

The Map of Control Theory

model reference
adaptive

adaptive

extremum-seeking

$$\hat{u} + \text{[waveform]}$$

iterative
learning
control



Again!

optimal

lqr



model predictive
control



robust mpc

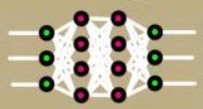


predictive

linear mpc



reinforcement
learning



explore vs exploit

intelligent

genetic
algorithms

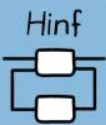


fuzzy control



robust

lyapunov
based control



loop shaping

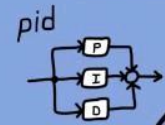


full state
feedback



linear

control
methods

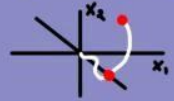


gain scheduling



nonlinear

sliding mode



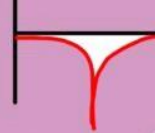
bang-bang



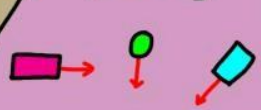
backstepping



filtering



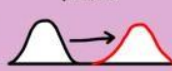
tracking



observer



kalman
filter



sigma-point



particle



state
estimation

sensor fusion



calibration

$$y_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} y + b$$

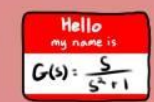
transfer functions

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

minimum realizations



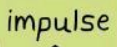
system id



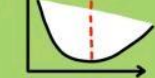
linearization



brian douglas © 2020
Engineering Media



optimal



mapping



holonomic
nonholonomic
redundant



constraints



planning

stability



nonminimum
phase



system
analysis

performance



modeling &
simulation

transfer functions

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

hybrid system



simulation



nonlinear
state space

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u)$$

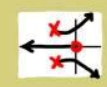
$$y = g(x, u)$$

linear
state space

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

root locus



nyquist plots



phase plane



nichols chart



margins



controllability
observability

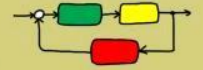
$$C_m = [B, AB, A^2B]$$

$$O_m = [C, CA, CA^2]$$

gang of six



block diagrams



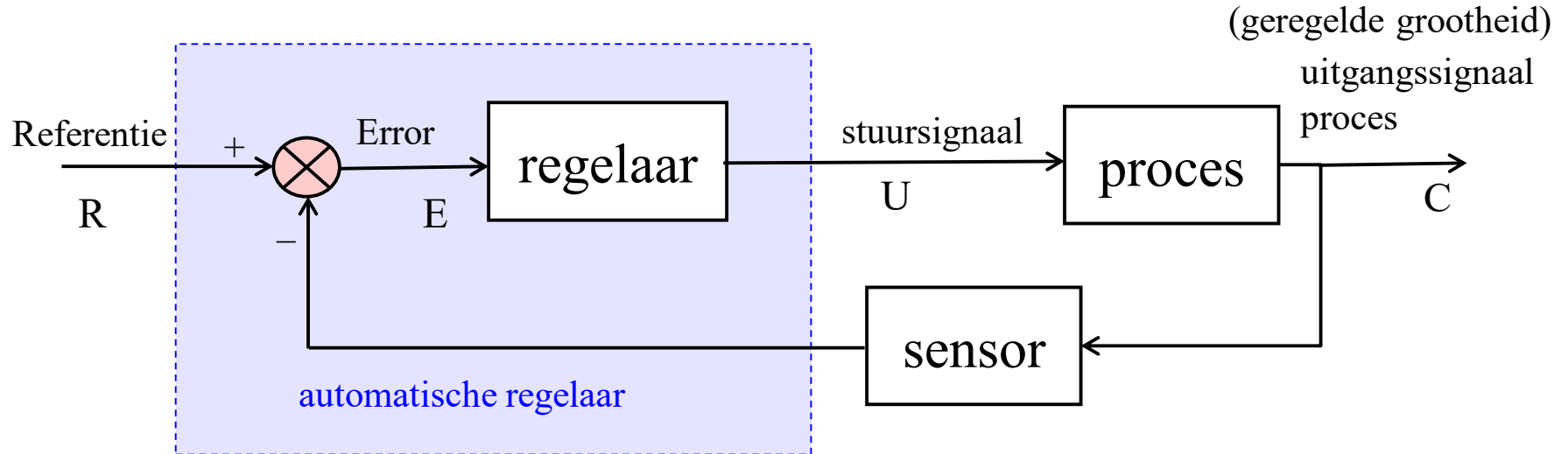
bode plots



lyapunov stability



Ontwerpen van Geregelde Systemen



Ontwerpen van geregelde systemen

Inleiding

Regelaarinput: E

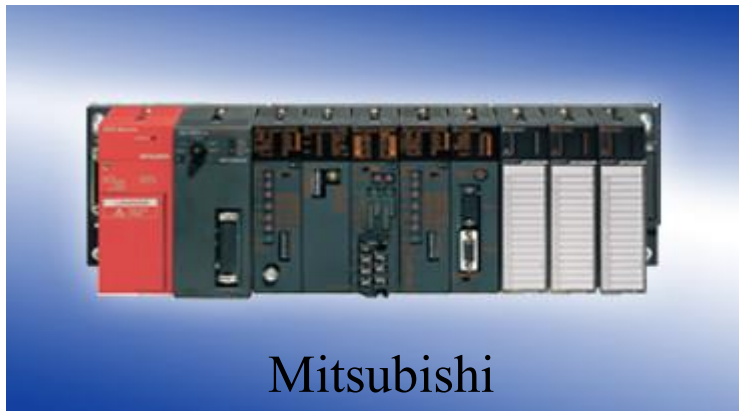
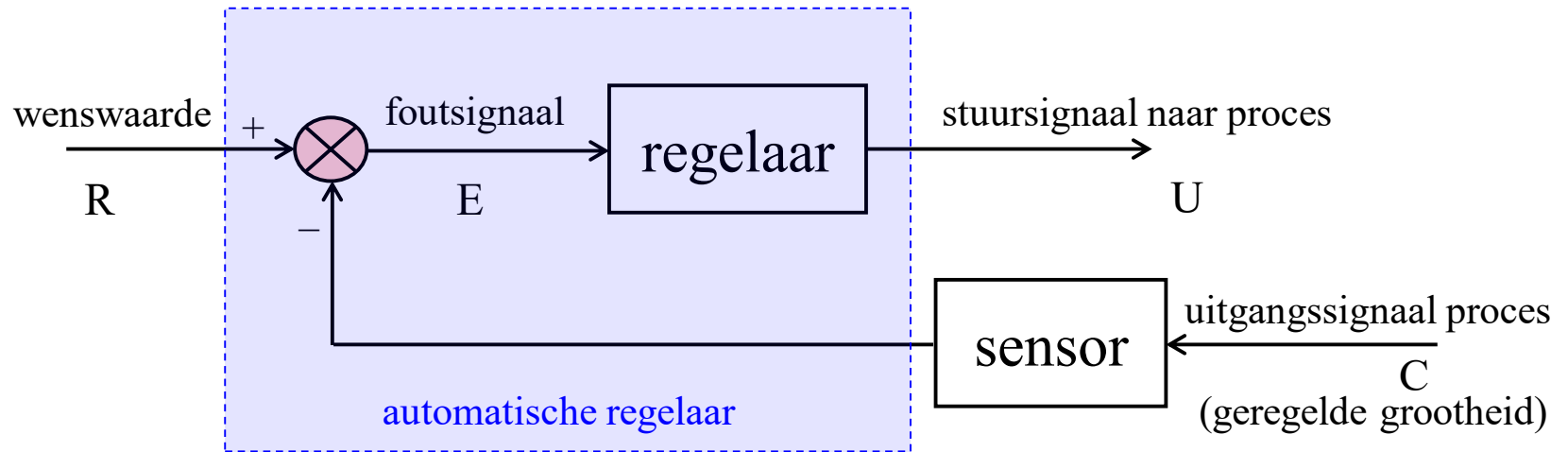
Regelaaroutput: U

$$U = E * H_r$$

$$H_r = U / E$$

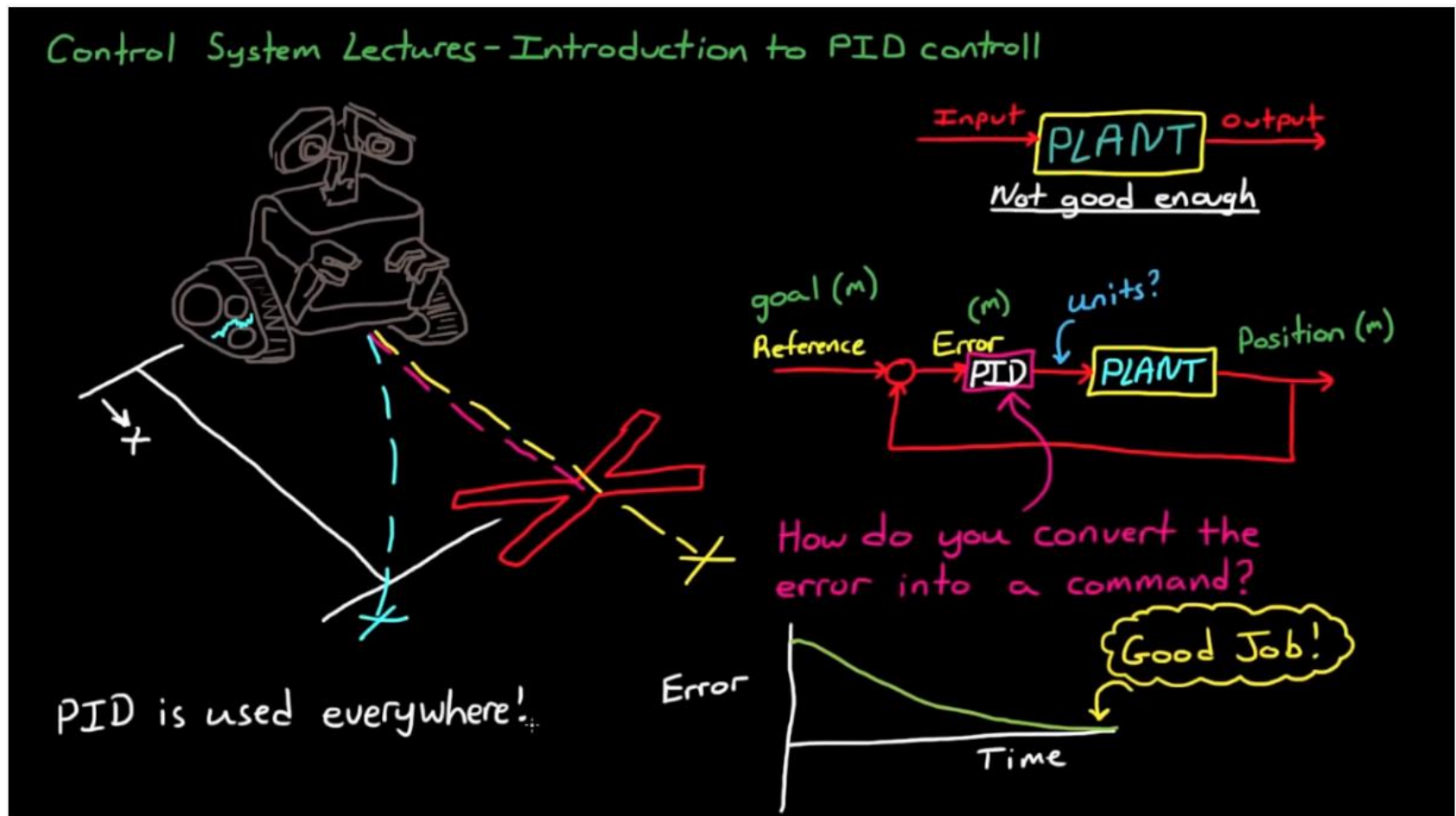
De regelaar moet de geregelde waarde constant houden of moet de referentiewaarde volgen.

DE AUTOMATISCHE REGELAAR

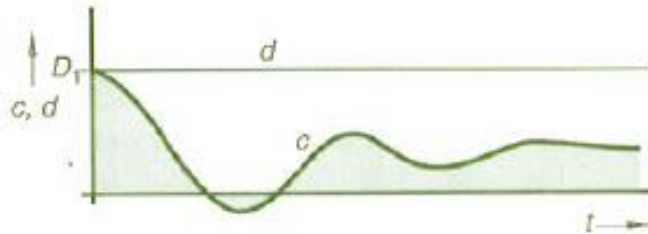


Filmpje over PID (intro)

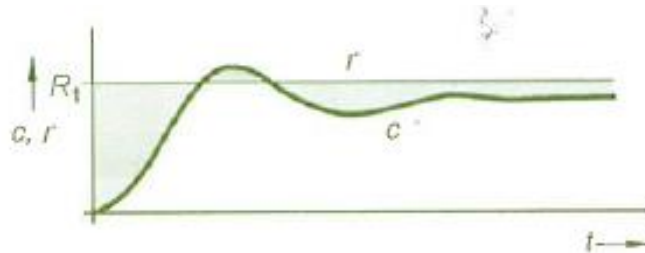
- <https://www.youtube.com/watch?v=UR0hOmjaHp0>



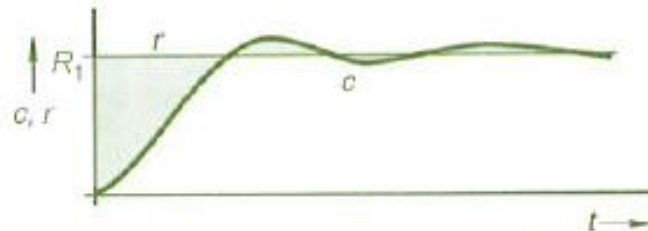
P(Proportional)-, I(Integral)- en D(Derivative)-actie



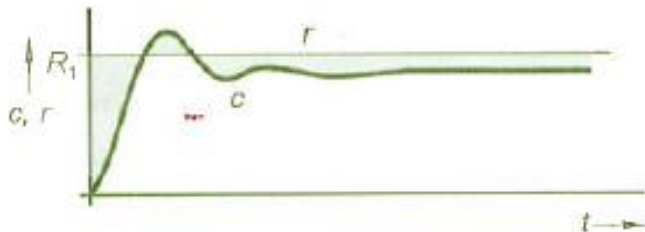
a. stapresponsie c als d verandert van 0 naar D_1



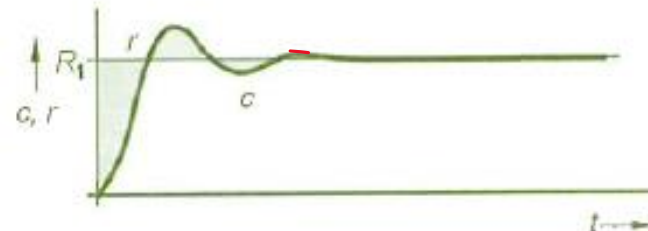
b. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij P-geregeld systeem



c. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij PI-geregeld systeem



d. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij PD-geregeld systeem



e. stapresponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij PID-geregeld systeem

$$P: u(t) = K_p * e(t)$$

$$I: u(t) = K_i * \int e(t)dt$$

$$D: u(t) = K_d * \frac{d}{dt}e(t)$$

P-, I- en D-actie

- P: $u(t) = K_p * e(t)$
- I: $u(t) = K_i * \int e(t) dt$
- D: $u(t) = K_d * \frac{d}{dt} e(t)$

Invloeden: zie voorgaand figuur

- P: D(% overshoot) groter; t_s kleiner; E kleiner
- I : t_s groter; E kleiner
- D: t_s kleiner; D(% overshoot) kleiner

Bij alle regelaars bestaat de kans dat het geregelde systeem instabiel wordt!

Zie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PID_Compensation_Animated.gif

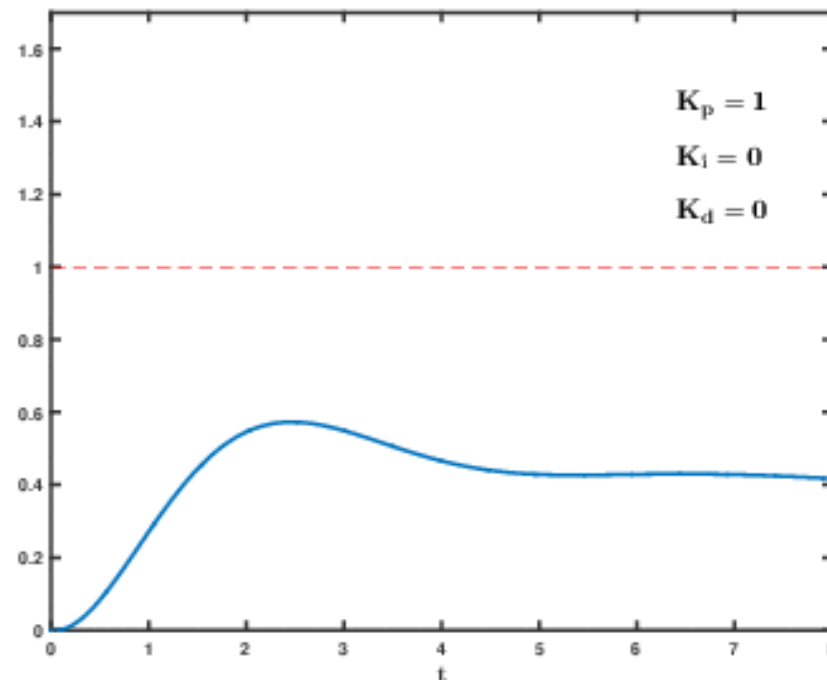
P-, I- en D-actie

$$P: u(t) = K_p * e(t) \quad I: u(t) = K_i * \int e(t) dt \quad D: u(t) = K_d * \frac{d}{dt} e(t)$$

P: D(% overshoot) groter; t_s kleiner; E kleiner

I : t_s groter; E kleiner

D: t_s kleiner; D(% overshoot) kleiner

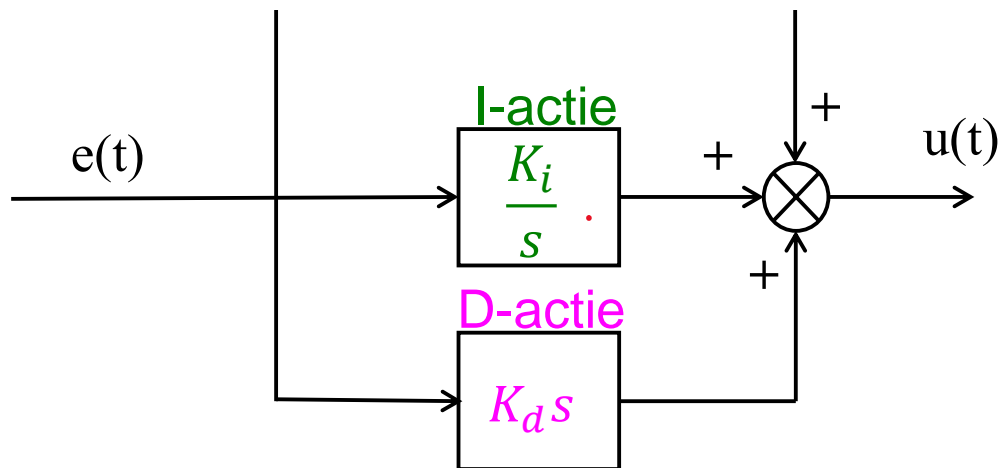


DE PID-REGELAAR

De parallel PID-regelaar (toegepast in praktijk):

$$u(t) = K_p * e(t) + K_i * \int_0^t e(t)dt + K_d * \frac{de(t)}{dt}$$

K_p wordt soms K_r genoemd



P = Proportioneel

I = Integrerend

D = Differentiërend

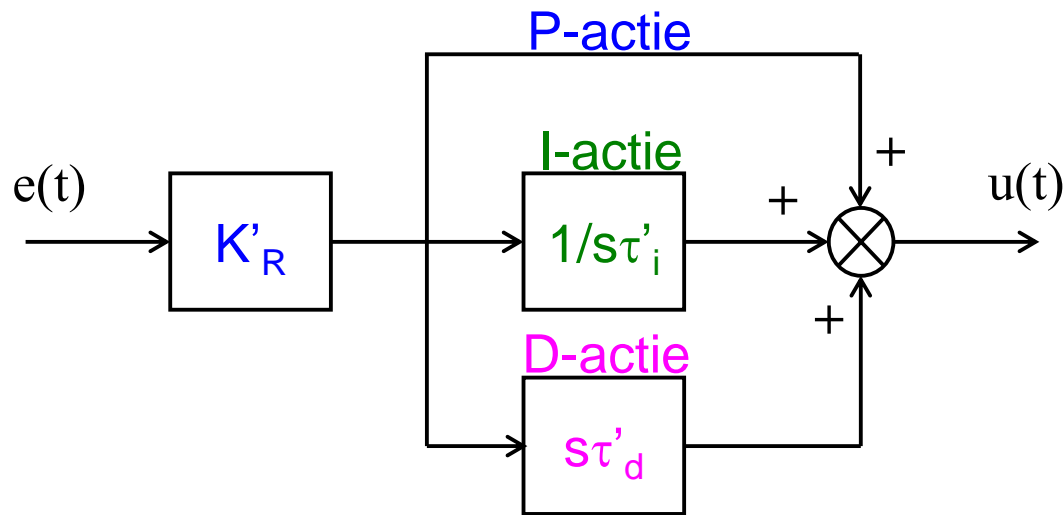
$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$



DE PID-REGELAAR

De parallel PID-regelaar (toegepast in praktijk):

$$u(t) = K_R \cdot \left(e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) \cdot dt + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$



$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i} + s\tau_d \right)$$

Kp wordt soms Kr
genoemd

P = Proportioneel

I = Integrerend

D = Differentiërend

DE REGELAARS

P regelaar: $H_r = K_r$

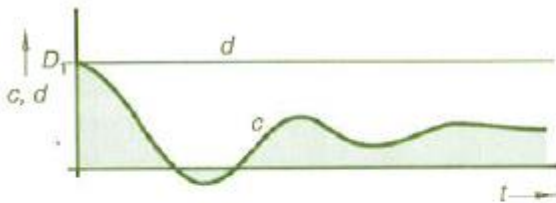
ideale PI regelaar: $H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right)$

ideale PD regelaar: $H_r = K_r (1 + \tau_d s)$

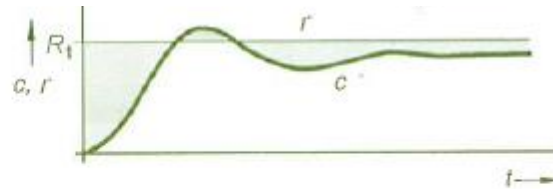
ideale PID regelaar: $H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right)$

In de praktijk worden meestal niet-ideale regelaars gebruikt. Niet-ideale PI wordt vaak 'lag-controller' genoemd. Niet-ideale PD wordt vaak 'lead-controller' of ook 'tamme D-regelaar' genoemd.

