

HW2

范潇 2254298

2024 年 3 月 24 日

题目 1. (传教士与野人问题)

1. 对该问题形式化并画出完整的状态空间图。
2. 应用合适的搜索算法求出该问题的最优解。对于这个问题检查重复状态是个好主意吗？
3. 这个问题的状态空间很简单，你认为是什么导致人们求解它很困难？

解答. 形式化：

- 状态：该问题中的一个状态可以用一个三元组 (m, c, b) 来表示，其中 m, c 分别表示起始岸上的传教士个数以及野人个数； b 为 1 时，代表船停靠在起始岸，为 0 则停靠在目标岸。
- 初始状态： $(3, 3, 1)$
- 行动：两岸之一上的人乘船到另一岸上，用一个两元组 $(\Delta m, \Delta c)$ 表示。 $\Delta m, \Delta c \geq 0, 1 \leq \Delta m + \Delta c \leq 2$
- 转移模型：如果行动前 $d = 1$ ，则行动后状态更新为 $(m - \Delta m, c - \Delta c, 0)$ ；如果行动前 $d = 0$ ，则行动后状态更新为 $(m + \Delta m, c + \Delta c, 1)$ 。
- 目标状态： $(0, 0, 0)$
- 路径耗散：每次行动的耗散为 1

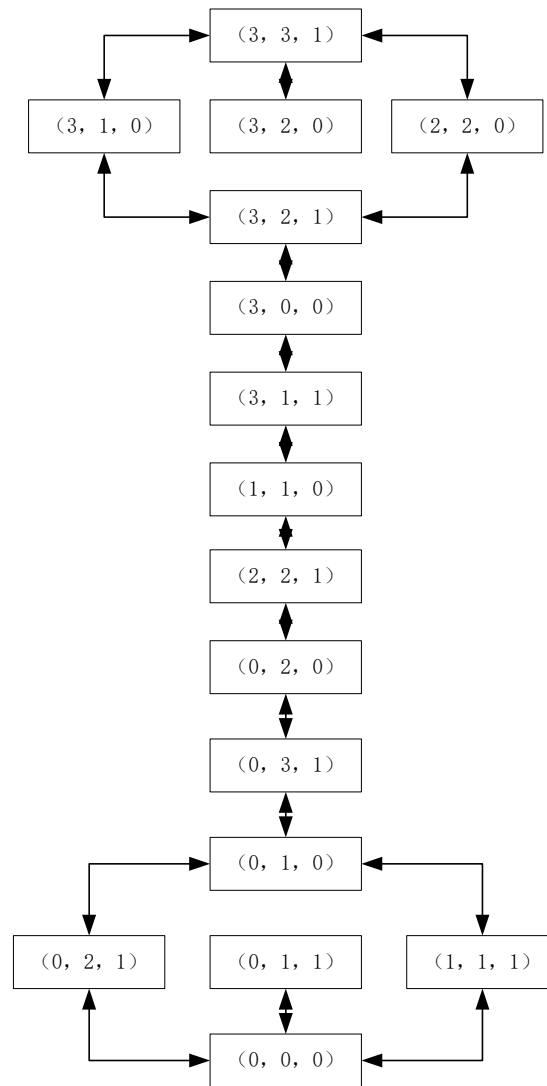


图 1: 状态空间图

该问题的状态空间有限，且每次行动的耗散相同，同时由于对称性，可以从目标状态倒推，所以可以采用双向搜索解决，两个方向的搜索均为广度优先搜索。因为该问题状态空间较小，且由于具有对称性，极易产生重复状态，所以应当检查重复。

由图 2, 3 可知，一条最短路径为

$(3, 3, 1), (3, 1, 0), (3, 2, 1), (3, 0, 0), (3, 1, 1), (1, 1, 0), (2, 2, 1), (0, 2, 0), (0, 3, 1), (0, 1, 0), (1, 1, 1), (0, 0, 0)$.

因为该问题的状态图的边数较多，且容易产生重复，所以解决起来较为困难。

Dir	expand	$frontier_F$	$frontier_B$	$reach_F$	$reach_B$
F,B	$(3,3,1)^0, (0,0,0)^0$	$(3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1$	$(0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1$	$(3,3,1)^0$	$(0,0,0)^0$
F	$(3,2,0)^1$	$(3,1,0)^1, (2,2,0)^1$	$(0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1$	$(0,0,0)^0$
F	$(3,1,0)^1$	$(2,2,0)^1, (3,2,1)^2$	$(0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1$	$(0,0,0)^0$
F	$(2,2,0)^1$	$(3,2,1)^2$	$(0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1$	$(0,0,0)^0$
B	$(0,1,1)^1$	$(3,2,1)^2$	$(0,2,1)^1, (1,1,1)^1$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1$
B	$(0,2,1)^1$	$(3,2,1)^2$	$(1,1,1)^1, (0,1,0)^2$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1, (0,2,1)^1$
B	$(1,1,1)^1$	$(3,2,1)^2$	$(0,1,0)^2$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1$
F	$(3,2,1)^2$	$(3,0,0)^3$	$(0,1,0)^2$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1, (3,2,1)^2$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1$
B	$(0,1,0)^2$	$(3,0,0)^3$	$(0,3,1)^3$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1, (3,2,1)^2$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1, (0,1,0)^2$
F	$(3,0,0)^3$	$(3,1,1)^4$	$(0,3,1)^3$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1, (3,2,1)^2, (3,0,0)^3$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1, (0,1,0)^2$
B	$(0,3,1)^3$	$(3,1,1)^4$	$(0,2,0)^4$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1, (3,1,0)^1, (2,2,0)^1, (3,2,1)^2, (3,0,0)^3$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1, (0,2,1)^1, (1,1,1)^1, (0,1,0)^2, (0,3,1)^3$

图 2: 双向搜索

Dir	expand	$frontier_F$	$frontier_B$	$reach_F$	$reach_B$
F	$(3,1,1)^4$	$(1,1,0)^5$	$(0,2,0)^4$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1,$ $(3,1,0)^1, (2,2,0)^1,$ $(3,2,1)^2, (3,0,0)^3,$ $(3,1,1)^4$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1,$ $(0,2,1)^1, (1,1,1)^1,$ $(0,1,0)^2, (0,3,1)^3$
B	$(0,2,0)^4$	$(1,1,0)^5$	$(2,2,1)^5$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1,$ $(3,1,0)^1, (2,2,0)^1,$ $(3,2,1)^2, (3,0,0)^3,$ $(3,1,1)^4$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1,$ $(0,2,1)^1, (1,1,1)^1,$ $(0,1,0)^2, (0,3,1)^3,$ $(0,2,0)^4$
F	$(1,1,0)^5$	$(2,2,1)^6$	$(2,2,1)^5$	$(3,3,1)^0, (3,2,0)^1,$ $(3,1,0)^1, (2,2,0)^1,$ $(3,2,1)^2, (3,0,0)^3,$ $(3,1,1)^4, (1,1,0)^5$	$(0,0,0)^0, (0,1,1)^1,$ $(0,2,1)^1, (1,1,1)^1,$ $(0,1,0)^2, (0,3,1)^3,$ $(0,2,0)^4$

图 3: 双向搜索