# Optimizasyon ve Yapay Öğrenme

İlker Birbil

Erasmus Üniversitesi Rotterdam
Ekonometri Enstitüsü

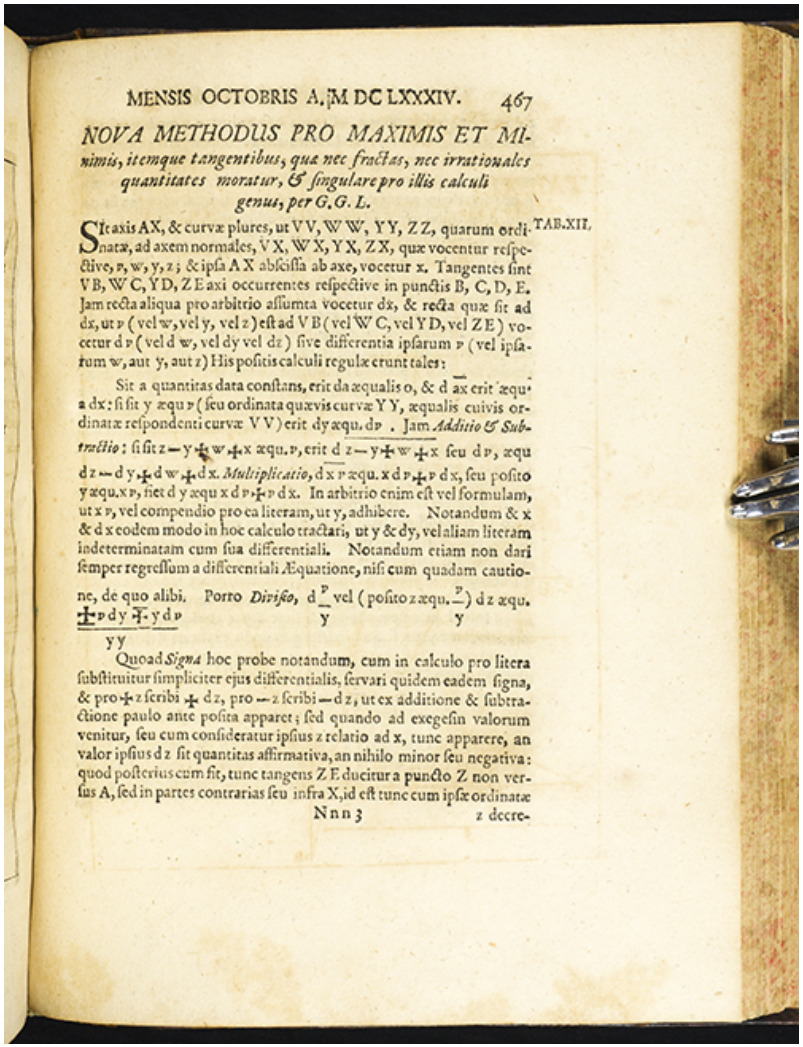
@VeriDefteri

@BolBilim

Veri Bilim - Yapay Öğrenme Yaz Okulu
Ağustos, 2018 - İstanbul

# Optimizasyon

- Önceden belirlenmiş kısıtlar altında bir fonksiyonun en büyük ya da en küçük değerini bulmak.
- Bu konuşmada problemin *düzgünce* tanımlı olduğunu varsayacağız. Yani bir minimum (ya da maksimum) noktasının olduğu problemlerle ilgileneceğiz.



MENSIS OCTOBRIS A. M DC LXXXIV. 467

*NOVA METHODUS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, itemque tangentibus, quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G. G. L.*

TAB. XII.

Sit axis AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatæ, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respective, v, w, y, z; & ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut v (vel w, vel y, vel z) est ad VB (vel WC, vel YD, vel ZE) vocetur dv (vel dw, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum w, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales:

Sit a quantitas data constans, erit da æqualis 0, & d ax erit æqua dx: si sit y æqu v (seu ordinata quævis curvæ YY, æqualis cuivis ordinatæ respondenti curvæ VV) erit dy æqu. dv. Jam *Additio & Subtractio*: si sit z − y + w + x æqu. v, erit dz − dy + dw + dx. *Multiplicatio*, dx v æqu. x dv + v dx, seu posito y æqu. xv, fiet dy æqu x dv + v dx. In arbitrio enim est vel formulam, ut xv, vel compendio pro ea literam, ut y, adhibere. Notandum & x & dx eodem modo in hoc calculo tractari, ut y & dy, vel aliam literam indeterminatam cum sua differentiali. Notandum etiam non dari semper regressum a differentiali Æquatione, nisi cum quadam cautione, de quo alibi. Porro *Divisio*, $\frac{dv}{y}$ vel (posito z æqu. $\frac{v}{y}$) dz æqu. $\frac{+v\,dy\,-y\,dv}{yy}$

Quoad *Signa* hoc probe notandum, cum in calculo pro litera substituitur simpliciter ejus differentialis, servari quidem eadem signa, & pro + z scribi + dz, pro − z scribi − dz, ut ex additione & subtractione paulo ante posita apparet; sed quando ad exegesin valorum venitur, seu cum consideratur ipsius z relatio ad x, tunc apparere, an valor ipsius dz sit quantitas affirmativa, an nihilo minor seu negativa: quod posterius cum fit, tunc tangens ZE ducitur a puncto Z non versus A, sed in partes contrarias seu infra X, id est tunc cum ipsæ ordinatæ

Nnn 3 z decre-

Şekil: Leibniz'in 1684 makalesi

# TANIMLAR

# Matematiksel Programlama Modeli

Genel bir optimizasyon (eniyileme) problemi şu şekilde gösterilebilir:

$$\begin{aligned} &\text{enküçükle} && f(x) \\ &\text{öyle ki} && c_j(x) = 0, \quad j \in \mathcal{E}, \\ & && c_j(x) \geq 0, \quad j \in \mathcal{I}. \end{aligned} \tag{1}$$

Burada $x \in \mathbb{R}^n$ vektörü ile karar değişkenleri (bilinmeyenler), $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ ile amaç fonksiyonu, $c_j : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$, $j \in \mathcal{E} \cup \mathcal{I}$ ile de kısıtlar gösterilmiştir.