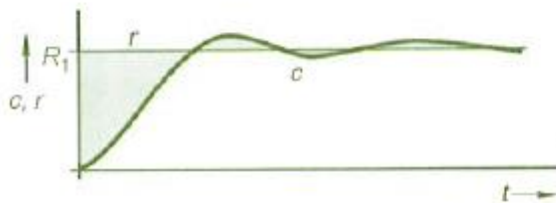
Ontwerp van een P-regelaar



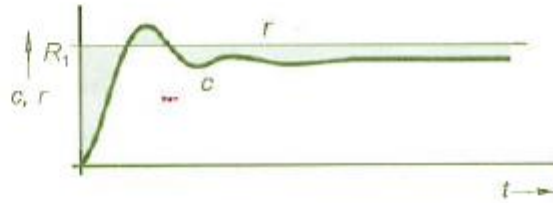
a. stapresoponsie c als d verandert van 0 naar D_1



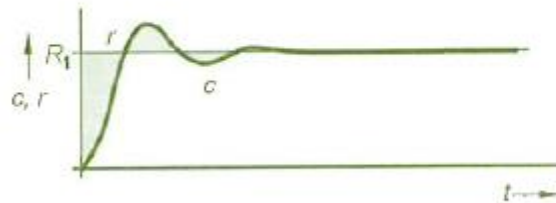
b. stapresoponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij P-geregeld systeem



c. stapresoponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij PI-geregeld systeem



d. stapresoponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij PD-geregeld systeem



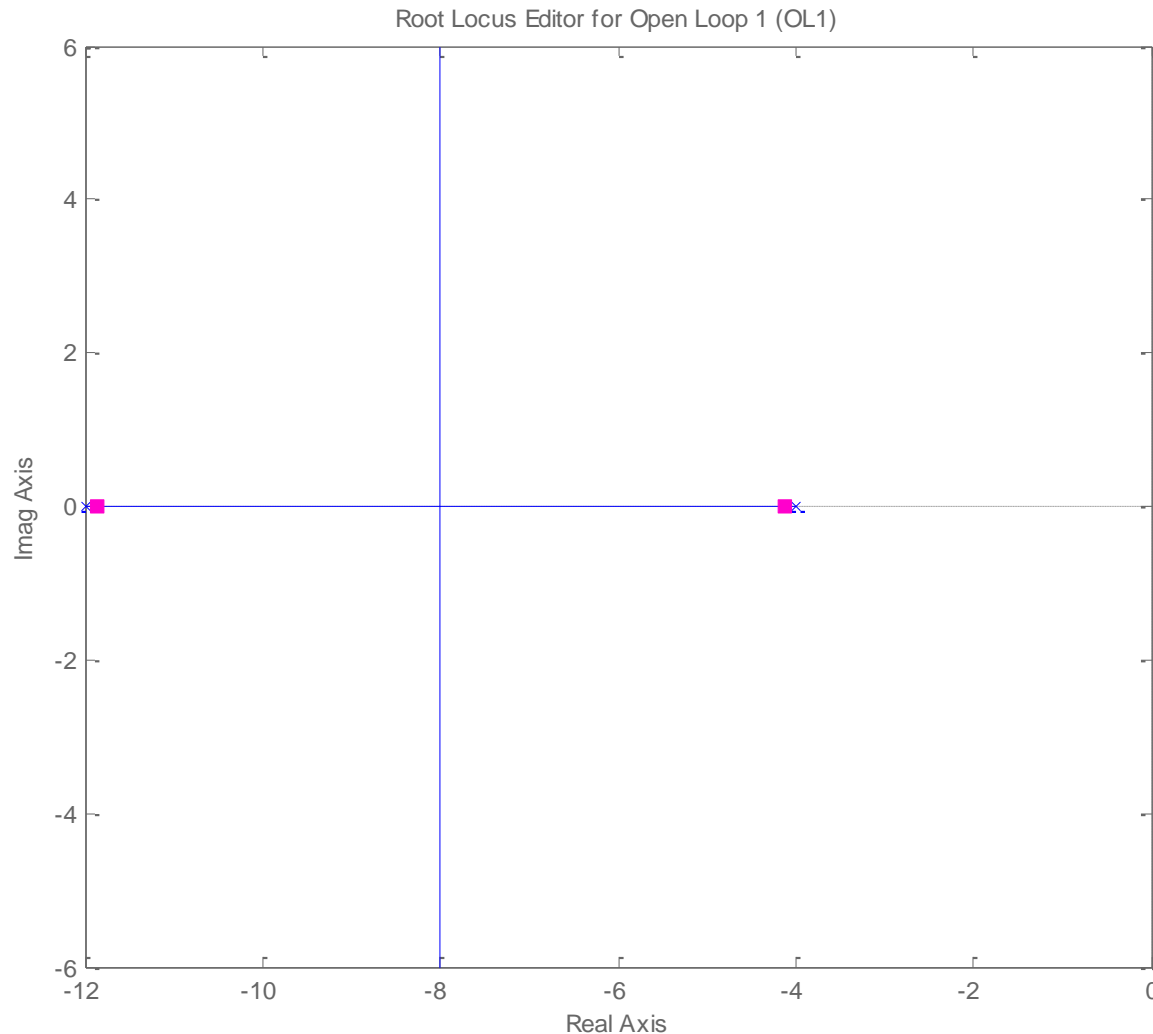
e. stapresoponsie c als r verandert van 0 naar R_1 bij PID-geregeld systeem

- Settling time wordt kleiner
- Overshoot wordt groter
- Statische fout wordt kleiner

Proportionaliteitsfactor: $K_r = \frac{U(s)}{E(s)}$

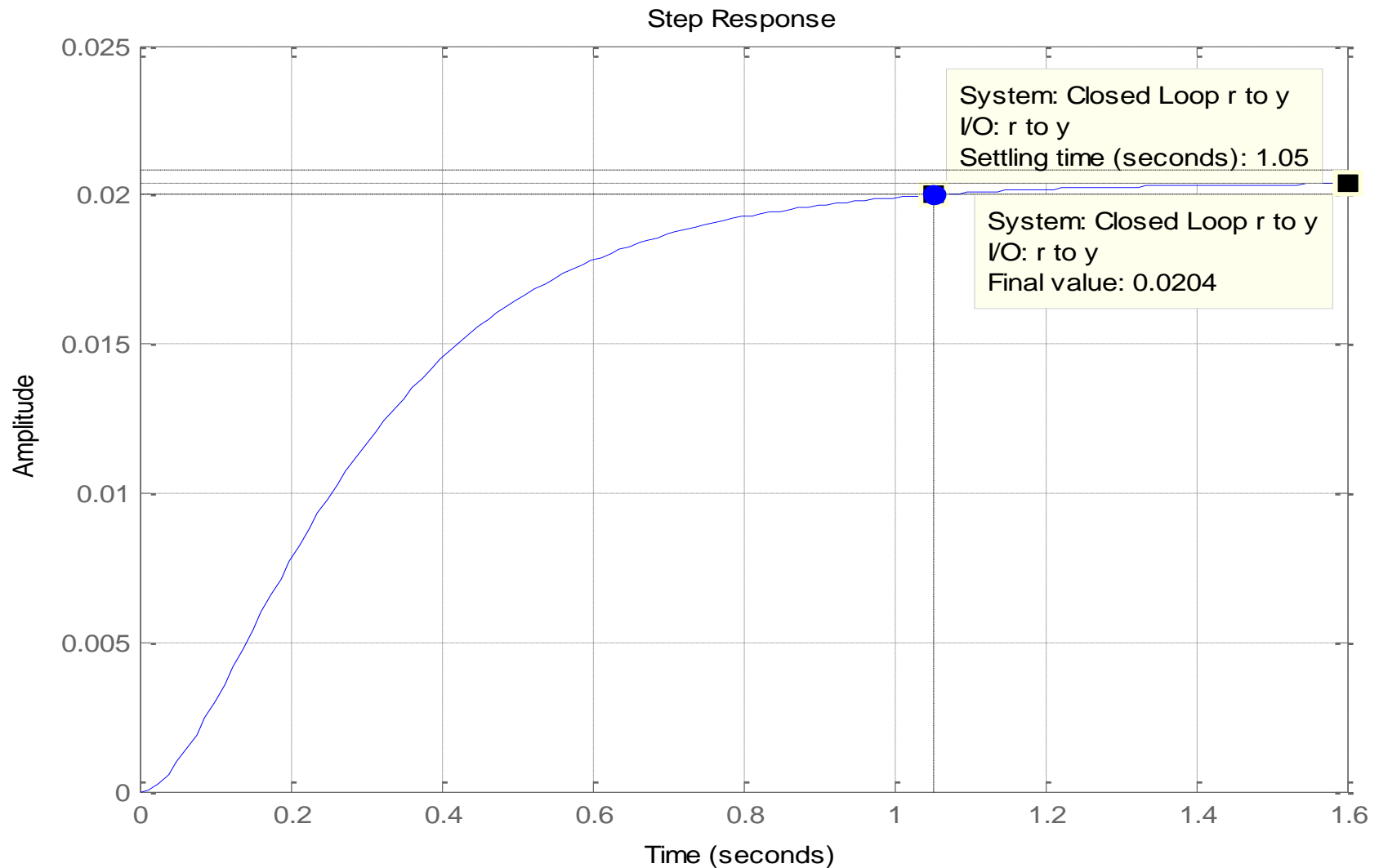
Instellen P-actie

$H(s) = 1/(s^2 + 16s + 48)$. Doel: $E_{\text{stat}} = 0$, $t_s = \text{minimaal}$, $D \leq 10\%$
Eerst alleen P-regelaar; poolbaan met $K = 1$:

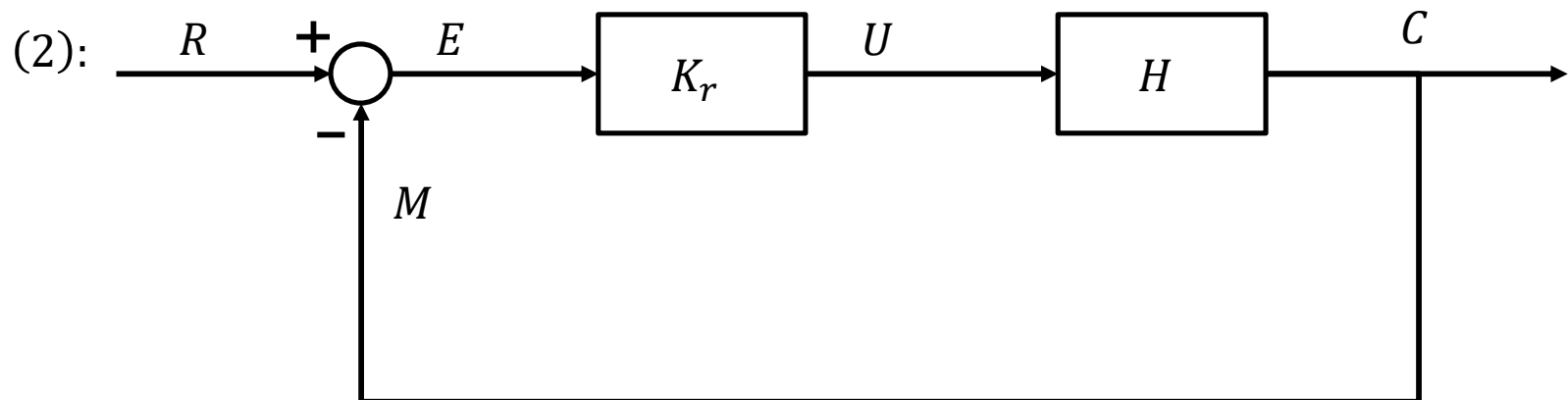


Instellen P-actie

Eerst alleen P-regelaar; stapresponsie closed loop, $K = 1$



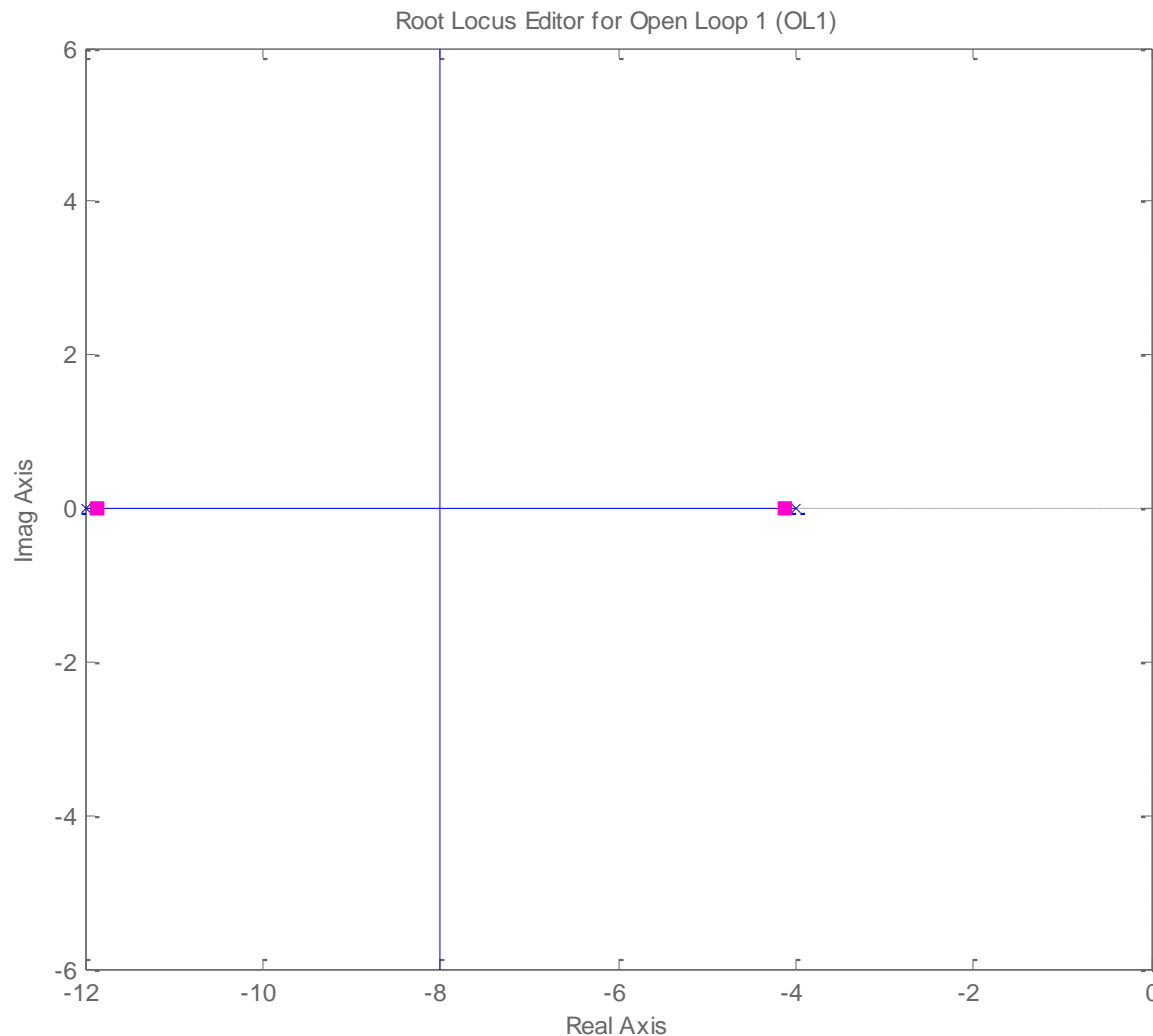
(1): $E_{stat} = \frac{100\%}{1 + K_L}$



Toevoegen I-actie (ideale PI-regelaar)

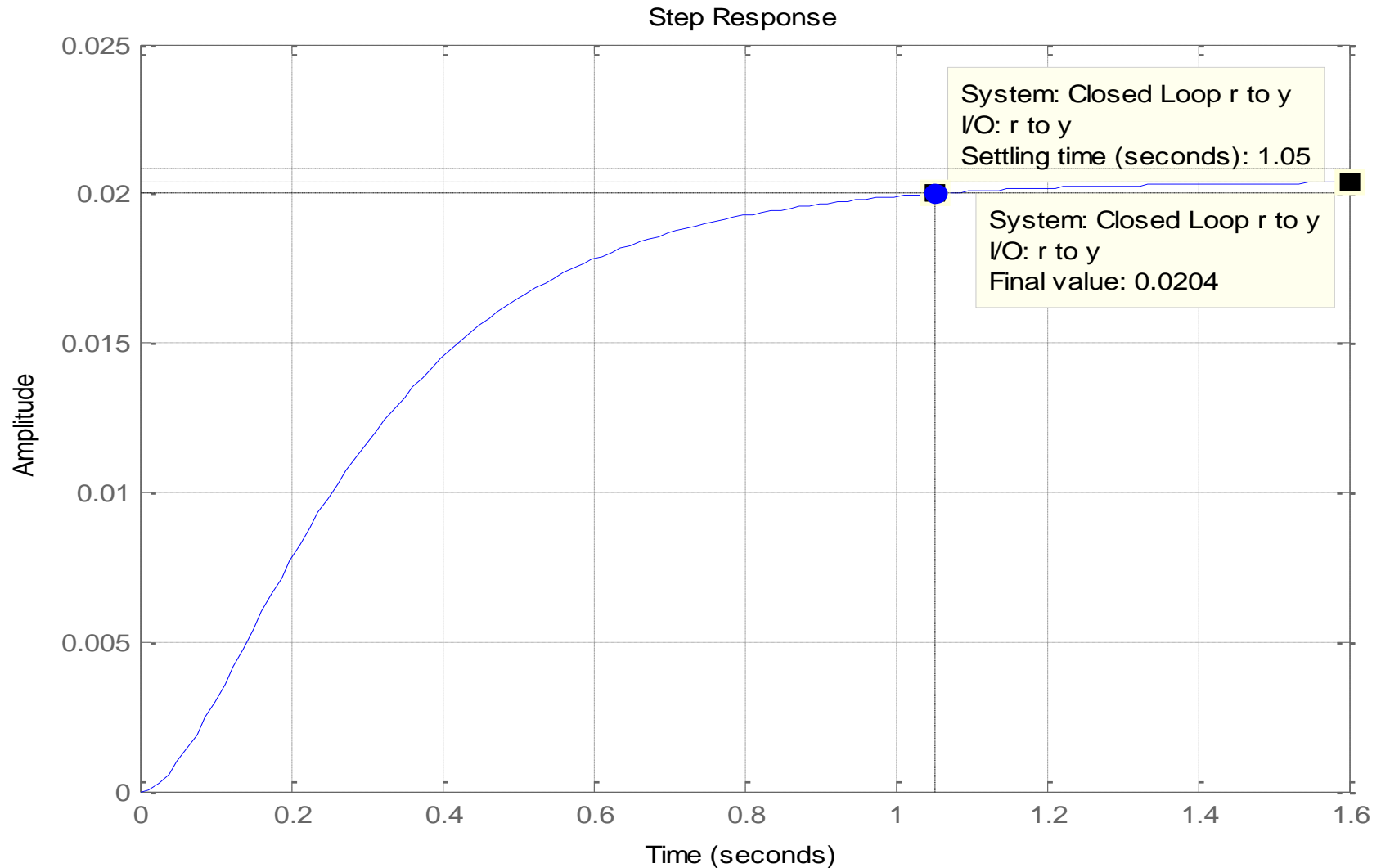
$H(s) = 1/(s^2 + 16s + 48)$. Doel: $E_{\text{stat}} = 0$, $t_s = \text{minimaal}$, $D \leq 10\%$

Eerst alleen P-regelaar; poolbaan met $K = 1$:



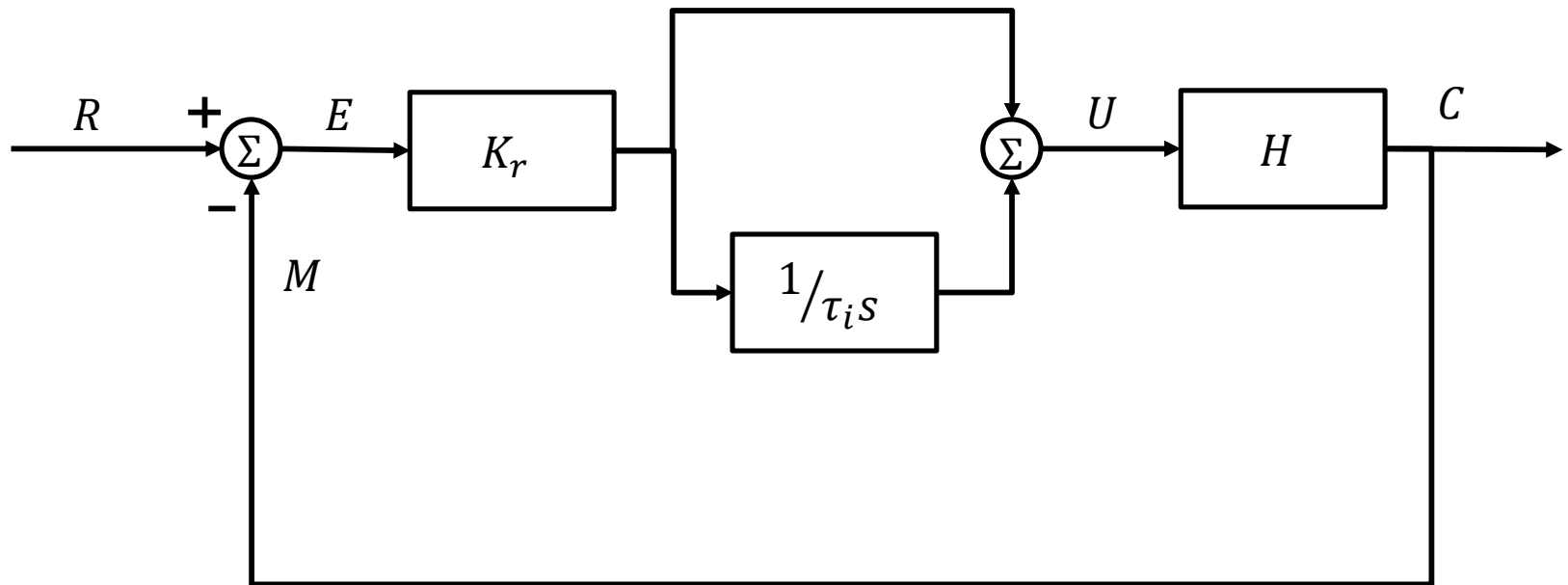
Toevoegen I-actie

Eerst alleen P-regelaar; stapresponsie closed loop, $K = 1$

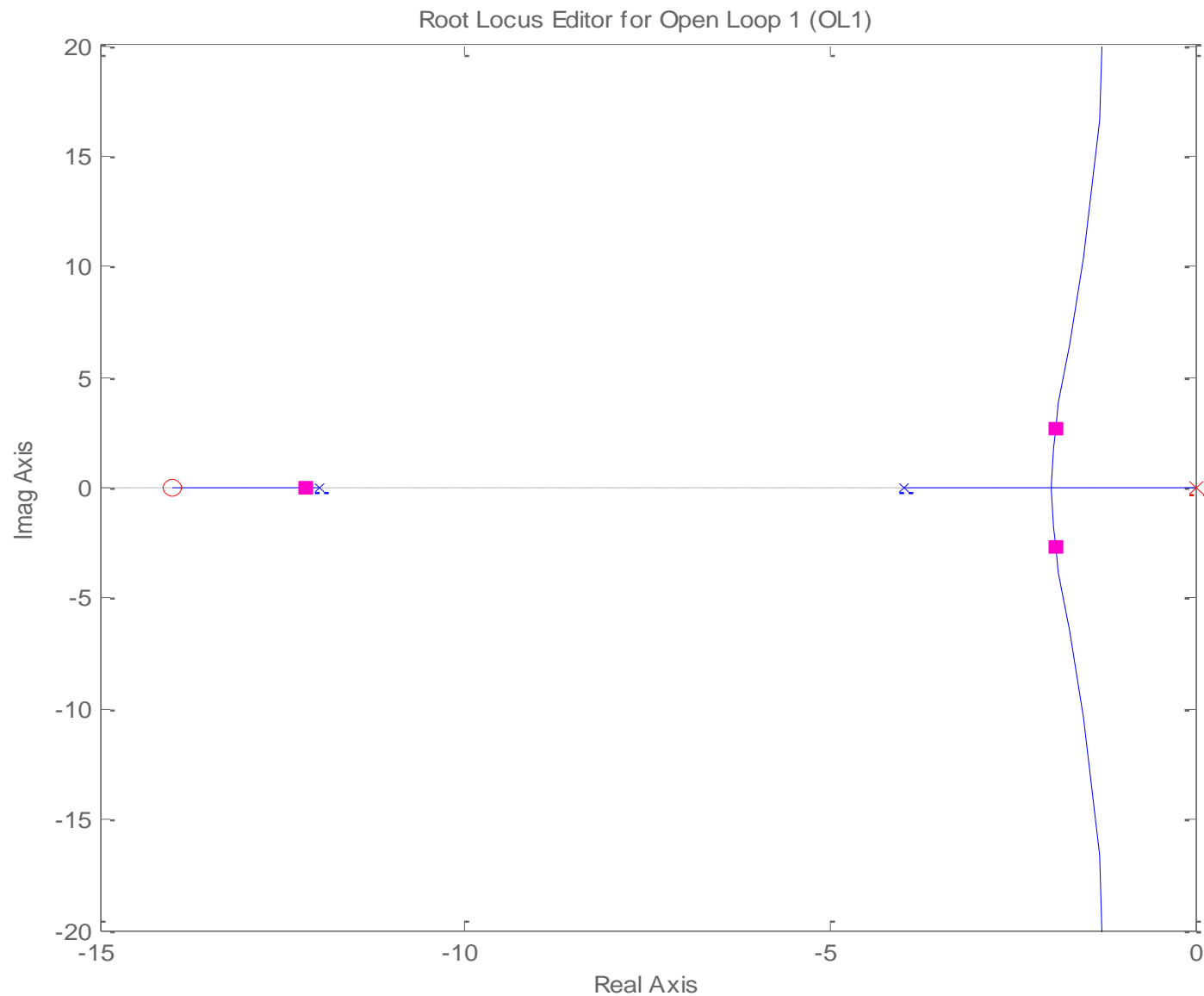


PI-regelaar

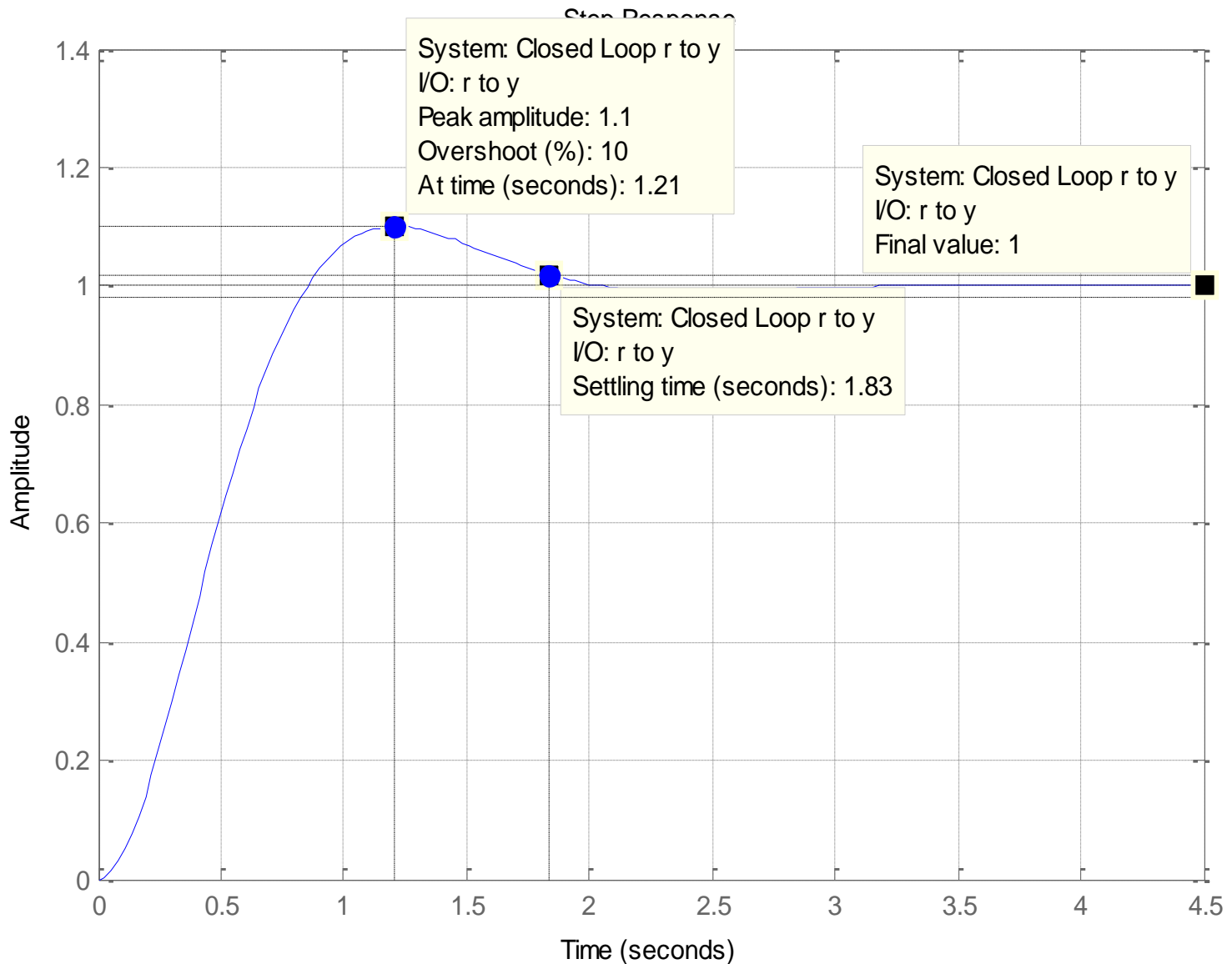
$$H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right)$$



