

Bode diagram met $K_r = 0,63$ (P-regelaar) voor $PM = 45^\circ$

P-regelaar

Open-Loop Bode Editor for Open Loop 1 (OL1)





PI-regelaar

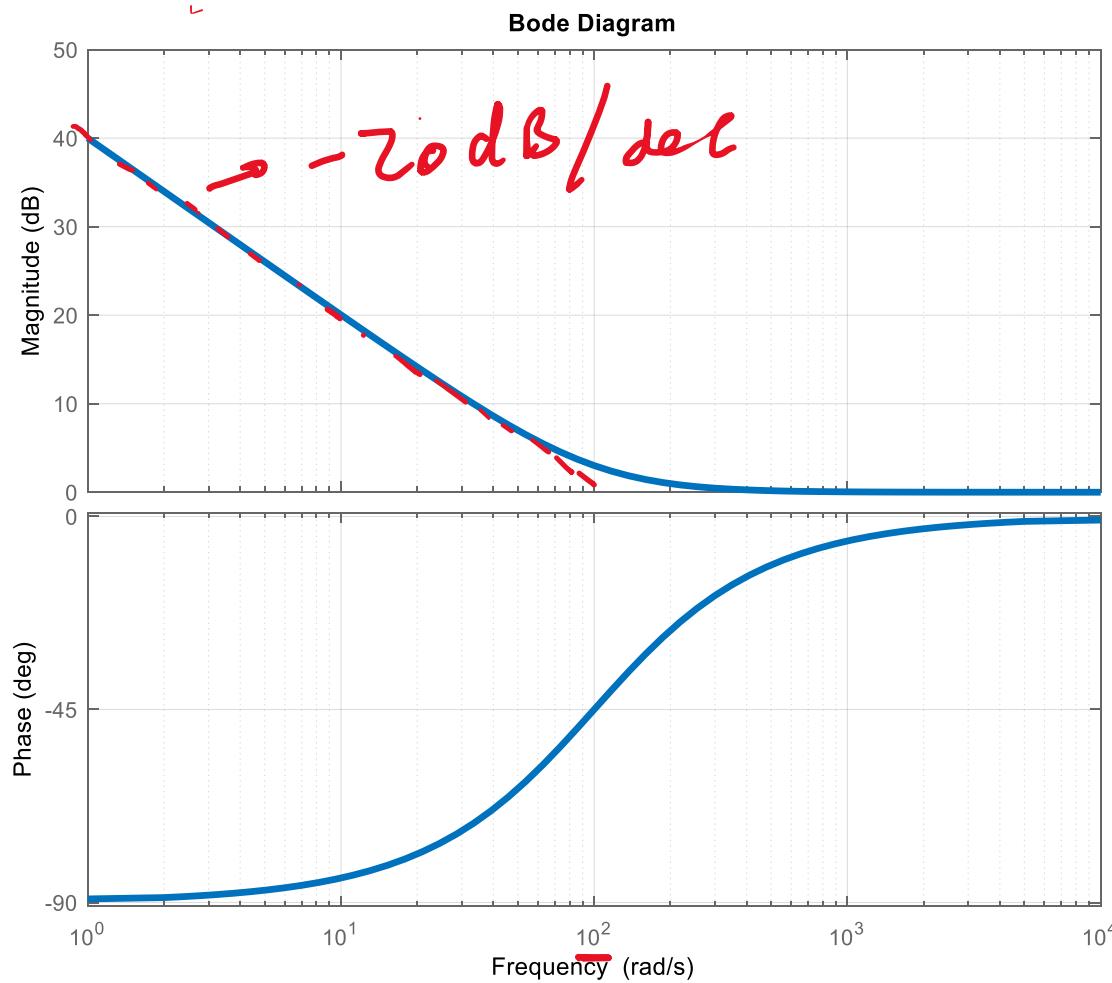
$E_{Sk} \rightarrow 0$

$\omega_i \leq 10 \cdot \omega_{PM}$

$$H_{PI} = K_r * \left(1 + \frac{1}{\tau_i * j\omega} \right) = K_r * \frac{j\omega + \frac{1}{\tau_i}}{j\omega}$$

Vb: $K_r = 1; \tau_i = 0.01 \Rightarrow \underline{\omega_i = 100 \text{ rad/sec}}$

$$\frac{1}{\tau_i}$$



$$j\omega + \frac{1}{\tau_i}$$

$$z \omega = -\frac{1}{\tau_i}$$

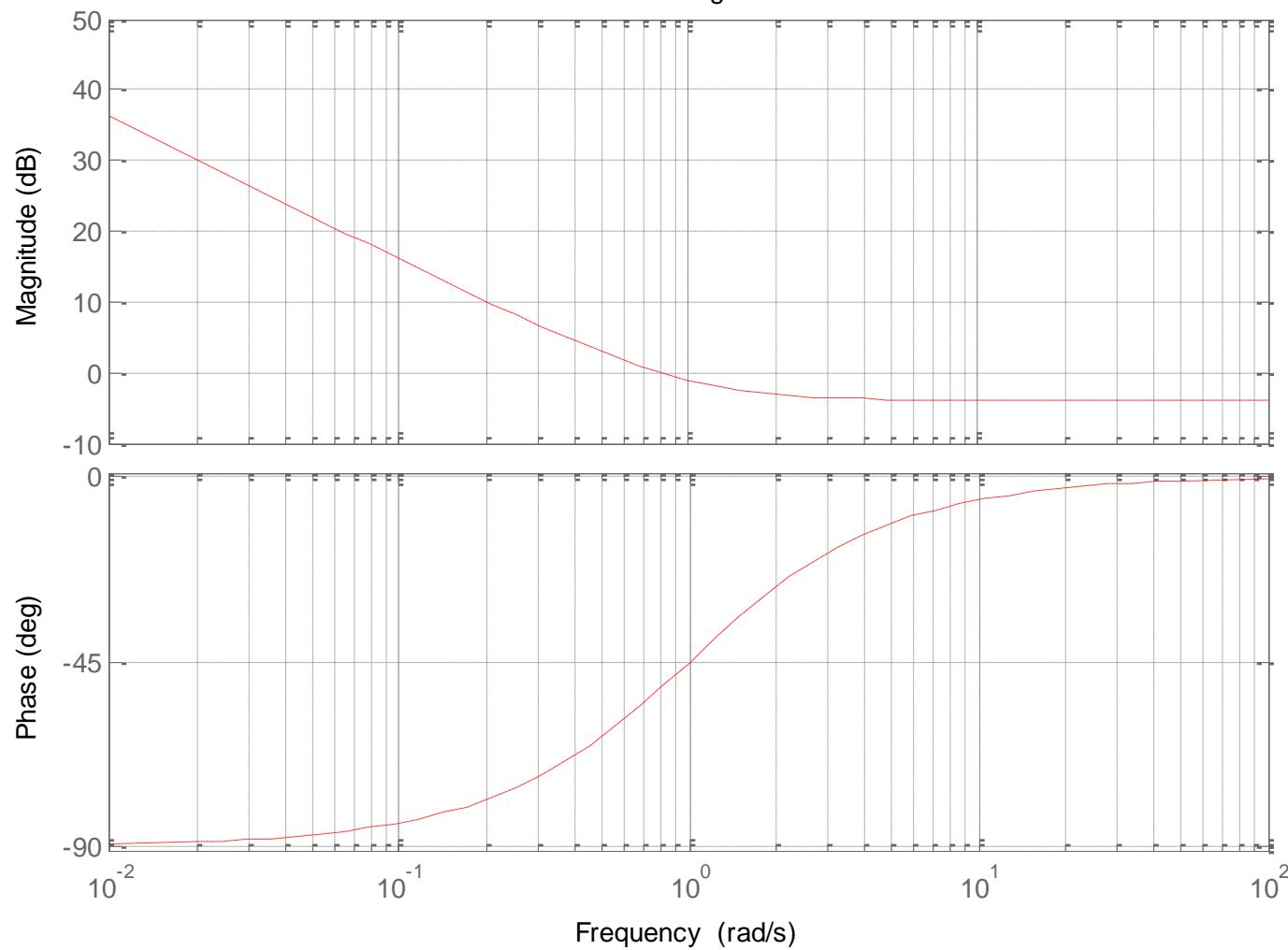


Toevoegen I-actie (ideale PI-regelaar): $H_{PI} = (j\omega + 1)/j\omega$

($\omega_{FM} \approx 10$ r/s dus $\omega_i = 1$ r/s); bode diagram regelaar met $K_r = 0,63$:

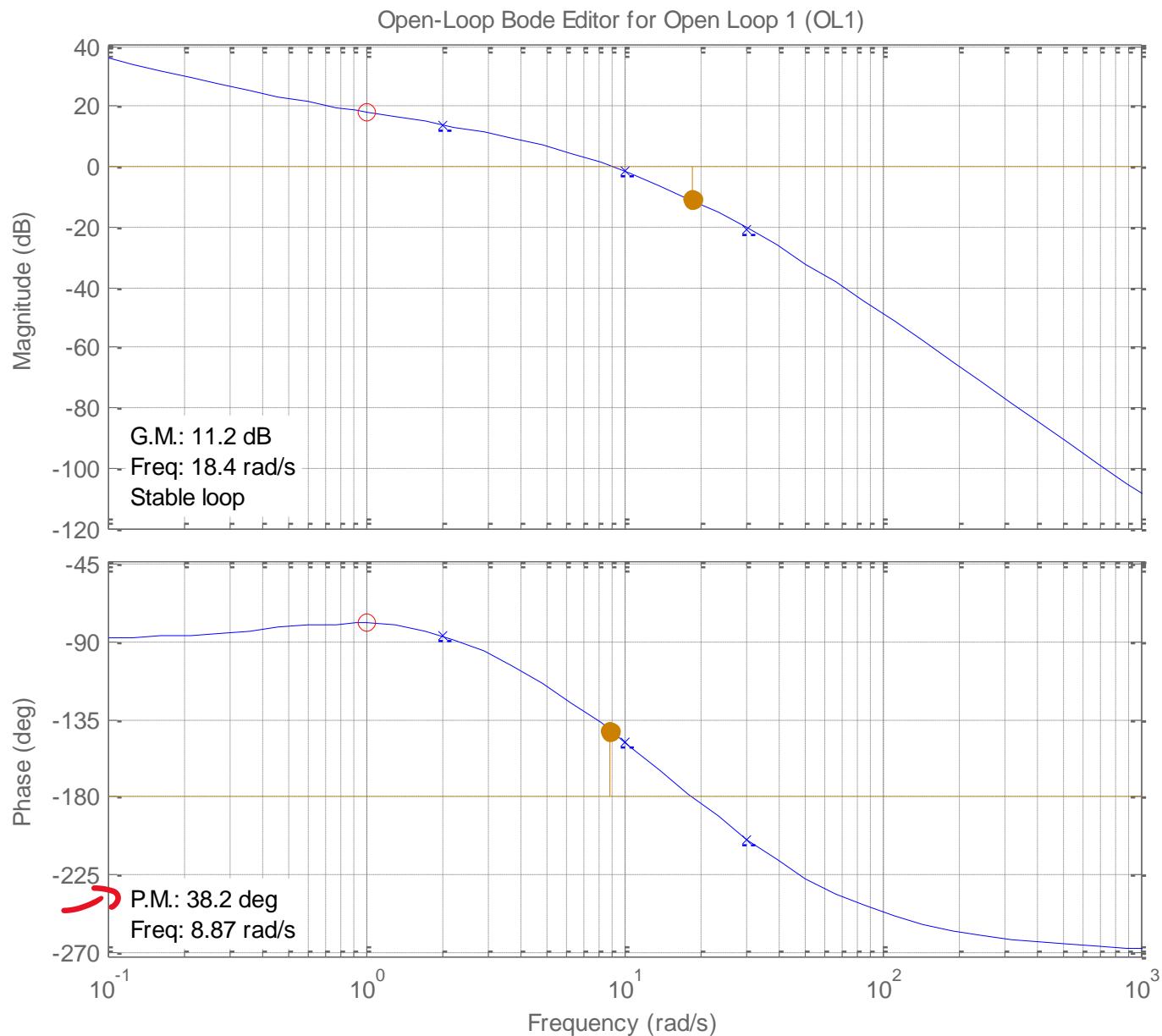
$$\hookrightarrow \tau_i = \frac{1}{\omega_i}$$

