



Università degli Studi di Roma "Sapienza"
Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Idraulica e Trasporti e Strade
Area di Geodesia e Geomatica



Corso di dottorato di ricerca in:
Infrastrutture e Trasporti - XXI ciclo
Curriculum:
Infrastrutture

Anno accademico 2008 - 2009

Tesi di dottorato

**Applicazioni Geometriche all'Archeologia.
Il caso della *Forma Urbis***

Relatore: Prof. Mattia G. Crespi *Candidato:* Ulisse Fabiani

Roma, 20 febbraio 2009

“La teoria è quando tutto si sa ma nulla funziona
La pratica è quando tutto funziona ma non si sa il perché.
Noi siamo contenti di avere raggiunto tutti gli obiettivi:
niente funziona e non si sa perché...”

Indice

Indice.....	III
Indice delle figure.....	V
Indice delle tabelle	IX
Indice delle tabelle	IX
Introduzione generale.....	1
La Forma Urbis	3
Storia sommaria della Pianta marmorea.....	7
Storia degli Studi	10
Alcune questioni controverse	12
La scala di rappresentazione	12
L'orientamento della pianta.....	12
L'orientamento relativo degli edifici	13
L'accuratezza della rappresentazione	13
Scopo del lavoro	15
Descrizione generale della metodologia.....	16
Sistemi di riferimento	16
Rilievo della Parete	17
Calibrazione	18
Gli step	18
Schema del flusso di lavoro	19
Il Lavoro.....	20
L'individuazione delle strutture adatte	20
Misure sul terreno	28
Introduzione	28
Problemi riscontrati.....	29
Strumentazione utilizzata	30
Riepilogo delle aree rilevate	31
Misurazioni sui frammenti	33
Introduzione	33
Identificazione e misura delle coordinate dei punti doppi	35
Riepilogo delle lastre rilevate	35
Principali problemi riscontrati.....	35
Analisi delle scale	38
Analisi delle scale locali (analisi della singola lastra).....	38
Analisi delle scale locali (analisi globale).....	40
Correlazione tra scale e distanze	41
Rototraslazioni.....	45
Introduzione	45
Rototraslazione UNO (collegamento terreno immagine)	45
Rototraslazione DUE	50
Rilevo parete	54
Introduzione	54
Modalità di acquisizione del laser scanner Riegl LMS-Z210ii	55
Acquisizione dei dati	57
Elaborazione dati: Pretrattamento e trattamento	58
Fotogrammetria (Foto + stazione totale).....	68
Rotoraslaione TRE.....	72
Rototraslazione QUATTRO	81
Collocazione di strutture “qualsiasi” sulla parete.....	85
La pianta di Via Anicia ed il suo rapporto con la Forma Urbis.....	86
I risultati delle analisi sul frammento di Via Anicia.....	86
Appendici A	88

La Calibrazione della camera digitale Canon Eos450D	88
I Software utilizzati	122
Distorsione nei diversi canali di colore	130
Confronto tra <i>field calibration</i> e <i>self calibration</i>	132
Appendice B	136
Monografia della lastra del Teatro di Marcello	136
Appendice C	140
le trasformazioni piane	140
Appendice D	144
Il laser scanner terrestre	144
Bibliografia: Forma Urbis	148
Bibliografia Calibrazione	150

