École supérieure en sciences et technologies de l'informatique et du numérique

2021/2022
$2^{\text{ème}}$ année CP
Analyse 4

Exercice. Calculer la limite en $(0,0)$ de la fonction :

$$f(x,y) = \frac{e^{(xy)^2} - 1}{x^2 + y^2}.$$

Corrigé. Voir la page suivante.

quand $t \to 0$, on a : $e^t = 1 + t + o(t)$

Donc, lorsque $(x,y) \to (0,0)$, on a (puisque $(xy)^2 \to 0$) :

$$e^{(xy)^2} - 1 = (xy)^2 + o\left((xy)^2\right)$$

$$= x^2 y^2 \left(1 + o(1)\right)$$

fonction bornée.

Donc $$\frac{e^{(xy)^2} - 1}{x^2 + y^2} = \left(1 + o(1)\right) \cdot \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$$

puisque $$\frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \xrightarrow[(x,y) \to (0,0)]{} 0$$ (en coordonnées polaires ou par comparaison)

Alors : $$\frac{e^{(xy)^2} - 1}{x^2 + y^2} \xrightarrow[(x,y) \to (0,0)]{} 0$$