Présentation du projet : Reconnaissance d’hyperquadriques

MO4MEM08 : CALCUL SCIENTIFIQUE – 3 ECTS

RESPONSABLE D’UE ET COURS : FLORENCE OSSART

Contexte

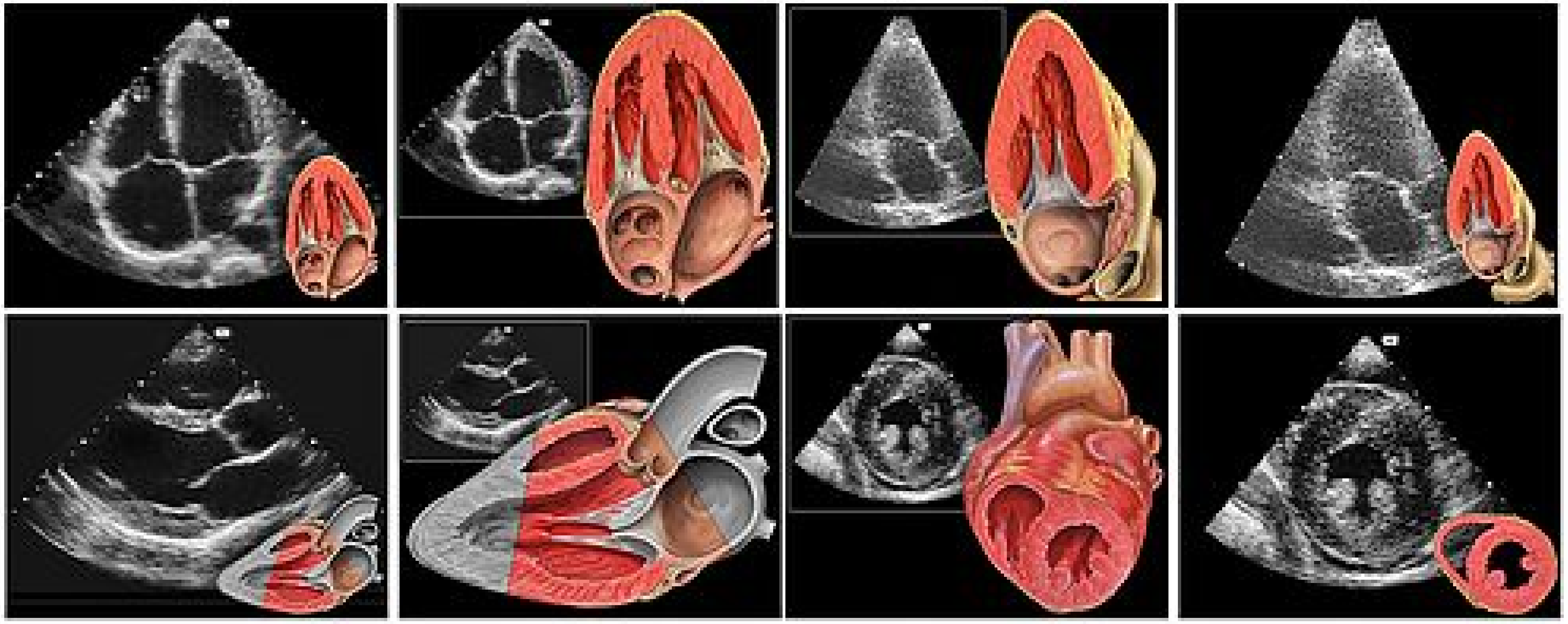
→ Reconnaissance de forme en imagerie médicale : aide au diagnostic

→ Il existe différentes technologies d’imagerie (radio, irm, échographie, …)

→ Une fois l’image obtenue, il faut l’interpréter : expertise du médecin, assistance de la reconnaissance de forme avec autant d’approches que de type d’image et/ou de pathologie

Echographie du myocarde

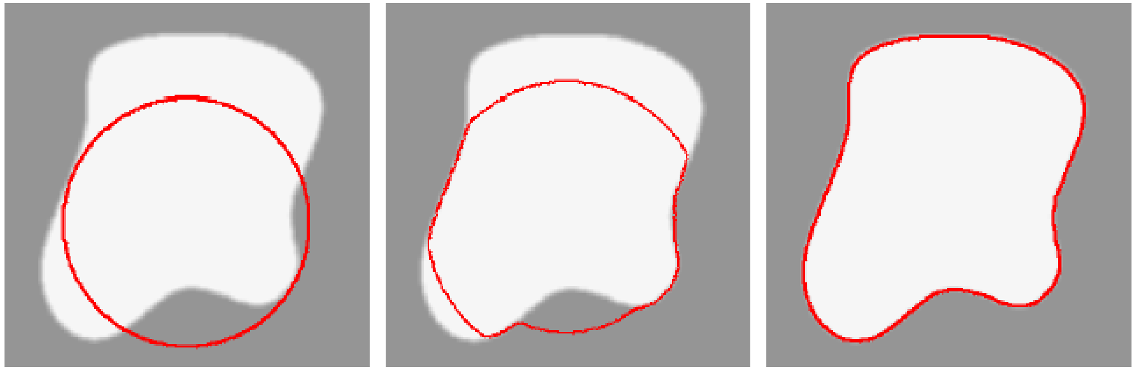
→ Problème : extraire des images des informations sur la forme des cavités et des parois – automatiser la mesure de certains paramètres