## Not

Bir enbüyükleme problemi kolayca enküçükleme problemine dönüştürülebilir:

$$\max f(x) = -\min\{-f(x)\}.$$

# Örnek

İki kısıtlı bir matematiksel model şu şekilde[1] verilmiş olsun:

$$\begin{array}{ll} \text{enküçükle} & f(x) \\ \text{öyle ki} & x_1^2 - x_2 \leq 0, \\ & x_1 + x_2 \leq 2. \end{array}$$

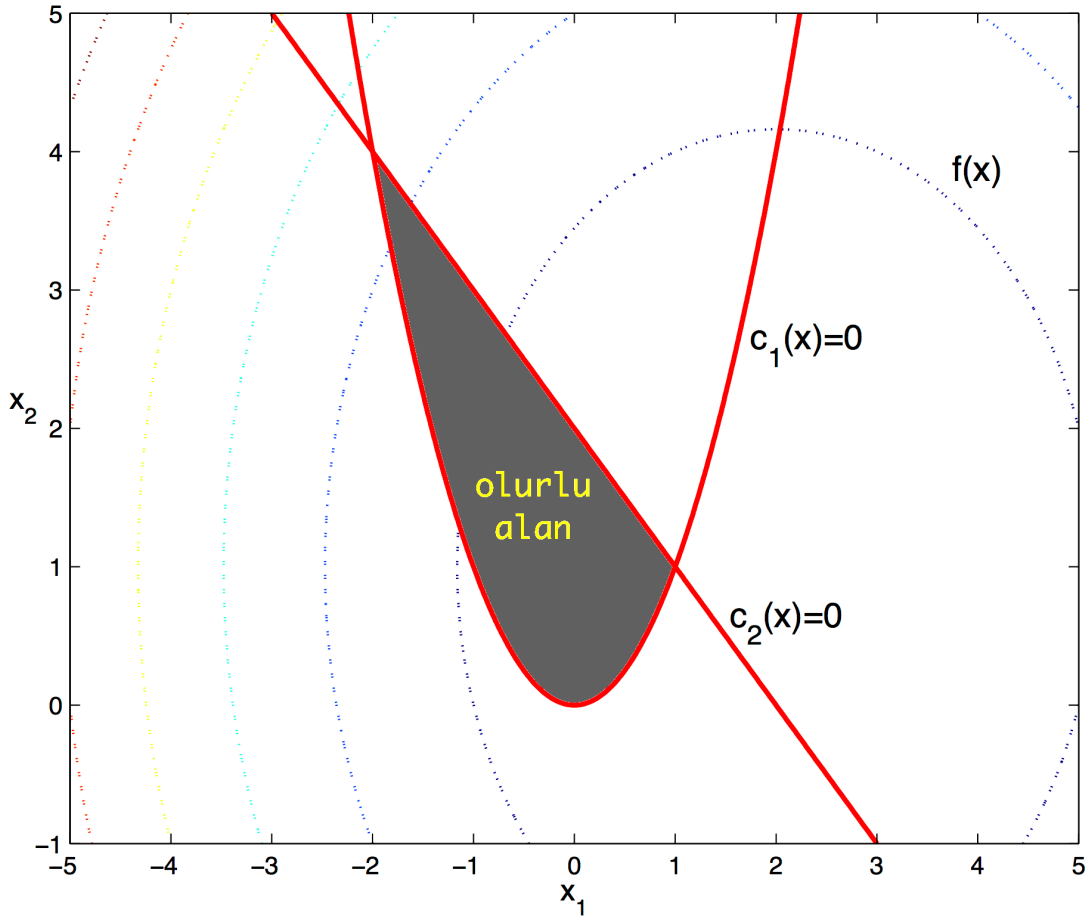
Burada

$$f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad c(x) = \begin{bmatrix} c_1(x) \\ c_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1^2 + x_2 \\ -x_1 - x_2 + 2 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{I} = \{1, 2\}, \ \mathcal{E} = \emptyset.$$

[1] Nocedal, J., Wright, S. J., Numerical Optimization, 2. Basım, New York:Springer, 2006.

# Örnek (devam)



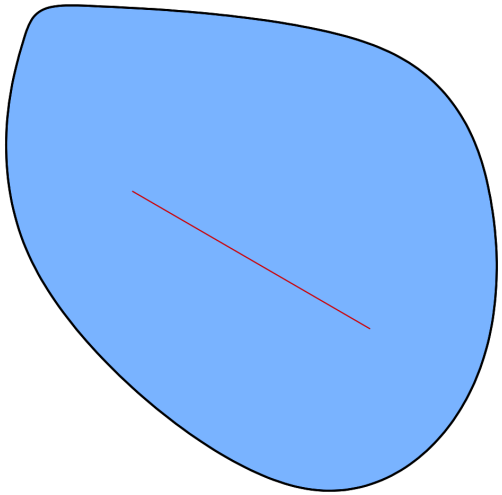
# Dışbükey Küme

## Tanım

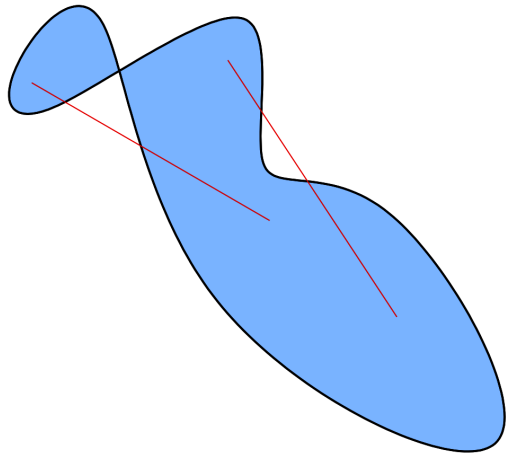
$S \in \mathbb{R}^n$ kümesinin dışbükey (convex) olması için $S$ kümesinden herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçasının tamamının $S$ kümesinde olması gerekir. Matematiksel olarak gösterirsek, her $x, y \in S$ çifti ve tüm $\alpha \in [0, 1]$ değerleri için

$$\alpha x + (1 - \alpha)y \in S$$

olmalıdır.



Dışbükey küme



Dışbükey olmayan küme

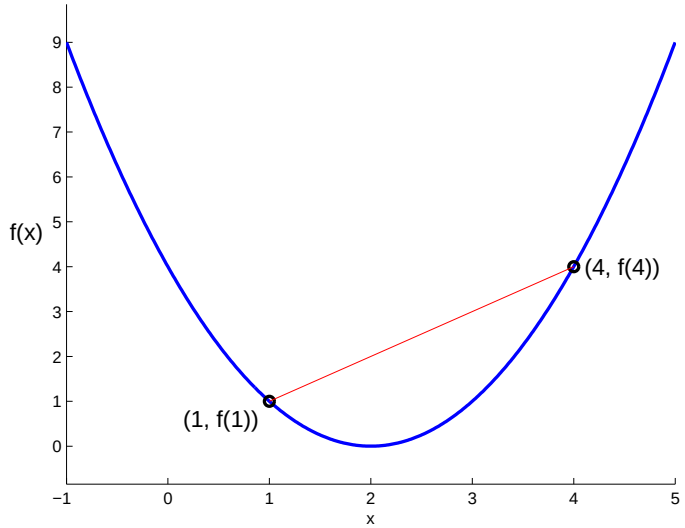
# Dışbükey Fonksiyon

## Tanım

$f(\cdot)$ ile gösterilen bir fonksiyonun dışbükey olması için tanım kümesinin dışbükey olması ve bu kümeden seçilen herhangi $x, y$ çifti için $f(\cdot)$ grafiğinin $(x, f(x))$ ve $(y, f(y))$ noktalarını birleştiren doğru parçasının altında kalması gerekir. Matematiksel olarak ifade edersek, her $x, y$ ve tüm $\alpha \in [0, 1]$ değerleri için

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$$

eşitsizliği sağlanmalıdır.



