nombre: ANIELLO LAMPO (NELLO)

despacho: 2.1.D04 a

TUTORÍA: LIBRE (CORREO)

BIBLIOGRAFÍA: $\underbrace{\text{MARSDEN - TROMBA}}$

NOTAS P. CATALÁN

EVALUACIÓN: 2 PARCIALES → Semana 7 y 12

$\underbrace{\text{1 FINAL}}$

$$N = 0.2\, p_1 + 0.2\, p_2 + 0.6\, N_f$$

ADVERTENCIAS: TRABAJAR DURO

↳ Muchos Temas en poco Tiempo

→ no quedarse ATRÁS

↳ cuenten conmigo

→ TUTORÍAS, Preguntas

PROGRAMA

CÁLCULO I

↳ Qué habéis hecho?

derivadas, integrales ...

Qué tienen en común?

→ 1 VARIABLE

CÁLCULO II

n VARIABLES

2 BLOQUES

1) CÁLCULO DIFERENCIAL: Límites, Derivadas

2) // INTEGRAL: Superficies, Volumenes ...

SFERAS

y mucho más ...

Conjuntos en $\mathbb{R}^n$

→ cómo se caracterizan?

→ 1ª CLASE

Topología (Elementos de - - -)

(Topos = Lugar en griego)

el lugar que nos interesa es

Espacio Euclideo

$$\mathbb{R}^n : \{ \underbrace{(x_1, x_2, \dots x_n)}_{\text{vectores}} : n \in \mathbb{N},\ x_i \in \mathbb{R} \}$$

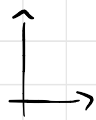
↳ Lo puedo sumar, multiplicar por un escalar

→ ESPACIO VECTORIAL

$n=1$, $\mathbb{R}$,

Eje real

$n=2$, $\mathbb{R}^2$,



Plano

$n=3$, $\mathbb{R}^3$

3D

$n = 4$ non lo podemos dibujar

→ Pero EXISTE : Teoría Relatividad)

$x_0 \in \mathbb{R}^n, \quad r > 0$

↳ sólo para $\mathbb{R}$

(relación > sólo en 1D)

$$\underbrace{D_r(x_0)}_{\text{DISCO ABIERTO}} = \{ x \in \mathbb{R}^n : \underbrace{\| x_0 - x \|}_{?} < r \}$$

norma euclídea

$$\| x \| = \sqrt{\sum_i x_i^2} \quad \text{(longitud)}$$

$$\| x - y \| = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2} \quad \text{(DISTANCIA)}$$

~ PRODUCTO ESCALAR

$$\| x \| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$$

↳ Propiedades

Bilineal $\quad \langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle + \beta \langle y, z \rangle$

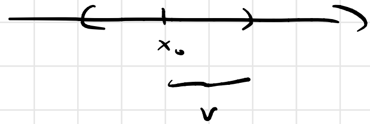
Positiva $\quad \langle x, x \rangle > 0$

simétrica $\quad \langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$

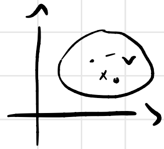
no isotrópo $\quad \langle x, x \rangle = 0 \iff x = 0$

Ej.

$n=1$ $\quad D_r(x_0) = (x_0 - r, x_0 + r)$



$n=2$ $\quad D_r(x_0)$



$n=3 \quad \rightarrow$ Pelota

el disco es una primera "UNIDAD TOPOLÓGICA"

vamos a descripciones más generales

def $U \subset \mathbb{R}^n$ (SUBCONJUNTO GENÉRICO)