Besoin pour l'aide au diagnostic

→ Modéliser une cavité du myocarde

→ Pour cela, il faut déterminer la meilleure courbe passant pas un nuage de points situés sur le contour de la cavité.



(a) Initial contour (b) Contour during its evolution (c) Final result

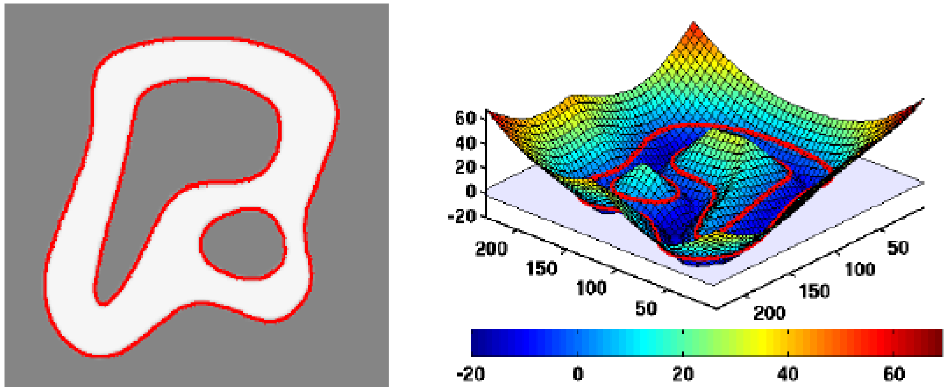
Figure 4.1: 2D example of the evolution of an active contour.

Figure extraite de « Segmentation of 2D-echocardiographic sequences using level-set constrained with shape and motion priors », thèse de doctorat de T. Dietenbeck, Lyon 2012

Modélisation d’un contour par courbe de niveau

→ Soit $\psi(x,y)$ une certaine fonction de x et y. La relation $\psi(x,y)=0$ définit une courbe du plan. C’est ce qu’on appelle une représentation par fonction implicite (on n’exprime pas explicitement y en fonction de x, ou x en fonction de y).

→ On peut construire ψ pour modéliser des contours de forme compliquée, et en particulier non convexe, comme le montre cet exemple.

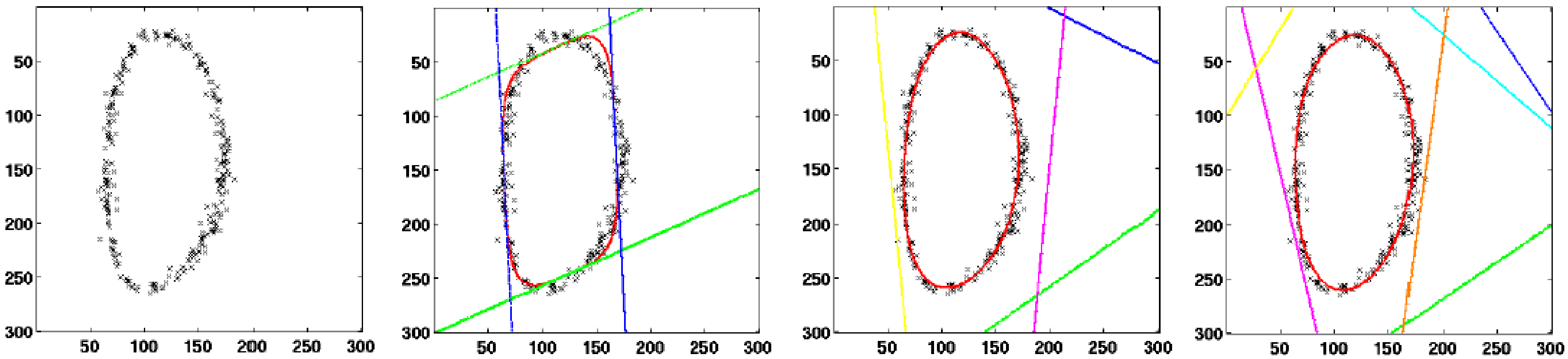


(g) Iteration 150 (h) Iteration 150

Figure extraite de « Segmentation of 2D-echocardiographic sequences using level-set constrained with shape and motion priors », thèse de doctorat de T. Dietenbeck, Lyon 2012