Indice delle figure

Figura 1. Ricostruzione grafica del Foro della Pace	3
Figura 2. Disegno rinascimentale del teatro di Pompeo.....	7
Figura 3. Frammenti della Forma Urbis	9
Figura 4. Ricostruzione della parete della Forma Urbis su una parete del giardino romano del palazzo dei Conservatori a Roma a cura di Rodolfo Lanciani e di Christian Hülsen nel 1903 in occasione del III Congresso Internazionale di Scienze Storiche. Denota un profondo interesse per la topografia della città antica e una capacità comunicativa eccezionale (archivio fotografico musei capitolini). La realizzazione di una mappa analoga ai giorni nostri costituirebbe motivo di grande interesse anche tra i non addetti ai lavori.....	11
Figura 5. Schema dei sistemi di riferimento.....	16
Figura 6. Flusso di lavoro	19
Figura 7. Segni convenzionali per rappresentare le scale in un frammento del Circo Massimo e posizionamento relativo tra 2 frammenti appartenenti allo stesso edificio sulla base di ipotesi archeologiche (tempietti di S. Nicola in Carcere).....	21
Figura 8. I luoghi della città che sono stati rilevati. Le "G" rappresentano le grappe riportate sul terreno.....	22
Figura 9. La Forma Urbis suddivisa in lastre. Le linee continue individuano la porzione di pianta di cui sono sopravvissuti i frammenti. Le croci indicano sommariamente le zone interessate dalle indagini	23
Figura 10. La zona tra i colli Oppio e Viminale: in alto a sinistra l'integrazione con un disegno rinascimentale (la zona cerchiata corrisponde a strutture visibili sul terreno).....	24
Figura 11. Le terme di Agrippa ed il teatro di Pompeo nella tavola del Carettoni. Le posizioni relative sulla tavola non hanno rapporto con la posizione sul terreno.....	25
Figura 12. Le lastre della zona di Porta Portese (antica via Campana)	26
Figura 13. Le lastre della zona di San Gregorio al Celio.....	27
Figura 14. L'acquedotto Celimontano.....	28
Figura 15. GPS Topcon e SmartStation	31
Figura 16. I resti della Porticus Aemilia a Testaccio, letteralmente incastrati tra i palazzi e le macchine	32
Figura 17. Una delle fotografie effettuate nel 2004 dagli studiosi di Stanford	33
Figura 18. La tavola 17 che mette insieme le fotografie dei frammenti relativi al Circo Massimo ed al <i>Ludus Magnus</i> integrandole con opportuni disegni. La posizione relativa tra i 2 complessi non ha alcuna valenza topografica. In basso a destra la scala che permette di riportare alla dimensione originale tutte le tavole. In forma di rettangoli neri i fori delle grappe, in linea tratteggiata i limiti delle lastre.....	34
Figura 19. L'irregolare andamento dei pilastri interni della <i>Porticus Aemilia</i> . Inizialmente si era pensato ad una rappresentazione piuttosto approssimativa, ma i successivi calcoli sembrano smentire questa ipotesi facendo invece propendere per una raffigurazione assai fedele dell'edificio.....	36
Figura 20. Procedura di identificazione e di rilievo dei punti doppi. Il gruppo di immagini "A" riporta le operazioni svolte sul terreno: individuazione e rilievo del complesso e dei punti doppi; riporto degli stessi sulla Carta di Roma. La figura "B" si vedono gli stessi punti rilevati sul gruppo di frammenti che riproduce la struttura e che appartengono alla stessa lastra.....	36
Figura 21. La tavola relativa alla <i>Porticus Aemilia</i> con i punti doppi evidenziati. Le barre <i>Editor e Georeferencing</i> utilizzate	37

Figura 22. Frequenza delle scale relativa a 3 lastre (Basilica Ulpia, <i>Ludus Magnus, Porticus Aemilia</i>)	39
Figura 23. Frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti raggruppate a intervalli di 10. In blu le frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti. In rosa i valori corrispondenti della distribuzione gaussiana equivalente.....	40
Figura 24. Frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti raggruppate a intervalli di 2, escludendo i valori con frequenza <15 (=2%). In blu le frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti. In rosa i valori corrispondenti della distribuzione gaussiana equivalente	41
Figura 25. <i>Ludus Magnus</i> . Non c'è correlazione tra distanze e valori di scala.....	42
Figura 26. Correlazione distanze scale tra tutti i frammenti.....	43
Figura 27. Correlazione distanze scale tra tutti i frammenti (test a 2 sigma)	43
Figura 28. Trasformazione isotropa a 4 parametri	46
Figura 29. Trasformazione anisotropa (caso generale a 6 parametri).....	48
Figura 30. Frammento del Circo Massimo. E' evidente la presenza di un foro di grappa (4x2 cm circa)	50
Figura 31. Frammento del Circo Massimo. La presenza del foro di grappa è stata vista dai Carettoni, ma non è possibile identificarla a partire dai dati attuali.	51
Figura 32. Frammento di Largo Argentina/Teatro di Pompeo. I fori di grappa sono evidenti. E' ipotizzabile la presenza di un terzo foro di grappa in corrispondenza della rottura.....	51
Figura 33. Nei cerchietti 2 delle grappe presenti sui frammenti appartenenti al complesso del Circo Massimo.....	52
Figura 34. La parete della Forma Urbis durante la fase di rilievo con la stazione totale	55
Figura 35. Laser scanner <i>Riegl LMS-Z210ii</i>	56
Figura 36. Interpolazione griglia $\theta\text{-}\varphi$	57
Figura 37. Rumore della nuvola.....	59
Figura 38. La nuvola di punti dopo l'operazione di filtraggio (a sinistra) e dopo la colorazione (a destra)	59
Figura 39. Il filtro 2.5D raster	61
Figura 40. Finestra di dialogo per realizzare una struttura octree	61
Figura 41. Cubo "octree" di default	62
Figura 42. Fattori caratterizzanti i triangoli della superficie triangolata (<i>mesh</i>)	63
Figura 43. Parametri di default (a) e parametri impostati dall'operatore (valori molto piccoli) con presenza di buchi nella triangolazione.....	64
Figura 44. Nuvola di punti triangolata dell'intera parete con i parametri migliori per il caso di studio	65
Figura 45. Parete texturizzata.....	66
Figura 46. Creazione dei piani e delle sezioni.....	67
Figura 47. Flusso di lavoro dentro il software di trattamento dei dati laser.....	68
Figura 48. Schema di progetto dei ricoprimenti delle prese fotogrammetriche per il rilievo della parete della Forma Urbis.....	69
Figura 49. Dallo schema si nota come le prese fotogrammetriche avrebbero richiesto l'utilizzo di carrelli elevatori per consentire di effettuare più strisciate a quote differenti, con assi di presa più perpendicolari possibile ai prospetti.....	69