U ABIERTO $\Leftrightarrow \forall x_0 \in U \ \exists r>0 : D_r(x_0) \subset U$

r depende de x_0

$\rightarrow$ r se elige más pequeño cuanto más cerca de la frontera estemos

EQUIVALENTE U ABIERTO $\approx$ U conjunto sin frontera

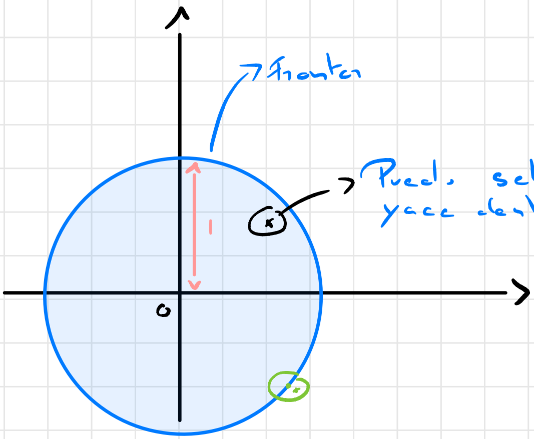
def x está en la FRONTERA U

$\forall r>0 \ D_r(x)$ contiene punto dentro y fuera de U

def CONJUNTO CERRADO

$\rightarrow$ incluye frontera

Ej $n=2$ $\quad D_0(1) = \{x \in \mathbb{R}^{(2)} : \|x\| < 1\}$) Entorno



Puedo seleccionar r de manera que yace dentro el disco

$\rightarrow$ ABIERTO

Ej $n=2$ $\quad D_0(1) = \{x \in \mathbb{R}^{(2)} : \|x\| \leq 1\}$

$\rightarrow$ CERRADO

Frontera $= \{x \in \mathbb{R}^{(2)} : \|x\| = 2\}$

Resumen

$\underbrace{\text{conjuntos en } \mathbb{R}^n}$ → Abiertos / Cerrados (Frontera)

¿cómo se transforman?

$\rightarrow$ funciones

Funciones

$$\left.\begin{array}{l} f : A \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m \\ \forall \bar{x} \in A \ \exists! \ y = f(\bar{x}) \end{array}\right\} \text{misma definición}$$

↳ cómo se llama ?

→ DOMINIO

$m = 1 \Rightarrow$ Campo ESCALAR

$m > 1 \Rightarrow$ " VECTORIAL

Ex CAMPO GRAVITACIONAL

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3}_{\text{Punto espacio}} \mapsto G\dfrac{M}{r^3}\hat{r} \in \mathbb{R}^3 \\ \underbrace{r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}}_{\text{intensidad dirigida campo}} \end{array}\right\} \text{Vectorial.}$$

Ex CAMPO TÉRMICO

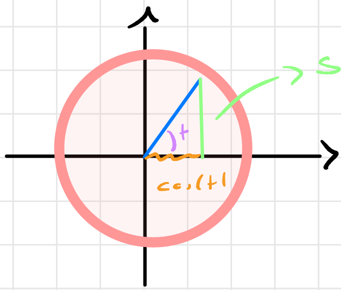
$$\left.\underbrace{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3}_{\text{Punto espacio}} \mapsto \underbrace{T \in \mathbb{R}}_{\text{Temperatura}}\right\} \text{ESCALAR}$$

OTRO CASO . . .

$$\left.\begin{aligned} f : [a,b] \subset \mathbb{R} &\to \mathbb{R}^n \\ t &\longmapsto (x(t), y(t)) \end{aligned}\right\} \text{CAMINO}$$

$$\underline{\text{Ex}} \quad \underbrace{\begin{aligned} [0, 2\pi] \subset \mathbb{R} &\to \mathbb{R}^2 \\ t &\longmapsto (\cos(t), \sin(t)) \end{aligned}}_{\text{qué es?}}$$

$\to$ CÍRCULO



RADIO ? 1

Radio R? $(R\cos(t), R\sin(t))$

t es el angulo.

al igual que en 1D

GRAPH

↳ QUÉ ES EN $D=1$

$$G_f = \{ (x, f(y)) \in \mathbb{R}^2 : x \in D_f \}$$

en $D > 1$

$$f : U \in \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$$

$$G_f : \{ (\underbrace{x_1, \dots x_m}_{\in U}, f(x_1 \dots x_m)) \in \mathbb{R}^{m+1}, \dots \}$$

NO SABEMOS DIBUJAR EN $\mathbb{R}^m$

⟶ CARACTERIZAMOS de OTRA MANERA

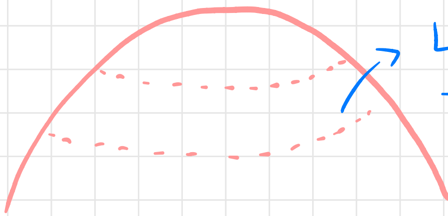
⟶ Level Set

Level set

$$f : A \subset \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$$

$$\mathcal{L}_f = \{ \bar{x} \in A : f(\bar{x}) = c \}$$

Ex $\quad (x, y) \mapsto z = x^2 + y^2 \quad$ PARABOLOIDE



Level set

→ círculo

SECCIÓN

↳ intersección entre un grafo y un plano

$$P_1 \cap G_f = \{(x,y,z) : y=0 \,,\, z=x^2+y^2\}$$

Ex $(x,y) \longmapsto z = x^2+y^2$ PARABOLOIDE

$y=0 \rightarrow z=x^2$