But du projet :

→ Déterminer la meilleure HQ (contour rouge ci-dessous) passant par un nuage de points (le nuage de points représente la frontière d'une cavité)



(a) Scattered data (b) Fit result with $N_h = 2$ (c) Fit result with $N_h = 4$ (d) Fit result with $N_h = 6$

Figure extraite de « Segmentation of 2D-echocardiographic sequences using level-set constrained with shape and motion priors », thèse de doctorat de T. Dietenbeck, Lyon 2012

Contour défini par une hyperquadrique

→ Une hyperquadrique (HQ) est une fonction définie par :

$$\varphi(x, y, \lambda) = \sum_{k=1}^{Nh} |A_k . x + B_k . y + C_k|^{\gamma_k}$$

Où Nh est le nombre de termes de la l'hyperquadrique HQ,

et $\lambda = \{A_k, B_k, C_k, \gamma_k, \quad \forall k = 1, Nh\}$ est le vecteur des paramètres de HQ, avec $\gamma_k > 0$

L'équation implicite $\varphi(x, y, \lambda) - 1 = 0$ définit un contour fermé.

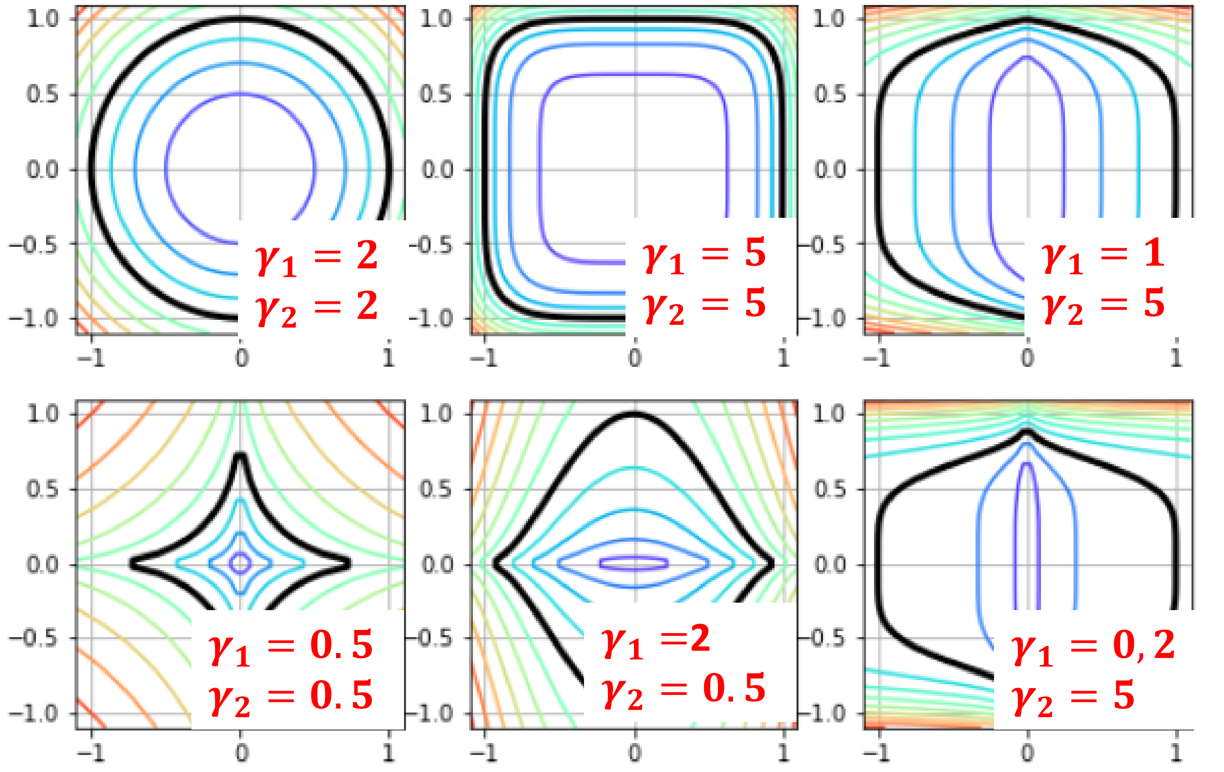
Exemples de HQ avec Nh=2

→ $\varphi(x, y, \lambda) = |A_1.x + B_1.y + C_1|^{\gamma_1} + |A_2.x + B_2.y + C_2|^{\gamma_2}$

Cas particulier :