Bode Diagram



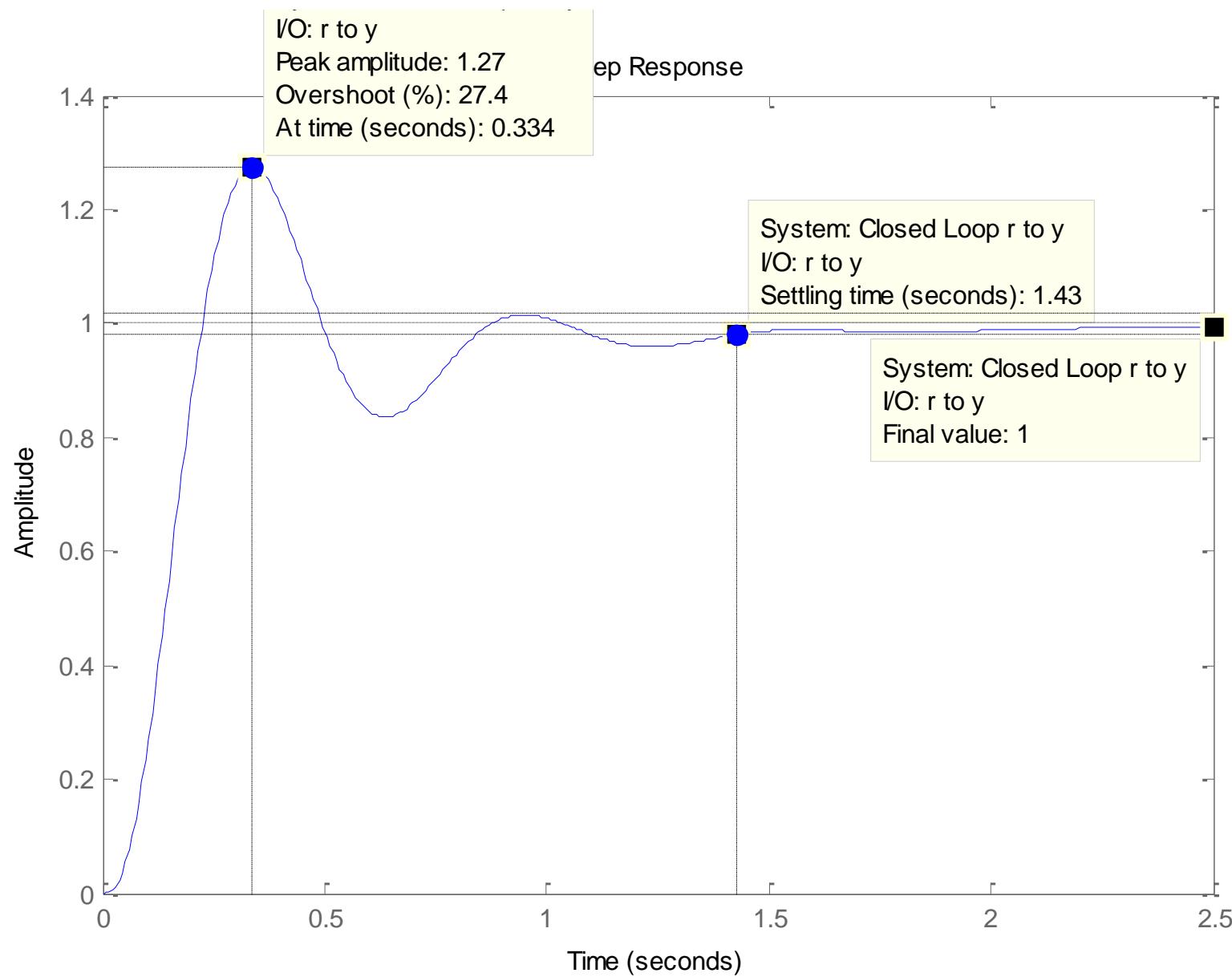


Bode diagram proces met PI-regelaar:



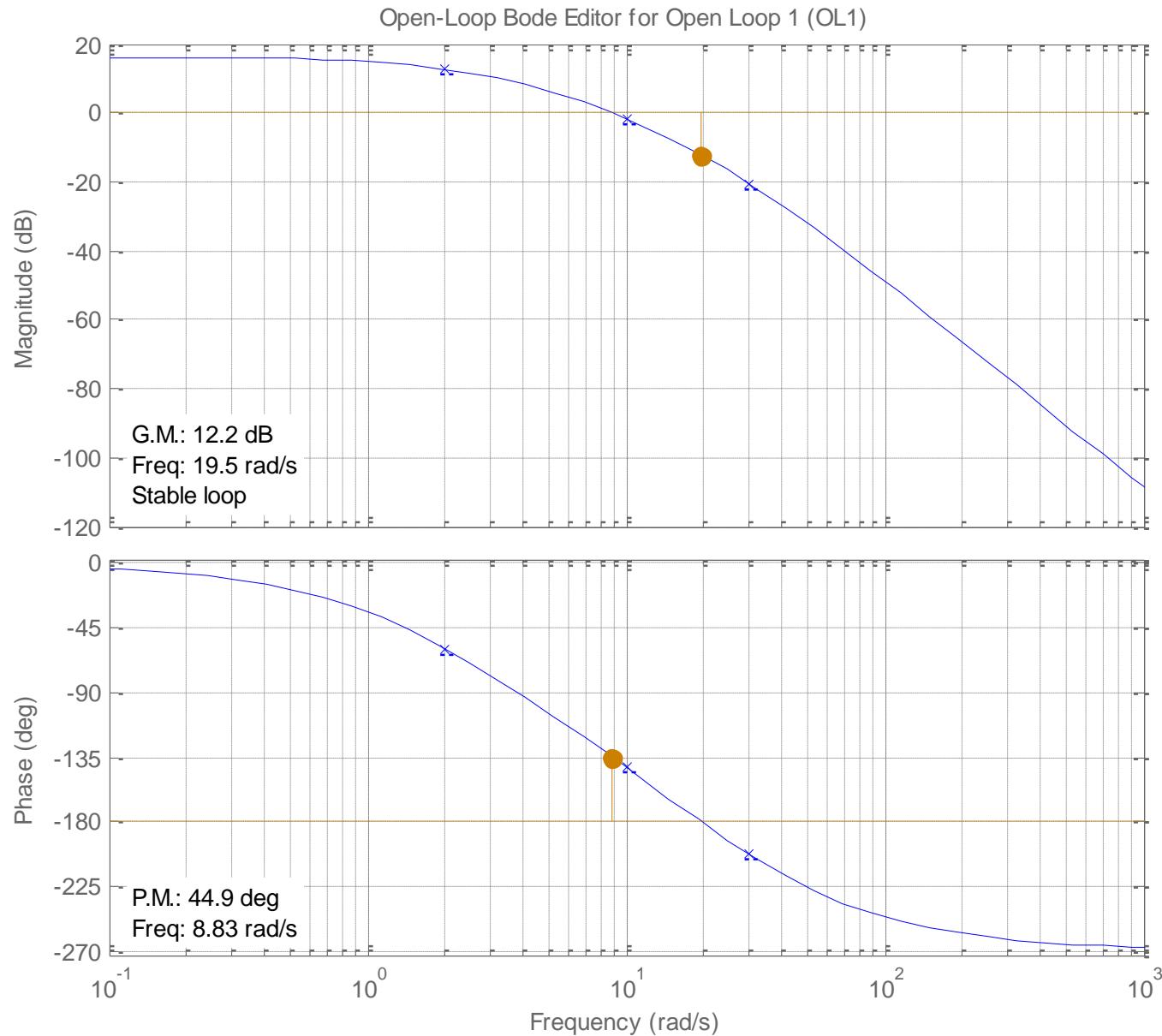


Stapresponsie proces met PI-regelaar:



Toevoegen D-actie (lead-regelaar)