Figura 50. Particolare della zona centrale della parete ortorettificata e mosaicata. In giallo i punti rilevati con la stazione totale, in rosso alcuni possibili andamenti dei filari delle lastre sulla base della disposizione delle grappe.....	70
Figura 51. I fori delle grappe relativi al Circo Massimo. Per essere in scala secondo le tavole del Carettoni, le coordinate delle grappe da utilizzare sono quelle unite dal triangolo verde. Secondo la ricostruzione archeologica andrebbe utilizzata la grappa chiamata CircoMax1 al posto di quella chiamata CircoMax1bis	75
Figura 52. Lastra di Largo Argentina con le diverse ipotesi di sistemazione della stessa. Le diverse ipotesi nascono dalla mancanza di veri e propri fori di grappe sulla parete. Nonostante ciò la posizione classica individuata dagli studi archeologici risulta sempre essere la migliore.....	75
Figura 53. Schema delle combinazioni possibili. In arancione le grappe terreno, in azzurro le grappe parete	76
Figura 54. Interdistanza delle grappe “isotrope” rispetto ai relativi valori di scala.....	78
Figura 55 Interdistanza delle grappe “anisotrope” rispetto ai relativi valori di scala	79
Figura 56. Distribuzione dei punti doppi su una porzione della parete. Nei cerchi rossi le lastre ed i relativi punti doppi. Triangoli gialli: posizione archeologica; Punti verdi e blu: posizioni calcolate	81
Figura 57. Dettaglio della lastra del Circo Massimo. Triangoli gialli: posizione archeologica; Punti verdi e blu: posizioni calcolate	82
Figura 58. La posizione sul sistema parete di alcune strutture antiche e moderne. Fuori della parete piazza Re di Roma; a sinistra la stazione Termini; in basso il perimetro di Castel S.Angelo e poco sopra piazza Navona. Nel particolare ingrandito il Colosseo	85
Figura 59. Pianta di via Anicia (a sinistra). Sovrapposizione e misura dei punti doppi pianta di Via Anicia -Forma Urbis (a destra). In blu le strutture secondo la Forma Urbis, in rosso quelle secondo la pianta di Via Anicia; in giallo e verde i punti doppi.....	86
Figura 60. La condizione di collinearità.....	90
Figura 61. Effetti della distorsione radiale: nessuna distorsione, a barilotto, a cuscinetto	96
Figura 62. Zona della parete interessata dal test di calibrazione	102
Figura 63. Distribuzione di GCP(D) e CP (⊗), con la descrizione dal libretto di campagna	103
Figura 64. Si riportano i valori del riconoscimento di un angolo sul fotogramma, riportando in alto i valori della media ed in basso quelli della deviazione standard (σ) per l’immagine originale e per quelle ottenute con i diversi metodi di demosaicizzazione. L’unità di misura è il pixel (da Perko et alii 2005).....	113
Figura 65. Si riporta la differenza dello scostamento a seguito del processo di matching per l’immagine originale e per quelle ottenute con i diversi metodi di demosaicizzazione, rispetto ad una immagine considerata come riferimento. La differenza è inferiore alla dimensione di un pixel. In alto i valori della media, in basso i valori della deviazione standard. L’unità di misura è il pixel (da Perko et alii 2005).....	113
Figura 66. Schema di processamento effettuato dal programma Raw Therapee.....	114
Figura 67. Due dei diversi pattern utilizzati per la calibrazione (quello in dotazione con Photomodeler a sinistra, i bersagli in dotazione con Iwitness a destra).....	116
Figura 68. Test Lunghezza focale	119
Figura 69. Test Punto Principale (Xp)	120
Figura 70. Test Punto Principale (Yp)	120
Figura 71. Effetto di “pixelizzazione” dei bordi	121