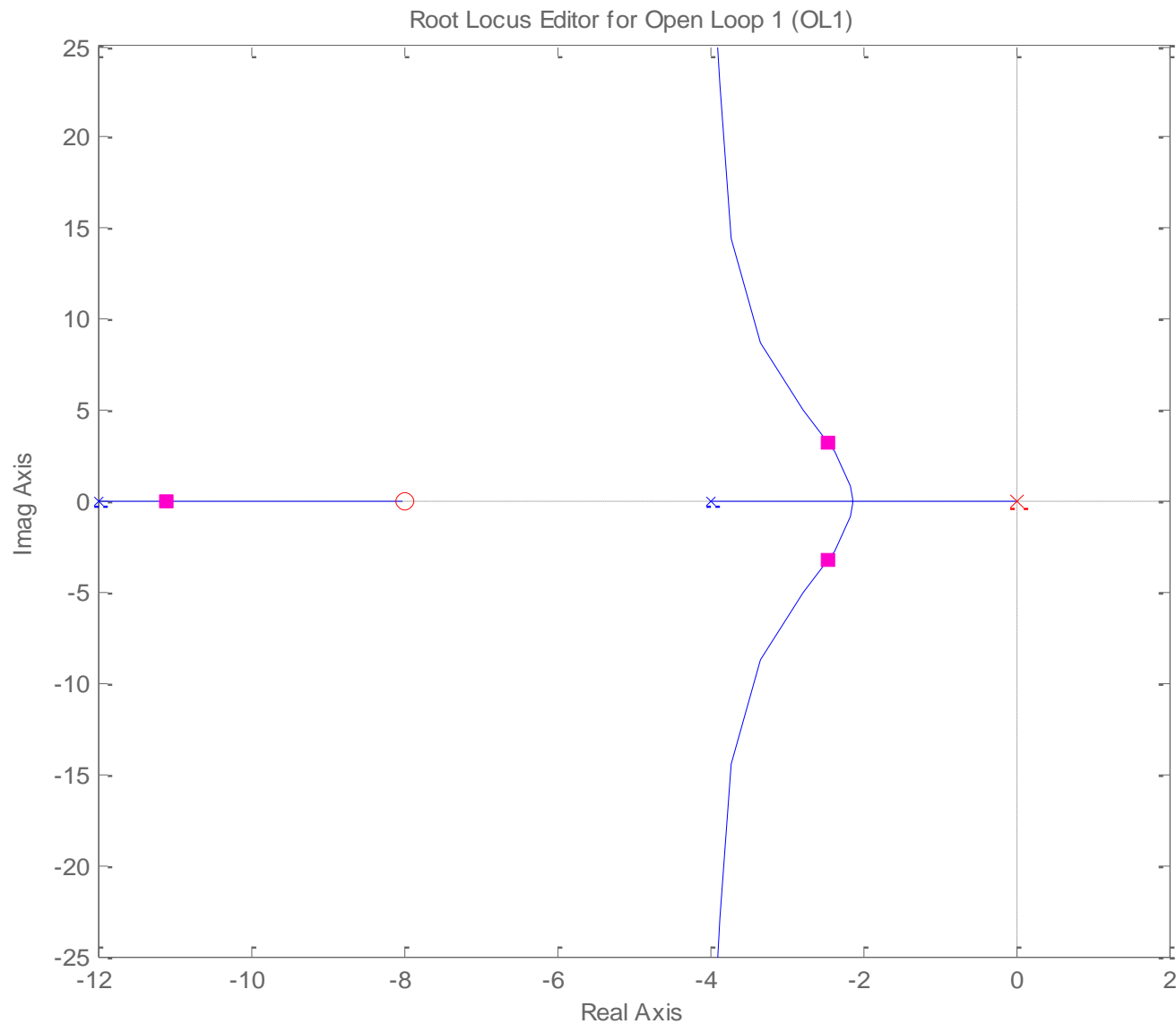
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -14, $K = 9,2$



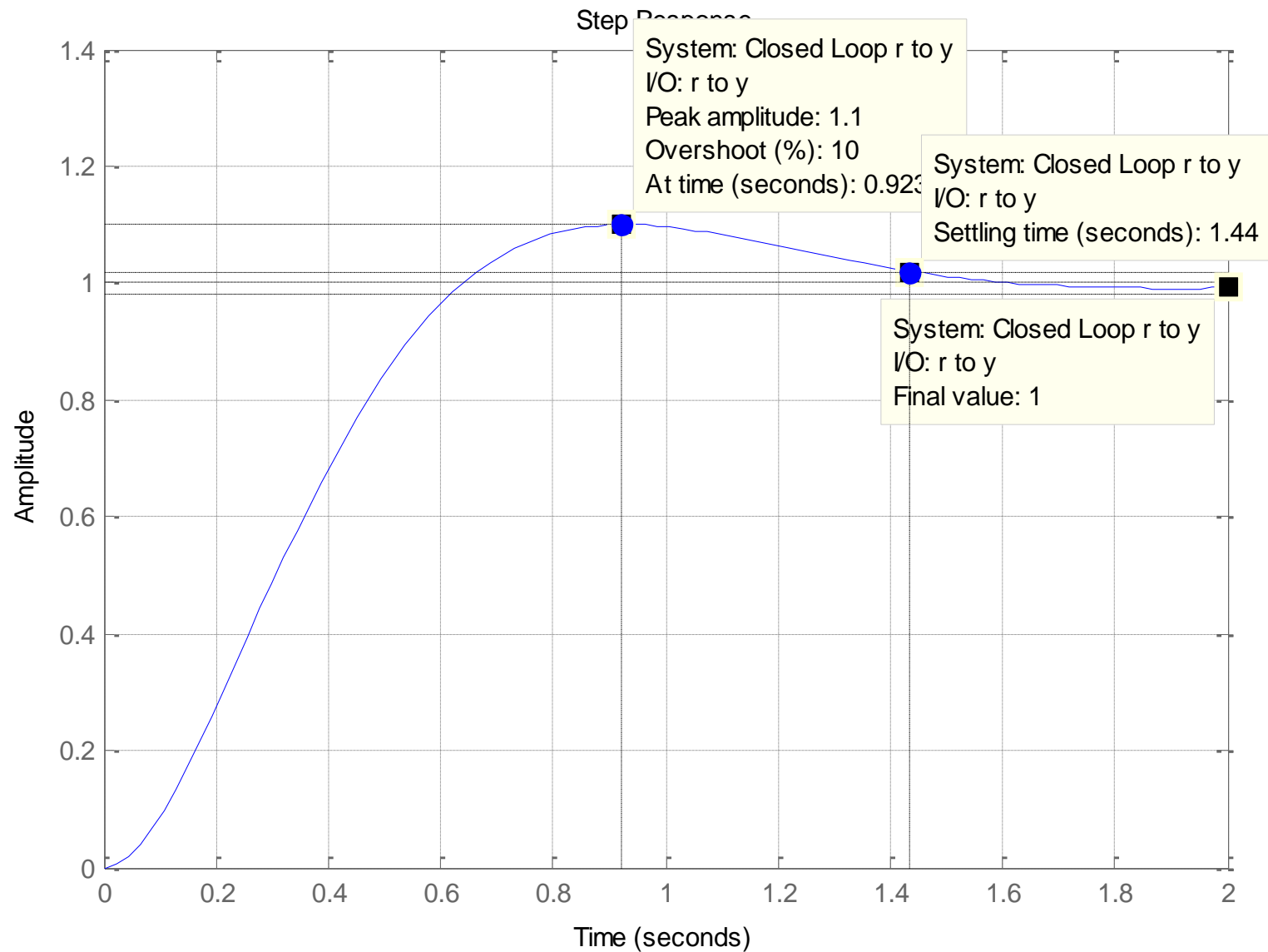
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -14, $K = 9,2$



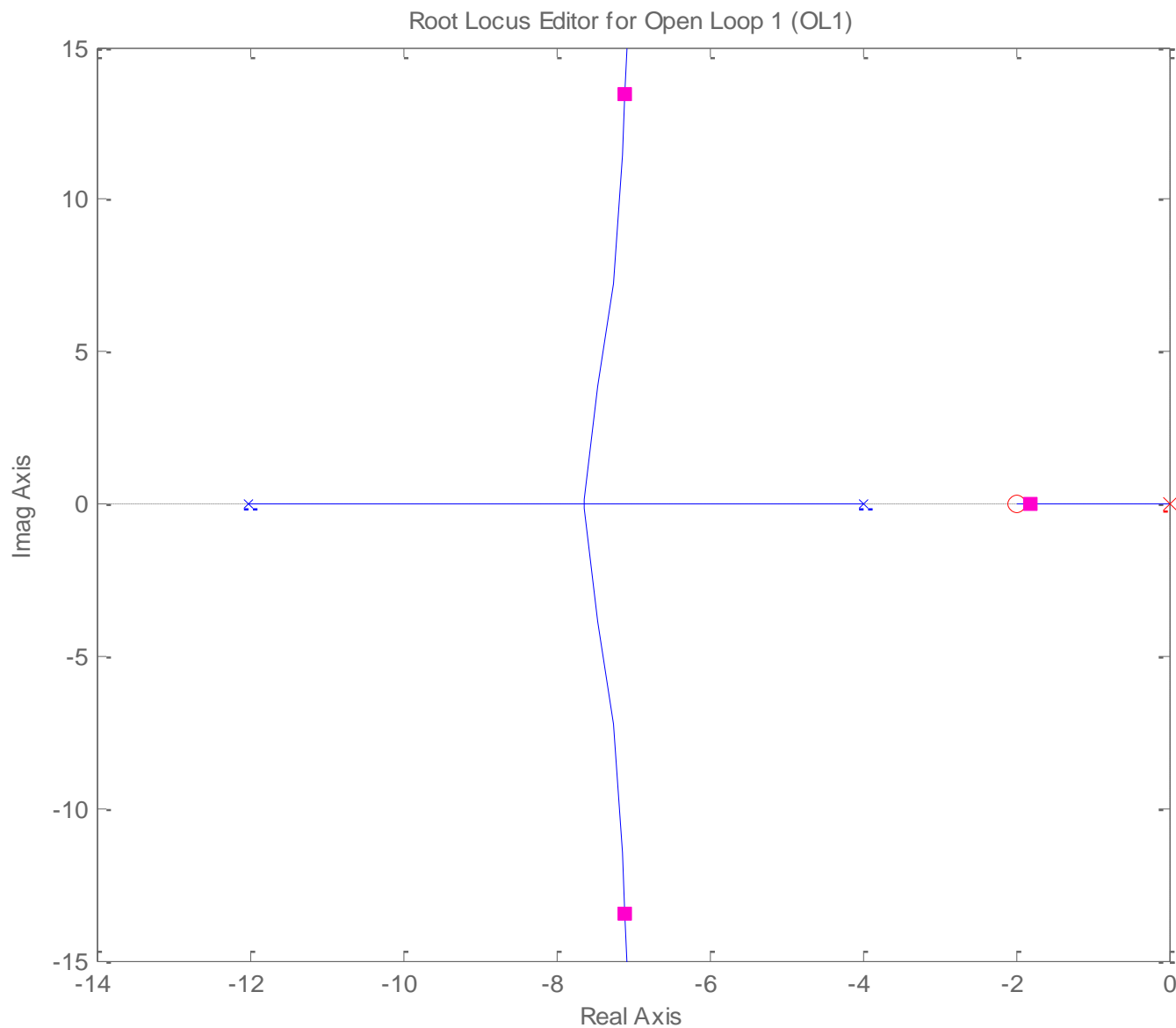
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -8, $K = 22,6$



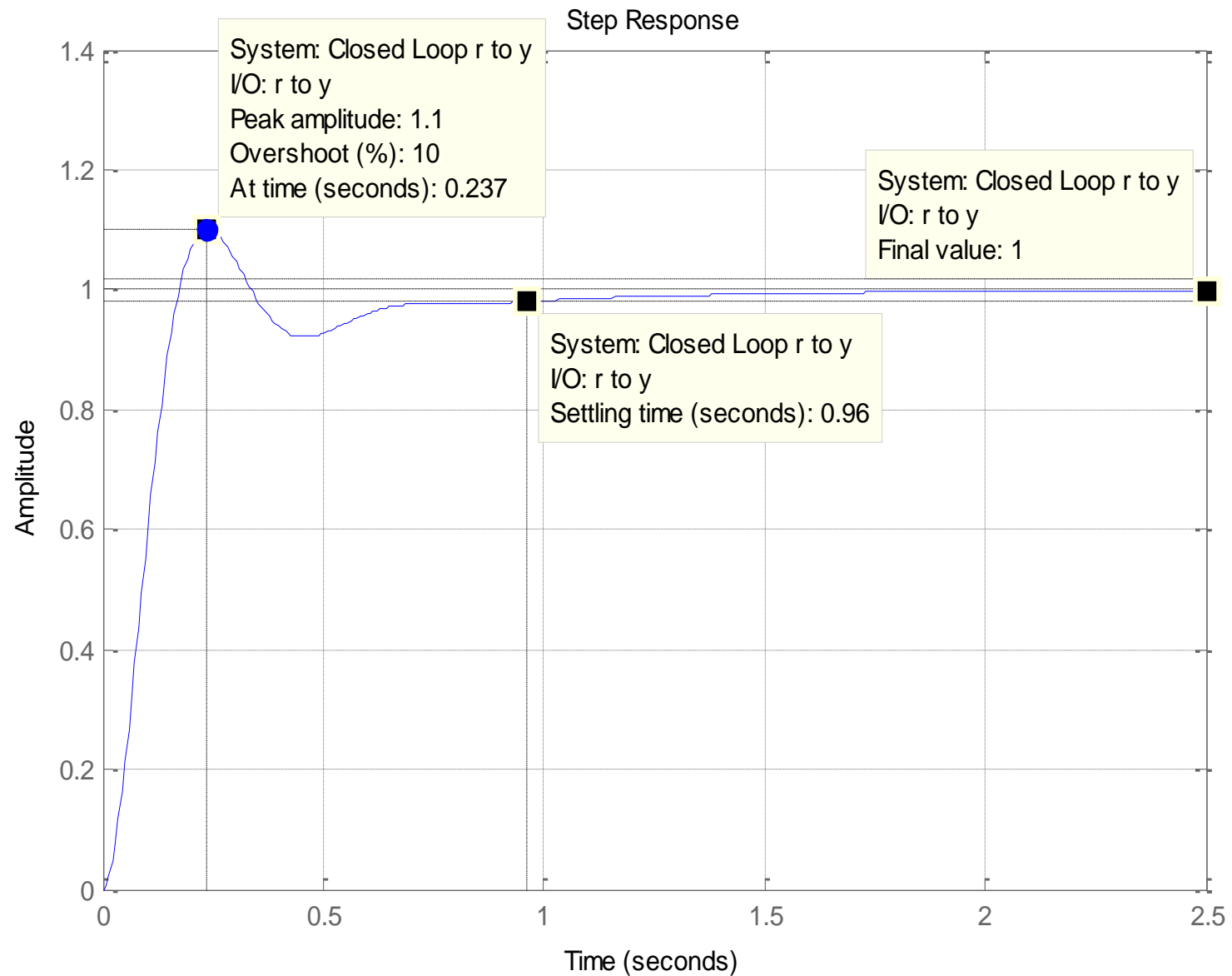
Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -8, $K = 22,6$



Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -2, $K = 209$



Ideale PI-regelaar: Pool in 0, nulpunt in -2, $K = 209$



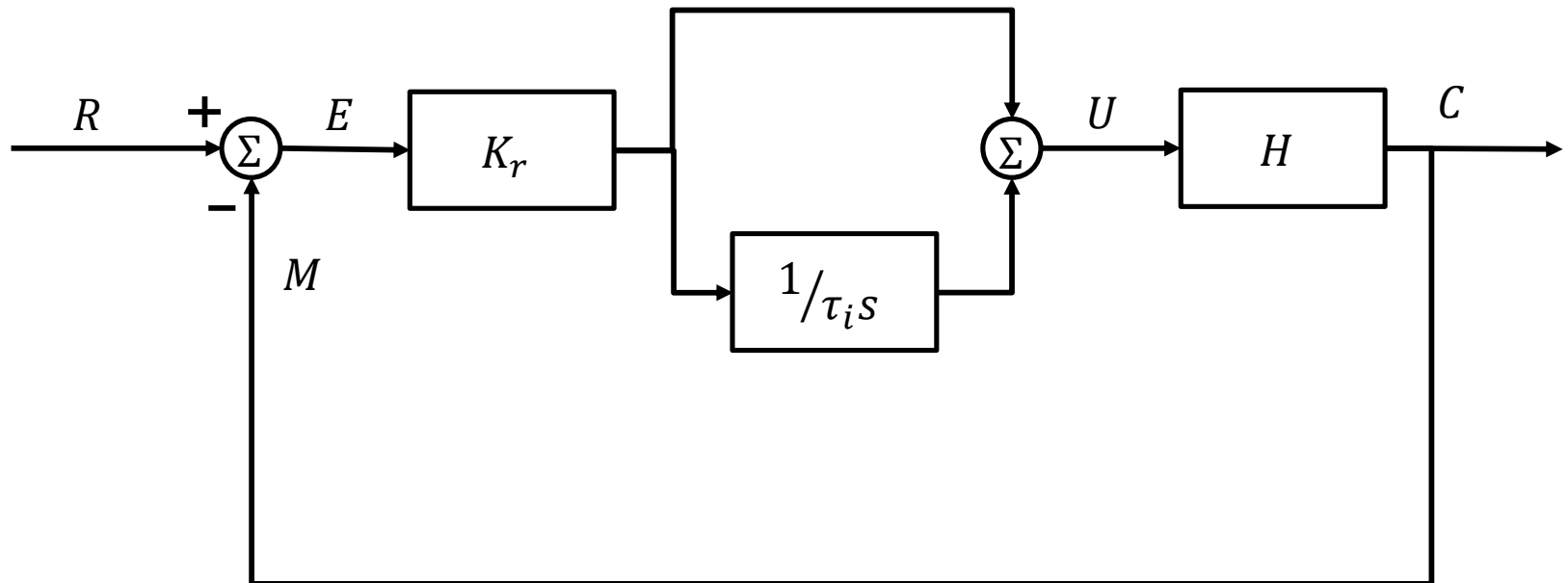
Een goede keuze voor de waarde van τ_i in een PI-regelaar is dus een waarde die gelijk is aan of iets groter is dan de grootste tijdconstante van het systeem. Het nulpunt van deze PI-actie ligt dan iets rechts van de dominante systeempool

$$\tau_i$$

PI-regelaar

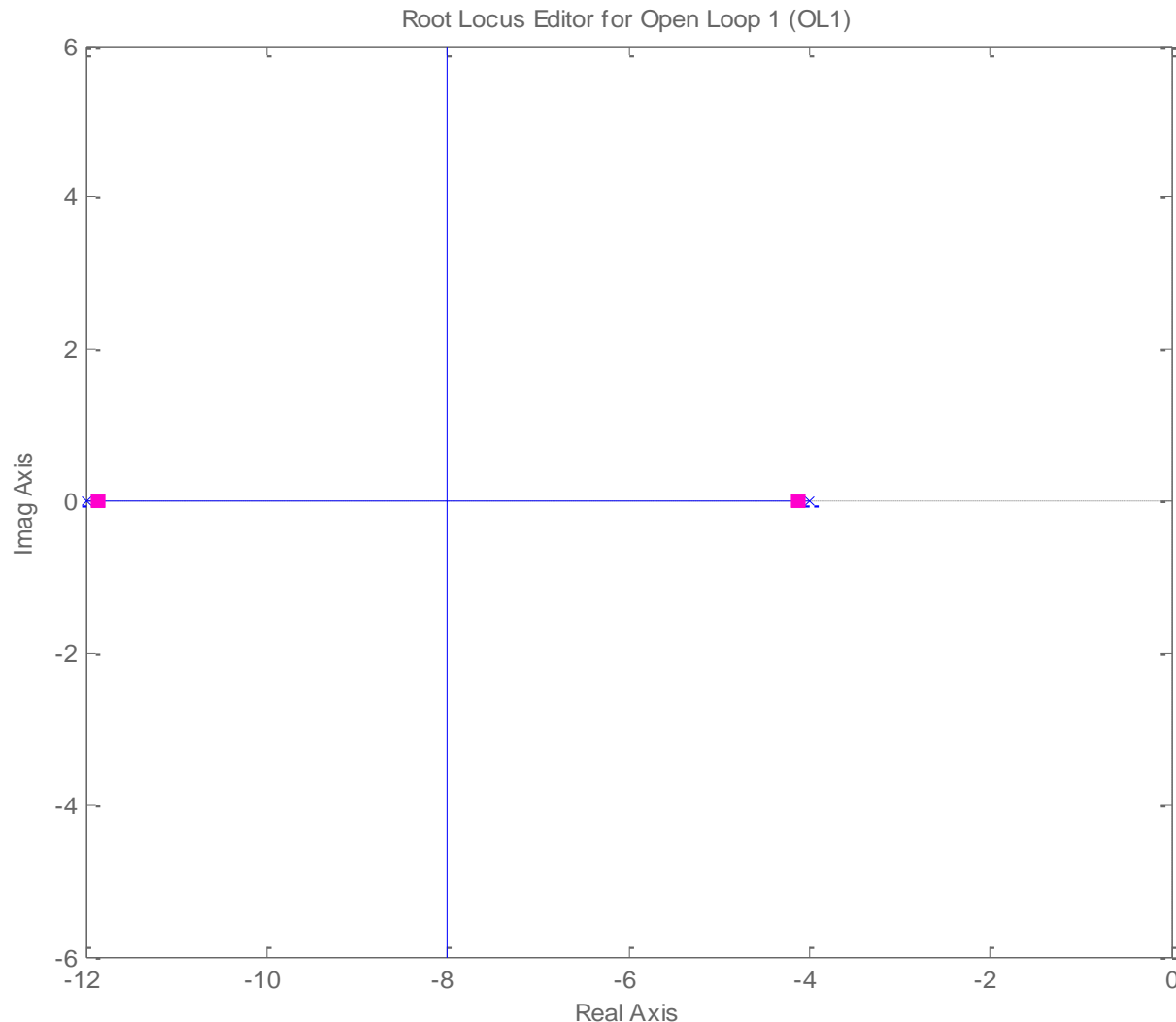
$$E_{stat} = \frac{100\%}{1 + K_L}$$

$$K_L = K \frac{\prod |z_i|}{\prod |p_i|}$$



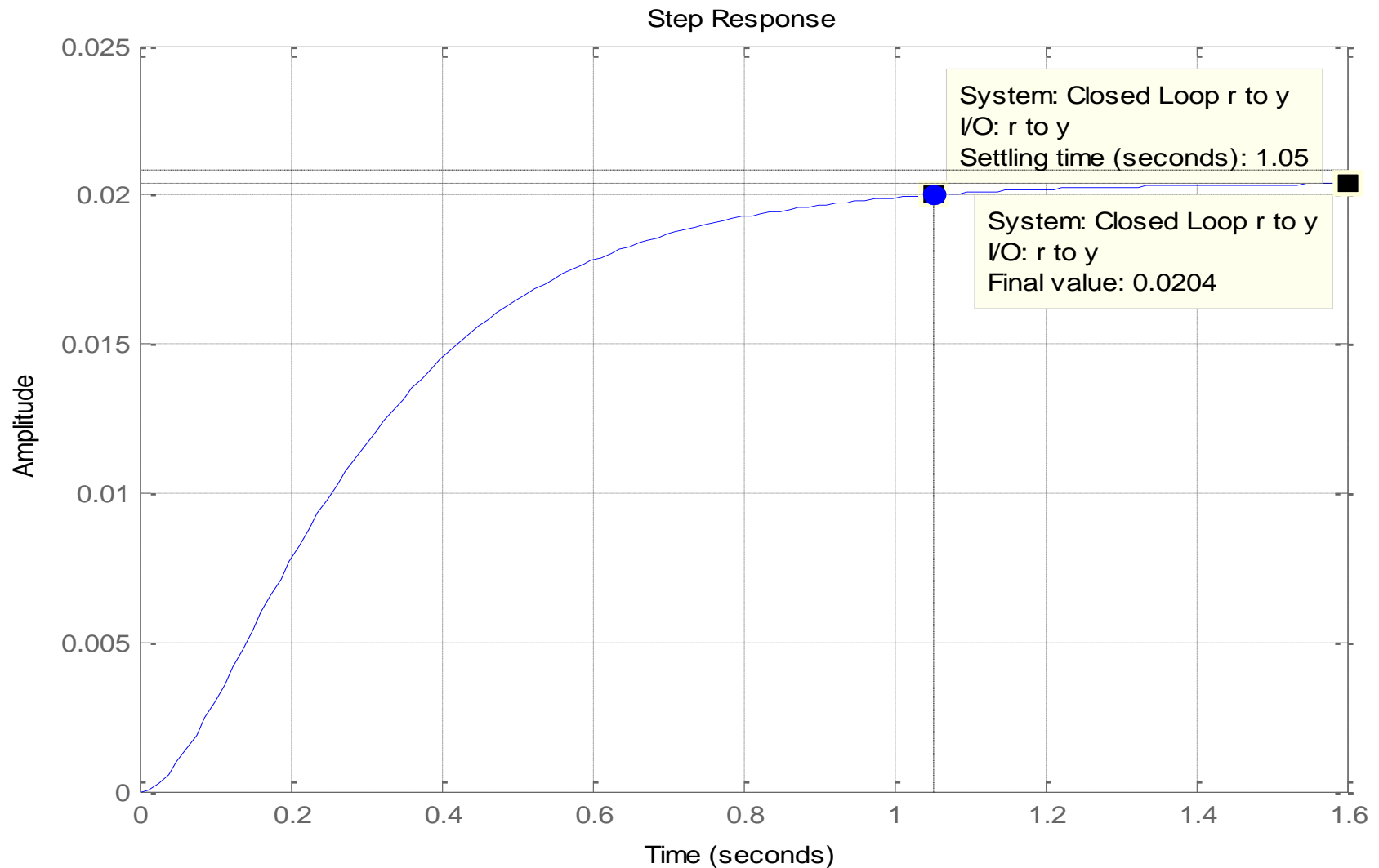
Toevoegen D-actie (ideale PD-regelaar)