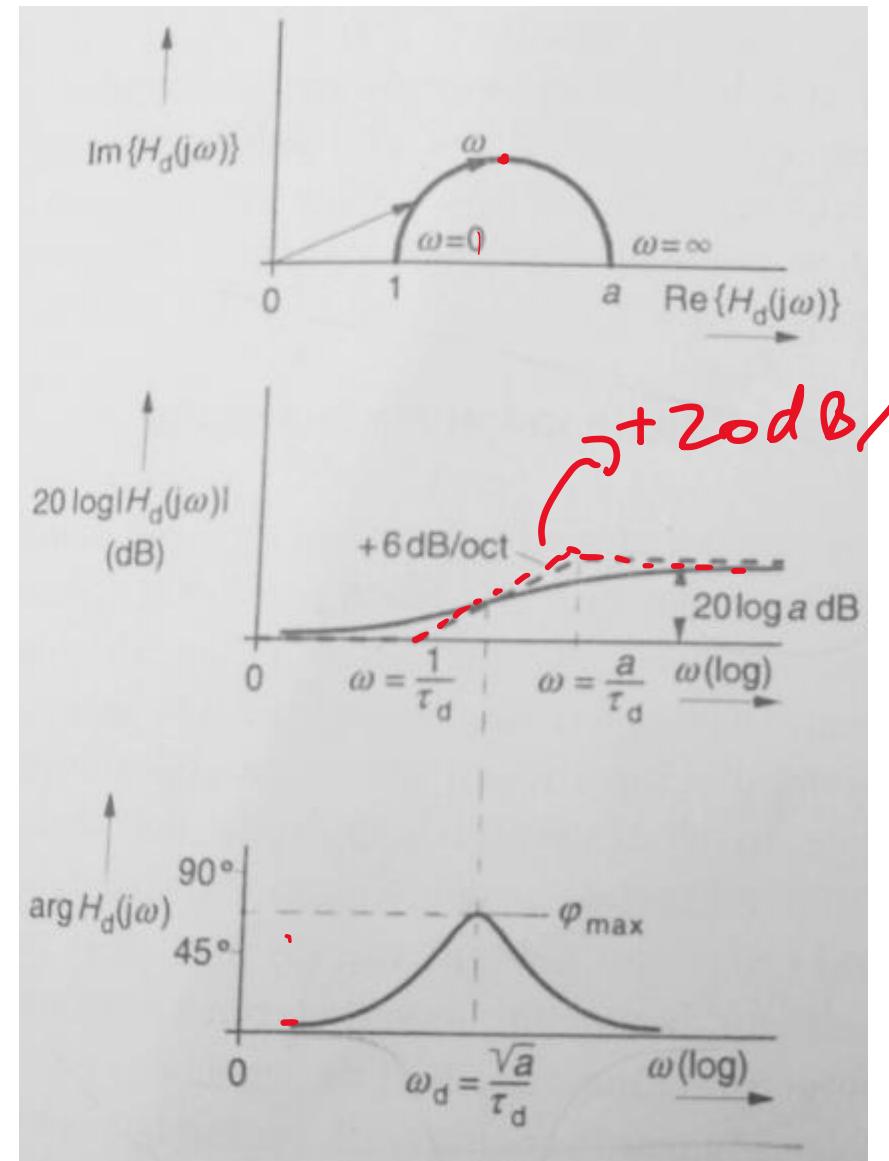
Start: Bode diagram met $K_r = 0,63$ (P-regelaar) voor PM = 45°



Getemde D-actie, effecten van a en τ_d

$$H_d(j\omega) = K_r \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{1}{\tau_d}}{j\omega + \frac{a}{\tau_d}}$$

$$= K_r \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{\omega_d}{\sqrt{a}}}{j\omega + \omega_d \cdot \sqrt{a}}$$



Dan: Toevoegen D-actie (lead-regelaar)

$$H_{lead}(j\omega) = K_r \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{1}{\tau_d}}{j\omega + \frac{a}{\tau_d}} = K_r \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{\omega_d}{\sqrt{a}}}{j\omega + \omega_d \cdot \sqrt{a}}$$

Stap 1: kies $\omega_d = \omega_{GM} = 20$ r/s

Stap 2: kies PM = 45°

Stap 3: bereken a met $\varphi_{max} = 45^\circ$: $a = \frac{1 + \sin \varphi_{max}}{1 - \sin \varphi_{max}} = 6$

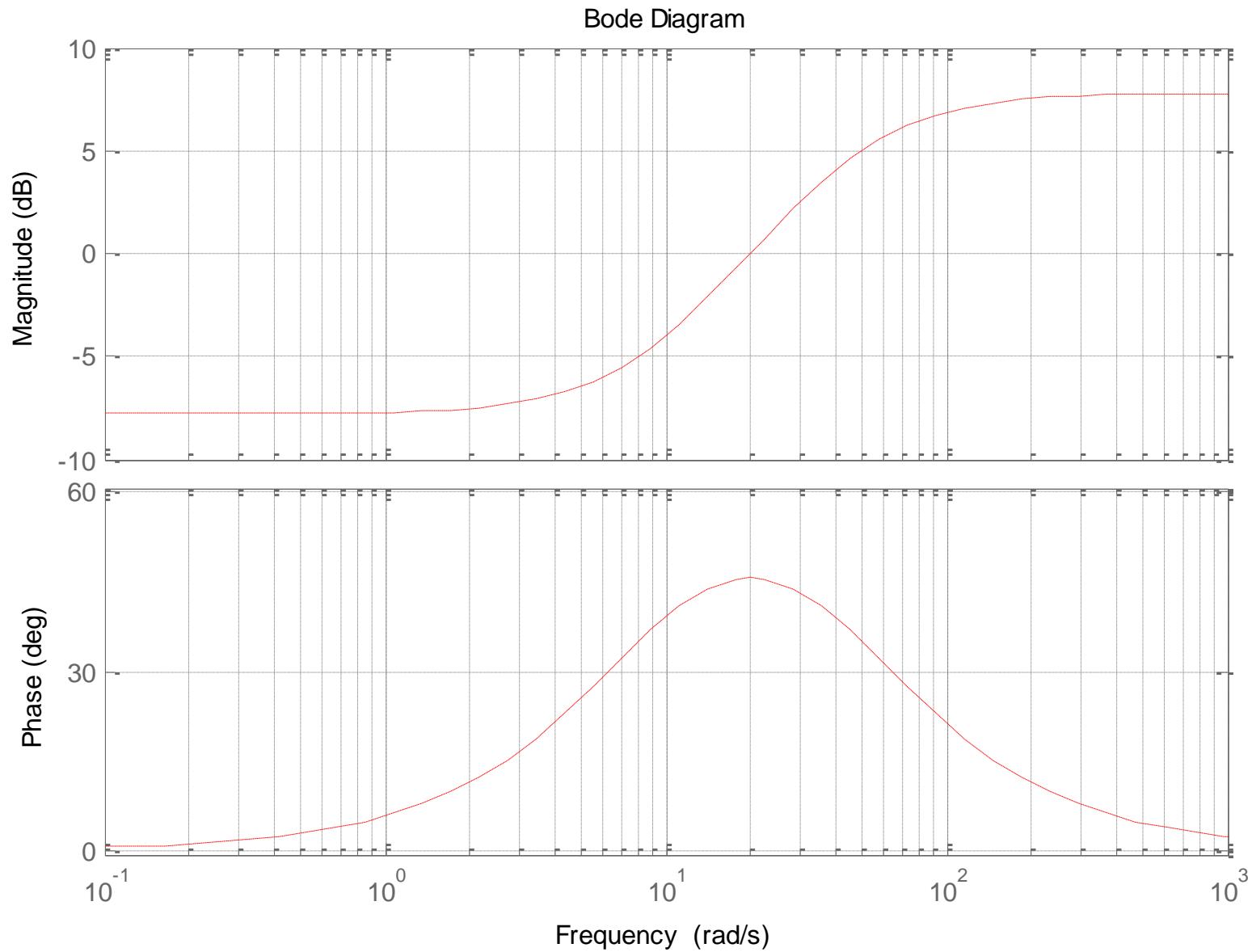
Stap 4: bepaal nieuwe K_r : $K'_r = K_r * \frac{GM}{\sqrt{a}}$

GM = 12 dB = factor 4, dus $K'_r = 0,63 * 4 / \sqrt{6} = 1,03$

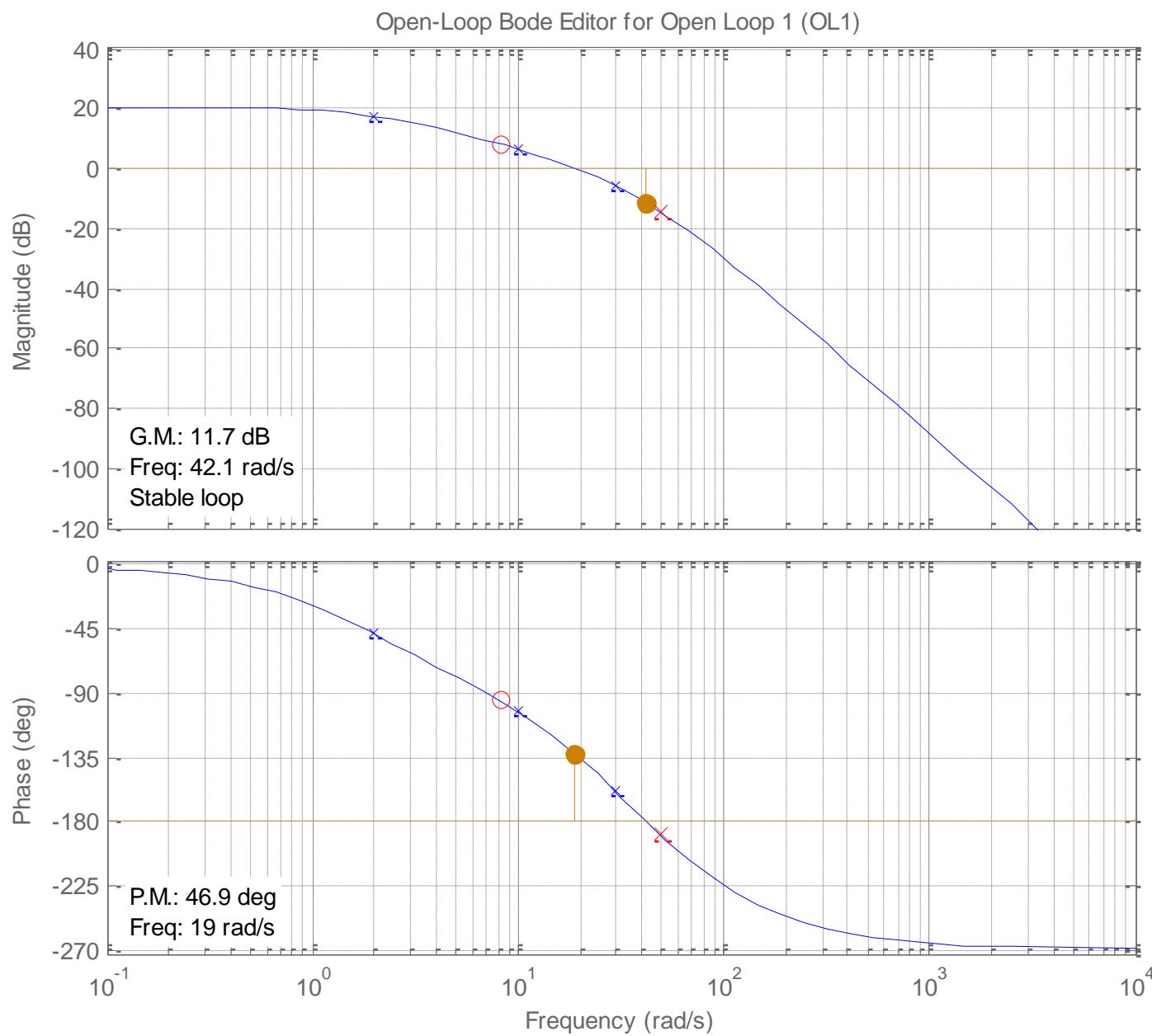
Resultaat:

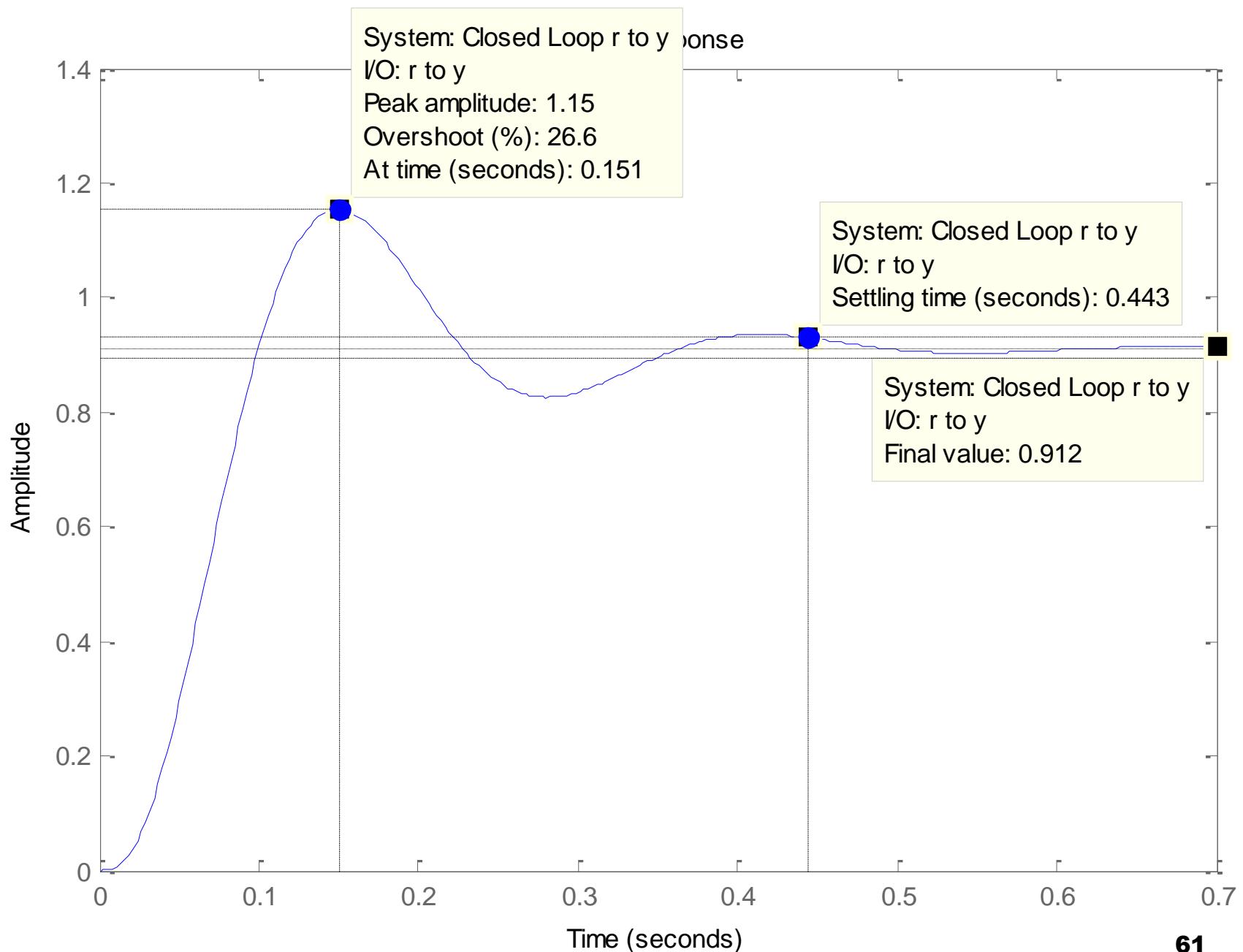
$$H_{lead}(j\omega) = 1,03 \cdot 6 \cdot \frac{j\omega + \frac{20}{\sqrt{6}}}{j\omega + \frac{20 \cdot \sqrt{6}}{}} = 6,2 \cdot \frac{j\omega + 8,2}{j\omega + 49,2}$$

Bode diagram lead-regelaar zonder K_r :



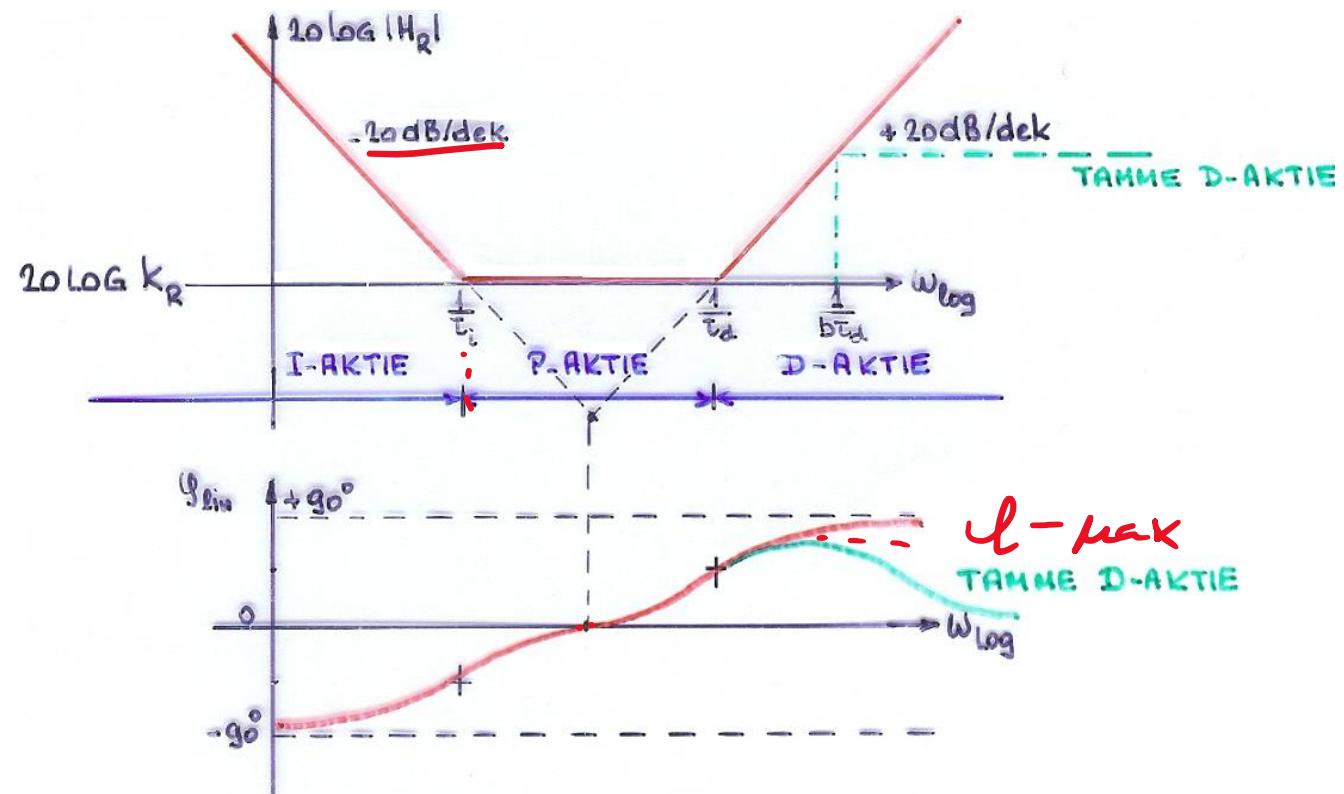
Bode diagram proces met lead-regelaar:





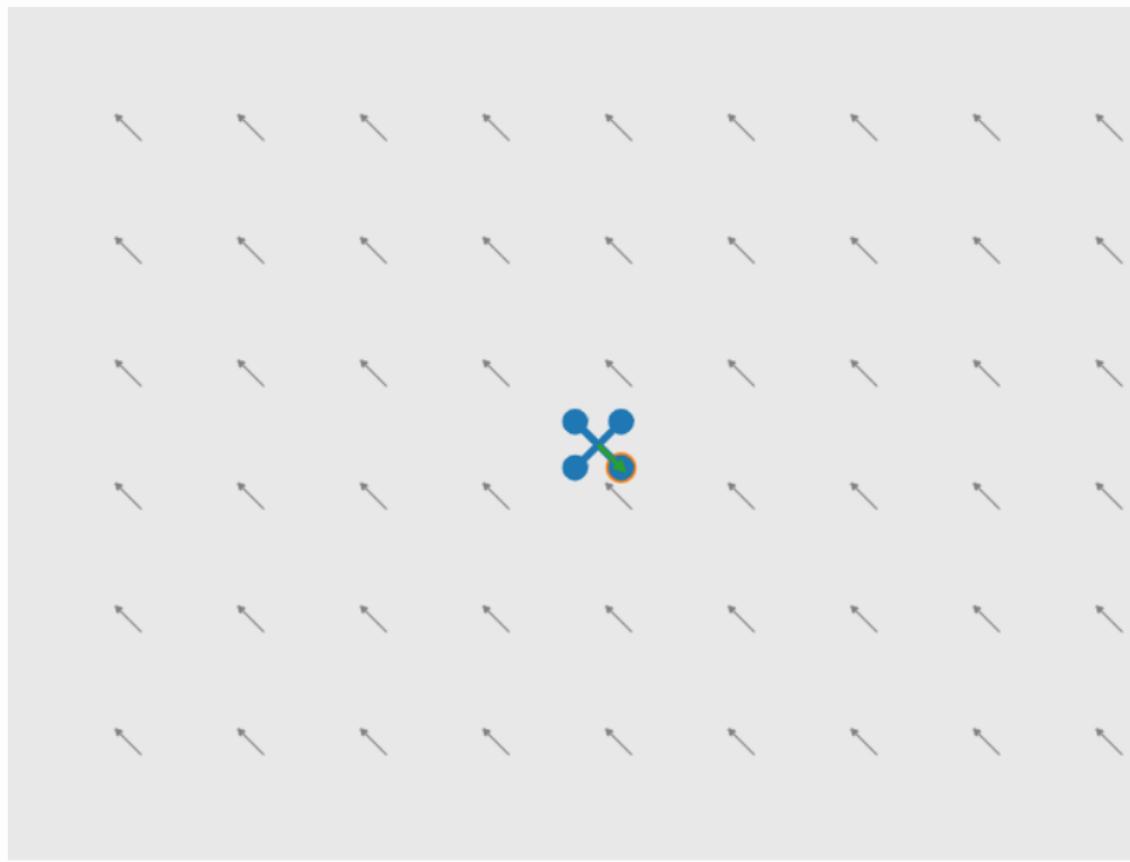
DE TAMME PID-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i}\right) \left(1 + s\tau_d\right) \left(\frac{1}{1 + sb\tau_d}\right)$$