# Dışbükeylik Hakkında

- Bir $f(\cdot)$ fonksiyonunun içbükey (concave) olması, $-f(\cdot)$ fonksiyonunun dışbükey olduğunu gösterir.
- Dışbükey bir fonksiyon ile yazılan kısıtsız problemlerde lokal minimum noktası, global minimum noktası olur.
- Eğer bir kısıt $\leq$ şeklinde bir eşitsizlikse ve dışbükey fonksiyonlar ile oluşturulmuşsa, ortaya çıkan olurlu alan da dışbükey bir kümedir.
- Kabaca söylemek gerekirse, pek çok durumda dışbükey fonksiyonlar ile çalışıldığında minimum noktasını belirlemek için kullanılan gerek şartlar aynı zamanda yeter şartlar olurlar.
- Dışbükey fonksiyonlar, lokal olarak daha karmaşık ve dışbükey olmayan fonksiyonların yaklaşık gösteriminde kullanılırlar.

# Dışbükeylik Hakkında (devam)

En başta (1) ile gösterdiğimiz matematiksel programlama modelinde

- amaç fonksiyonu $f(\cdot)$ dışbükeyse,
- eşitlik $c_j(\cdot), j \in \mathcal{E}$ kısıtları doğrusalsa,
- ve eşitsizlik fonksiyonları $c_j(\cdot), j \in \mathcal{I}$ içbükeyse,

elde edilen model dışbükey optimizasyon modeli olur.

$$
\begin{aligned}
&\text{enküçükle} && f(x) \\
&\text{öyle ki} && c_j(x) = 0, \quad j \in \mathcal{E}, \\
& && c_j(x) \geq 0, \quad j \in \mathcal{I}.
\end{aligned}
$$

# Kısıtsız Optimizasyon

Kısıtsız optimizasyon problemlerinde eşitlikler ve eşitsizlikler yoktur. Yani (1) modelinde $\mathcal{I} \equiv \mathcal{E} \equiv \emptyset$ olarak alınır. Bu durumda model kısaca

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \quad f(x)$$

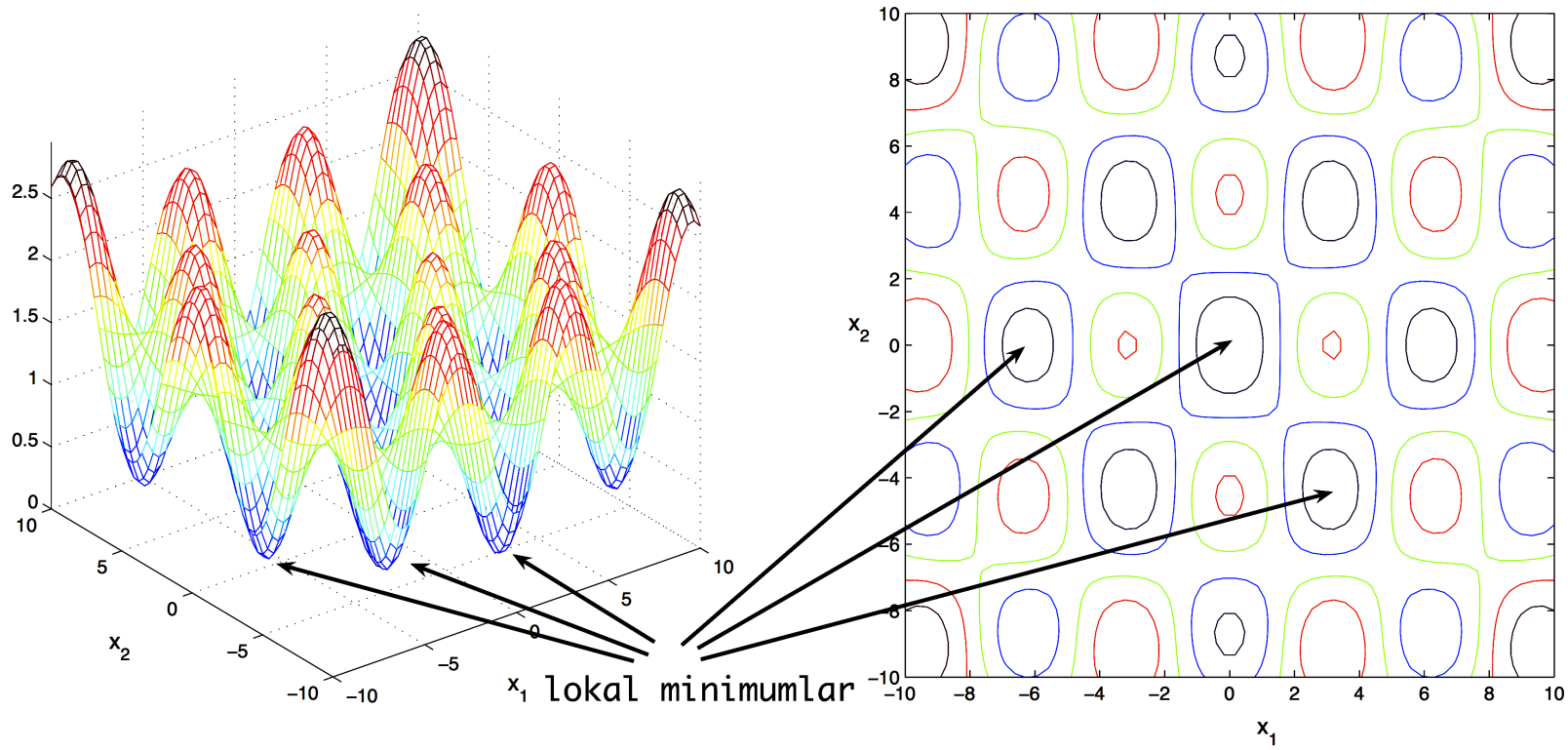
olarak yazılabilir. Birinci türevi elde etmek için $n$ boyutun her birine göre kısmi türev alınarak gradyant (gradient) vektörü elde edilir:

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

İkinci türevleri ise Hesyan (Hessian) matrisini verecektir:

$$\nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}.$$

# Lokal ve Global Optimizasyon



# ÖRNEK YAPAY ÖĞRENME PROBLEMLERİ

# İkili Sınıflandırma

Elimizde $N$ tane veri noktası olduğunu düşünelim; $x^{(k)} \in \mathbb{R}^n$, $k = 1, \ldots, N$. Her veri noktası için iki etiketten biri verilmiş; $y^{(k)} \in \{-1, 1\}$, $k = 1, \ldots, N$.