$H(s) = 1/(s^2 + 16s + 48)$. Doel: $E_{\text{stat}} = 0$, $t_s = \text{minimaal}$, $D \leq 10\%$
Eerst alleen P-regelaar; poolbaan met $K = 1$:



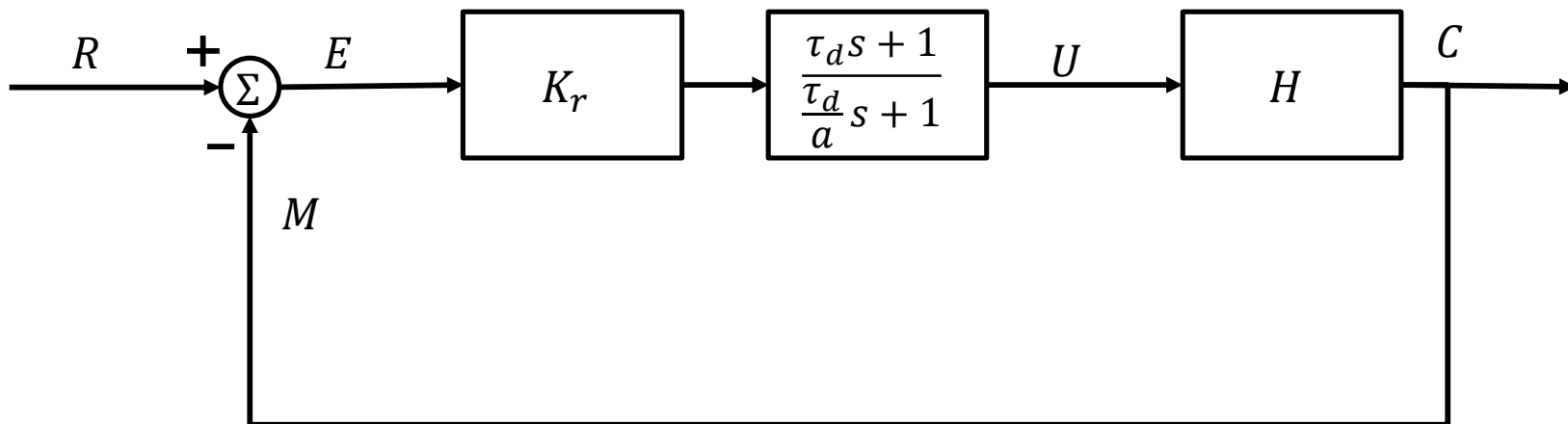
Toevoegen D-actie

Eerst alleen P-regelaar; stapresponsie closed loop, $K = 1$

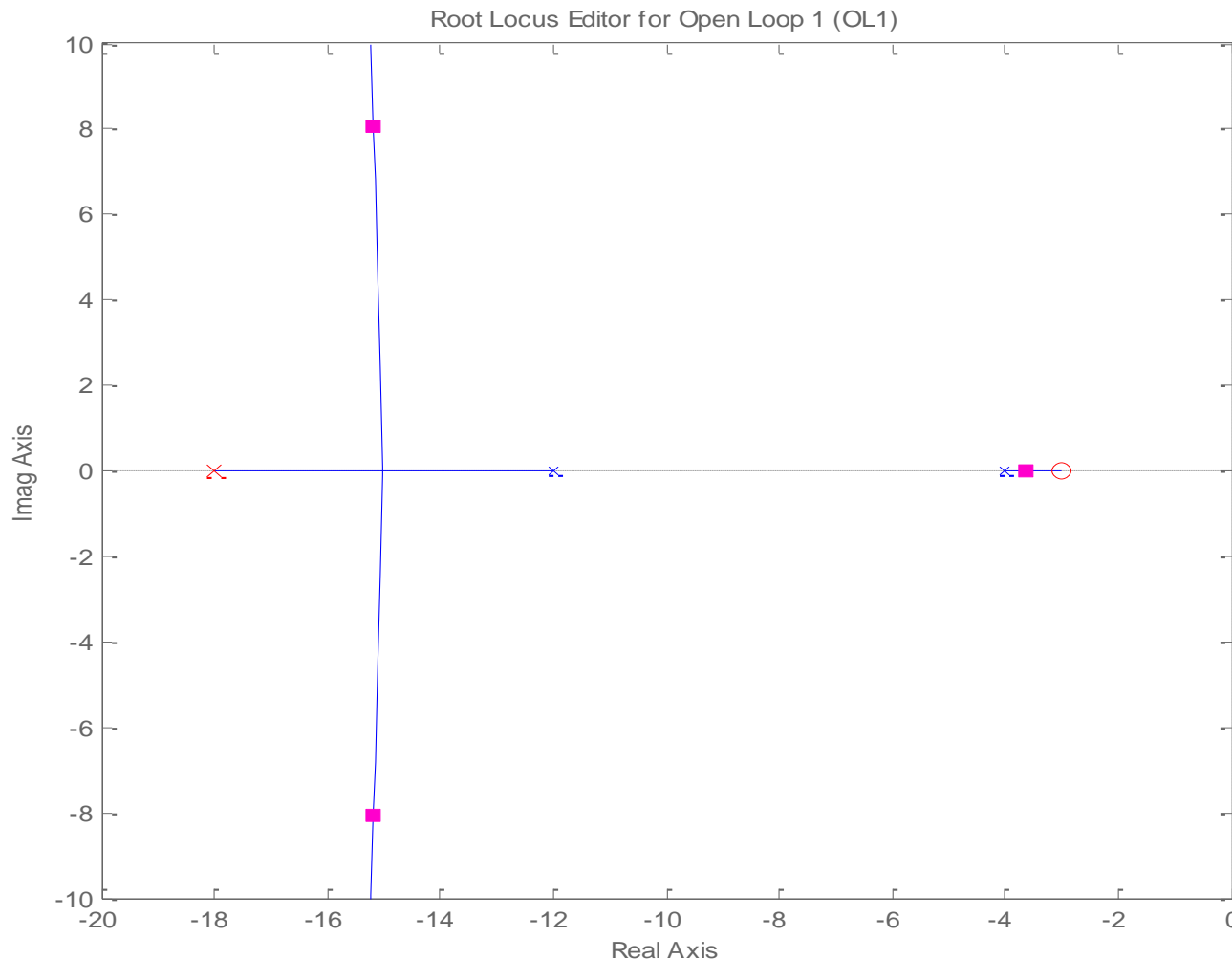


Zuivere vs getemde PD-regelaar

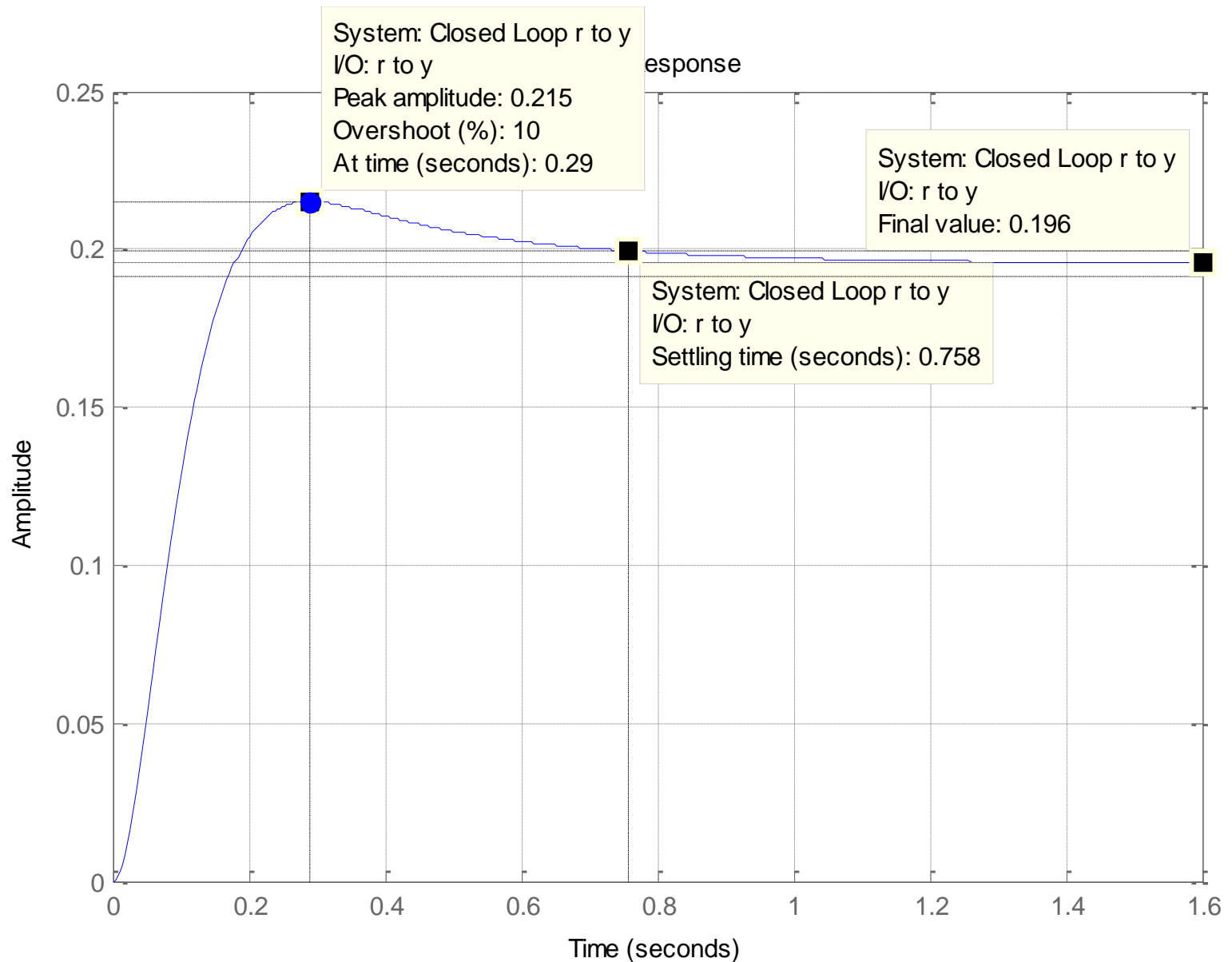
- Zuivere PD-regelaar: $H_r = K_r(1 + \tau_d s)$
- Getemde PD-regelaar: $H_r = K_R \frac{\tau_d s + 1}{\frac{\tau_d}{a}s + 1}$
 - a is tamheidsfactor, vaak gekozen als 6, 10 of 20
 - $a \rightarrow \infty \Rightarrow$ getemde wordt zuivere PD-regelaar



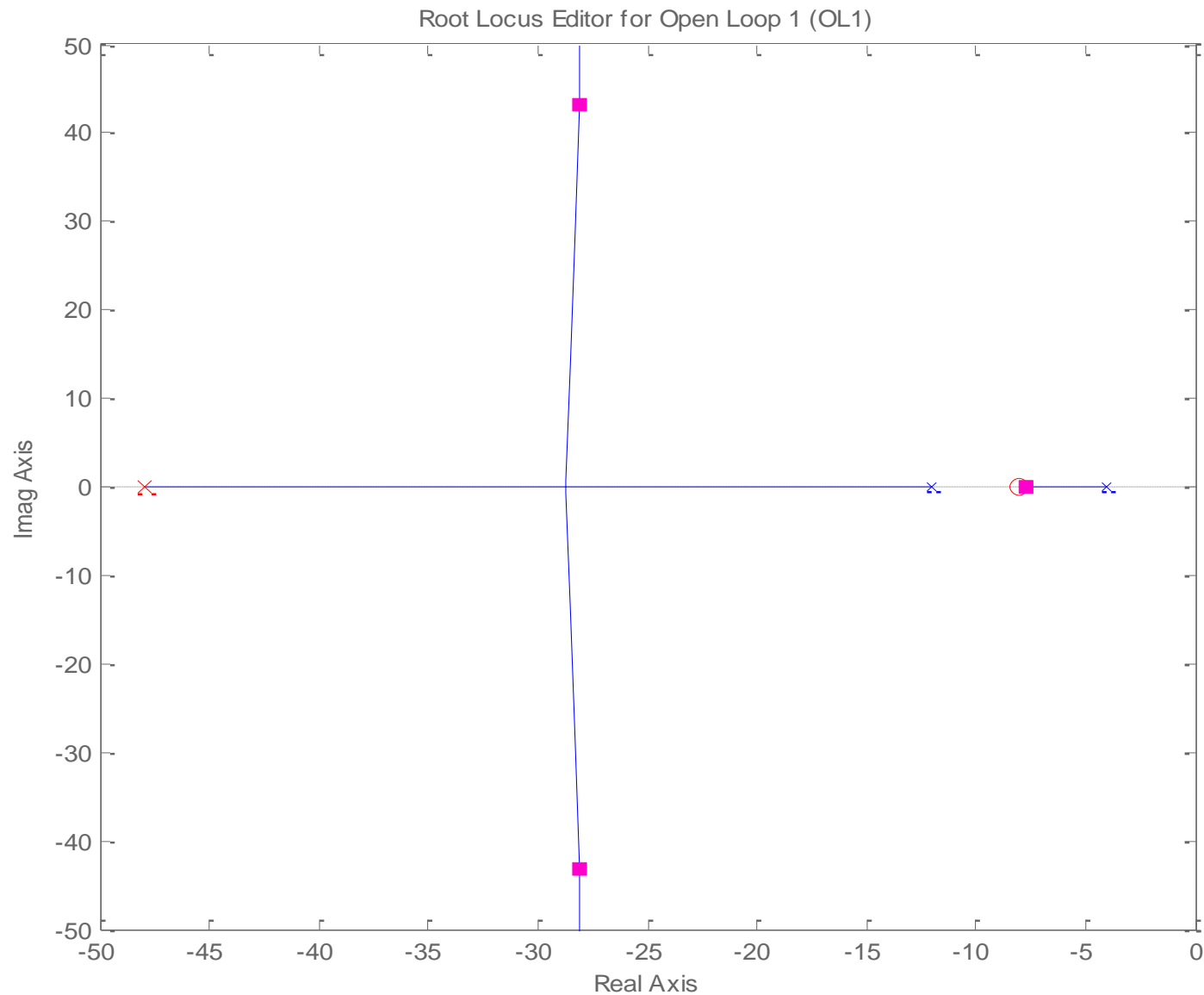
- Een D-actie wordt toegepast voor vergroting van de damping en/of de responsiesnelheid van een systeem.
- Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -3, pool in -18, $K = 70$:



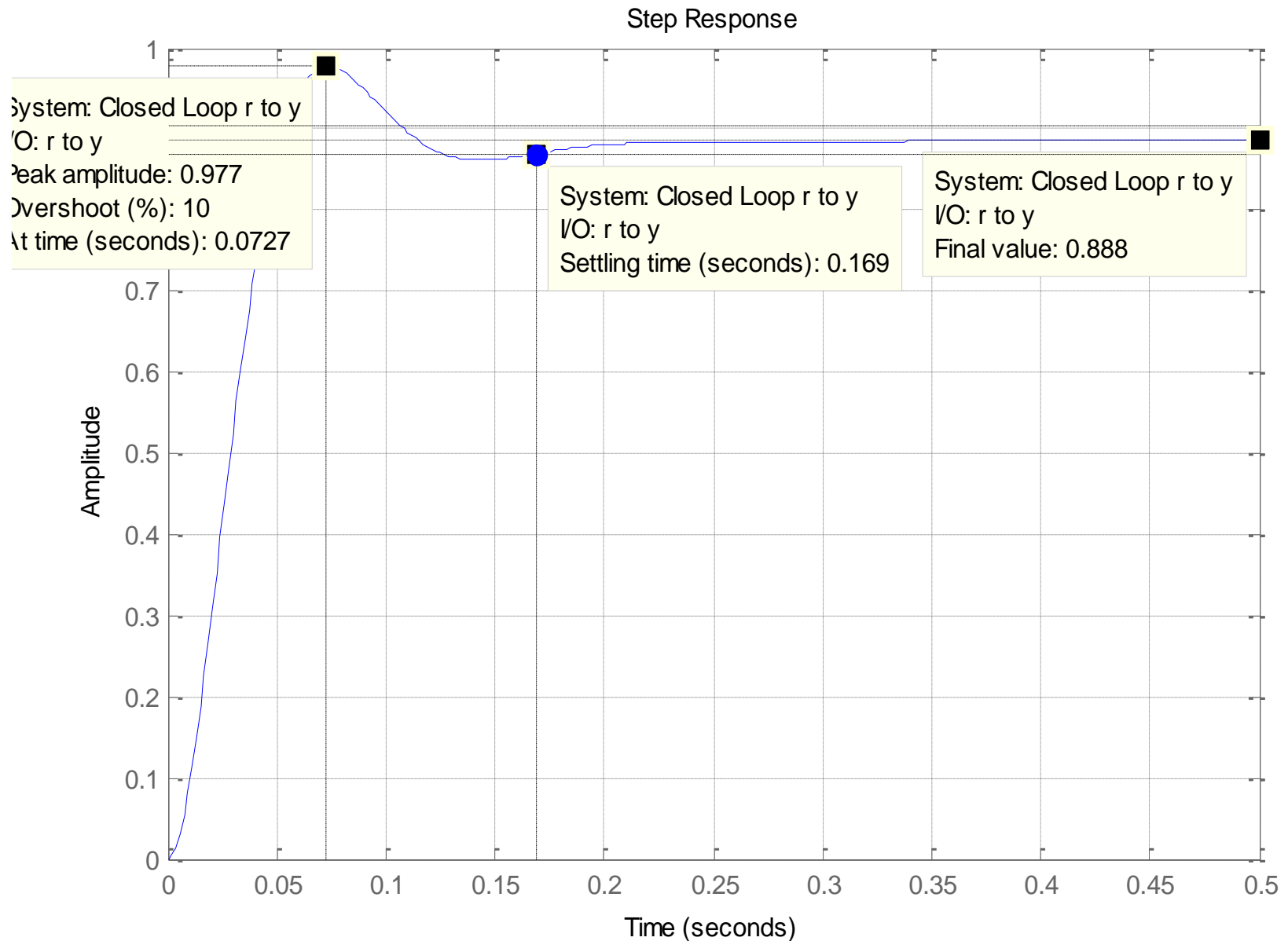
Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -3, pool in -18, $K = 70$:



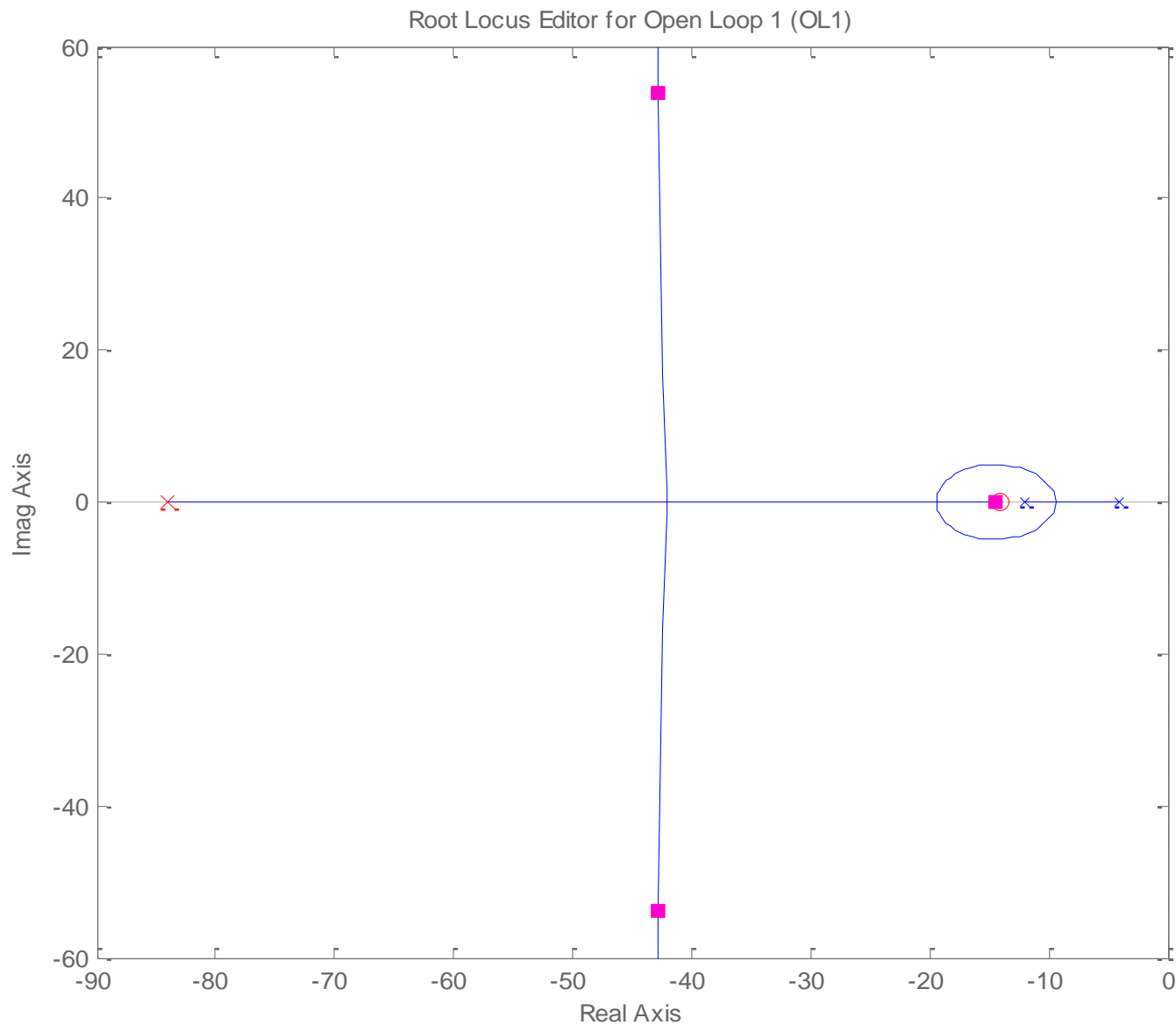
Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -8, pool in -48, $K = 2275$:



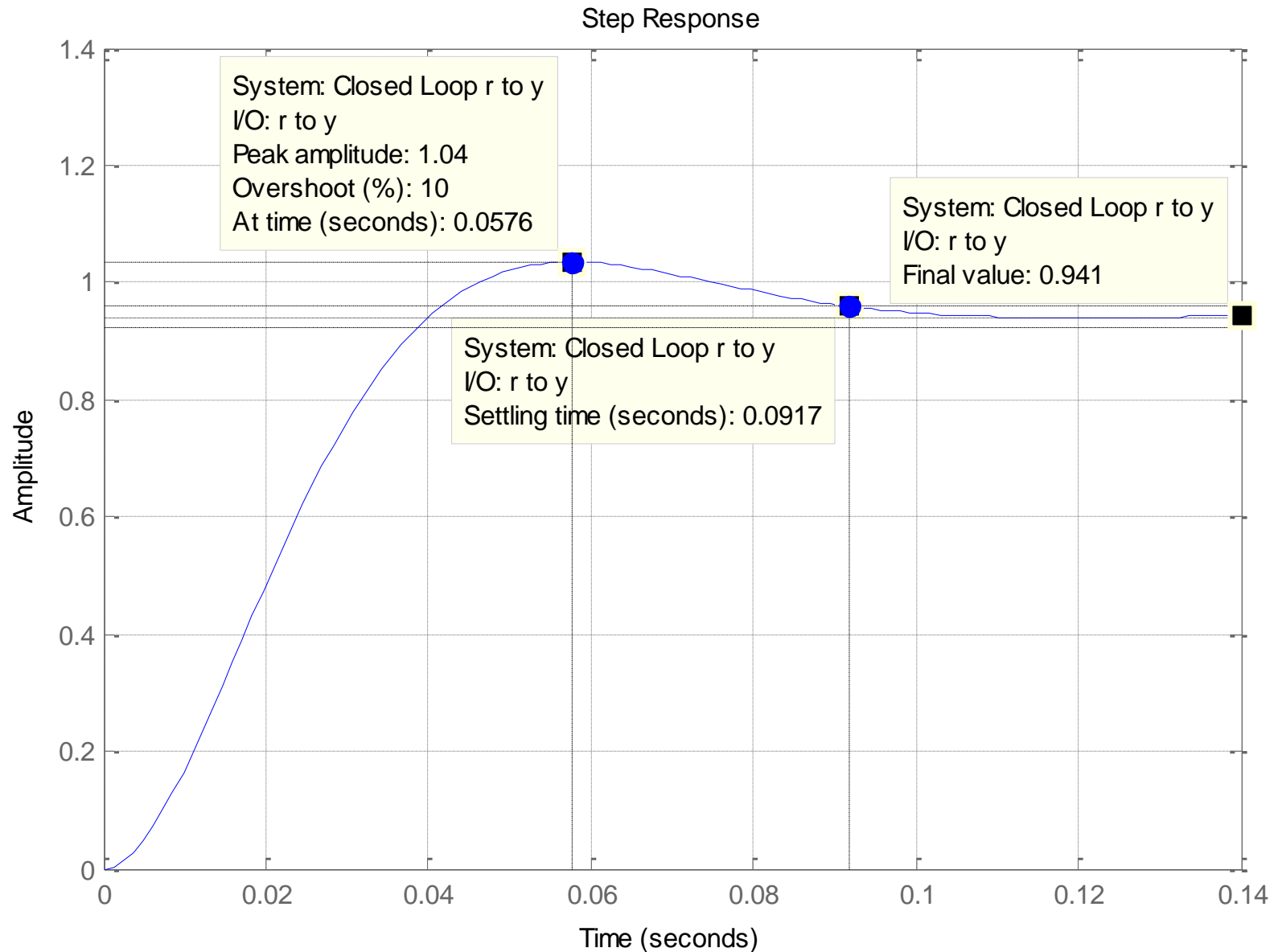
Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -8, pool in -48, $K = 2275$:




Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -14, pool in -84, $K = 4580$:



Niet-ideale PD-regelaar: Nulpunt in -14, pool in -84, $K = 4580$:





Voor de keuze van τ_d kan dus de vuistregel worden gehanteerd dat bij systemen met twee of meer polen de differentiatietijd τ_d iets kleiner wordt gekozen dan de op één na grootste tijdconstante van het systeem. Het nulpunt van deze D-actie ligt dan iets links van de één-na meest dominante systeempool.





