

线性规划

范潇 2254298

2024 年 6 月 21 日

题目 1. (线性规划)

$$\begin{aligned}\min z &= x_1 + x_2 + x_3 \\ s.t. & 2x_1 + 7.5x_2 + 3x_3 \geq 10000 \\ & 20x_1 + 5x_2 + 10x_3 \geq 30000 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{aligned}$$

解答. 原问题等价于

$$\begin{aligned}\max \hat{z} &= -z = -x_1 - x_2 - x_3 \\ s.t. & 2x_1 + 7.5x_2 + 3x_3 - x_4 = 10000 \\ & 20x_1 + 5x_2 + 10x_3 - x_5 = 30000 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0\end{aligned}$$

引入人工变量 z_1, z_2 , 得到第一阶段问题:

$$\begin{aligned}\max z' &= -z_1 - z_2 = 22x_1 + 12.5x_2 + 13x_3 - x_4 - x_5 - 40000 \\ s.t. & z_1 + 2x_1 + 7.5x_2 + 3x_3 - x_4 = 10000 \\ & z_2 + 20x_1 + 5x_2 + 10x_3 - x_5 = 30000 \\ & z_1, z_2, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0\end{aligned}$$

	val	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
\hat{z}	0	-1	-1	-1	0	0
z'	-40000	22	12.5	13	-1	-1
z_1	10000	2	7.5	3	-1	0
z_2	30000	20	5	10	0	-1

表 1: 初始单纯形表

x_1 入基, z_2 离基。

$$x_1 = 1500 - 0.05z_2 - 0.25x_2 - 0.5x_3 + 0.05x_5$$

	val	z_2	x_2	x_3	x_4	x_5
\hat{z}	-1500	0.05	-0.75	-0.5	0	-0.05
z'	-7000	-1.1	7	2	-1	0.1
z_1	7000	-0.1	7	2	-1	0.1
x_1	1500	0.05	0.25	0.5	0	-0.05

表 2: 第一次转轴变换得到的单纯形表

x_2 入基, z_1 离基。

$$x_1 = 1000 - 0.05z_2 - 0.25x_2 - 0.5x_3 + 0.05x_5$$

	val	z_2	z_1	x_3	x_4	x_5
\hat{z}	-2250	-11/280	3/28	-2/7	-3/28	-11/280
z'	0	-1	-1	0	0	0
x_2	1000	-1/70	-1/7	2/7	-1/7	1/70
x_1	1250	3/56	-1/28	3/7	1/28	-3/56

表 3: 第二次转轴变换得到的单纯形表

因此有解，当把 z_1, z_2 所在列划去后，可以看到非基变量的系数都为负，所以 $\max \hat{z} = -2250$ ，从而 $\min z = 2250$.