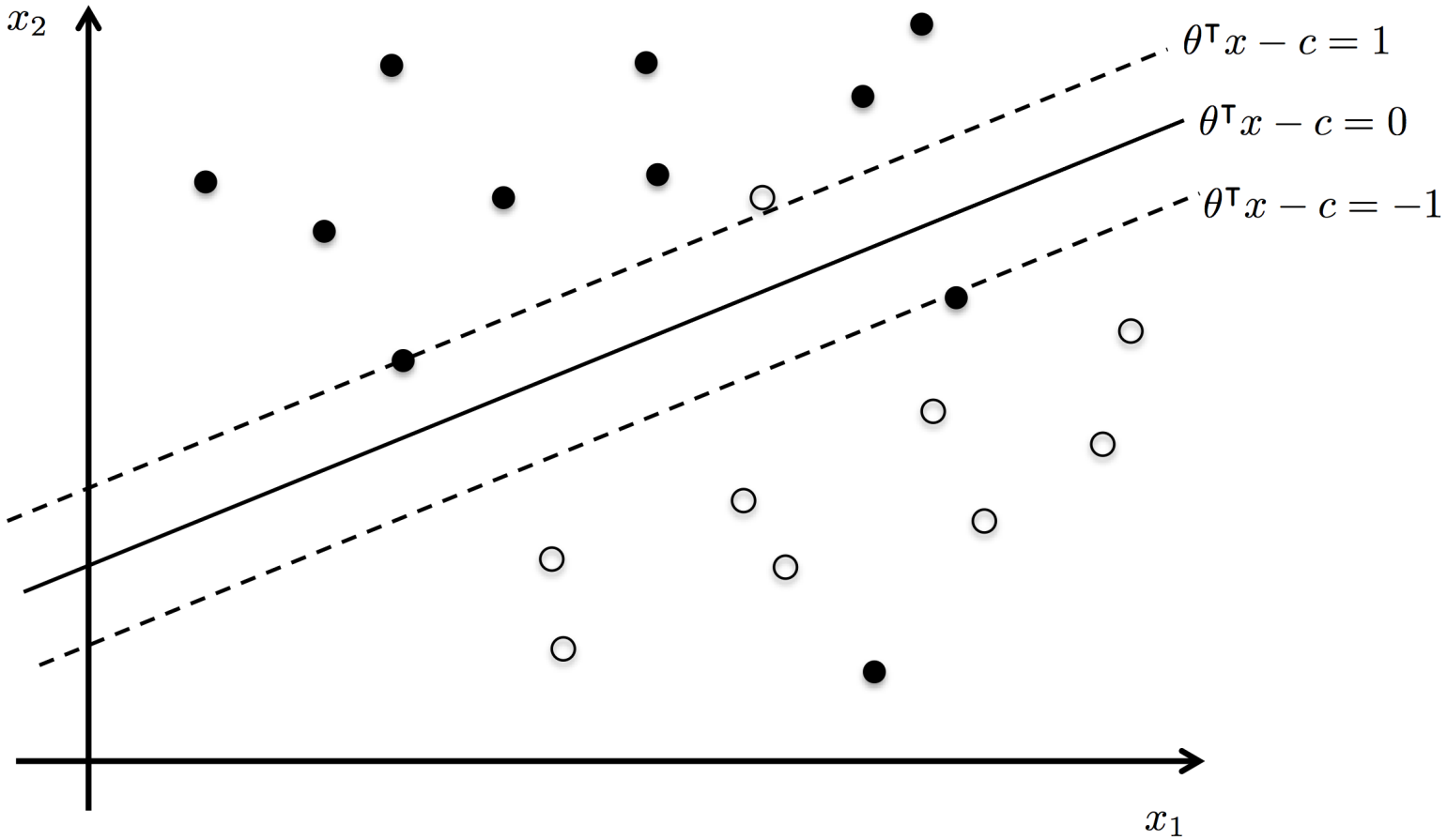
Amaç bu veriyi iki kümeye ayıracak şekilde çok boyutlu bir düzlem bulmak. Her $k = 1, \ldots, N$ için şu ifadeleri kullanalım:

$$\left.\begin{array}{rcl} \theta^\intercal x^{(k)} - c \leq -1 & \Longrightarrow & y^{(k)} = -1 \\ \theta^\intercal x^{(k)} - c \geq 1 & \Longrightarrow & y^{(k)} = 1 \end{array}\right\} (\theta^\intercal x^{(k)} - c) y^{(k)} = 1.$$

Bu durumda yapmamız gereken, verilen bir $c$ değerine göre $\theta$ vektörünü hesaplamaktır.

# Kümeleme - İkili Sınıflandırma

$$\left.\begin{array}{rcl} \theta^T x^{(k)} - c \leq -1 & \Longrightarrow & y^{(k)} = -1 \\ \theta^T x^{(k)} - c \geq 1 & \Longrightarrow & y^{(k)} = 1 \end{array}\right\} (\theta^T x^{(k)} - c) y^{(k)} = 1.$$



# Kümeleme - İkili Sınıflandırma (devam)

Optimizasyon modelimiz için önce amaç fonksiyonunu oluşturalım:

$$l_k(\theta) = \max\{0, 1 - (\theta^\intercal x^{(k)} - c)y^{(k)}\}.$$

Bu fonksiyona literatürde menteşe kayıp fonksiyonu (hinge loss function) da denmektedir. Modelimiz

$$\min J_\lambda(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} l_k(\theta) + \frac{\lambda}{2}\|\theta\|^2.$$

haline gelir. Modelin en sonuna eklediğimiz terim aşırı uyum (overfitting) sorunundan kaçınmak için eklenmiştir. Burada $\lambda$ değeri dışarıdan verilen bir parametredir.

Bu problem amaç fonksiyonundaki $\max$ işleci yüzünden türevlenebilir değildir. Ancak bu model, kısıtlar yardımıyla dışbükey optimizasyon problemine dönüştürülebilir.

