

# 从两个视角来看奇异值分解

范潇 2254298

2024 年 6 月 15 日

## 1 引言

奇异值分解是一种功能强大，且适用面广的矩阵分解方法，它能够将任意矩阵  $\mathbf{A}$  分解为  $\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T$ ，其中  $\mathbf{U}, \mathbf{V}$  为正交矩阵， $\mathbf{\Sigma}$  为  $r$  阶对角矩阵 ( $r = \text{Rank}(\mathbf{A})$ )。

本文将分别从代数视角和几何视角来理解奇异值分解。通过代数视角，我们能够理解奇异值分解的过程背后的原理。通过几何视角，我们能够从奇异值分解的本质延申开来，得到矩阵的模、矩阵的极分解、广义逆这三个概念以及 PCA 这一应用。

## 2 代数视角

任给一个矩阵  $\mathbf{A}$ ，我们可以立即得到 4 个子空间：