DE PID-REGELAAR

De parallel PID-regelaar (toegepast in praktijk):

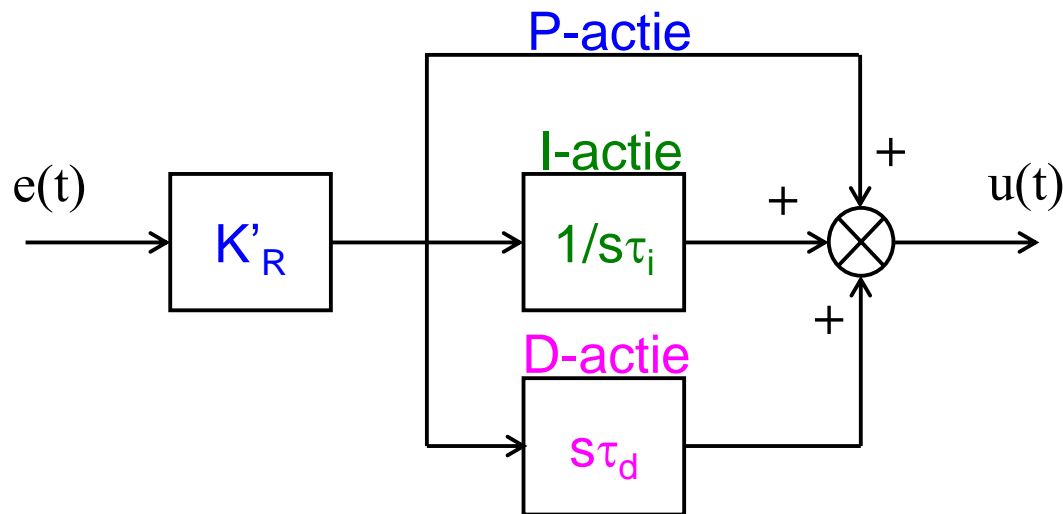
$$u(t) = K_R \cdot \left(e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) \cdot dt + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Kp wordt soms Kr genoemd

P = Proportioneel

I = Integrerend

D = Differentiërend



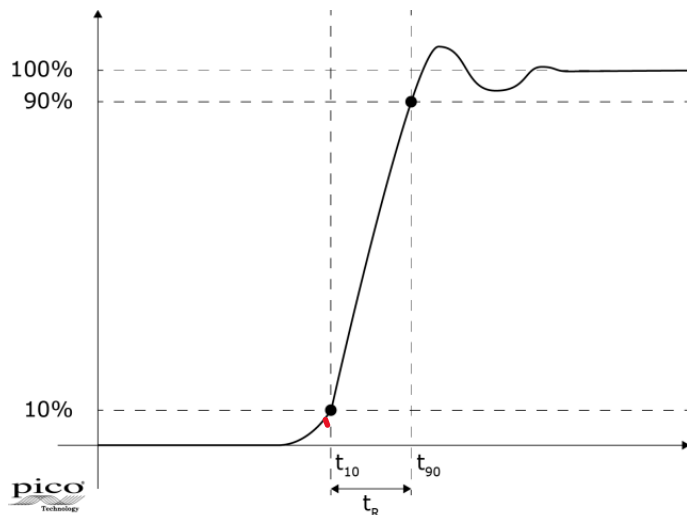
$$H_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i} + s\tau_d \right)$$

PID in het s-domein

- P: Instellen van ontwerp criteria
- PI: Het nulpunt van deze I-actie ligt dan iets rechts van de dominante systeempool
- PD: Het nulpunt van deze D-actie ligt dan iets links van de één-na meest dominante systeempool.

Controller design

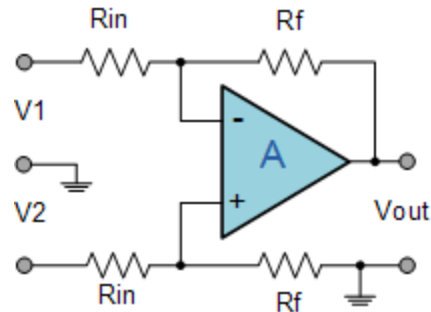
Time domain	s-domain	Frequency domain
Overshoot (D%)	λ	Gain Margin (GM)
Peak Time t_p	ω	Phase Margin (PM)
Settling Time t_s		Bandwidth (ω_B)
Rise Time t_r		



Rise Time t_r = tijd nodig om te gaan van 10-90% eindwaarde. $t_r * \omega_B = \text{constant}$

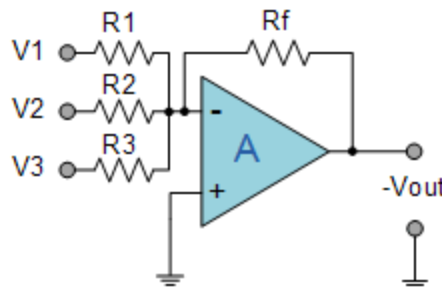
Klassieke P/PI/PD/PID regelaars

Differential Op-amp



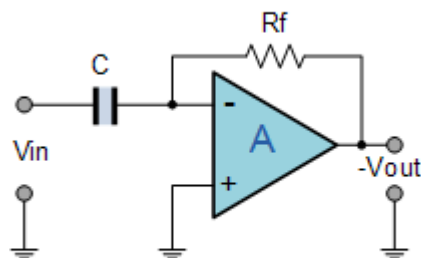
$$V_{out} = \frac{R_f}{R_{in}} (V_2 - V_1)$$

Summing Op-amp



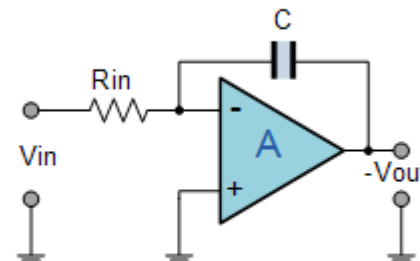
$$V_{out} = -\left(\frac{R_f}{R_1} V_1 + \frac{R_f}{R_2} V_2 + \frac{R_f}{R_3} V_3\right)$$

Differentiator Op-amp



$$V_{out} = -R_f C \frac{dV_{in}}{dt}$$

Integrator Op-amp



$$V_{out} = -\frac{1}{j\omega R_{in} C} V_{in}$$

Ontwerpen van regelacties in het ω -domein.

s vervangen door $j\omega$:

$$P \text{ regelaar: } H_r = K_r$$

$$\text{ideale PI regelaar: } H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i j\omega} \right)$$

$$\text{ideale PD regelaar: } H_r = K_r (1 + \tau_d j\omega)$$

$$\text{ideale PID regelaar: } H_r = K_r \left(1 + \frac{1}{\tau_i j\omega} + \tau_d j\omega \right)$$

Kan jij de bodediagrammen van al die vier H_r 's schetsen?



Ontwerpcriteria: fase en versterkingsmarge;
Praktijkwaarden zijn respectievelijk 45° en factor 2 ofwel 6 dB.
Verder is de bandbreedte ook een belangrijk criterium.

Invloed van regelacties in het ω -domein.

Voor het statische gedrag kijken we bij $\omega = 0$ r/s.

Voor het dynamische gedrag kijken we naar de

- bandbreedte,
- fase- en
- versterkingsmarge

in het bode diagram en in het Nyquist diagram.

Ontwerpen in het ω -domein

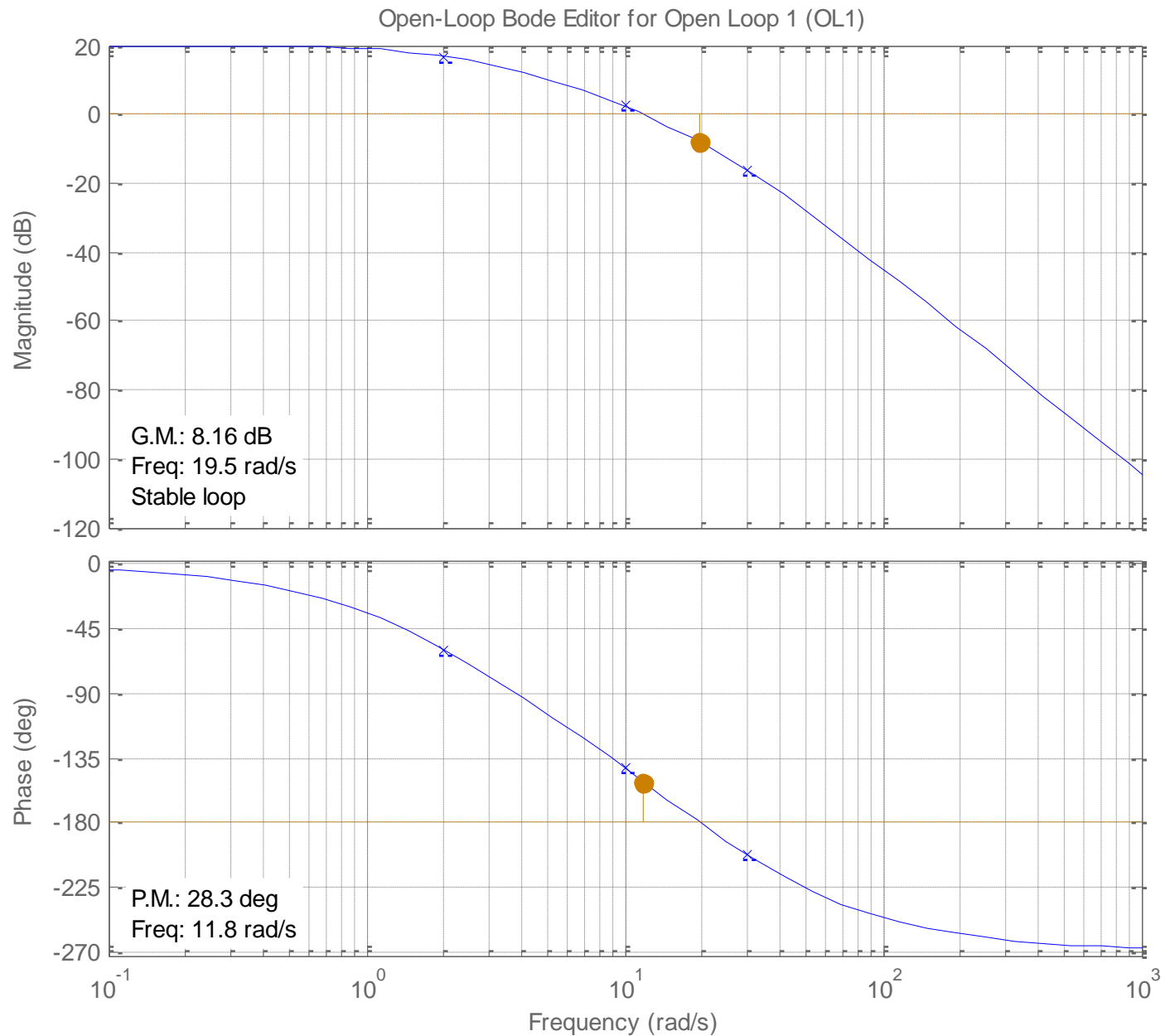
Voorbeeld: De procesoverdracht is:

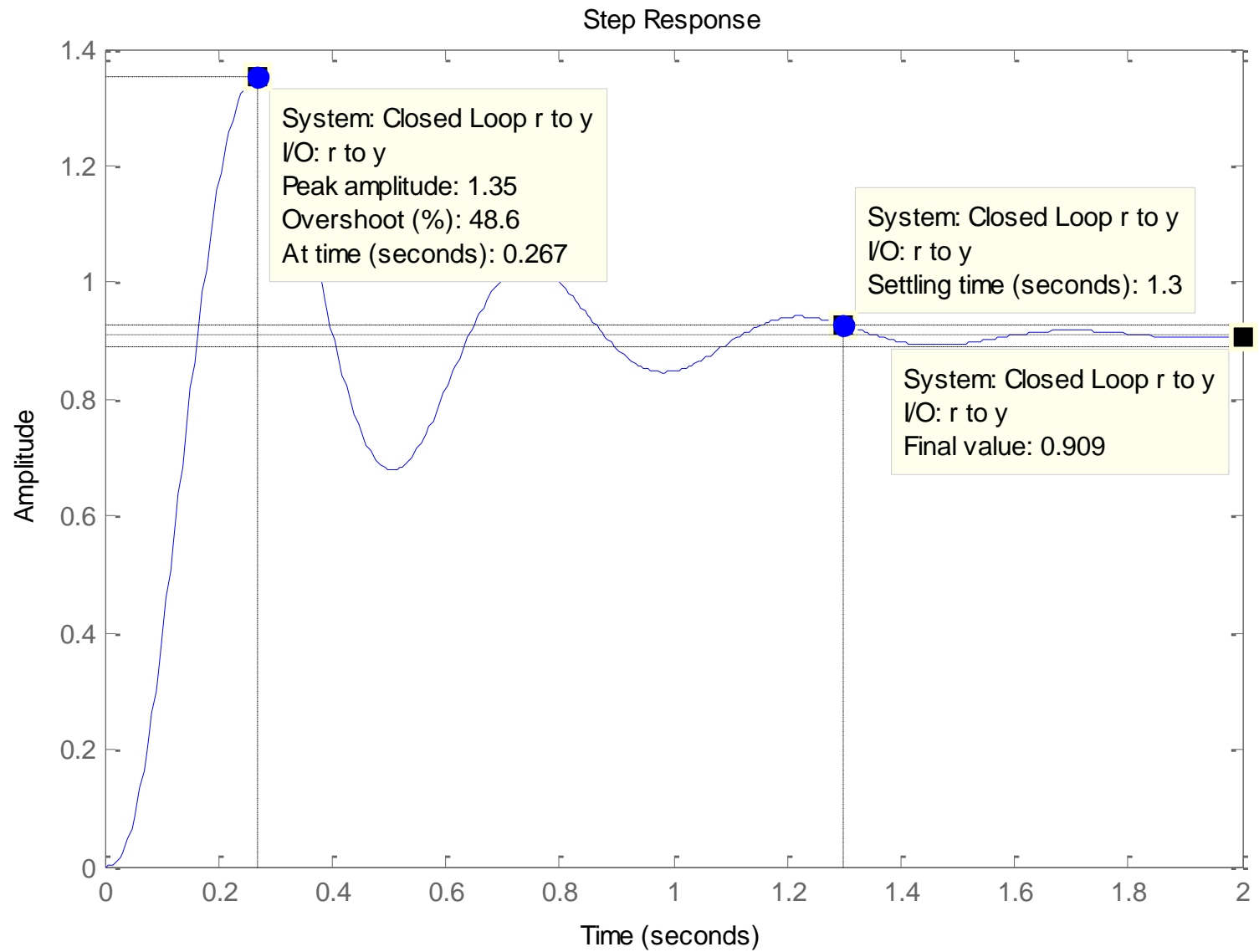
$$H_p(j\omega) = \frac{6000}{(j\omega + 2)(j\omega + 10)(j\omega + 30)}$$

Vraag: Hoe kiezen we een goede K uit?

- 1) Poolbanen
- 2) Bode diagram -> Doen we nu

Bode diagram met $K_r = 1$ (P-regelaar)



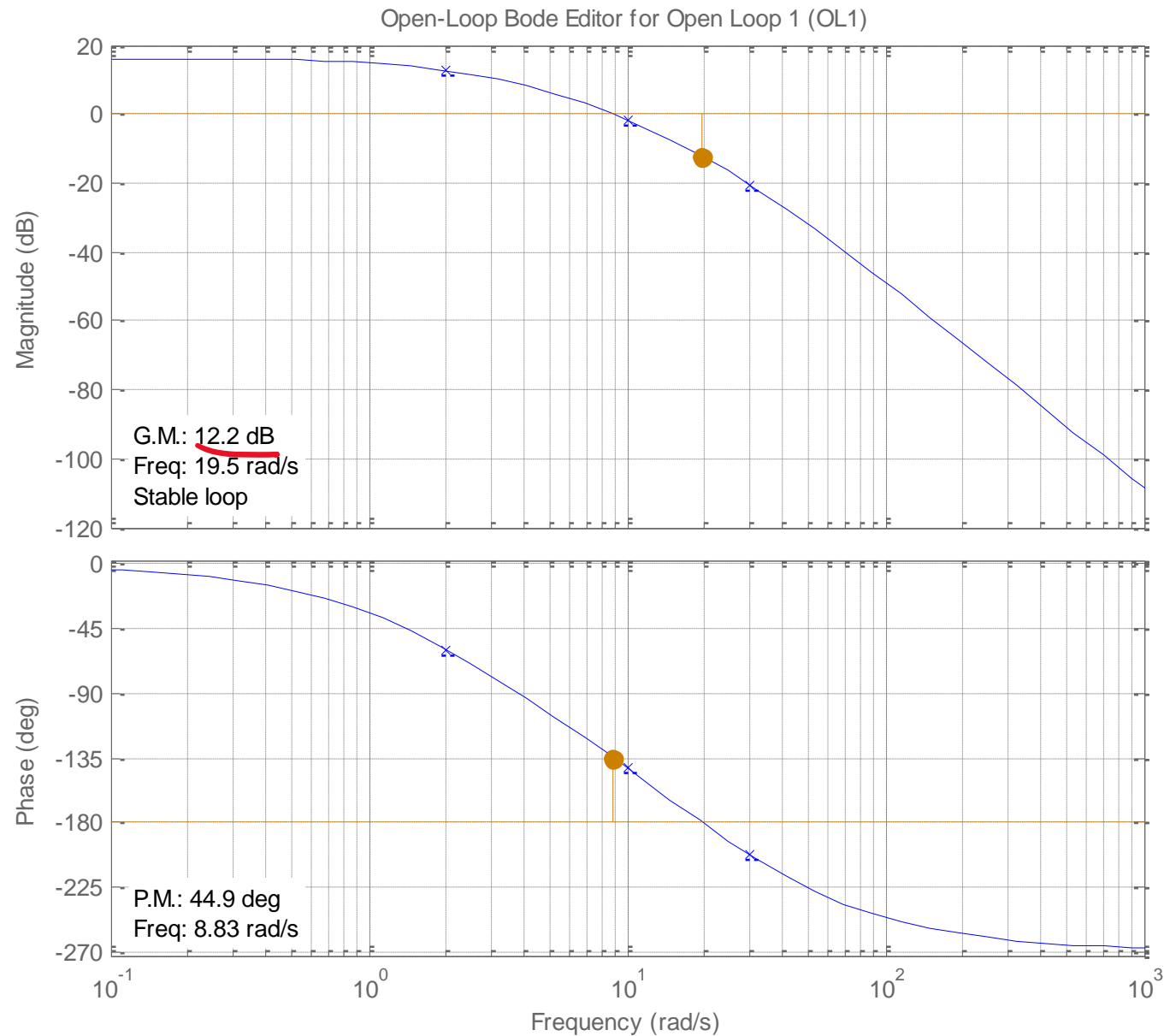


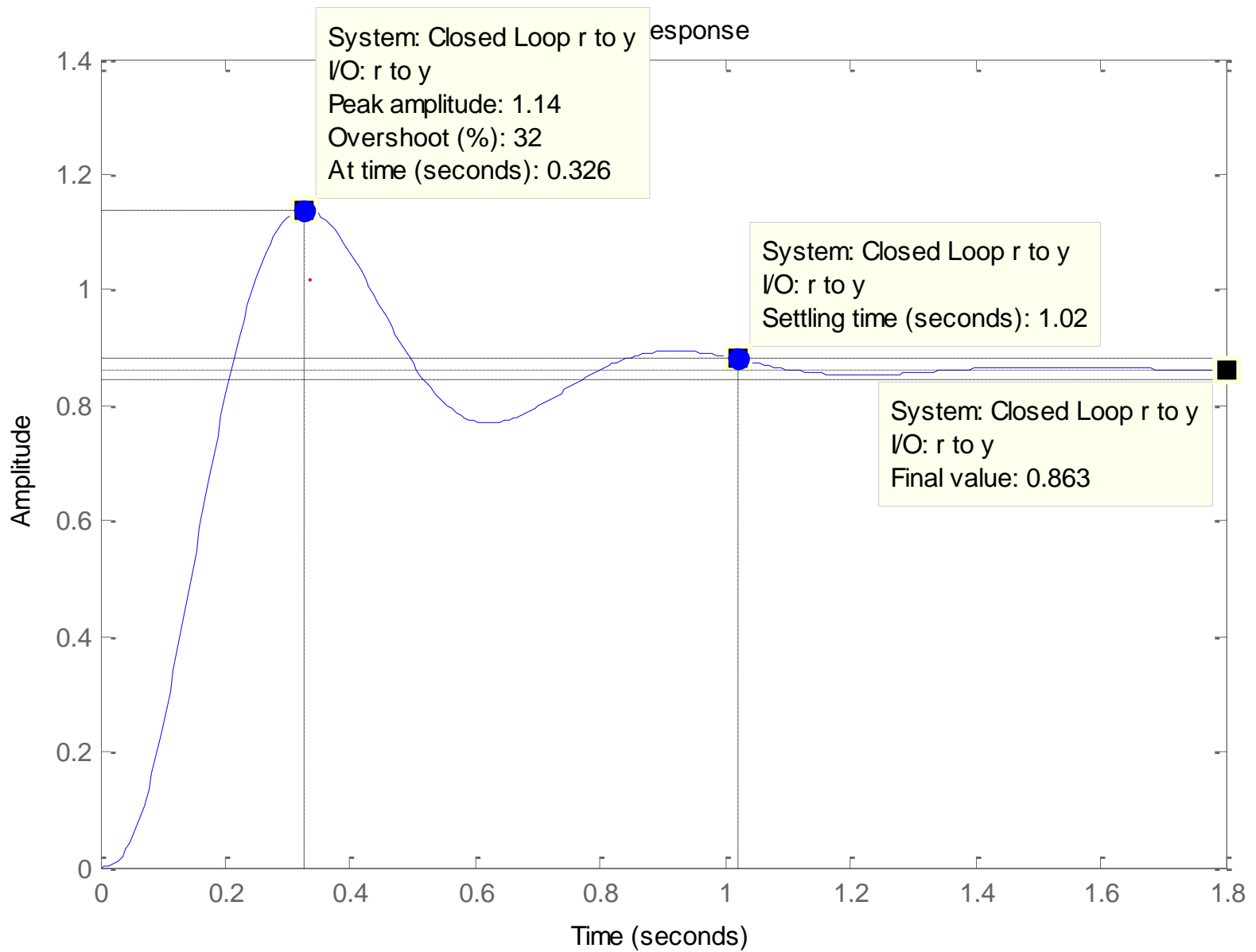
Voor $PM = 45^\circ$ moet gelden: $|H|_{\varphi(H)=-135^\circ} = 0dB$

Voor $K_r = 1$ geldt: $|H|_{\varphi(H)=-135^\circ} \approx 4dB \approx 1.6$

Voor $|H|_{\varphi(H)=-135^\circ} = 0dB = 1 \Rightarrow K_r = 1/1.6 \approx 0.63$