# Kümeleme - İkili Sınıflandırma (devam)

Dışbükey optimizasyon modeli için önce yardımcı değişkenler

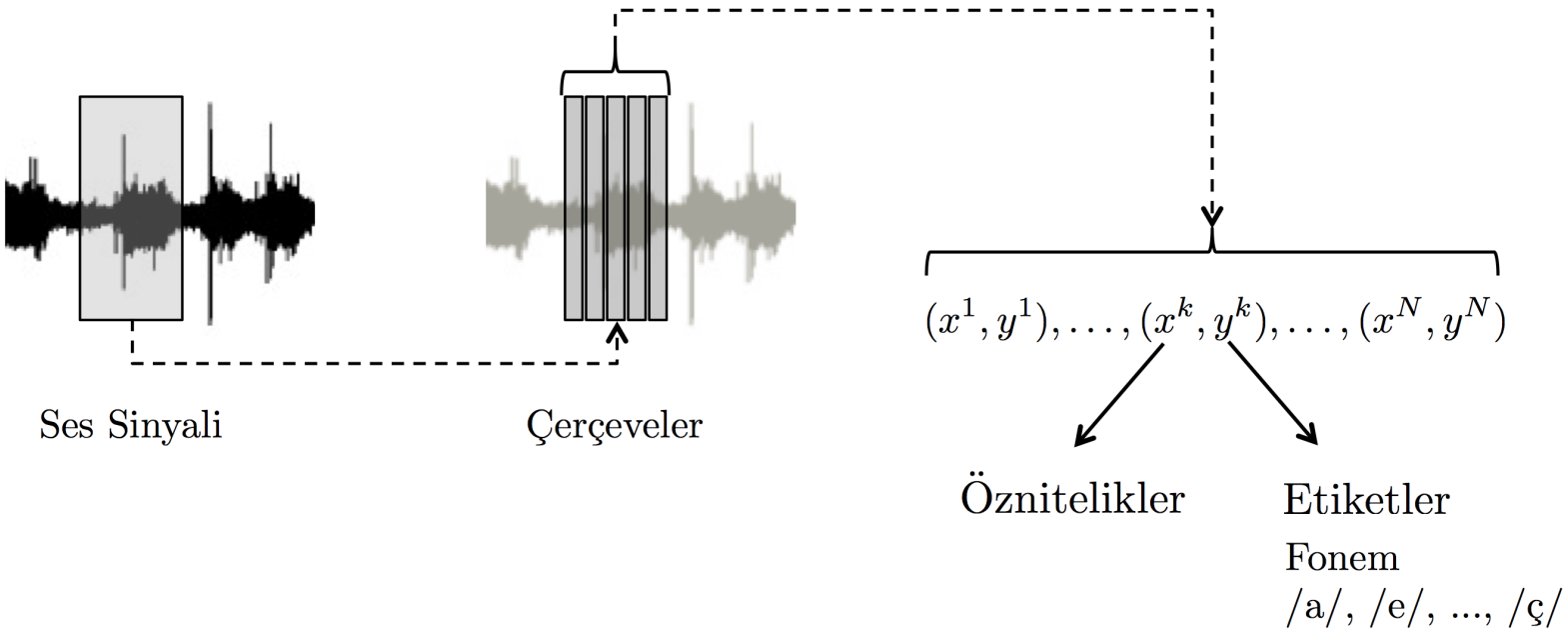
$$z_k = \max\{0, 1 - (\theta^\intercal x^{(k)} - c)y^{(k)}\}, \quad k = 1, \ldots, N$$

olarak tanımlanır. Ardından kısıtlı modelimiz şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} &\text{enküçükle} && \tfrac{1}{N}\textstyle\sum_{k=1}^{N} z_k + \tfrac{\lambda}{2}\|\theta\|^2 \\ &\text{öyle ki} && z_k \geq 1 - (\theta^\intercal x^{(k)} - c)y^{(k)}, \quad k = 1, \ldots, N; \\ & && z_k \geq 0, \qquad\qquad\quad k = 1, \ldots, N. \end{aligned}$$

Literatürde bu ikili sınıflandırma yaklaşımına destek vektör makinesi (support vector machine) denmektedir.

# Ses İşleme




- **Veri:** Milisaniyelik kayıtlar (çerçeveler); $(x^{(k)}, y^{(k)})$, $k = 1, \ldots, N$. Burada $x^{(k)} \in \mathbb{R}^n$ öznitelikler, $y^{(k)} \in \mathbb{C}$ ses etiketleri.
- **Amaç:** Öznitelikleri bilinen yeni bir kaydı doğru şekilde etiketlemek.

# Kümeleme - Ses İşleme

- Her etikete bir ağırlık vektörü, $\theta^l \in \mathbb{R}^n$, $l \in \mathbb{C}$ verilir.
- Kolaylık olması için $|\mathbb{C}| \times n$ boyutlarında bir $\theta$ matrisi tanımlarız. Her $k$ çerçevesine $j$ etiketi atanması için hesaplanan olasılık

$$\mathbf{P}\left\{y^{(k)} = j \mid x^{(k)}; \theta\right\} = \frac{\exp\left((\theta^j)^\intercal x^{(k)}\right)}{\sum_{l\in\mathbb{C}} \exp\left((\theta^l)^\intercal x^{(k)}\right)}$$

olarak verilir. Bu durumda ölçekli log-benzerlik fonksiyonu

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\underbrace{\sum_{j\in\mathbb{C}} \mathbf{1}\{y^{(k)} = j\} \log \frac{\exp\left((\theta^j)^\intercal x^{(k)}\right)}{\sum_{l\in\mathbb{C}} \exp\left((\theta^l)^\intercal x^{(k)}\right)}}_{l_k(\theta)},$$

şeklinde yazılır. Buradaki $\mathbf{1}$ gösterge işleci, içerisindeki ifade doğru ise 1, aksi halde 0 çevirir.

# Kümeleme - Ses İşleme (devam)

Şimdi örneklem ortalaması yaklaşımı (sample average approximation) fonksiyonunu yazabiliriz:

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} l_k(\theta).$$

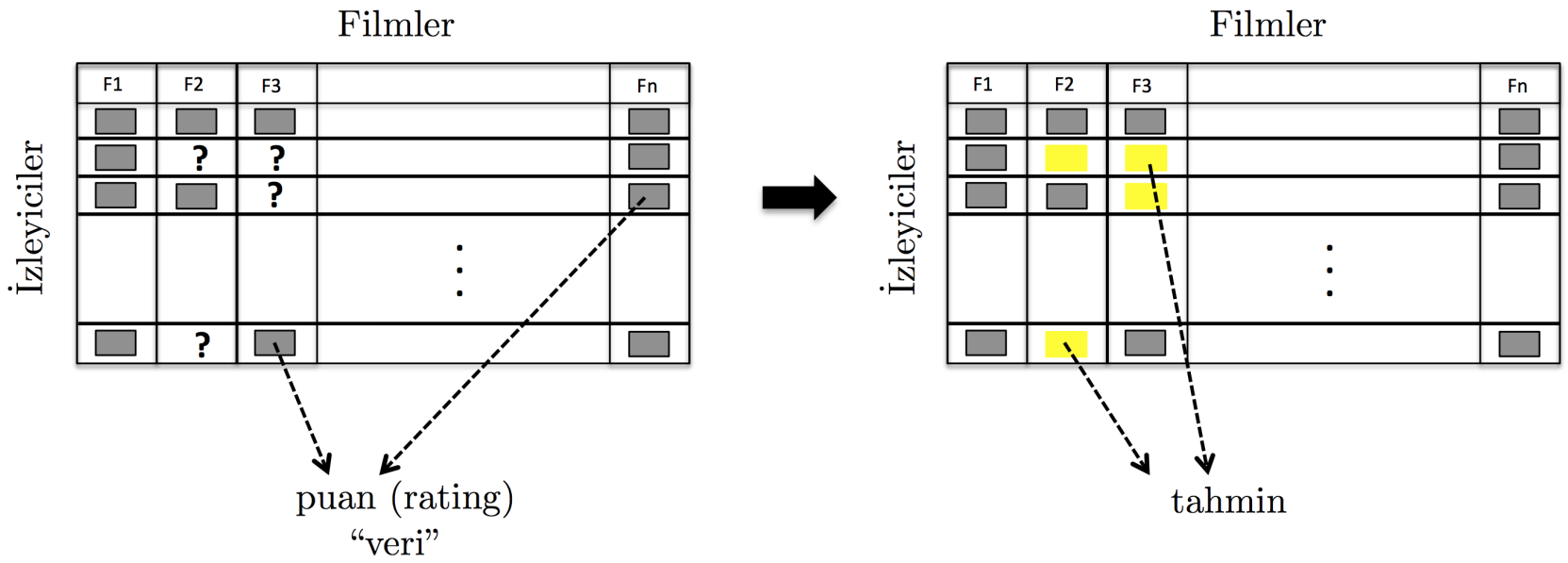
Bu durumda maksimum benzerlik kestirimcisi (maximum likelihood estimator) ise

