

HW1

范潇 2254298

2024 年 2 月 28 日

题目 1. (1.2.7) 如果等式 $f(x) = q(x)g(x) + r(x)$ 成立, 则 $f(x), g(x)$ 与 $g(x), r(x)$ 有相同的公因式。

解答. 设 $h(x)$ 为 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的一个公因式, 则 $h(x) \mid f(x), h(x) \mid g(x)$, 从而有

$$h(x) \mid [f(x) - q(x)g(x)] = r(x),$$

又因为

$$h(x) \mid g(x)$$

所以 $h(x)$ 也是 $g(x)$ 与 $r(x)$ 的公因式。

因为 $r(x) = (-q(x)g(x)) + f(x)$, 由对称性可知, $g(x)$ 与 $r(x)$ 的公因式也是 $g(x)$ 与 $f(x)$ 的公因式。

从而 $f(x), g(x)$ 与 $g(x), r(x)$ 有相同的公因式。

□