Bode diagram met $K_r = 0,63$ (P-regelaar) voor $PM = 45^\circ$

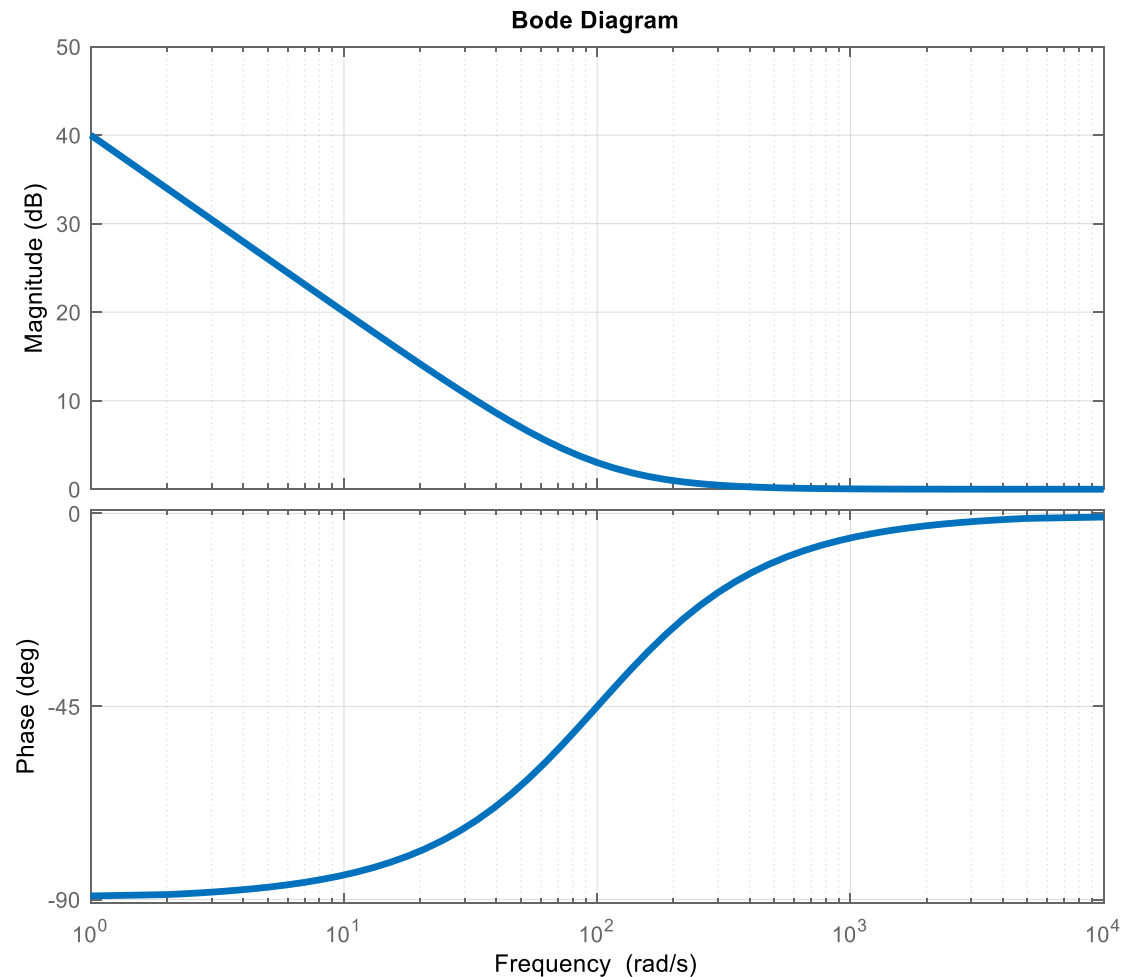




PI-regelaar

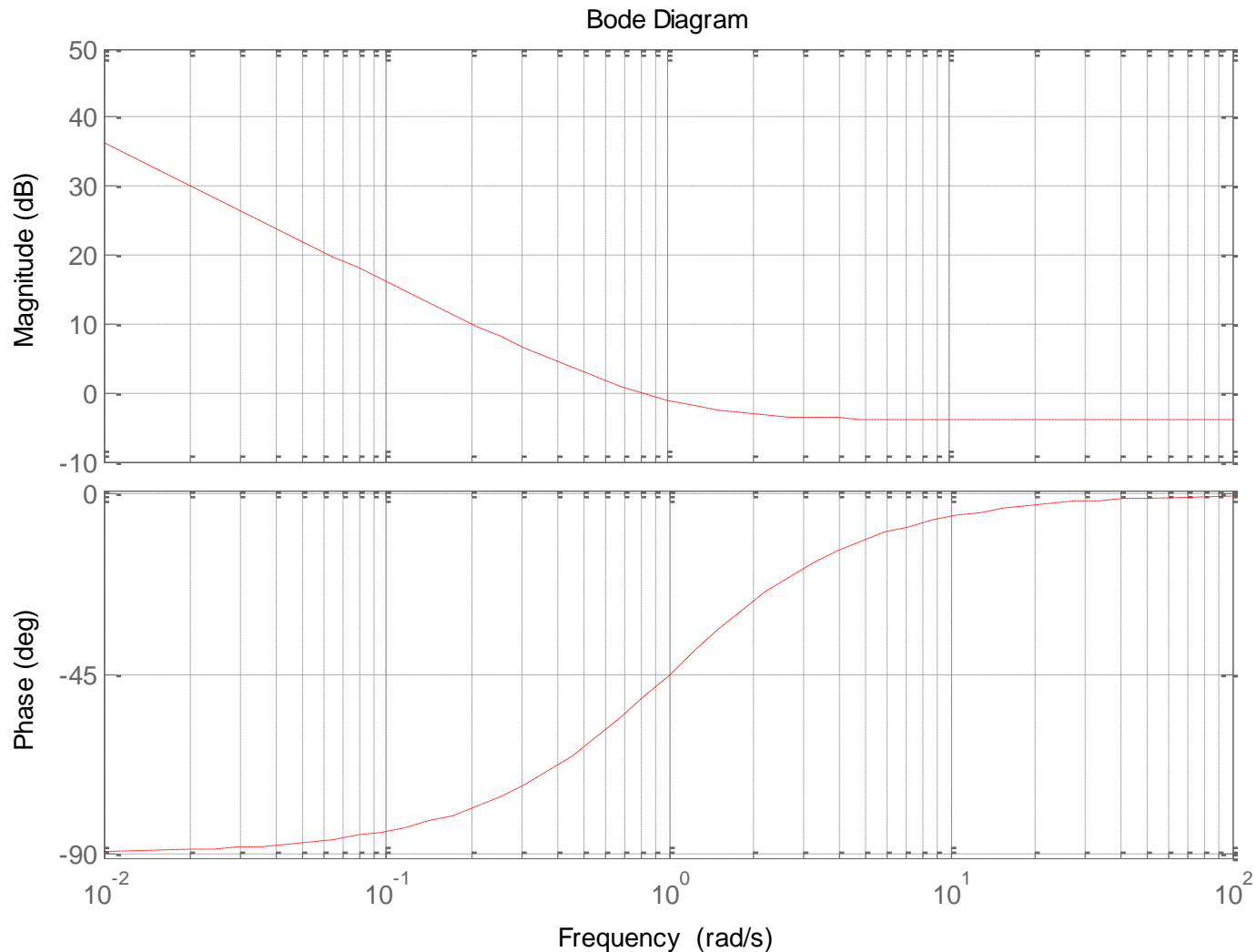
$$H_{PI} = K_r * \left(1 + \frac{1}{\tau_i * j\omega} \right) = K_r * \frac{j\omega + \frac{1}{\tau_i}}{j\omega}$$

Vb: $K_r = 1$; $\tau_i = 0.01 \Rightarrow \omega_i = 100 \text{ rad/sec}$

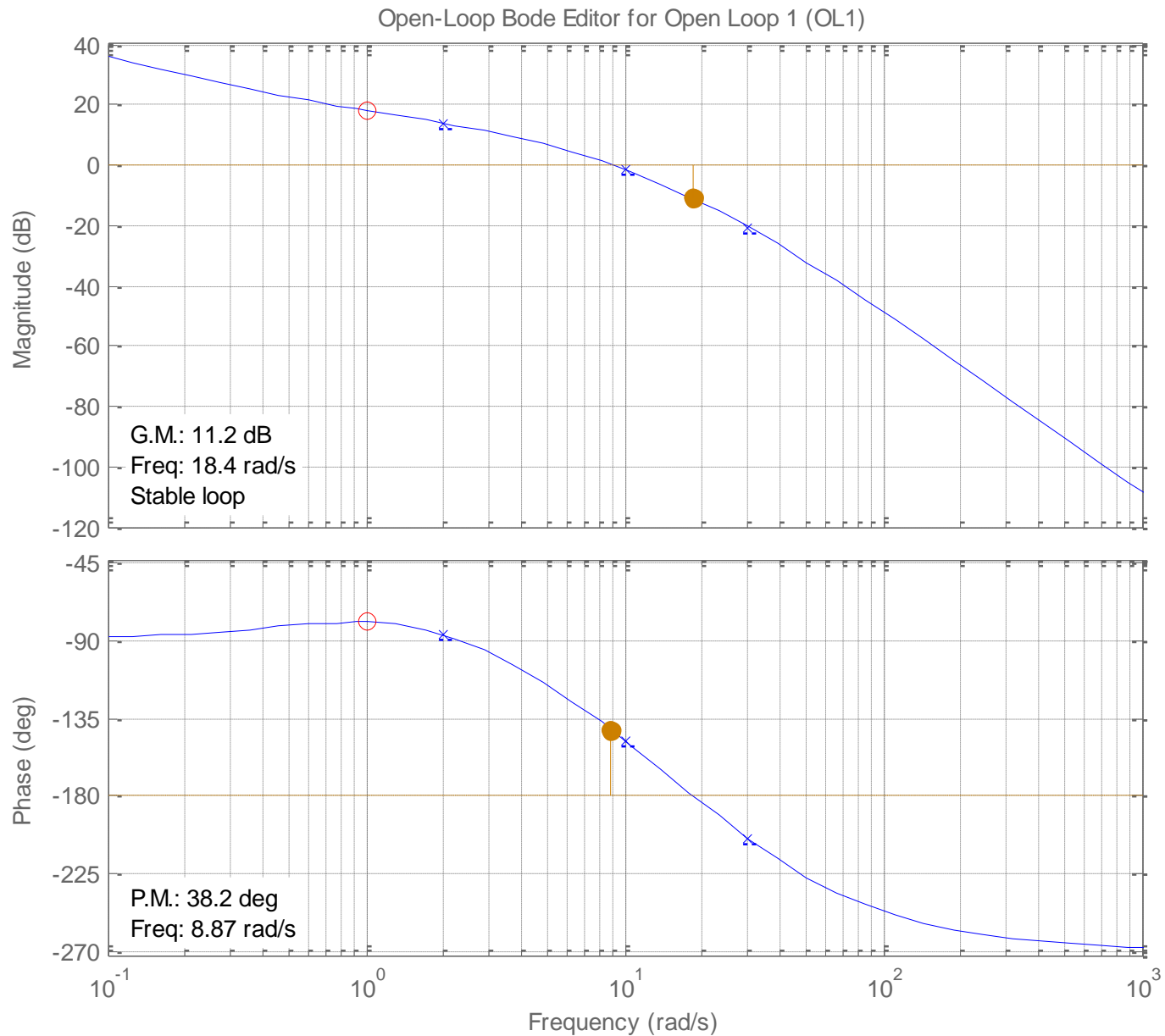


Toevoegen I-actie (ideale PI-regelaar): $H_{PI} = (j\omega + 1)/j\omega$

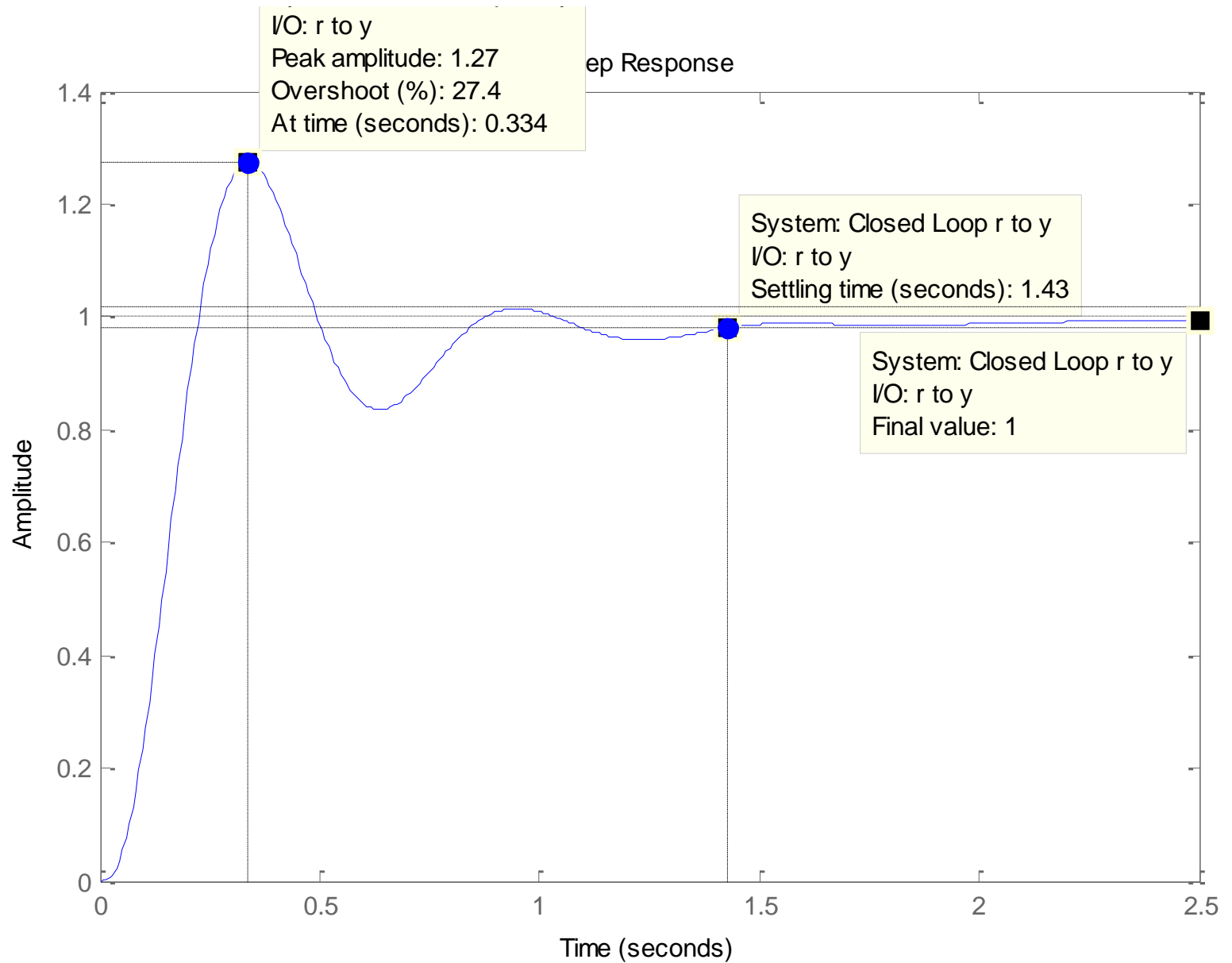
($\omega_{FM} \approx 10$ r/s dus $\omega_i = 1$ r/s); bode diagram regelaar met $K_r = 0,63$:



Bode diagram proces met PI-regelaar:

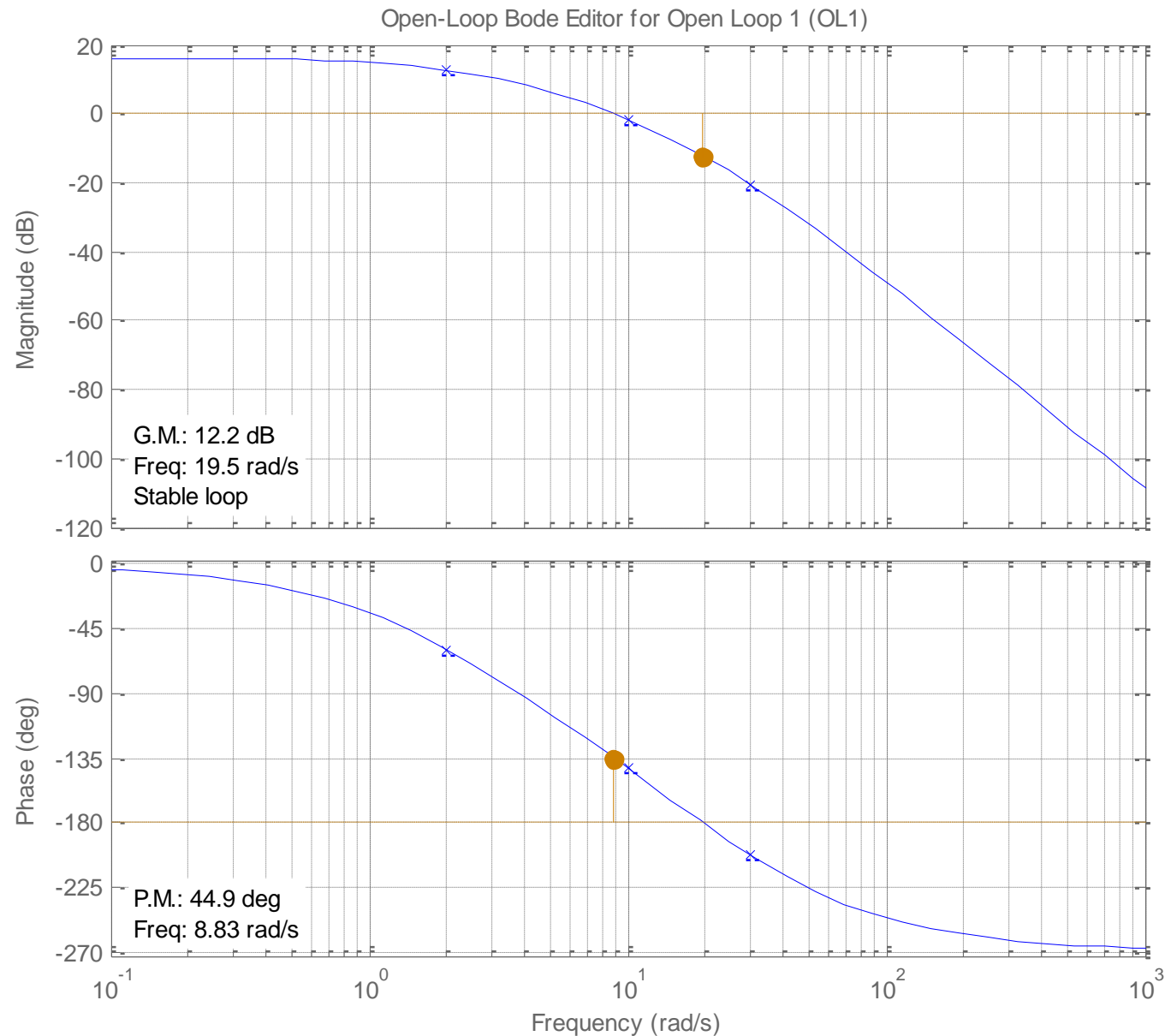


Stapresponsie proces met PI-regelaar:



Toevoegen D-actie (lead-regelaar)

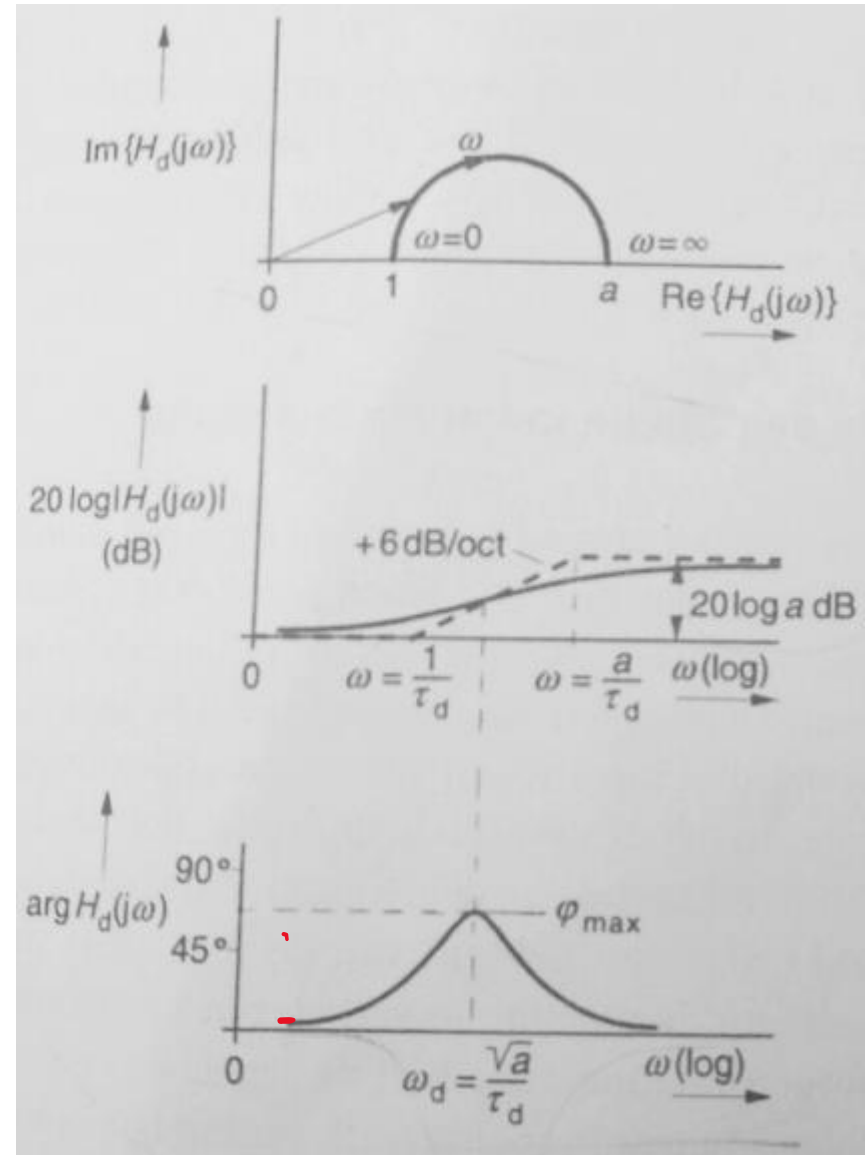
Start: Bode diagram met $K_r = 0,63$ (P-regelaar) voor $PM = 45^\circ$



Getemde D-actie, effecten van a en τ_d

$$H_d(j\omega) = K_r' \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{1}{\tau_d}}{j\omega + \frac{a}{\tau_d}}$$

$$= K_r' \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{\omega_d}{\sqrt{a}}}{j\omega + \omega_d \cdot \sqrt{a}}$$



Dan: Toevoegen D-actie (lead-regelaar)

$$H_{lead}(j\omega) = K_r' \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{1}{\tau_d}}{j\omega + \frac{a}{\tau_d}} = K_r' \cdot a \cdot \frac{j\omega + \frac{\omega_d}{\sqrt{a}}}{j\omega + \omega_d \cdot \sqrt{a}}$$

Stap 1: kies $\omega_d = \omega_{GM} = 20$ r/s

Stap 2: kies $PM = 45^\circ$

Stap 3: bereken a met $\varphi_{\max} = 45^\circ$: $a = \frac{1 + \sin \varphi_{\max}}{1 - \sin \varphi_{\max}} = 6$

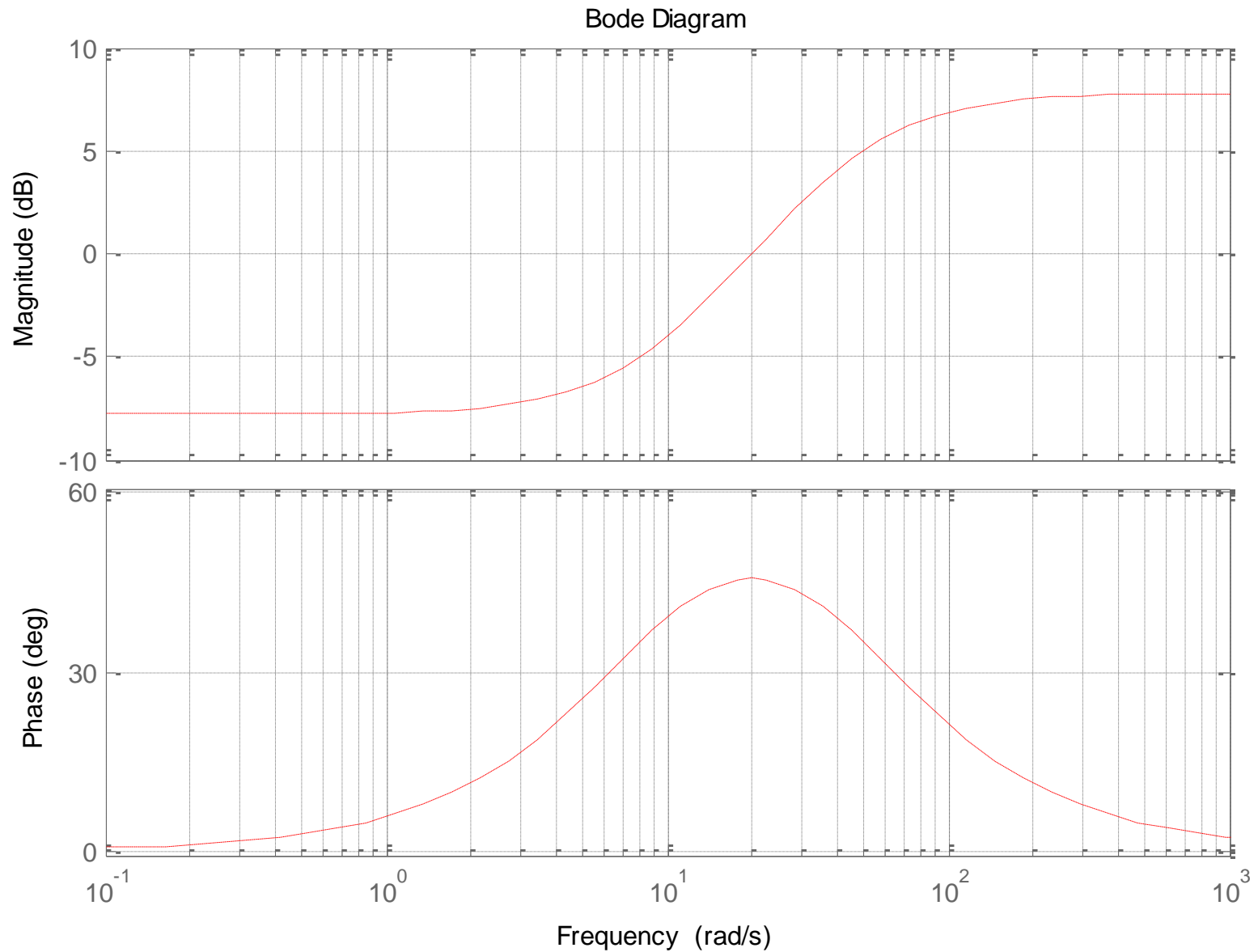
Stap 4: bepaal nieuwe K_r' : $K_r' = K_r * \frac{GM}{\sqrt{a}}$