$$\theta^* = \arg \max_{\theta \in \mathbb{R}^{|\mathbb{C}| \times n}} J(\theta)$$

olarak bulunur. Enbüyükleme probleminden, enküçüklemeye geçerken de basitçe fonksiyonu -1 ile çarparız. Kısacası, çözmemiz gereken model şu şekilde yazılabilir:

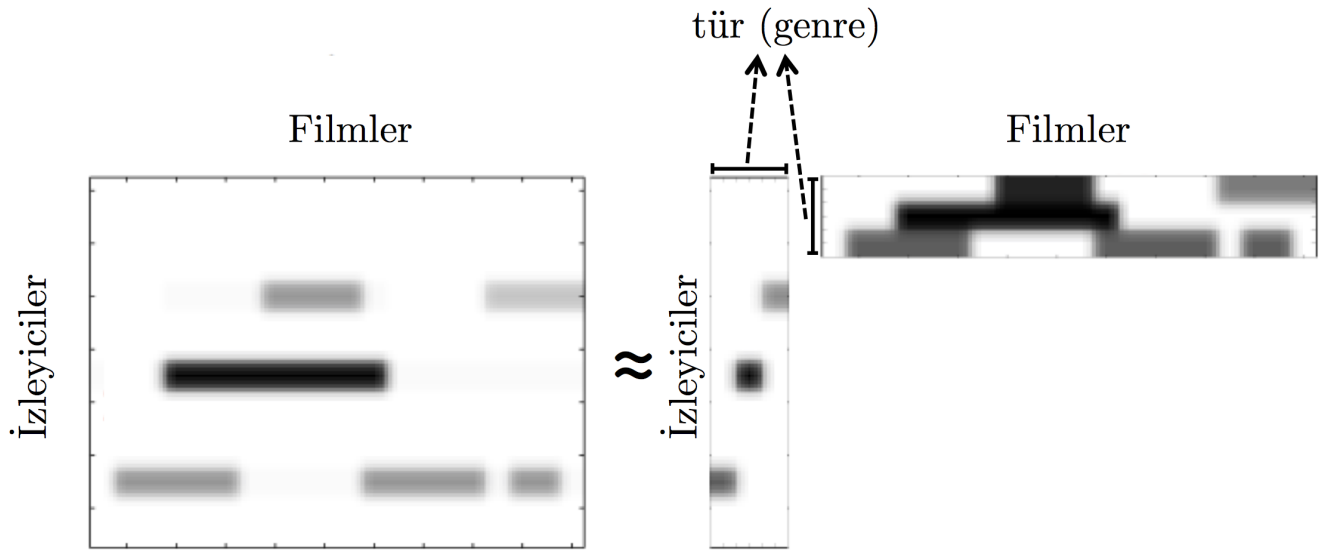
$$\min_{\theta \in \mathbb{R}^{|\mathbb{C}| \times n}} -J(\theta).$$

# Tavsiye Sistemi




- **Veri:** İzleyicilerin farklı filmlere verdikleri puanları gösteren bir seyrek (sparse) matris (Y).
- **Amaç:** İzleyiciler ile filmleri belirli sayıda türe göre gruplamak ve ilgilerine göre izleyecilere film tavsiye etmek.

# Tavsiye Sistemi - Matrisleri Çarpanlarına Ayırma




$$Y \approx X_1 \times X_2$$

# Tavsiye Sistemi - Matrisleri Çarpanlarına Ayırma (devam)

| | F1 | F2 | F3 | F4 |
|---|---|---|---|---|
| **Ali** | 5 | 2 | ? | 2 |
| **Berna** | 4 | ? | ? | 3 |
| **Cemal** | 1 | 1 | ? | 4 |
| **Deniz** | 2 | ? | 4 | 5 |
| **Esra** | ? | 2 | ? | 4 |

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 2 & ? & 2 \\ 4 & ? & ? & 3 \\ 1 & 1 & ? & 4 \\ 2 & ? & 4 & 5 \\ ? & 2 & ? & 4 \end{bmatrix}}_{Y} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix}}_{X_1} \underbrace{\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{bmatrix}}_{X_2}$$

# Tavsiye Sistemi - Matrisleri Çarpanlarına Ayırma (devam)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 2 & ? & 2 \\ 4 & ? & ? & 3 \\ 1 & 1 & ? & 4 \\ 2 & ? & 4 & 5 \\ ? & 2 & ? & 4 \end{bmatrix}}_{Y} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix}}_{X_1} \underbrace{\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{bmatrix}}_{X_2}$$

## Model

$$(X_1^*, X_2^*) = \arg \min_{X_U, X_M} \|Y - X_U X_M\|_F^2.$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1.99 & 0.56 \\ 1.45 & 1.04 \\ 0.00 & 1.64 \\ 0.33 & 2.01 \\ 1.18 & 1.50 \end{bmatrix}}_{X_1^*} \underbrace{\begin{bmatrix} 2.32 & 0.85 & 1.04 & 0.32 \\ 0.61 & 0.62 & 1.82 & 2.42 \end{bmatrix}}_{X_2^*} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4.95 & 2.05 & 3.08 & 2.00 \\ 3.99 & 1.88 & 3.39 & 2.99 \\ 1.01 & 1.02 & 2.97 & 3.97 \\ 2.00 & 1.53 & 3.99 & 4.98 \\ 3.65 & 1.93 & 3.94 & 4.00 \end{bmatrix}}_{\hat{Y}}$$

# Tavsiye Sistemi - Matrisleri Çarpanlarına Ayırma (devam)

Bu yaklaşım ile çözeceğimiz optimizasyon modeli şu şekilde yazılır:

$$\min_{X_1,X_2} \|Y - X_1X_2\|_F^2.$$

İlk bakışta karışık gözükse de, aslında amaç fonksiyonu her veri noktası için karesel sapmaların toplamına karşılık gelmektedir. Üç izleyici ve iki filmli basit bir örnek bu noktayı gösterecektir:

$$\min_{x_1,\ldots,x_5} \left\| \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \\ y_5 & y_6 \end{pmatrix}}_{Y} - \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}}_{X_1} \underbrace{\begin{pmatrix} x_4 & x_5 \end{pmatrix}}_{X_2} \right\|_F^2 = \min_{x_1,\ldots,x_5} (y_1 - x_1x_4)^2 + \cdots + (y_6 - x_3x_5)^2$$

# SIK KULLANILAN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

# Problemlerin Ortak Yapısı

Şu ana kadar konuştuğumuz kısıtsız yapay öğrenme modelleri, genel bir formda

$$\min_{x\in\mathbb{R}^n} f(x) = \min_{x\in\mathbb{R}^n} \sum_{k=1}^{N} f_k(x)$$

şeklinde yazılabilirler.