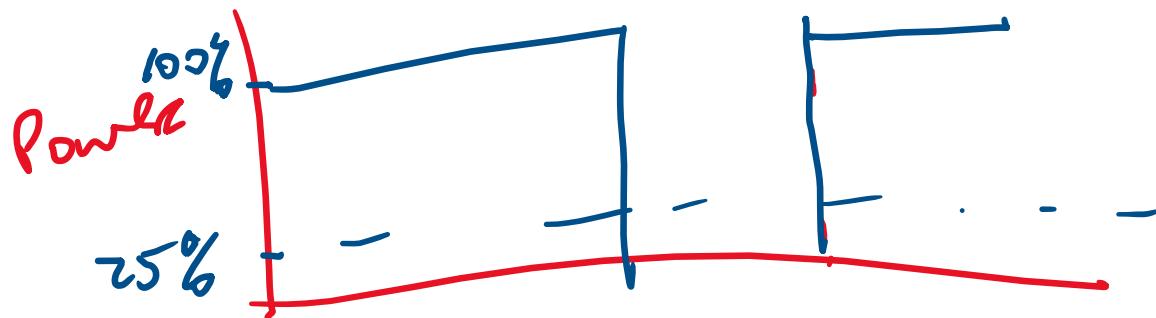
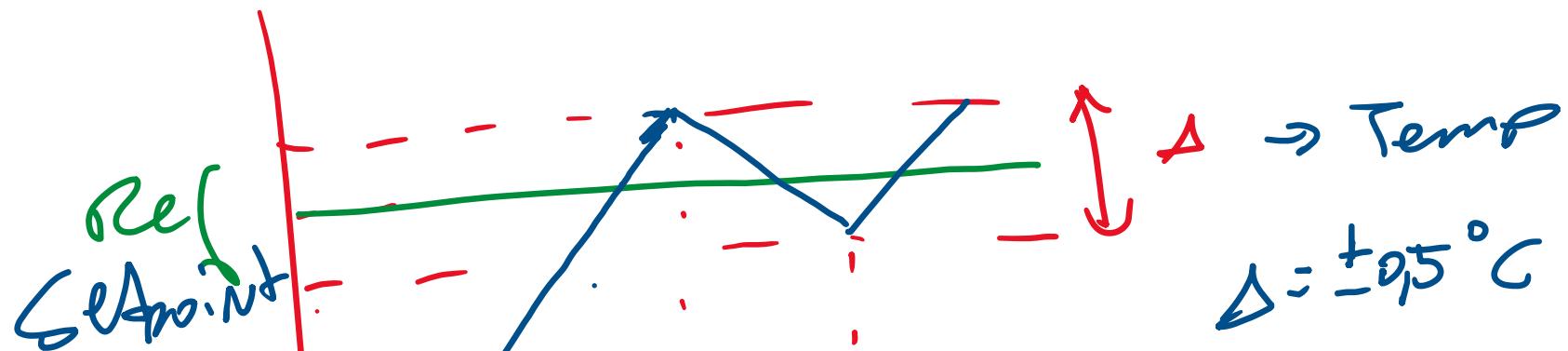


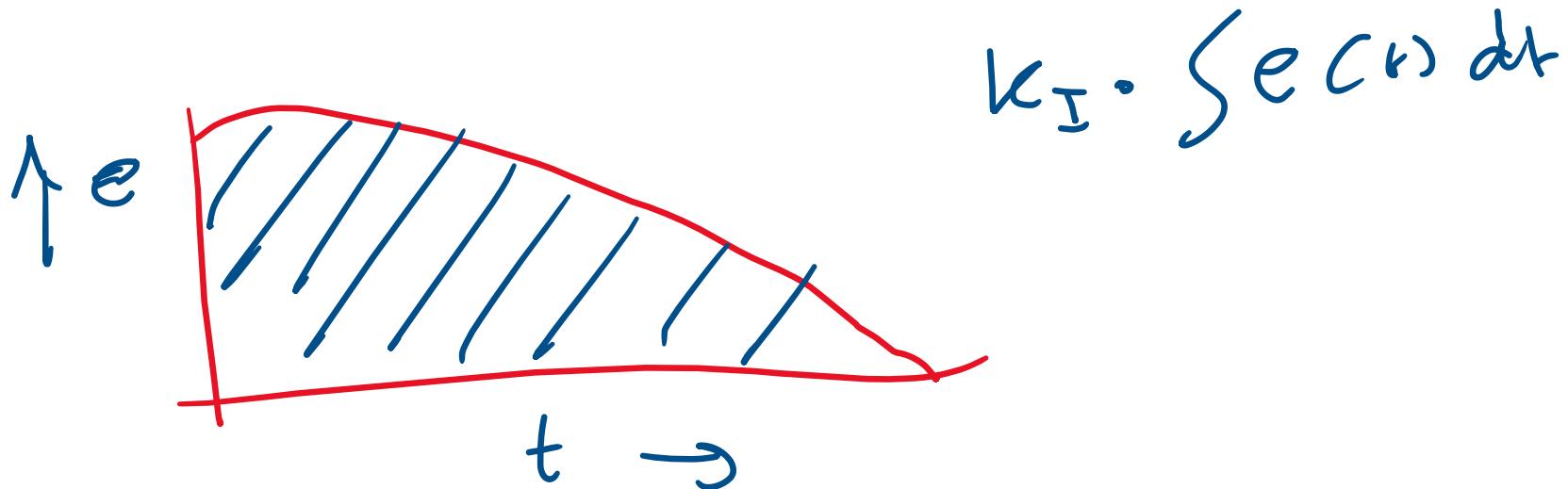
voordeel: - geen offset,
- bijna even snel als de PD-reg.

Interactieve demo – Position control



<https://feltrac.co/control/2020/01/12/simple-control-systems.html>





$$PI = K_P + k_I \cdot \int e(t) dt$$

↑



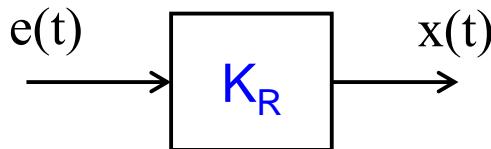
Vanaf deze dia komen extra/alternatieve uitleg van de stof. Tot deze dia wordt het in de klas behandeld.

DE P-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R$$

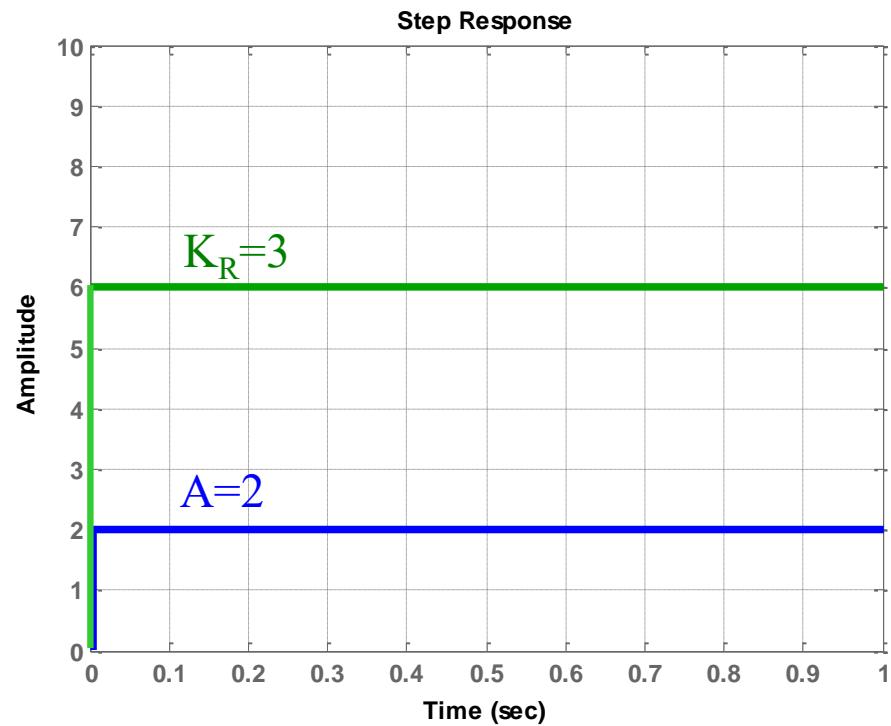
KR = Proportionaliteitsfactor

x = aansturing



$$x(t) = K_R \cdot e(t)$$

Als $e(t) = A \cdot 1(t)$ dan $x(t) = K_R \cdot A \cdot 1(t)$



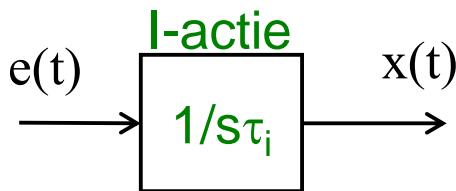
voordeel: snel

nadeel: offset niet nul

DE I-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = \frac{1}{s\tau_i} = \frac{K_R}{s}$$

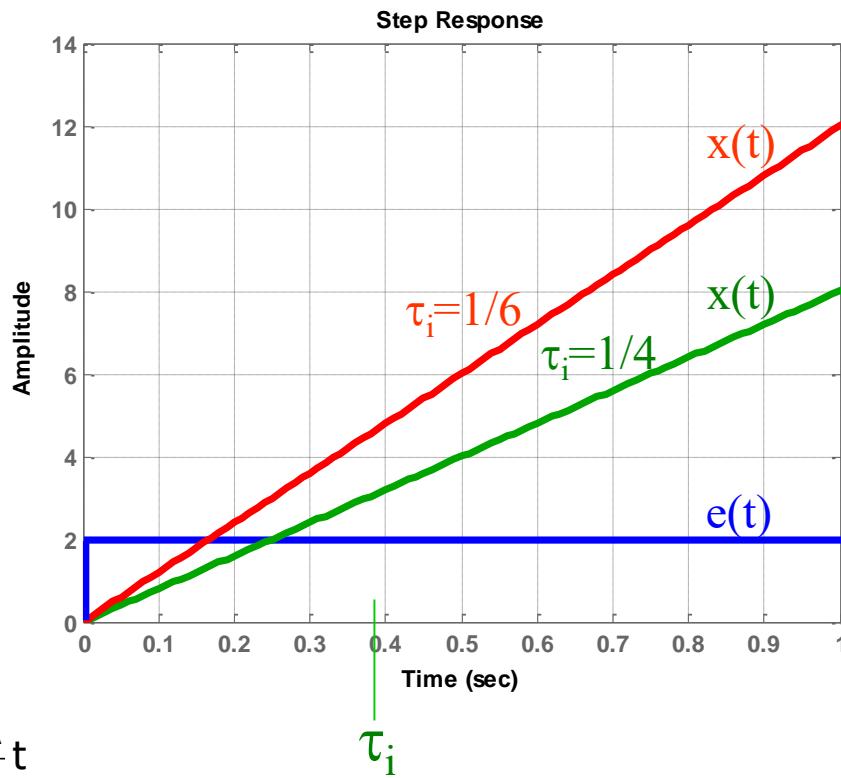
τ_i = integratie tijdconstante,
pool = 0



$$x(t) = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt$$

$$\text{Als } e(t) = A \cdot 1(t) \text{ dan } x(t) = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t A \cdot 1(t) dt = \frac{A}{\tau_i} t$$

Als $e(t)$ niet nul is blijft de uitgang van de I-regelaar veranderen totdat $e = 0$. Hiervan maakt men gebruik om de statische fout E_{stat} van een regelsysteem nul te krijgen, dus de offset $E(\%) = 0 \%$.



