

# Inverted pendulum

Aniket Anbhule

April 2024

## 1 Introduction

$$M(\alpha) = \begin{bmatrix} a & -b \\ -b & c \end{bmatrix}$$

$$C(\alpha, \dot{\alpha}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M(\alpha) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = C(\alpha, \dot{\alpha}) \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + G(\alpha) + D \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + Bu \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ -b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2)$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I(2) \\ M^{-1} * W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} u \quad (4)$$