$\varphi(x, y, \lambda) = |x|^{\gamma_1} + |y|^{\gamma_2}$

Contour noir : $\varphi(x, y, \lambda) - 1 = 0$



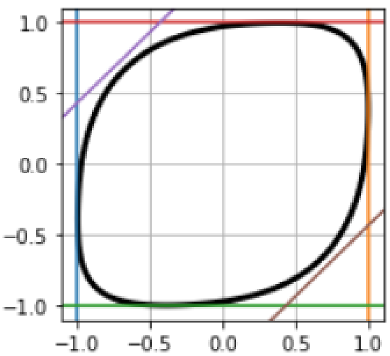
Droites enveloppantes

→ Contour définie par $\varphi(x, y, \lambda) = \sum_{k=1}^{Nh} |A_k . x + B_k . y + C_k|^{\gamma_k} = 1$ et $\gamma_k > 0$

→ donc $\forall k, |A_k . x + B_k . y + C_k| \leq 1$, d'où $-1 \leq A_k . x + B_k . y + C_k \leq 1$

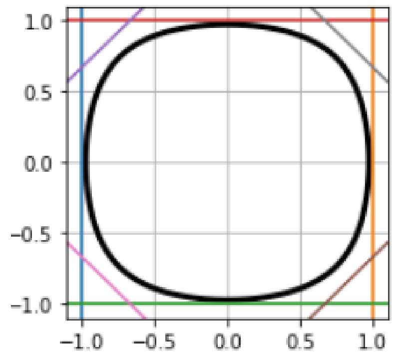
→ si : $B_k \neq 0$: $$-\frac{A_k}{B_k}.x - \frac{C_k}{B_k} - \frac{1}{B_k} \leq y \leq -\frac{A_k}{B_k}.x - \frac{C_k}{B_k} + \frac{1}{B_k}$$

→ si : $B_k = 0$: $$-\frac{C_k}{A_k} - \frac{1}{A_k} \leq x \leq -\frac{C_k}{A_k} + \frac{1}{A_k}$$




```
Hyper-quadrique avec 3 termes
1. a, b, c = 1 / 0 / 0 - gamma = 5
2. a, b, c = 0 / 1 / 0 - gamma = 5
3. a, b, c = 0.7 / -0.7 / 0 - gamma = 5
```

```
Hyper-quadrique avec 4 termes
1. a, b, c = 1 / 0 / 0 - gamma = 5
2. a, b, c = 0 / 1 / 0 - gamma = 5
3. a, b, c = 0.6 / -0.6 / 0 - gamma = 5
4. a, b, c = 0.6 / 0.6 / 0 - gamma = 5
```



Etapes du projet

1. Comprendre ce qu'est une hyperquadrique : visualiser ces fonctions et jouer avec

2. Prendre en main les méthodes de minimisation qui vont permettre de déterminer la meilleurs HQ : implémenter la méthode de gradient à pas adaptatif et la méthode de Newton sur un cas d'école

3. Formaliser le problème de recherche de contour comme un problème d'optimisation :
   - Variables de décision : paramètres de l'HQ à fitter sur le nuage de points
   - Fonction-objectif à minimiser : distance entre les points du nuage et l'HQ de paramètres donnés
   - Contraintes : intervalles d'appartenance des paramètres de l'HQ
   - Contraintes prises en compte par un terme de pénalité rajouté à la fonction-objectif =>on construit un problème de minimisation sans contraintes
   - Méthode de résolution : algorithme de Levenberq-Marquardt, manière de passer progressivement d'une méthode de gradient à la méthode de Newton

Modalités

→ Equipes de 2 ou 3 étudiants dans le même groupe de TP : *fournir les équipes pour le 2/12*

→ Travail en autonomie jusqu'au ~~15~~ 22 janvier

→ Chargés de TP disponibles pour suivre le travail – c'est à vous de les solliciter.

→ Deux rendus intermédiaires, évalués :

- Tracé d'hyperquadriques + droites enveloppantes : mini-rapport à rendre pour le 18/12 (10% de la note projet)
- Démarrage sur un cas simple : rapport à rendre pour le 23/12 (~~20~~40% de la note projet)

→ Rendu final : pour le ~~15~~22 janvier 2021 (50% de la note projet)

- Rapport sur la formalisation du problème, sa résolution et les résultats
- Code opérationnel, commenté. ~~Bonus si programmation orientée objet~~

Documents de travail

→ *« Segmentation of 2D-echocardiographic sequences using level-set constrained with shape and motion priors », thèse de doctorat de T. Dietenbeck, Lyon 2012*

→ *Mémo sur l'identification d'hyperquadriques*

→ *Sujet ~~de type TP~~ pour la phase 2 (disponible le ~~27/11~~ 01/12)*

→ *Compléments sur les algorithmes (disponible le ~~4/12~~ 15/12)*