Figura 72. Andamento della distorsione di <i>decentering</i>	127
Figura 73. Andamento della distorsione radiale	128
Figura 74. Andamento delle distorsioni (totale).....	129
Figura 75. Aberrazione cromatica nella rappresentazione semplificata di un raggio luminoso scomposto in 3 lunghezze d'onda proprie dei colori Rosso, Verde, Blu (a sin.). Compensazione dell'aberrazione cromatica (a destra)	130
Figura 76. Andamento della distorsione radiale nei diversi canali di colore	131
Figura 77. La lastra del Teatro di Marcello suddivisa nelle 3 zone di indagine.....	136
Figura 78. Ipotesi ricostruttiva della zona del Portico di Ottavia. In blu i punti rilevati con TPS/GPS in giallo i punti ipotizzati	138
Figura 79. Frequenza delle scale nella lastra del Teatro di Marcello	139
Figura 80. Schema di funzionamento laser scanner terrestre distanziometrico.....	145
Figura 81. Schema di funzionamento laser scanner terrestre triangolatore	146
Figura 82. Costituenti e dimensioni del laser scanner Riegl LMS-Z210ii.....	147

Indice delle tabelle

Tabella 1. Si noti l'elevato numero di punti rilevati per ciascuna struttura e quelli poi effettivamente utilizzati. Nel caso dei tempietti di S. Nicola in Carcere si è utilizzato il solo GPS	32
Tabella 2. I punti doppi rilevati suddivisi per lastre di appartenenza	35
Tabella 3. Analisi delle interdistanze rispetto al valore delle scale.....	38
Tabella 4. Risultati delle analisi su tutte le interdistanze	41
Tabella 5. R ² relativo alle singole lastre.....	42
Tabella 6. Dati generali per la correlazione tra distanze e scale per tutte le lastre	44
Tabella 7. Risultati delle rototraslazioni isotrope a 4 parametri.....	47
Tabella 8. Valori medi di scala per la trasformazione isotropa a 4 parametri.....	47
Tabella 9. Risultati delle rototraslazioni a 6 parametri	48
Tabella 10. Residui sui punti a confronto	49
Tabella 11. Coordinate delle grappe a terra secondo le 2 trasformazioni utilizzate e relative differenze	53
Tabella 12. Risultati di orientamento del blocco fotogrammetrico	70
Tabella 13. Differenze tra i DSM estratti dai rilievi fotogrammetrico e laser e i punti rilevati con la stazione totale	71
Tabella 14. Risultati relativi alle differenze tra 20 interdistanze misurate a partire da punti omologhi	71
Tabella 15. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche "classica"	73
Tabella 16. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche "ipotesi 1"	73
Tabella 17. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche "ipotesi 2"	74
Tabella 18. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche "ipotesi 3"	74
Tabella 19. Parametri di passaggio tra il sistema terreno ed il sistema parete per le 4 soluzioni ipotesi Classica	76
Tabella 20. Parametri di passaggio tra il sistema terreno ed il sistema parete per le 4 soluzioni ipotesi 1.....	77
Tabella 21. Tabella relativa alle interdistanze delle grappe "isotrope" rispetto ai relativi valori di scala	78
Tabella 22. Tabella relativa alle interdistanze delle grappe "anisotrope" rispetto ai relativi valori di scala.....	79
Tabella 23. Differenze per il Circo Massimo	83
Tabella 24. Differenze per le 4 lastre	83
Tabella 25. Differenze globali senza il Circo Massimo	83
Tabella 26. Differenze globali incluso il Circo Massimo.....	84
Tabella 27. Rapporto tra il frammento della Forma Urbis e la pianta di Via Anicia	87
Tabella 28. Classificazione generale delle tecniche del <i>bundle adjustment</i>	93
Tabella 29. Residui relativi a GCP e CP nei 3 software. Questi valori sono stati ottenuti con lo stesso numero di fotogrammi e di punti -compresa la loro distribuzione in GCP e CP (rispettivamente 18 e 8), uniformemente distribuiti.....	101