Bu formda bir optimizasyon modeli çözmeyi gerektiren diğer yapay öğrenme yaklaşımlarına birkaç örnek verebiliriz:

- Lojistik bağlanım (regression)
- Derin öğrenme (deep learning)
- Çok katmanlı yapay sinir ağları (multilayer artificial neural networks)

# Problemlerin Ortak Yapısı (devam)

Amaç fonksiyonumuzu tekrar yazalım

$$f(x) = \sum_{k=1}^{N} f_k(x).$$

Bu fonksiyonun minumum noktasını bulmak için bir önceki dersteki çözüm yöntemlerini kullanabiliriz. Bunun için amaç fonksiyonunun türevine ihtiyacımız olacak:

$$\nabla f(x) = \sum_{k=1}^{N} \nabla f_k(x).$$

Yapay öğrenme problemlerinin önemli bir kısmında $N$ değeri veri boyutuna bağlıdır. O nedenle $N$ kolayca oldukça büyük bir sayı olur. Dolayısıyla her seferinde türev hesabı yapmanın hesaplama zamanı açısından maliyeti yüksektir.

# Kısıtsız Optimizasyon Algoritmaları

- Bu algoritmalarda bir dizi adım hesaplanır: $x_0, x_1, x_2, \ldots$.
- Çoğu zaman başlangıç noktası $x_0$ kullanıcı tarafından belirlenir.
- Her adımda algoritma $f(\cdot)$, $\nabla f(\cdot)$ ya da $\nabla^2 f(.)$ fonksiyonlarını kullanır.
- Pek çok algoritmada $\{f(x_i)\}_{i=0}^{\infty}$ dizisi monoton olarak azalır. Ancak monoton olmayan algoritmalar da mevcuttur.
- Kısıtsız optimizasyon için iki temel strateji vardır: doğru arama (line search) ve güven bölgesi (trust region).

# Doğru Arama Algoritmaları

## Gradyant İniş

$$x_{k+1} = x_i - \alpha_i \nabla f(x_i)$$

## Newton Algoritması

$$x_{k+1} = x_i - \alpha_i \nabla^2 f(x_i)^{-1} \nabla f(x_i)$$

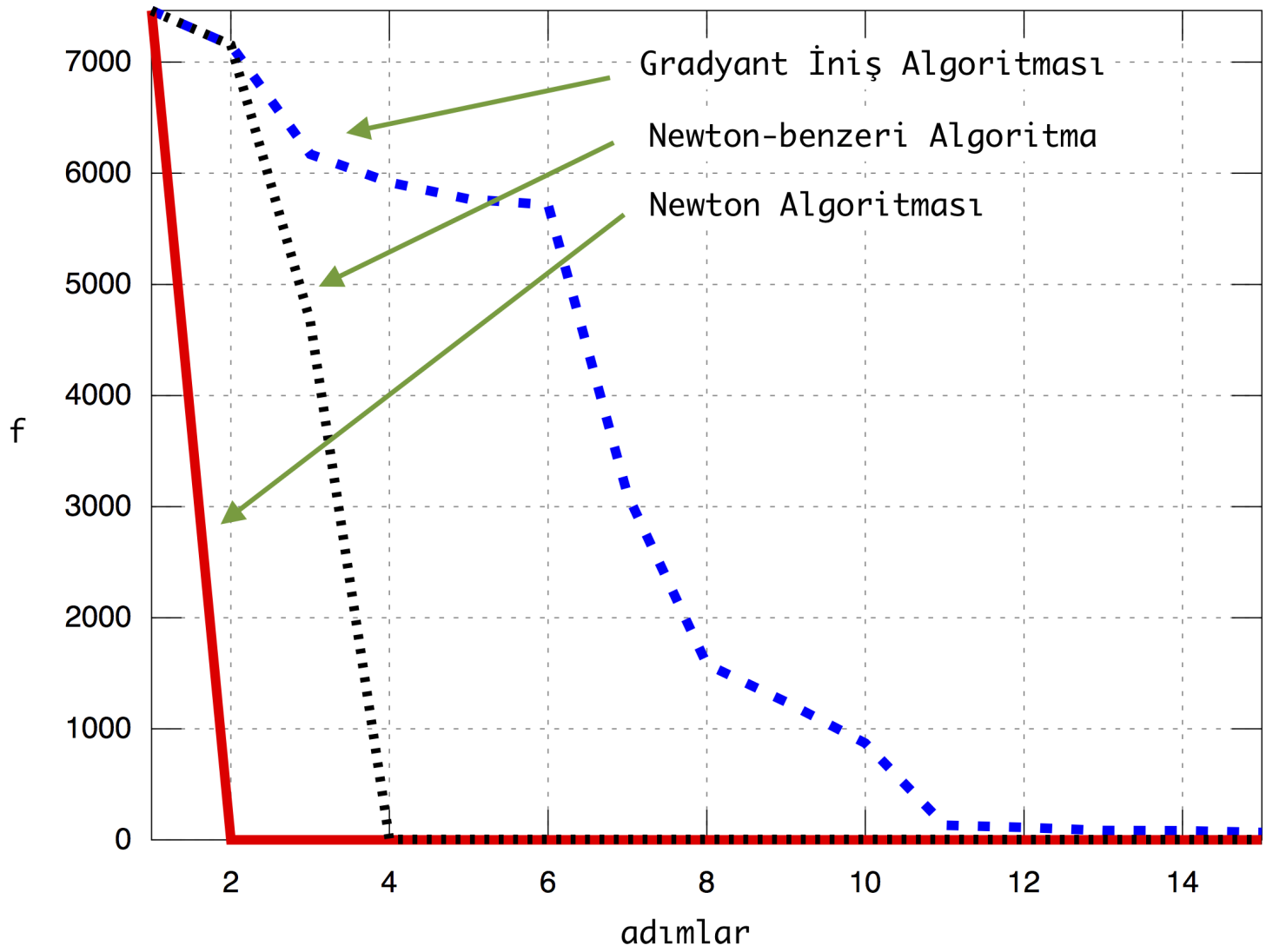
## Newton-benzeri Algoritmalar

$$x_{k+1} = x_i - \alpha_i B_i^{-1} \nabla f(x_i)$$

"Hesaplamalı Tarifler I: Newton ve Benzeri Metodlar," Matematik Dünyası, 2016

Burada $\alpha_i$ ile gösterilen adım boyu (step-length), yapay öğrenme camiasında öğrenme hızı (learning rate) olarak bilinir.

