$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2 - xy + y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

puisque : $x^2 - xy + y^2 = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4}$, on a

quand $y \neq 0$:

$$|f(x,y)| = \frac{|x|\,|y|}{\sqrt{\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4}}}$$

$$\leq \frac{|x|\,|y|}{\sqrt{\frac{3y^2}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot |x|$$

de même, si $y = 0$, on a :

$$|f(x,y)| = |f(x,0)| = 0 \leq \frac{2}{\sqrt{3}} |x|.$$

$$\boxed{\text{D'où : } |f(x,y)| \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot |x| \;; \; \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2.}$$

puisque $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2}{\sqrt{3}} |x| = 0$, on obtient

(par le théorème d'encadrement) :

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0 = f(0,0).$$

Càd f est continue en $(0,0)$.