北京信息科技大学 2019~2020 学年第二学期
《概率论与数理统计 A》课程期末考试试卷 A

课程所在学院：理学院　　　　**适用专业班级：**

考试形式：闭卷

一、选择题 （每题 3 分，满分 21 分）

1. 随机事件 $\bar{A}\bar{B}\cup A\bar{B}\cup\bar{A}B$发生，意味着(　　).

(A) A,B 都发生；　　(B) A,B 至少有一个发生；

(C) A,B 恰好有一个发生；　　(D) A,B 至多有一个发生.

2. 连续随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le 1 \\ 2-x, & 1<x\le 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,则随机变量 X 落在区间 (0.4，1.2) 内的概率为(　　).

(A) 0.64 ;　　(B) 0.6;　　(C) 0.5;　　(D) 0.42.

3. 设相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则 (　　).

(A) $P\{X+Y\le 0\}=0.5$；　　(B) $P\{X+Y\le 1\}=0.5$；

(C) $P\{X-Y\le 0\}=0.5$；　　(D) $P\{X-Y\le 1\}=0.5$.

4. 对随机变量 X 和 Y，若 $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)$，则(　　).

(A) X 与 Y 独立；　　(B) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$；

(C) X 与 Y 不独立；　　(D) $D(XY)=D(X)\cdot D(Y)$.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 μ 已知，σ^2 未知，则下列不是统计量的是(　　).

(A) $\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$;　　(B) $\bar{X}-\mu$;

(C) $\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{\sigma}$;　　(D) X_n-X_1.

6. 设连续型随机变量X的分布函数为$F(x)=A+B\operatorname{arctg}x$, $\quad -\infty<x<+\infty$. 则常数A和B分别等于（　　）.

(A) $A=\frac{1}{2}$, $B=\frac{1}{\pi}$ (B) A=0，B=1

(C) A=1，B=0 (D) $A=\frac{1}{\pi}$, $B=\frac{1}{2}$

7、设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为来自总体X的一个样本，$\bar{X}$为样本均值，则有（　　）成立。

（A）$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n-1)$. （B）$\frac{n-1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n-1)$.

（C）$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(n-1)$. （D）$\frac{n-1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(n-1)$.

二、（7 分）设某学校在疫情期间给教师们推荐了三种线上教学平台，假设分别为甲、乙、丙三种平台. 调查结果显示，选择使用这三种平台的比例分别为 36%、20%和 25%，而 10%的教师选择同时用甲、乙两种平台，8%的教师同时选择乙、丙两种平台，4%的教师同时选择甲、丙两种平台，有 1%的教师同时使用甲、乙、丙三种平台. 问该校教师中至少选择一种学校推荐的教学平台的比例为多少？

三、（16 分）设随机变量X的密度函数$f(x)=\begin{cases}a(4+3x), & 2<x<6\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，求：

(1) 常数a的值；

(2) X的分布函数$F(x)$；

(3) $P(1<X\leq 4)$；

(4) $Y=3-3X$的概率密度函数$f_Y(y)$.

四、（12 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为：

X \ Y	0	1
0	0. 1	0. 3
1	0. 2	0. 4

试求 X 和 Y 的边缘分布律，以及 $E(X),E(Y),D(X),D(Y),\operatorname{cov}(X,Y),\rho_{XY}$.

五、（16 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0\le x\le 1, y>0, \\ 0, & \text{其余}. \end{cases}$$

(1) 求 $P(X>Y)$；

(2) 求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$，$f_Y(y)$；

(3) 判断 X,Y 是否独立，说明理由；

(4) 求 $Z=X+Y$ 的密度函数.

六、（10 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\beta)=\begin{cases} \frac{1}{\beta}e^{-\frac{1}{\beta}x}, & x\ge 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$(\beta>0)$,求 β 的最大似然估计量 $\hat{\beta}$，判断 $\hat{\beta}$ 是否是 β 的无偏估计.

七、（12 分） 设某机器生产的零件长度（单位：cm） $X\sim N(\mu,\sigma^2)$. 今抽取容量为 16 的样本，测得样本均值 $\bar{x}=10$，样本方差 $s^2=0.16$. (1) 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间；(2) 检验假设 $H_0:\sigma^2=0.1$（显著性水平为 0.05）.

附注：

$$t_{0.05}(16)=1.746,\ t_{0.05}(15)=1.753,\ t_{0.025}(15)=2.132,$$
$$\chi^2_{0.05}(16)=26.296,\ \chi^2_{0.05}(15)=24.996,\ \chi^2_{0.025}(15)=27.488,$$
$$\chi^2_{0.95}(16)=7.962,\ \chi^2_{0.95}(15)=7.261,\ \chi^2_{0.975}(15)=6.262.$$

八、（6 分） 随机变量与微积分中讨论的函数有什么不同？