$GM = 12$ dB = factor 4, dus $K_r' = 0,63 * 4 / \sqrt{6} = 1,03$

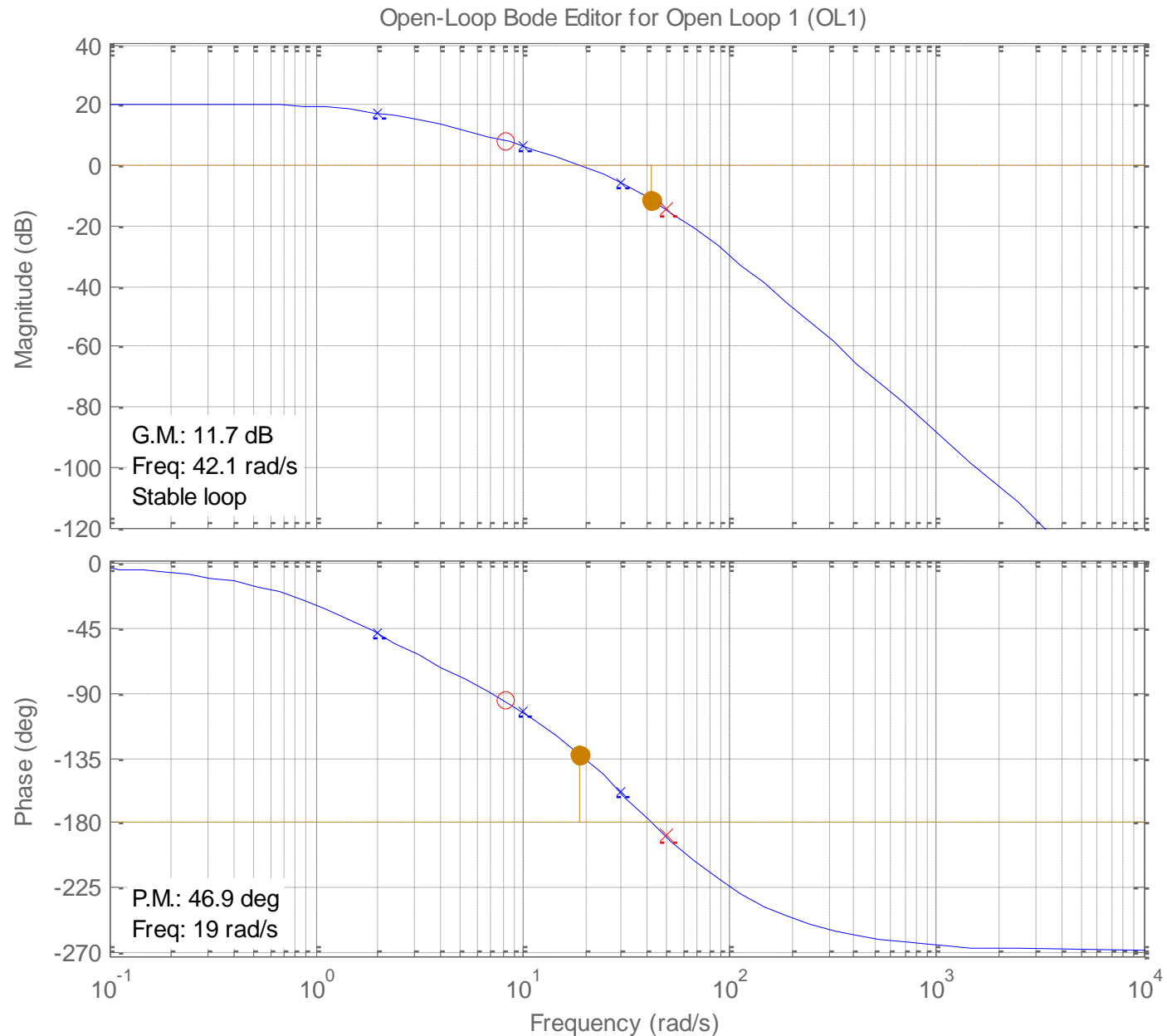
Resultaat:

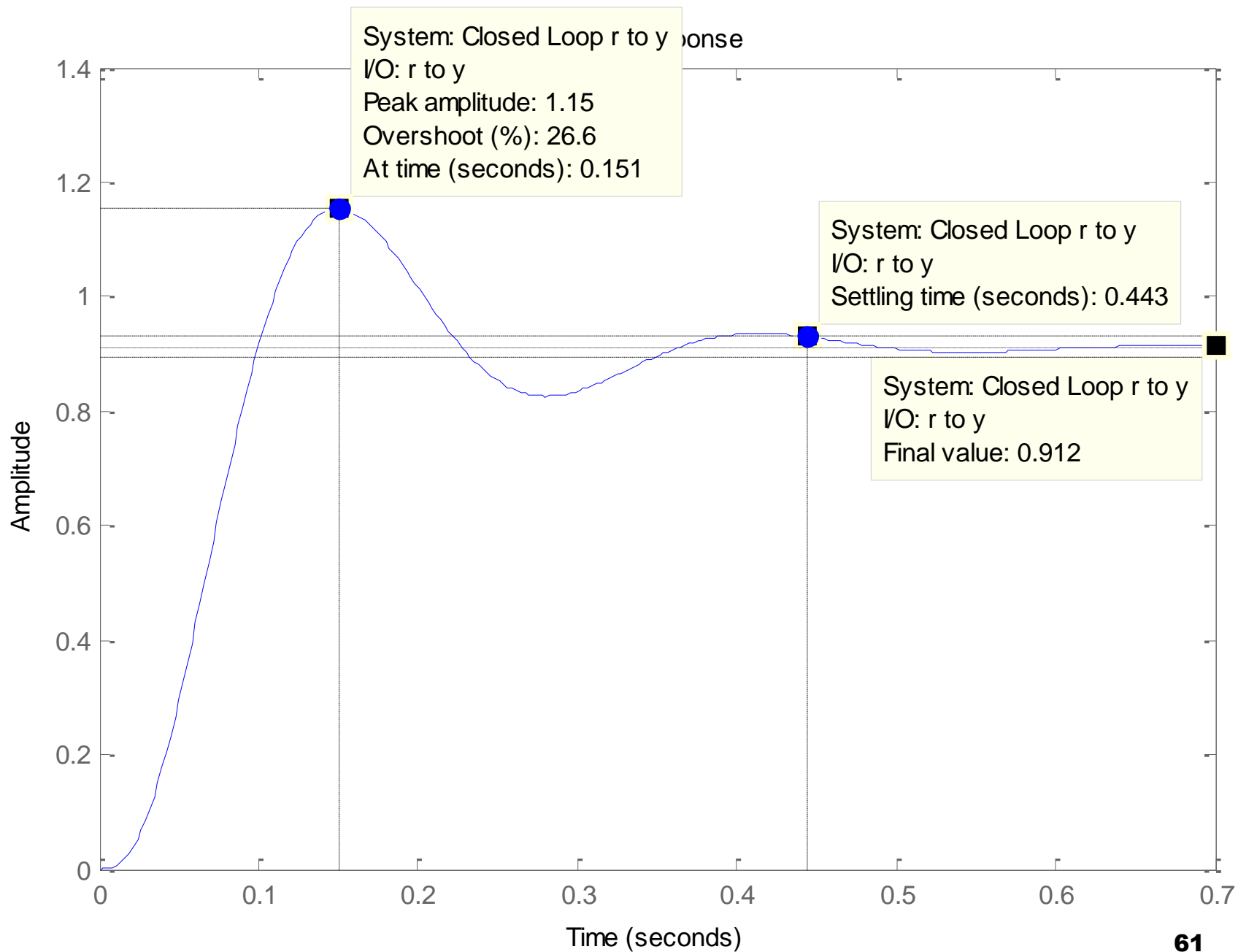
$$H_{lead}(j\omega) = 1,03 \cdot 6 \cdot \frac{j\omega + \frac{20}{\sqrt{6}}}{j\omega + 20 \cdot \sqrt{6}} = 6,2 \cdot \frac{j\omega + 8,2}{j\omega + 49,2}$$

Bode diagram lead-regelaar zonder K_r :



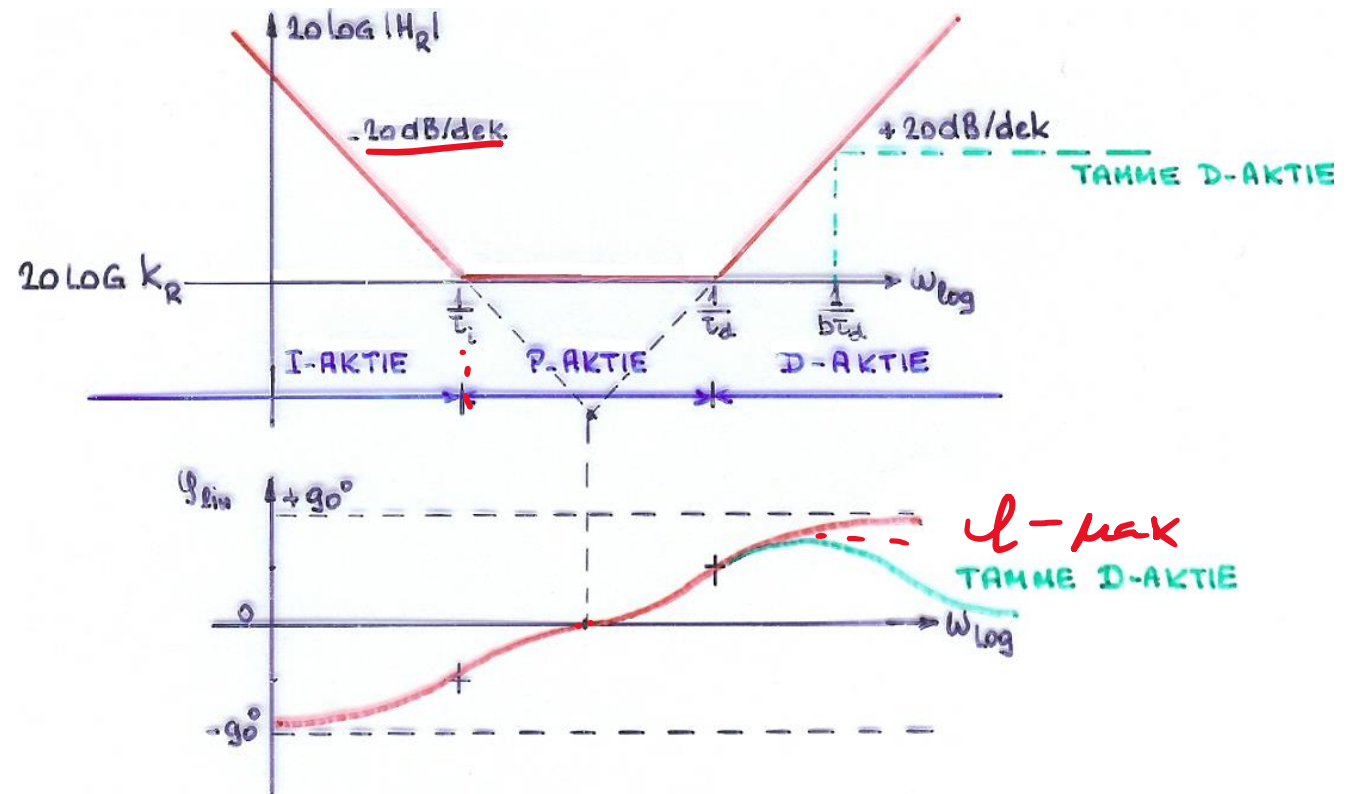
Bode diagram proces met lead-regelaar:





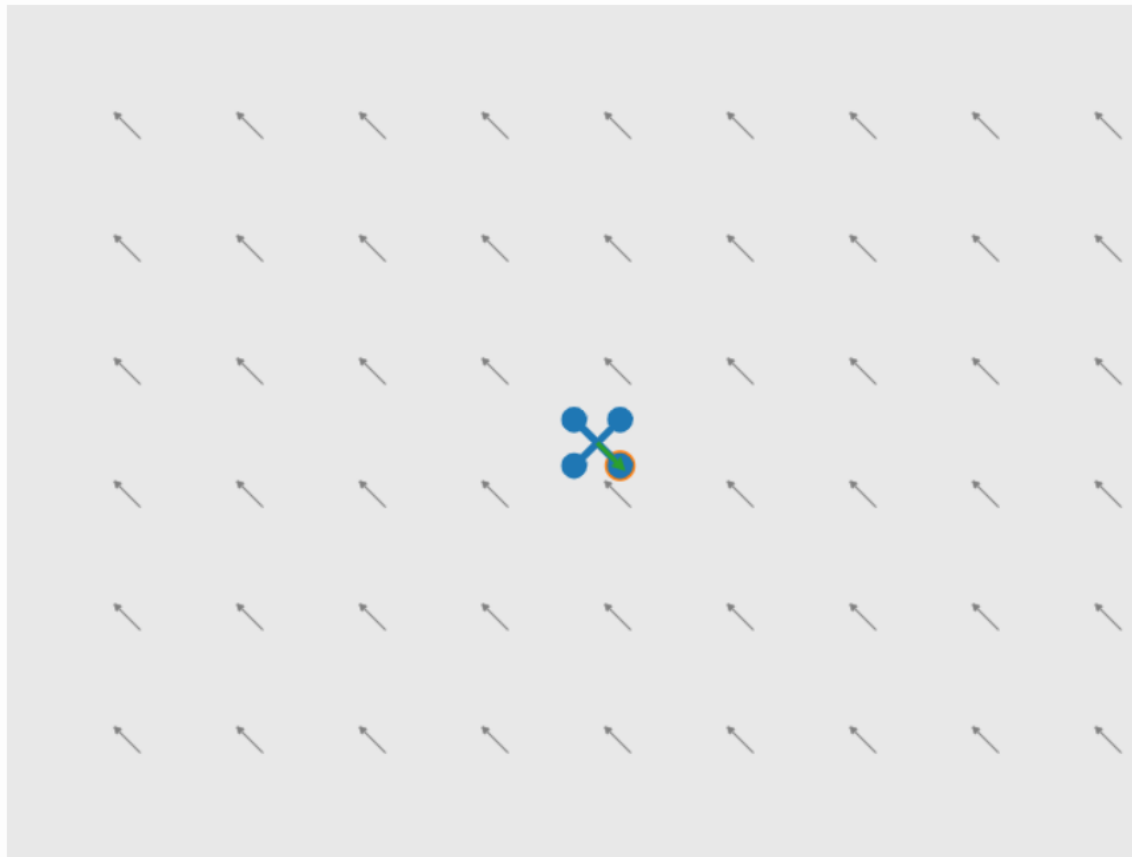
DE TAMME PID-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i}\right)(1 + s\tau_d)\left(\frac{1}{1 + sb\tau_d}\right)$$



voordeel: - geen offset,
- bijna even snel als de PD-reg.


Interactive demo – Position control



<https://feltrac.co/control/2020/01/12/simple-control-systems.html>







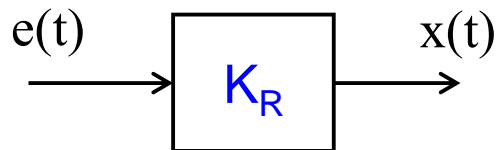
Vanaf deze dia komen extra/alternatieve uitleg van de stof. Tot deze dia wordt het in de klas behandeld.

DE P-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R$$

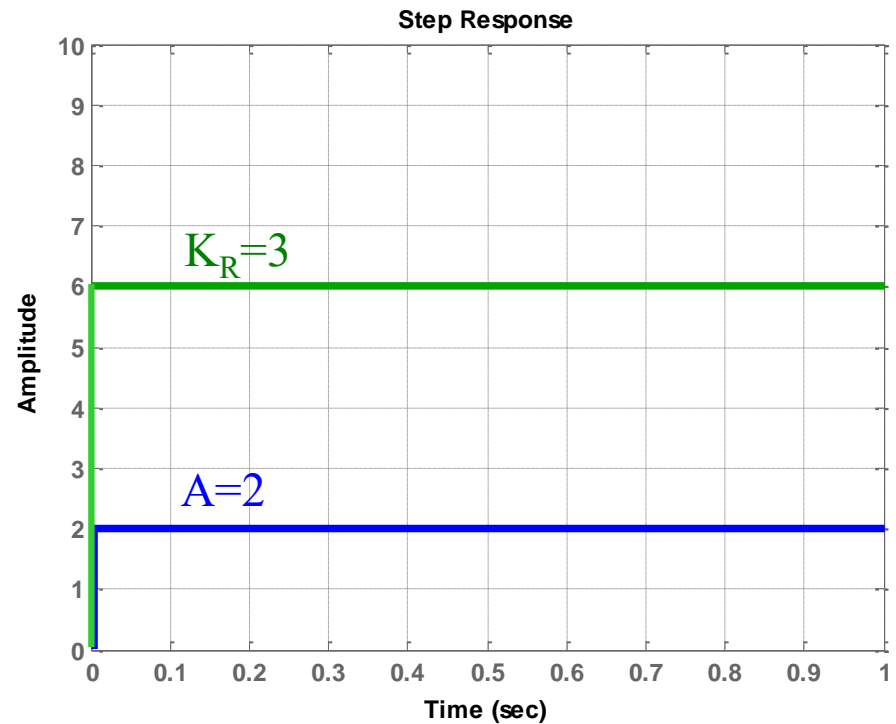
KR = Proportionaliteitsfactor

x = aansturing



$$x(t) = K_R \cdot e(t)$$

$$\text{Als } e(t) = A \cdot 1(t) \text{ dan } x(t) = K_R \cdot A \cdot 1(t)$$



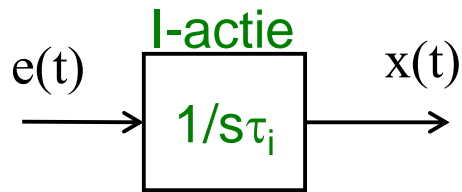
voordeel: snel

nadeel: offset niet nul

DE I-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = \frac{1}{s\tau_i} = \frac{K_R}{s}$$

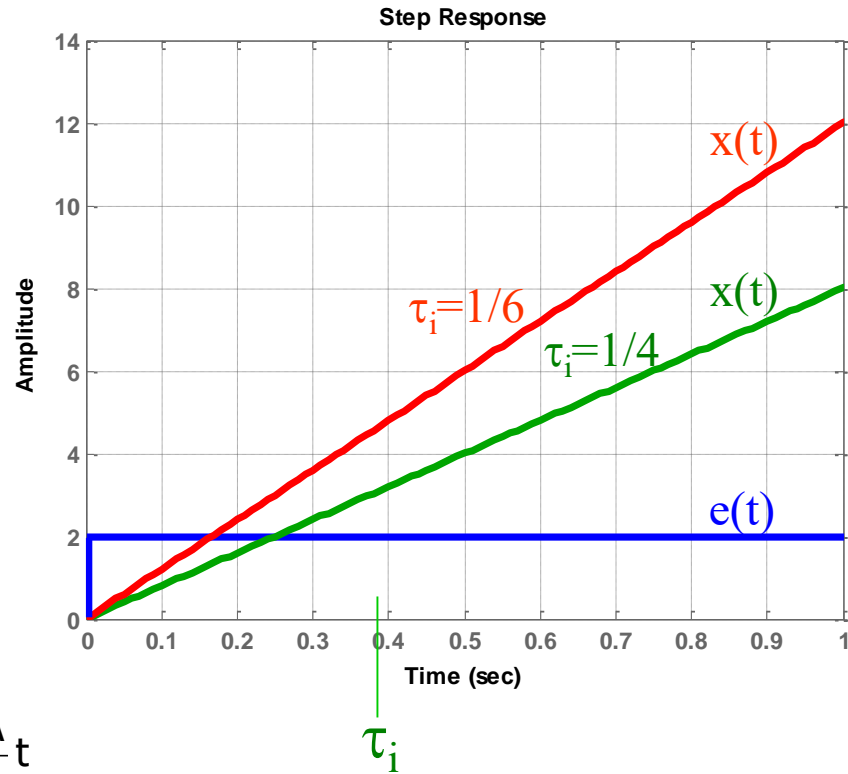
τ_i = integratie tijdconstante,
pool = 0



$$x(t) = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt$$

Als $e(t) = A \cdot 1(t)$ dan $x(t) = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t A \cdot 1(t) dt = \frac{A}{\tau_i} t$

Als $e(t)$ niet nul is blijft de uitgang van de I-regelaar veranderen totdat $e = 0$. Hiervan maakt men gebruik om de statische fout E_{stat} van een regelsysteem nul te krijgen, dus de offset $E(\%) = 0\%$.



Als $A=2$ en $\tau_i=1/6$ dan $x(t)=12 t$
als $\tau_i=1/4$ dan $x(t)=8 t$

voordeel: geen offset

nadeel: - minder stabiel dan P-reg.
door extra 90° fase-naijling,
- traag

VOORBEELD I-REGELAAR

Proces:

$$H_p(s) = \frac{1}{1+s}$$

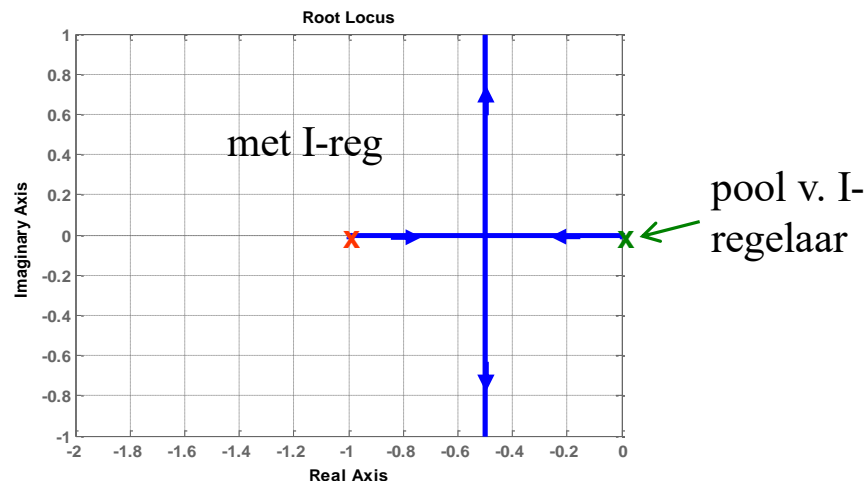
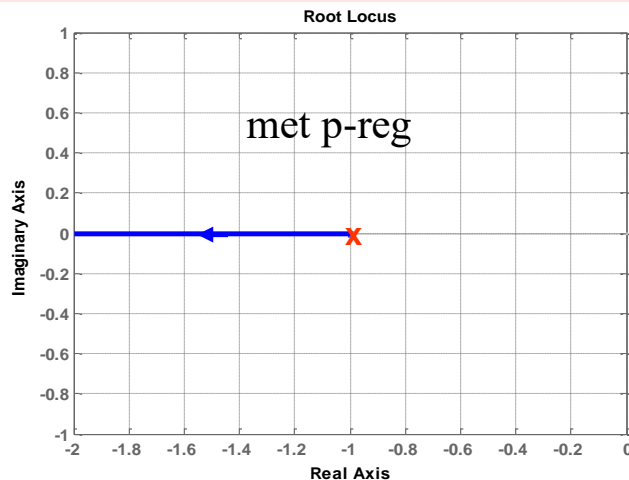
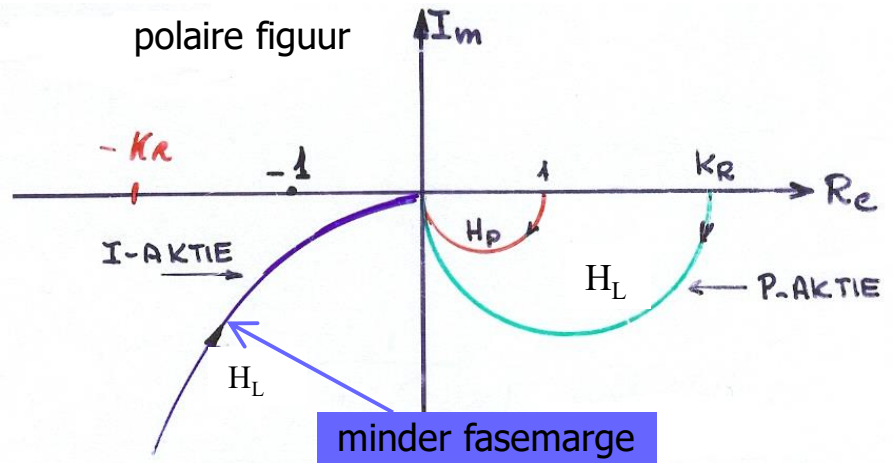
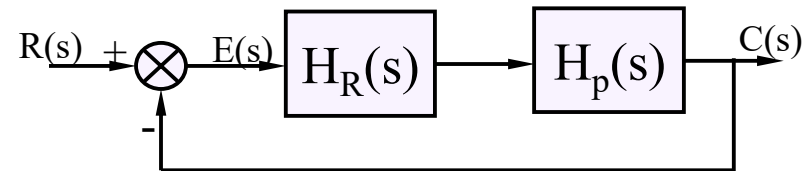
P-regelaar:

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \Rightarrow H_L(s) = \frac{K_R}{1+s}$$

I-regelaar:

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = \frac{1}{s\tau_i} = \frac{K_R}{s} \Rightarrow H_L(s) = \frac{K_R}{s(1+s)}$$

met $K_R = \frac{1}{\tau_i}$



DE PI-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i}\right) = K_R \cdot \left(\frac{1 + s\tau_i}{s\tau_i}\right)$$

τ_i = integratietijdconstante

Vuistregel: $\tau_i \geq$ grootste tijdc. proces
bestaande uit serie van
1^e-orde systemen.
(nulpunt regelaar \geq grootste
pool proces)

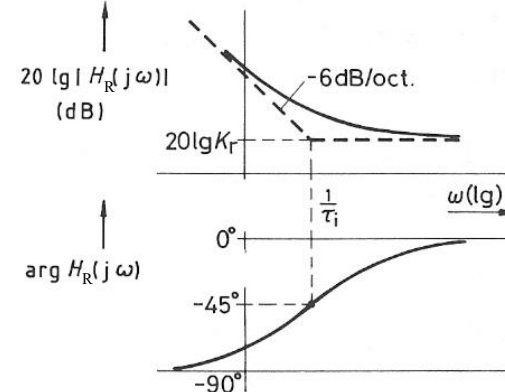
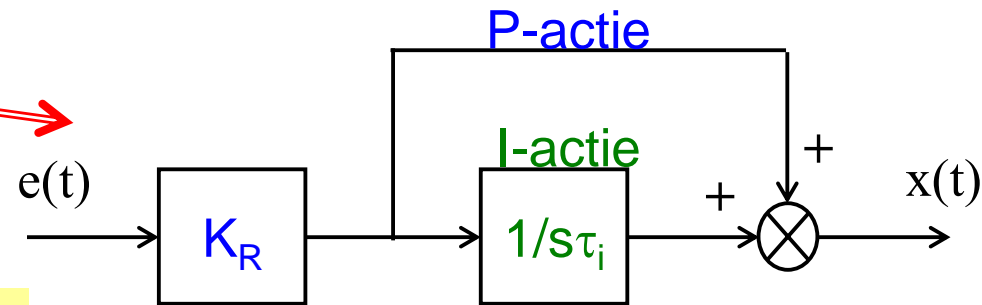
$$x(t) = K_R e(t) + \frac{K_R}{\tau_i} \int_0^t e(t) dt$$

De responsie op een eenheidstap $e(t)=1(t)$ is:

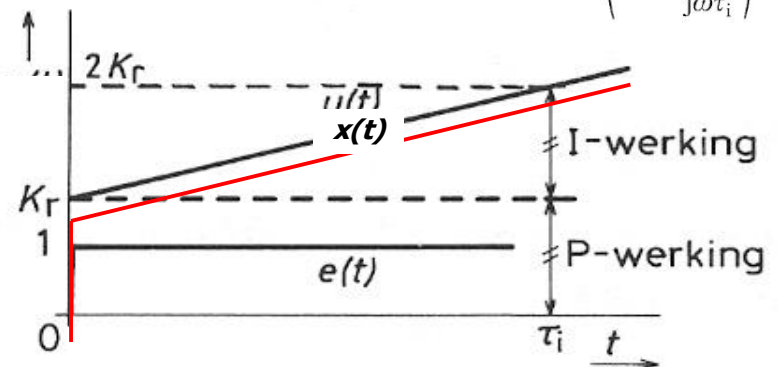
$$x(t) = K_R + \frac{K_R}{\tau_i} t$$

voordeel: - snel door P-actie,
- geen offset door I-actie

nadeel: trager dan P-reg.