Als $A=2$ en $\tau_i=1/6$ dan $x(t)=12$ t
als $\tau_i=1/4$ dan $x(t)=8$ t

voordeel: geen offset

nadeel: - minder stabiel dan P-reg.
door extra 90° fase-naijwing,
- traag

VOORBEELD I-REGELAAR

Proces:

$$H_p(s) = \frac{1}{1+s}$$

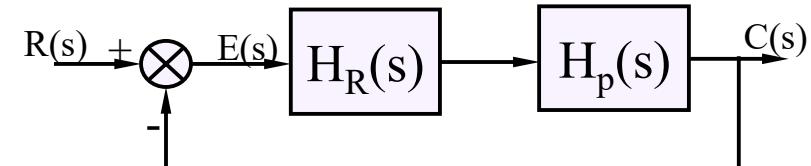
P-regelaar:

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \Rightarrow H_L(s) = \frac{K_R}{1+s}$$

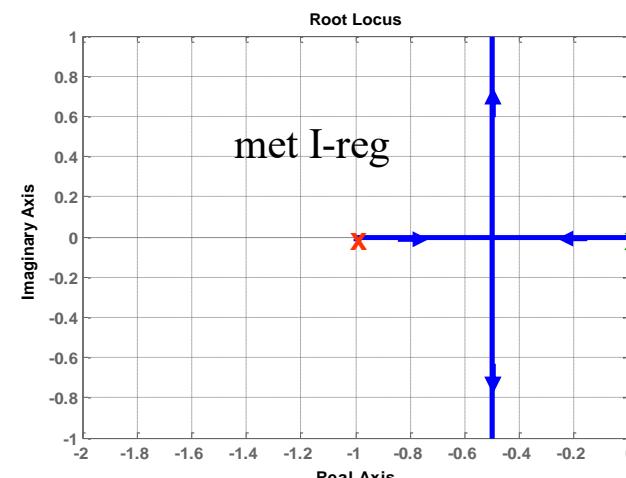
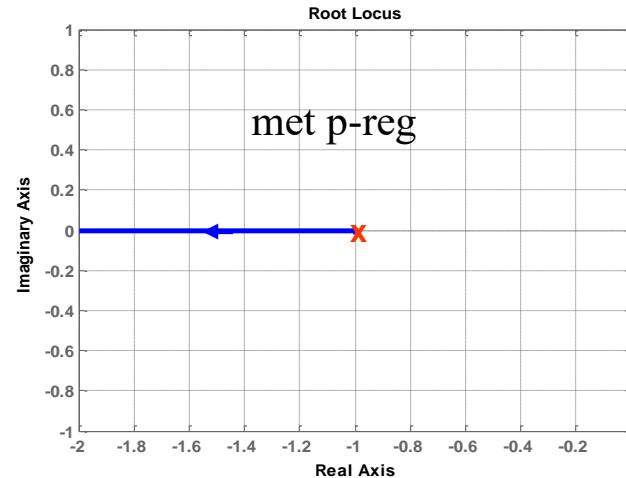
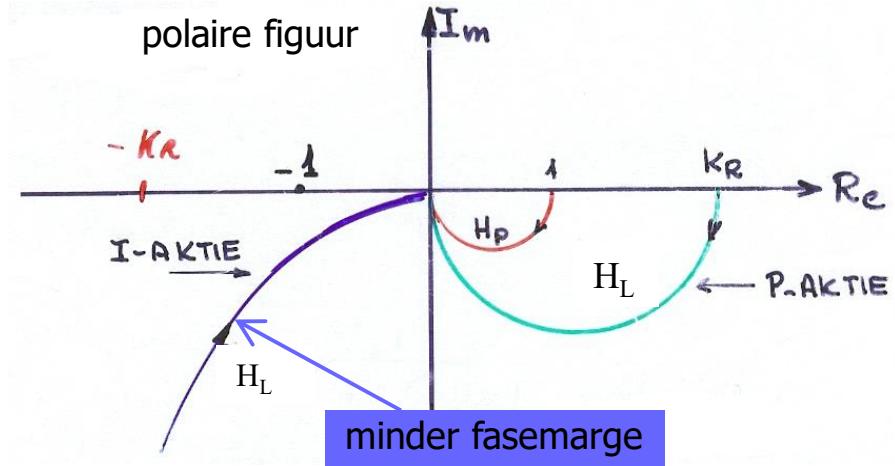
I-regelaar:

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = \frac{1}{s\tau_i} = \frac{K_R}{s} \Rightarrow H_L(s) = \frac{K_R}{s(1+s)}$$

met $K_R = \frac{1}{\tau_i}$



polaire figuur



pool v. I-regelaar

DE PI-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i}\right) = K_R \cdot \left(\frac{1+s\tau_i}{s\tau_i}\right)$$

τ_i = integratietijdconstante

Vuistregel: $\tau_i \geq$ grootste tijdc. proces bestaande uit serie van 1e-orde systemen.
(nulpunt regelaar \geq grootste pool proces)

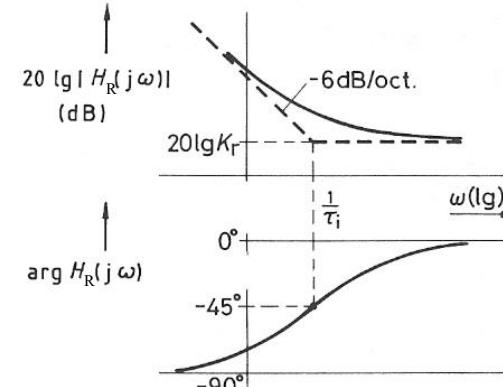
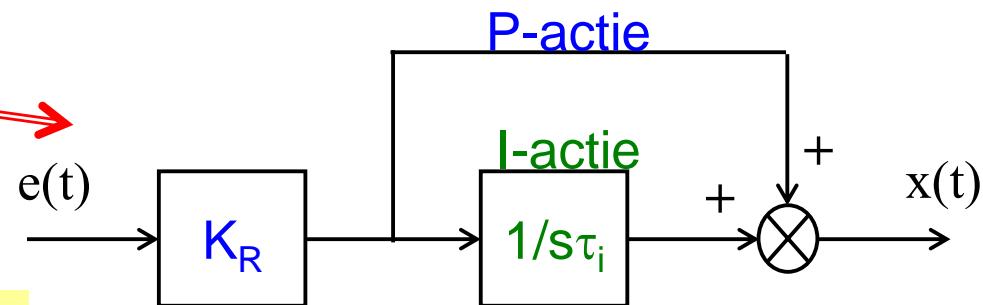
$$x(t) = K_R e(t) + \frac{K_R}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt$$

De responsie op een eenheidstap $e(t)=1(t)$ is:

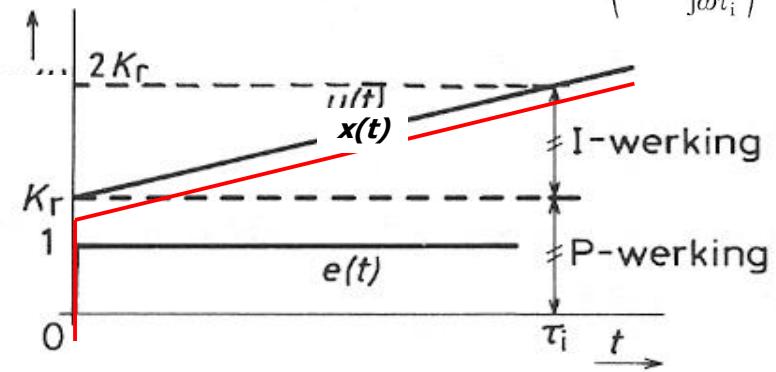
$$x(t) = K_R + \frac{K_R}{\tau_i} t$$

voordeel: - snel door P-actie,
- geen offset door I-actie

nadeel: trager dan P-reg.



Bodediagram van $H_r(j\omega) = K_r \left(1 + \frac{1}{j\omega\tau_i}\right)$



Responsie PI-regelaar

VOORBEELD PI-REGELAAR

Proces:

$$H_p(s) = \frac{1}{1+s}$$

P-regelaar:

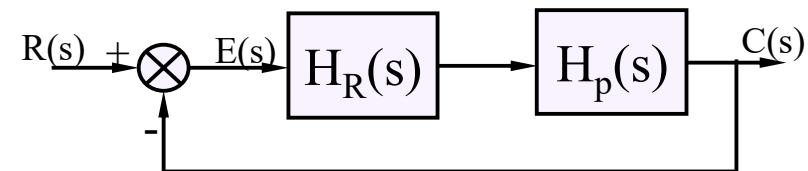
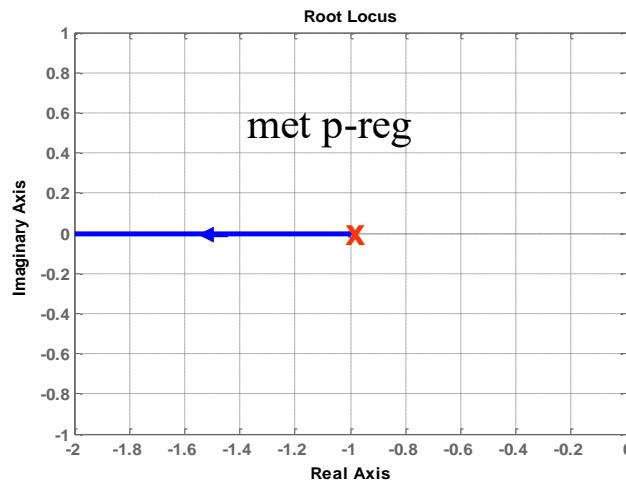
$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \Rightarrow H_L(s) = \frac{K_R}{1+s}$$

PI-regelaar:

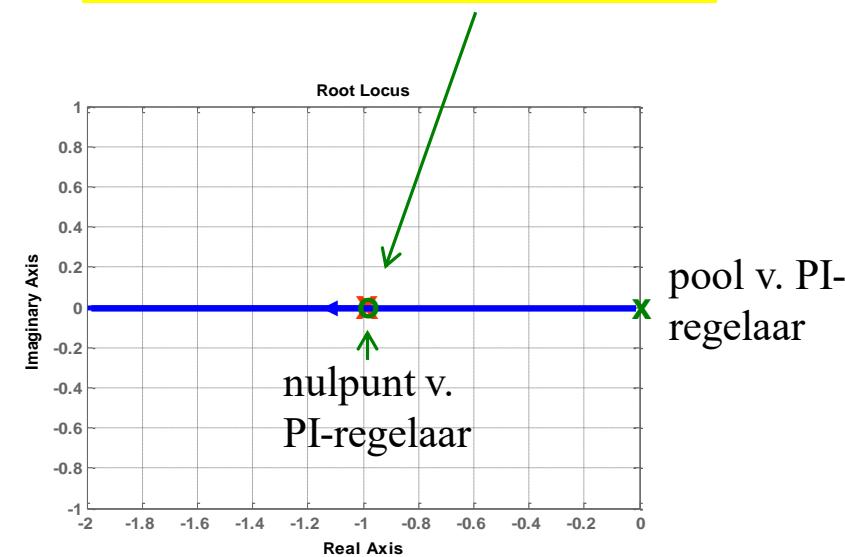
$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \left(\frac{1+s\tau_i}{s\tau_i} \right) \Rightarrow H_L(s) = K_R \left(\frac{1+s\tau_i}{s\tau_i} \right) \frac{1}{(1+s)}$$

met $\tau_i = 1s$ (vuistregel: tijdconstante van het proces)

$$H_L(s) = K_R \left(\frac{1+s}{s} \right) \frac{1}{(1+s)} = \frac{K_R}{s}$$



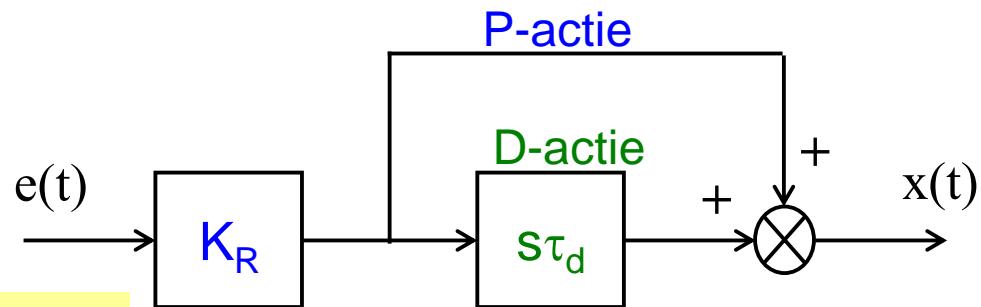
Nulpunt van PI-regelaar
compenseert de pool
van het proces !



DE PD-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot (1 + s\tau_d)$$

τ_d = differentiatietijdconstante



Vuistregel: $\tau_d \leq$ één na grootste tijdc. proces bestaande uit serie van 1e-orde systemen (nulpunt regelaar \leq één na grootste pool proces)

$$x(t) = K_R e(t) + K_R \tau_d \frac{de(t)}{dt}$$

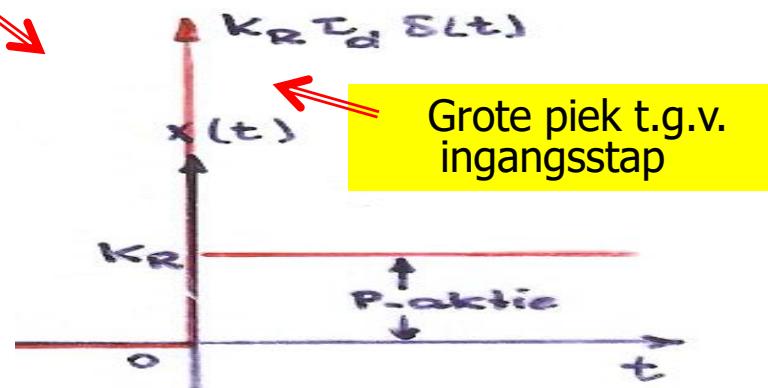
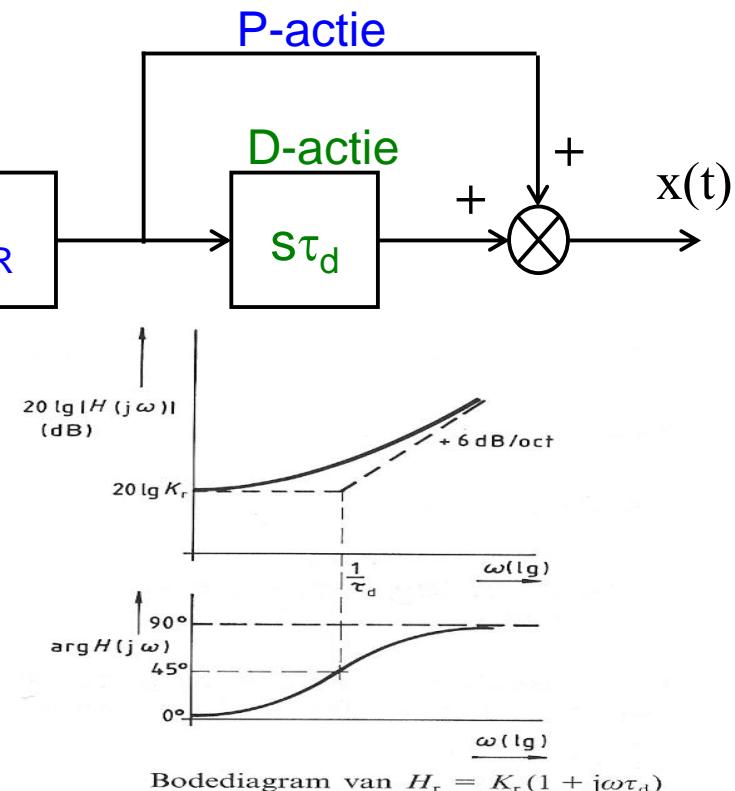
De responsie op een eenheidstap $e(t)=1(t)$ is:

$$x(t) = K_R + K_R \tau_d \delta(t)$$

voordeel:- sneller dan P-reg.,

- stabieler door fasevoorijding,
- offset minder dan P-reg.

nadeel:- minder geschikt voor stapvormige ingangssignalen,
remedie Lead filter



DE PD-REGELAAR

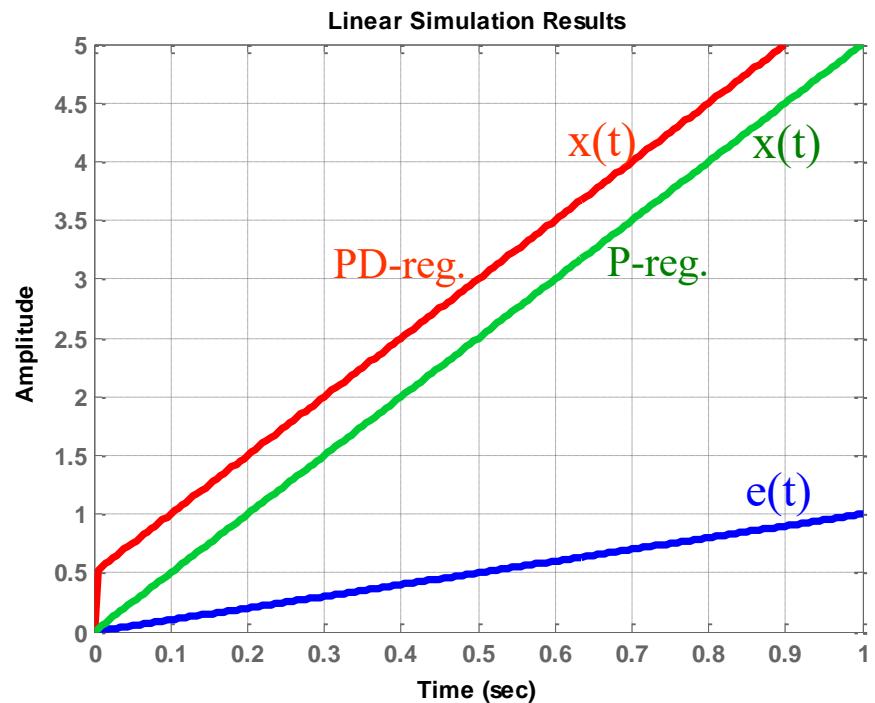
De responsie op een **rampfunctie** $e(t)=t \cdot 1(t)$ is:

$$x(t) = K_R t + K_R \tau_d$$

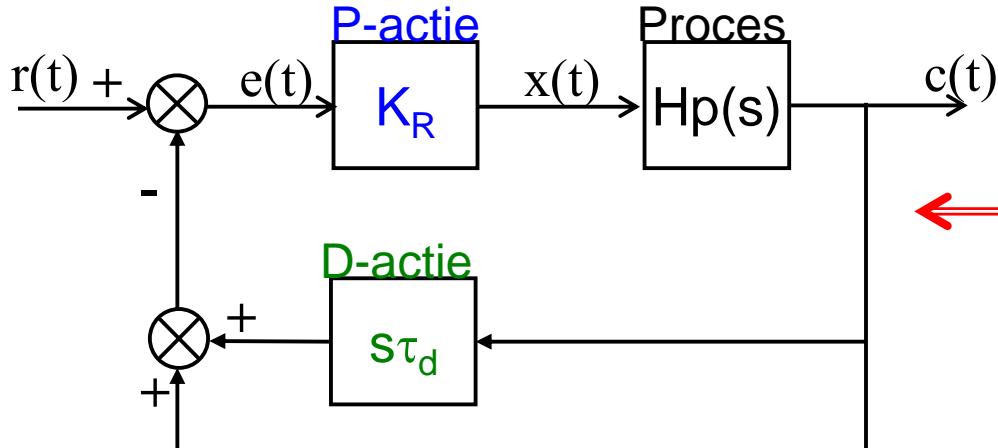
Als $K_R=5$ en $\tau_d=0,1$ s dan: $x(t) = 5t + 0,5$

Door de D-actie wordt er met een sprong gereageerd op een verandering in de fout $e(t)$, bij een P-actie gaat dit geleidelijk.

De D-actie zorgt dus voor een sneller bijregelen dan bij alleen een P-actie!



PD-actie in terugkoppelweg:



De uitgang van een proces verandert minder snel en nooit stapvormig, daardoor leidt differentiëren niet tot grote pieken op de uitgang van de D-actie.

De lusoverdracht $H_L(s)$ verandert daardoor echter niet.