# Çözüme Yakınsama Hızları



# Rassal Gradyant Yöntemleri

Rassal yöntemler, her seferinde türevin tamamını hesaplamak yerine sadece bir kısmını rassal olarak seçip hesaplarlar.

Rassal olarak seçilen kısımları $\mathcal{K} \subseteq \{1, \ldots, N\}$ kümesi olarak gösterirsek, gradyant iniş algoritmasının adımları şu şekilde yazılabilir:

$$x_{i+1} = x_i - \alpha_i \sum_{k \in \mathcal{K}} \nabla f_k(x)$$

Literatürde $\mathcal{K}$ kümesindeki eleman sayısına göre farklı yöntemler denenmiştir:

- $|\mathcal{K}| = 1$, rassal gradyant iniş (stochastic gradient descent)
- $|\mathcal{K}| < N$, mini-yığın rassal gradyant iniş (mini-batch gradient descent)
- $|\mathcal{K}| = N$, yığın gradyant iniş (batch gradient descent).

Dikkat edilirse son seçenekte rassalık yok ve bu şekilde koşturulan algoritma radyant iniş algoritmasının aynısı.

# Rassal Gradyant Yöntemleri (devam)

Rassal gradyant yöntemlerini uygulamak için

$$x_{i+1} = x_i - \alpha_i \sum_{k \in \mathcal{K}} \nabla f_k(x)$$

döngüsünde adım boyu $\alpha_i$ değerini de belirlememiz gerek. Bu yöntemler adım boyunu arama algoritmaları ile hesaplamak yerine, adım boyunu azalan bir dizi olarak düşünürler.

Yakınsaklık analizleri adım boyu dizisinin şu şartları sağlaması gerektiğini göstermiştir:

$$\alpha_i \underset{i \uparrow \infty}{\rightarrow} 0 \text{ ve } \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i = \infty.$$

Uygulamada

$$\alpha_i = \frac{\epsilon}{\sqrt{i}}$$

dizisi için $\epsilon = 10^{-4}$ alarak alınabilir.

**H**essian
**A**pproximated
**M**ultiple
**S**ubsets
**I**teration

MAKALE: https://arxiv.org/abs/1509.01698
KOD: https://github.com/spartensor/hamsi-mf

Cornell University Library

arXiv.org > stat > arXiv:1509.01698

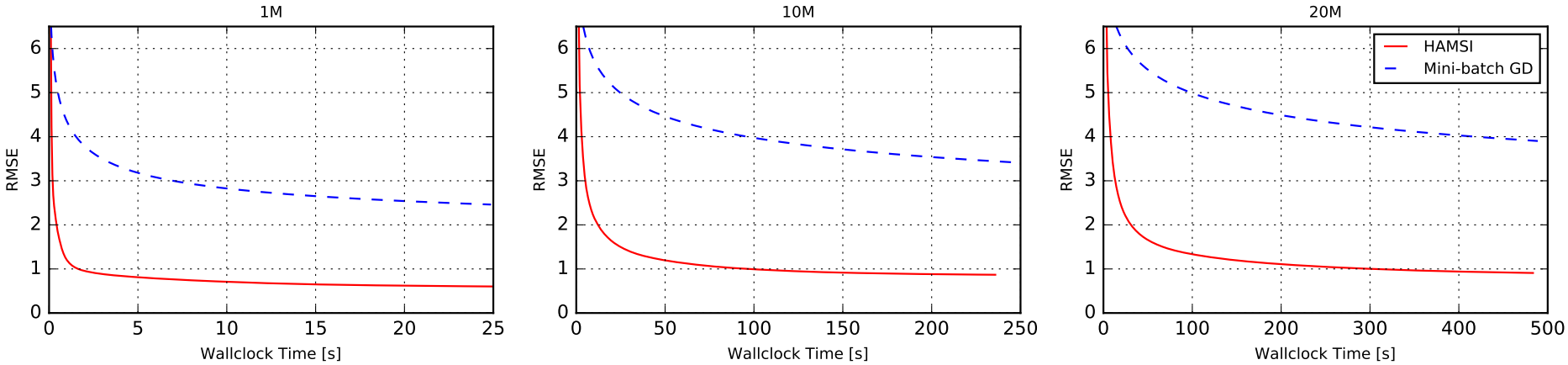
Statistics > Machine Learning

**HAMSI: A Parallel Incremental Optimization Algorithm Using Quadratic Approximations for Solving Partially Separable Problems**

# MB-GD $\Longleftrightarrow$ HAMSI

| Dataset | Algorithm | schedule | Average Final RMSE Value | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | HOGWILD | COLOR | COLOR-B | STRATA | STRATA-B |
| $1M$ – 6040 – 3883 ratings users movies (25 seconds) | mb-GD | det | 3.1074 | 3.1061 | 3.0845 | 2.5315 | 2.4588 |
| | | stoc | 3.1433 | 3.1470 | 3.1003 | 2.5325 | 2.4650 |
| | HAMSI | det | 0.6901 | 0.6955 | 0.7102 | 0.6133 | 0.6022 |
| | | stoc | 0.6900 | 0.7987 | 0.8017 | 0.6088 | 0.5994 |
| $10M$ – 71567 – 10681 ratings users movies (250 seconds) | mb-GD | det | 4.3167 | 4.2676 | 4.2617 | 4.0029 | 3.4088 |
| | | stoc | 4.3009 | 4.2863 | 4.2801 | 4.0035 | 3.4094 |
| | HAMSI | det | 0.9279 | 1.0181 | 0.8941 | 0.8923 | 0.8643 |
| | | stoc | 0.9207 | 1.1357 | 1.1229 | 0.8988 | 0.8652 |
| $20M$ – 138493 – 26744 ratings users movies (500 seconds) | mb-GD | det | 4.8655 | 4.8051 | 4.8000 | 4.8093 | 3.8890 |
| | | stoc | 4.8641 | 4.8279 | 4.8142 | 4.8091 | 3.8975 |
| | HAMSI | det | 1.0170 | 1.1117 | 0.9521 | 1.0113 | 0.9042 |
| | | stoc | 1.0112 | 1.2944 | 1.2220 | 1.0231 | 0.9035 |

# MB-GD $\Longleftrightarrow$ HAMSI



# Kitap Önerileri


- Bertsekas, D. P., **Nonlinear Programming**, 2. basım, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 2003.
- Bazaara, M. S., Sherali, H. D. ve Shetty, C. M., **Nonlinear Programming Theory and Algorithms**, 2. basım, Wiley, N.Y., 1993.
- Hiriart-Urruty, J.-B. ve Lemaréchal, **Convex Analysis and Minimization Algorithms I and II**, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1993.
- Luenberger, D. G., **Introduction to Linear and Nonlinear Programming**, 2. basım, Addison-Wesley, Reading, MA, 1984.
- Boyd, S. ve Vandenberghe, I., **Convex Optimization**, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004.
- Faigle, U., Kern, W. ve Still, G., **Algorithmic Principles of Mathematical Programming**, Dordrecht, Boston, Kluwer Academic Publishers, 2002.