Bodediagram van $H_r(j\omega) = K_r \left(1 + \frac{1}{j\omega\tau_i}\right)$



Responsie PI-regelaar

VOORBEELD PI-REGELAAR

Proces:

$$H_p(s) = \frac{1}{1+s}$$

P-regelaar:

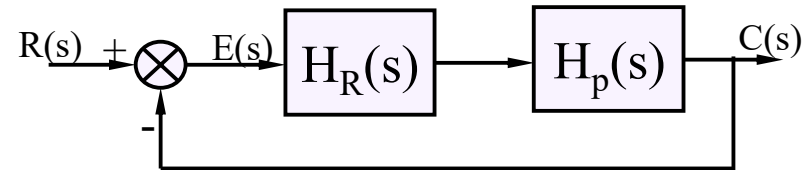
$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \Rightarrow H_L(s) = \frac{K_R}{1+s}$$

PI-regelaar:

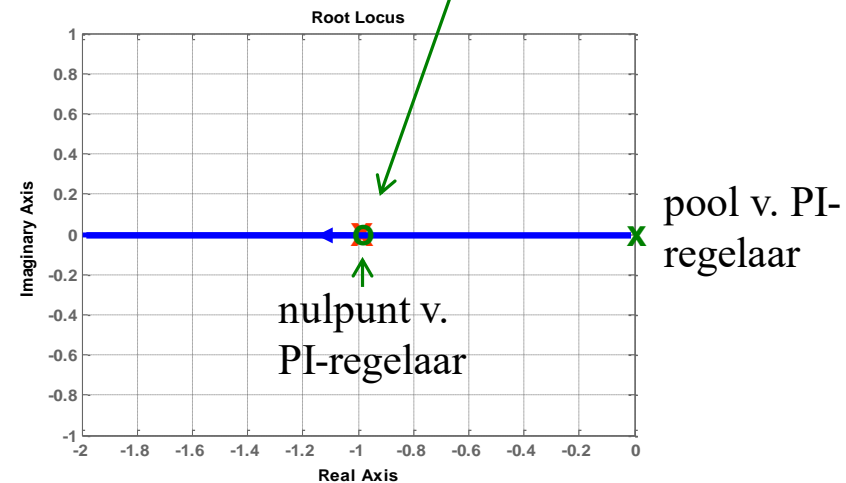
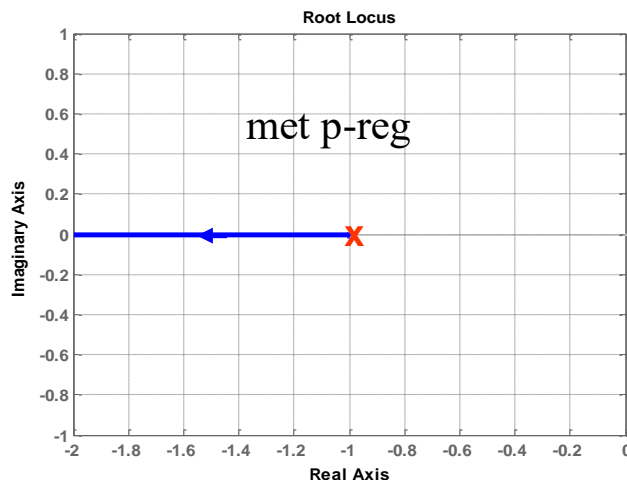
$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \left(\frac{1+s\tau_i}{s\tau_i} \right) \Rightarrow H_L(s) = K_R \left(\frac{1+s\tau_i}{s\tau_i} \right) \frac{1}{(1+s)}$$

met $\tau_i = 1s$ (vuistregel: tijdconstante van het proces)

$$H_L(s) = K_R \left(\frac{1+s}{s} \right) \frac{1}{(1+s)} = \frac{K_R}{s}$$



Nulpunt van PI-regelaar
compenseert de pool
van het proces !



DE PD-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot (1 + s\tau_d)$$

τ_d = differentiatietijdconstante

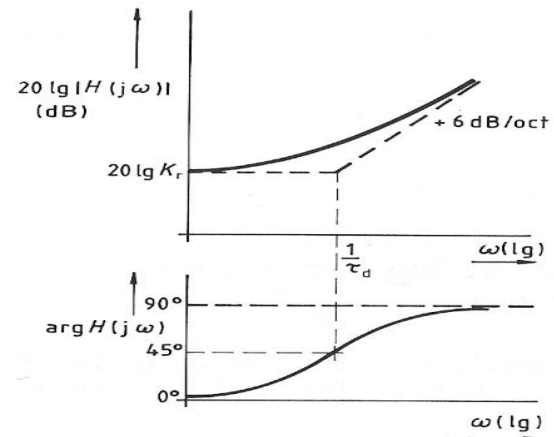
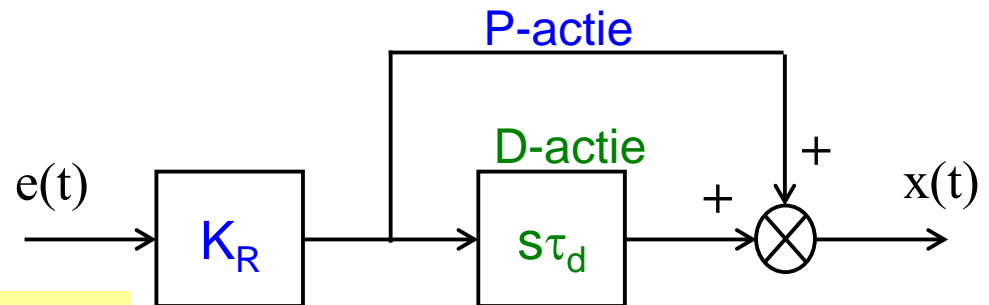
Vuistregel: $\tau_d \leq$ één na grootste tijdc. proces bestaande uit serie van 1^e-orde systemen (nulpunt regelaar \leq één na grootste pool proces)

$$x(t) = K_R e(t) + K_R \tau_d \frac{de(t)}{dt}$$

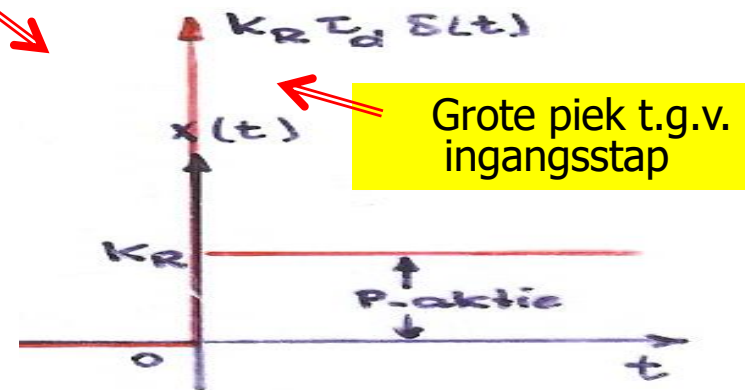
De responsie op een eenheidstap $e(t)=1(t)$ is:
 $x(t)=K_R+K_R\tau_d\delta(t)$

voordeel:- sneller dan P-reg.,
 - stabiel door fasevoorijling,
 - offset minder dan P-reg.

nadeel:- minder geschikt voor stapvormige ingangssignalen, remedie Lead filter



Bodediagram van $H_r = K_r(1 + j\omega\tau_d)$



DE PD-REGELAAR

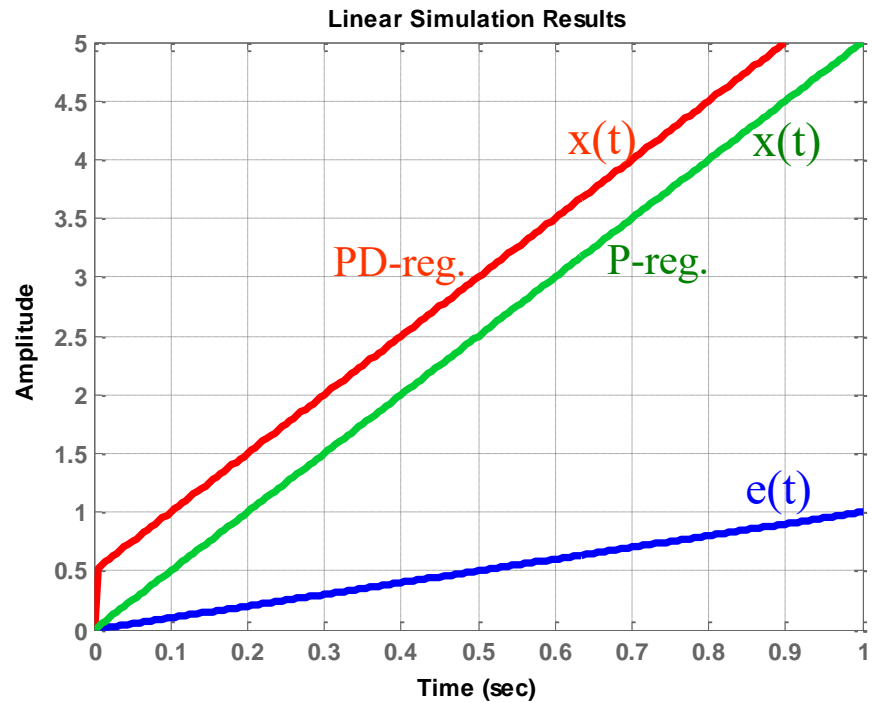
De responsie op een **rampfunctie** $e(t)=t \cdot 1(t)$ is:

$$x(t) = K_R t + K_R \tau_d$$

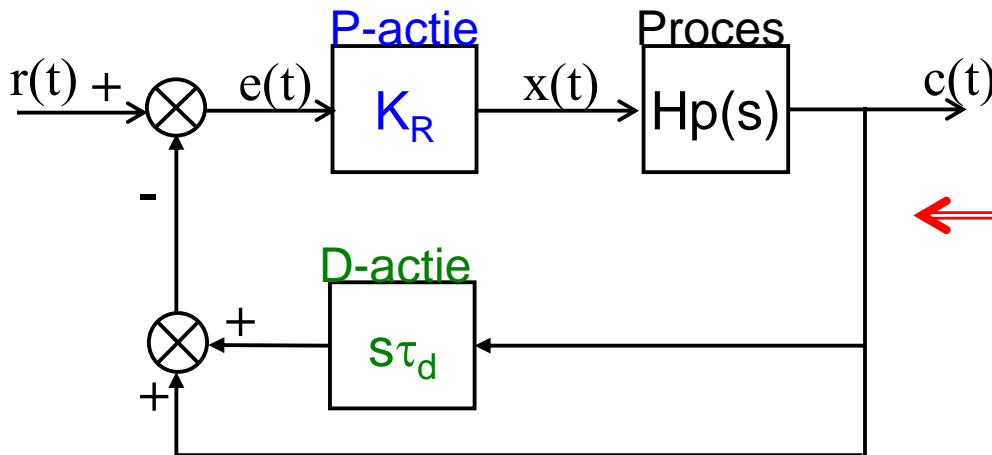
Als $K_R=5$ en $\tau_d=0,1$ s dan: $x(t) = 5t + 0,5$

Door de D-actie wordt er met een sprong gereageerd op een verandering in de fout $e(t)$, bij een P-actie gaat dit geleidelijk.

De D-actie zorgt dus voor een sneller bijregelen dan bij alleen een P-actie!



PD-actie in terugkoppelweg:



De uitgang van een proces verandert minder snel en nooit stapvormig, daardoor leidt differentiëren niet tot grote pieken op de uitgang van de D-actie.

De lusoverdracht $H_L(s)$ verandert daardoor echter niet.

VOORBEELD PD-REGELAAR

Proces: $H_p(s) = \frac{32}{(s+2)(s+8)}$

P-regelaar:

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \Rightarrow H_L(s) = \frac{32K_R}{(s+2)(s+8)}$$

PD-regelaar:

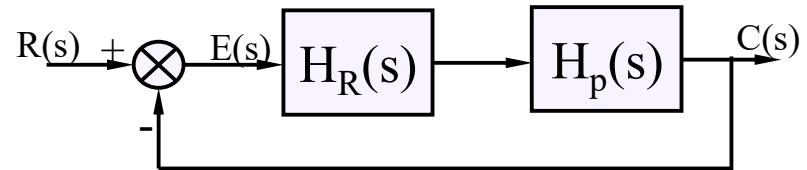
$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R(1 + s\tau_d) \Rightarrow H_L(s) = K_R(1 + s\tau_d) \frac{32}{(s+2)(s+8)} =$$

$$K_R(1 + s\tau_d) \frac{2}{(\frac{1}{2}s + 1)(\frac{1}{8}s + 1)}$$

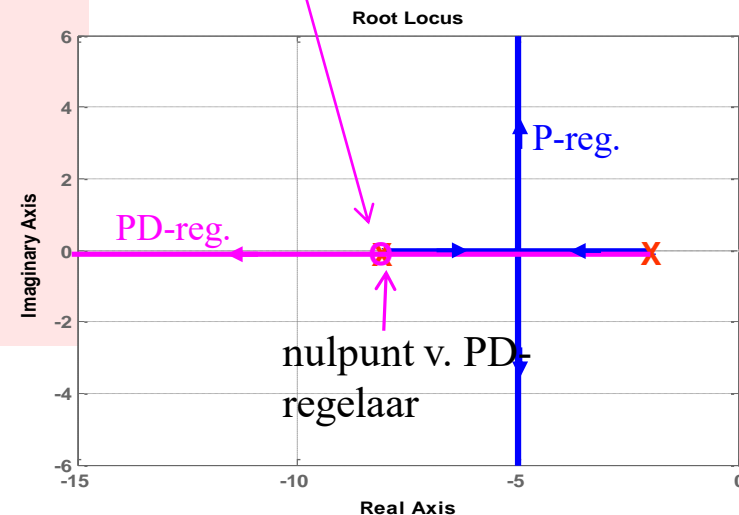
met $\tau_d = 1/8s$ (vuistregel: één na grootste tijdconstante van het proces)

$$H_L(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{8}s\right) \frac{2}{(\frac{1}{2}s + 1)(\frac{1}{8}s + 1)} = \frac{2K_R}{(\frac{1}{2}s + 1)} = \frac{4K_R}{(s+2)}$$

Door compensatie door het nulpunt v.d. PD-regelaar ontstaat er een nieuwe poolbaan waarop de regelsysteem-pool steeds verder naar links kan worden verschoven, dus systeem sneller.



Nulpunt van PD-regelaar compenseert de pool van het proces !

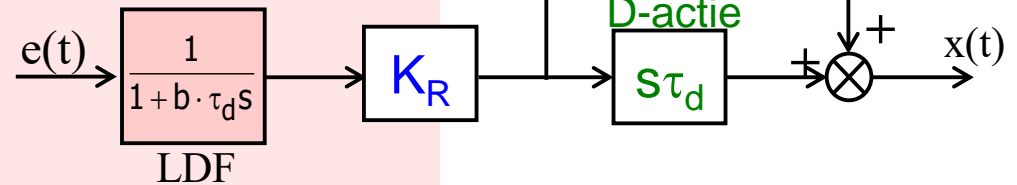


DE TAMME PD-REGELAAR

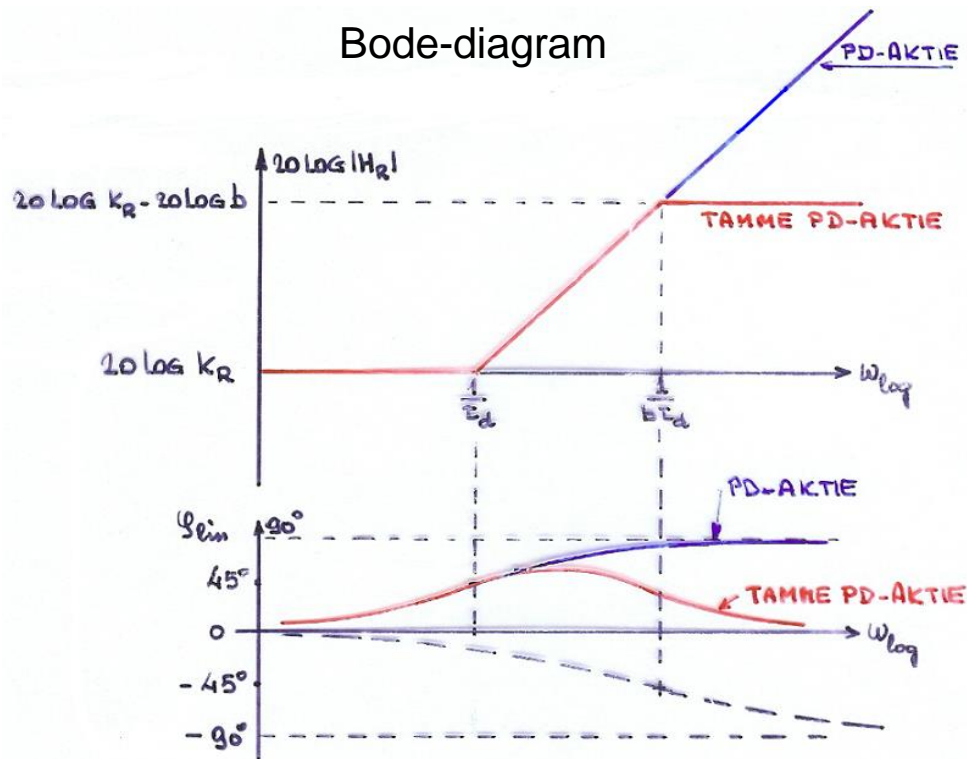
$$H_R(s) = K_R \cdot \frac{1 + \tau_d s}{1 + \frac{\tau_d}{a} s} \text{ of } K_R \cdot \frac{1 + \tau_d s}{1 + b \cdot \tau_d s} \text{ waarin } a \text{ de tamheidsfactor is}$$

$$\text{met } 6 < a < 20 \text{ of } 0,05 < b < 0,167$$

$$\text{nulpunt} = \frac{-1}{\tau_d} ; \quad \text{pool} = \frac{-a}{\tau_d}$$

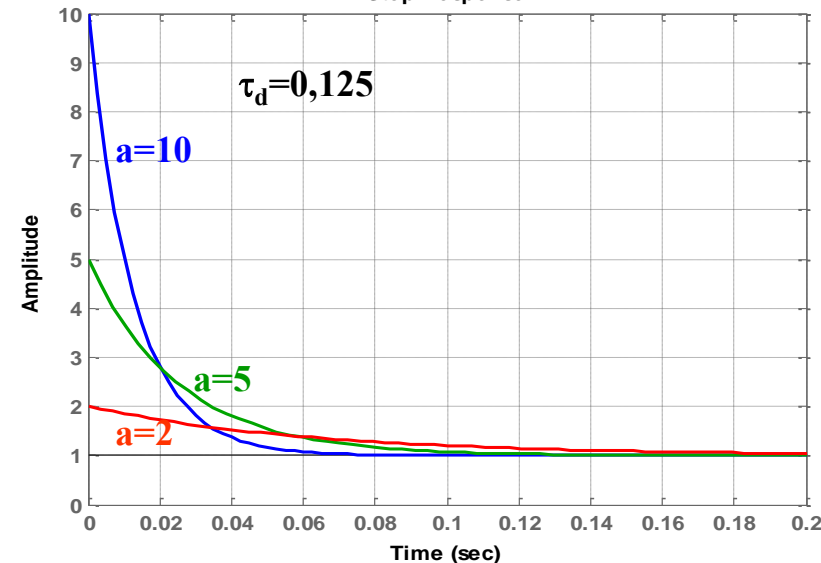


Bode-diagram



$$\varphi_{\max} \text{ als } \omega = 1/(\tau_d \sqrt{b})$$

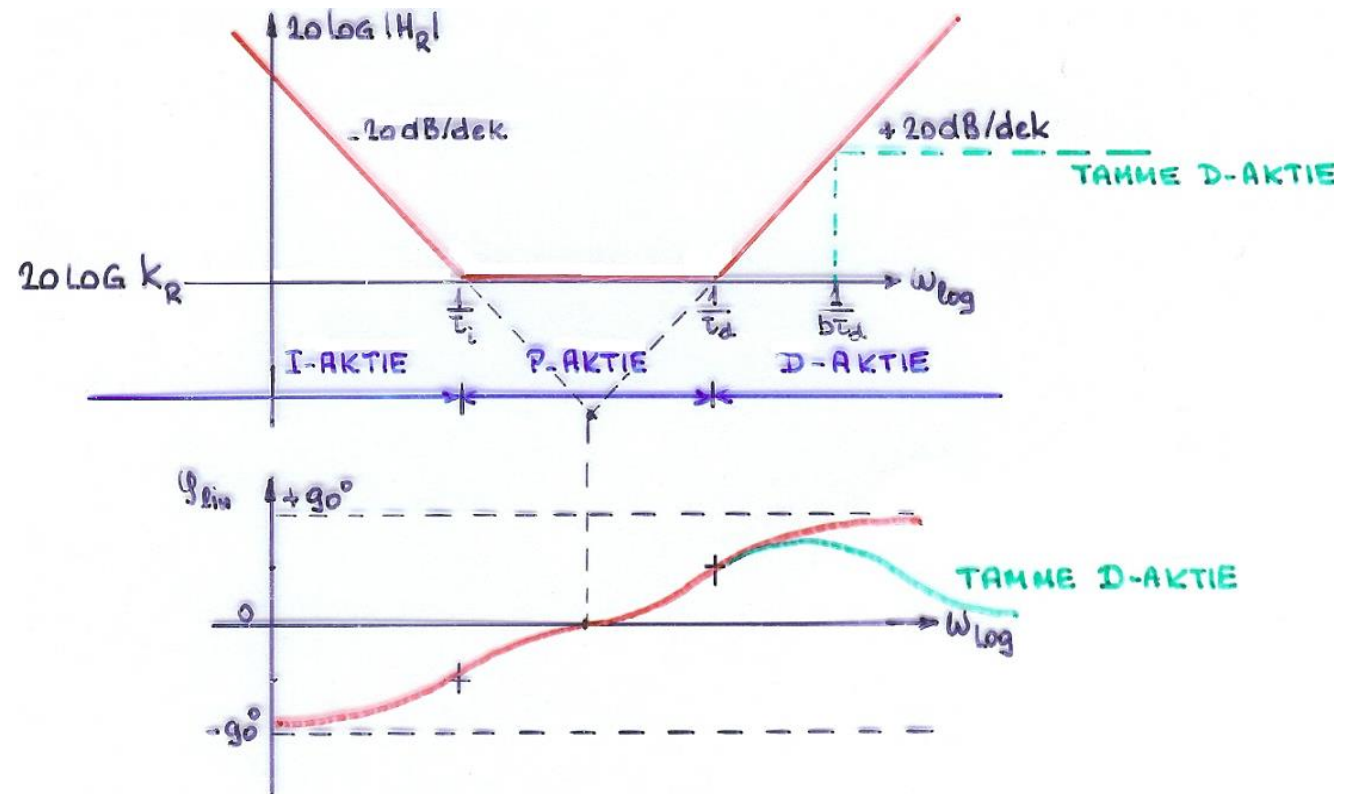
Step Response



voordeel: rustiger en minder storingsgevoelig dan PD-regelaar door toevoeging v.e. eerste orde systeem (LDF)

DE TAMME PID-REGELAAR

$$H_R(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s\tau_i}\right) (1 + s\tau_d) \left(\frac{1}{1 + sb\tau_d}\right)$$



voordeel: - geen offset,
- bijna even snel als de PD-reg.