VOORBEELD PD-REGELAAR

Proces: $H_p(s) = \frac{32}{(s+2)(s+8)}$

P-regelaar:

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \Rightarrow H_L(s) = \frac{32K_R}{(s+2)(s+8)}$$

PD-regelaar:

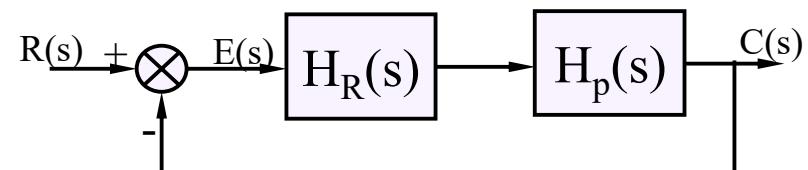
$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R(1 + s\tau_d) \Rightarrow H_L(s) = K_R(1 + s\tau_d) \frac{32}{(s+2)(s+8)} =$$

$$K_R(1 + s\tau_d) \frac{2}{(\frac{1}{2}s+1)(\frac{1}{8}s+1)}$$

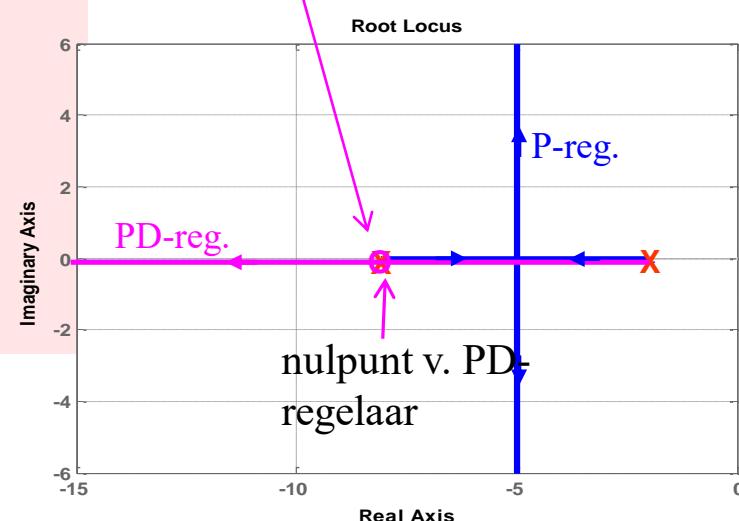
met $\tau_d = 1/8s$ (vuistregel: één na grootste tijdconstante van het proces)

$$H_L(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{8}s\right) \frac{2}{(\frac{1}{2}s+1)(\frac{1}{8}s+1)} = \frac{2K_R}{(\frac{1}{2}s+1)} = \frac{4K_R}{(s+2)}$$

Door compensatie door het nulpunt v.d. PD-regelaar ontstaat er een nieuwe poolbaan waarop de regelsysteem-pool steeds verder naar links kan worden verschoven, dus systeem sneller.



Nulpunt van PD-regelaar compenseert de pool van het proces !

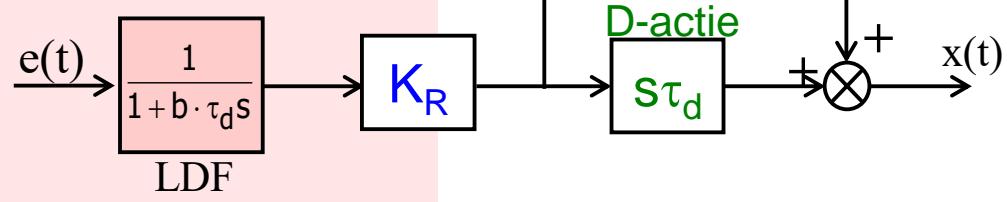


DE TAMME PD-REGELAAR

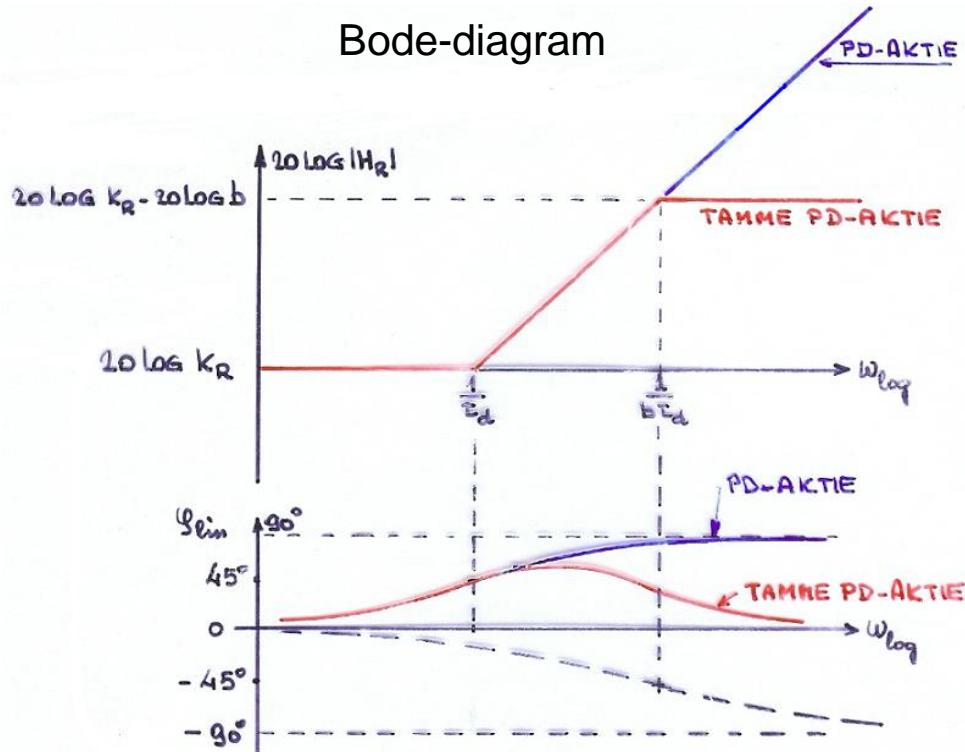
$$H_R(s) = K_R \cdot \frac{1 + \tau_d s}{1 + \frac{\tau_d}{a} s} \text{ of } K_R \cdot \frac{1 + \tau_d s}{1 + b \cdot \tau_d s} \text{ waarin } a \text{ de tamheidsfactor is}$$

met $6 < a < 20$ of $0,05 < b < 0,167$

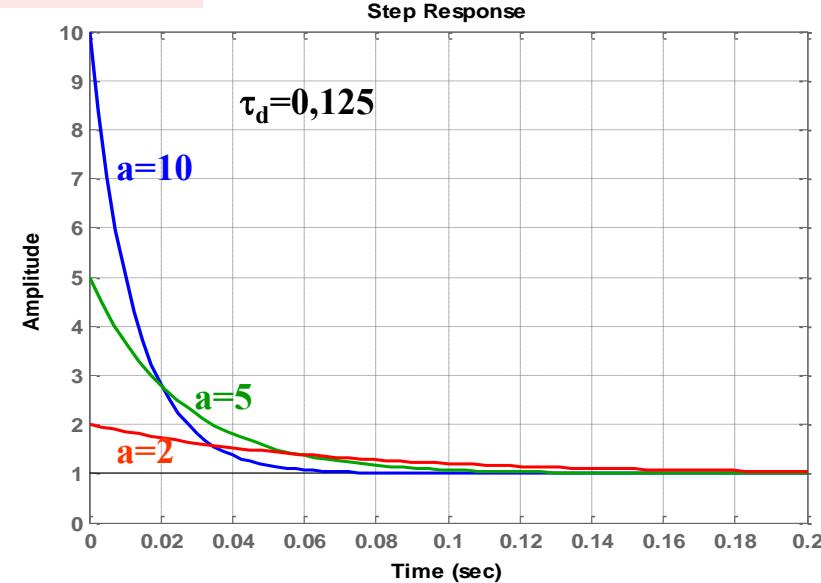
$$\text{nulpunt} = \frac{-1}{\tau_d} ; \quad \text{pool} = \frac{-a}{\tau_d}$$



Bode-diagram



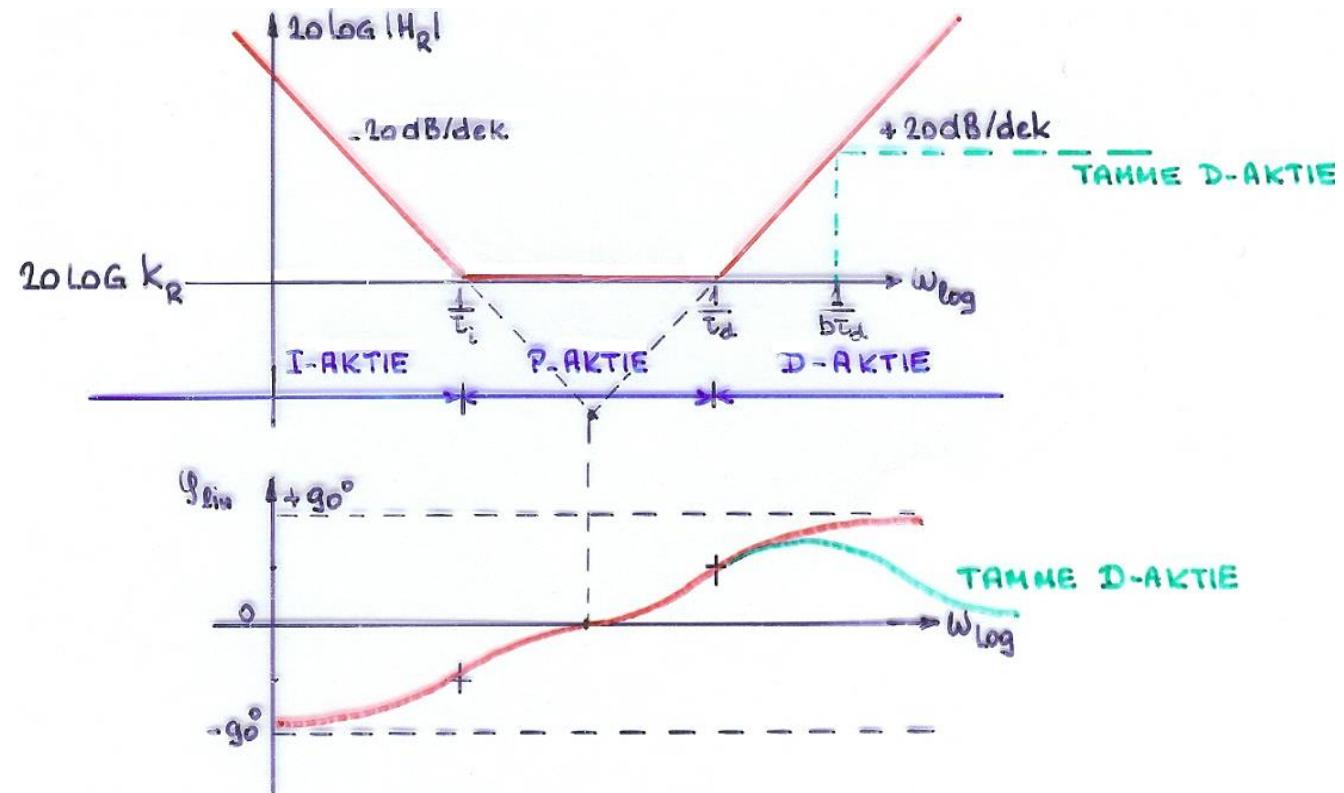
φ_{\max} als $\omega = 1/(\tau_d \sqrt{b})$



voordeel: rustiger en minder storingsgevoelig dan PD-regelaar door toevoeging v.e. eerste orde systeem (LDF)

DE TAMME PID-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i}\right) \left(1 + s\tau_d\right) \left(\frac{1}{1 + sb\tau_d}\right)$$



voordeel: - geen offset,
- bijna even snel als de PD-reg.