Tabella 30. Residui relativi a GCP e CP nei 3 software. Questi valori sono stati ottenuti con lo stesso numero di fotogrammi e di punti -compresa la loro distribuzione in GCP e CP (rispettivamente 18 e 8), uniformemente distribuiti.....	102
Tabella 31. Calcolo della distorsione radiale per i diversi software analizzati	122
Tabella 32. Caratteristiche principali della camera Canon Eos 450D	122
Tabella 33. Distorsione tangenziale.....	126
Tabella 34. Distorsione radiale: coefficienti calcolati dai software utilizzati	127
Tabella 35. Distorsione radiale	127
Tabella 36. Valore complessivo della distorsione.....	129
Tabella 37. Valore della distorsione radiale per i diversi canali di colore.....	131
Tabella 38. Confronto tra <i>field calibration</i> e <i>self calibration</i>	132
Tabella 39. Valori assoluti relativi ai 2 progetti	133
Tabella 40. Valori relativi ai 2 progetti rototraslati utilizzando i medesimi 3 punti.....	133
Tabella 41. <i>Field Calibration vs Self Calibration - I.</i>	134
Tabella 42. <i>Field Calibration vs Self Calibration - II</i>	135
Tabella 43. Tabella riassuntiva dei valori di scala e del sigma zero associato per le 3 zone e complessivi	137
Tabella 43. Tabella relativa alla frequenza delle scale nella lastra del Teatro di Marcello	139

Introduzione generale

Il lavoro è dedicato alle applicazioni geomatiche nel campo archeologico con particolare attenzione allo studio della Forma Urbis, una pianta monumentale della città di Roma realizzata nel III secolo d.C.

Il tema più generale del rapporto tra tecniche geomatiche e beni culturali ha un carattere molto ampio e non può essere esaurito nelle poche frasi di questa introduzione.

Preme sottolineare però alcuni elementi che lo rendono un punto di arrivo e di sintesi ma anche un nuovo punto di partenza.

Infatti da un lato le discipline geomatiche hanno ricevuto nuovo impulso e vigore dall'affermarsi di tecnologie e strumenti che proprio nelle tecniche geomatiche hanno le proprie radici di conoscenza scientifica, dall'altro le discipline umanistiche hanno riconosciuto come contributo significativo la conoscenza della forma, della geometria, della posizione, del colore di un manufatto, di una struttura, di un monumento storico/archeologico.

Il reciproco interesse di questi due mondi a incontrarsi e a collaborare è testimoniato dalle iniziative di convegni che si susseguono da qualche anno e dal numero sempre maggiore di pubblicazioni scientifiche che vanno in questa direzione. Inoltre, al di là del mondo universitario si assiste ad un forte interesse perché i problemi archeologici vengano affrontati nel migliore dei modi possibili (come sta avvenendo per lo scavo della metro C a Roma), ma vengano pure risolti e documentati efficacemente e rapidamente, cosa che è resa possibile, più in generale, dal progresso tecnologico ma anche, nel caso specifico dell'archeologia, dal notevole rinnovamento che le tecniche geomatiche hanno subito negli ultimi anni. Per questo il forte interesse anche del mondo non scientifico affinché questi due mondi si parlino.

Entrando più nello specifico, all'interno del contesto scientifico e culturale descritto rapidamente, negli ultimi 3 anni numerose sono state le esperienze di problematiche archeologiche che non solo il sottoscritto ma buona parte dei colleghi dell'Area di Geodesia e Geomatica hanno dovuto affrontare direttamente o indirettamente. In questo modo si è creato un bagaglio di conoscenze che permette di affrontare nuovi e vecchi problemi di organizzazione dei dati, di conoscenza del territorio, di misura delle forme con maggiore consapevolezza dei limiti e dei reali vantaggi che si possono trarre, aiutando e talvolta suggerendo soluzioni.

Tra le diverse esperienze fatte, il progetto SITAS è stato un tentativo di individuare una metodologia che permetesse di individuare con elevata precisione le strutture sotterranee, tramite il test di strumentazione da campagna e la progettazione di un sistema GIS che creasse un database spaziale capace di gestire una mole di dati enorme, limitando il più possibile il rischio di mandare disperse, o di non utilizzare al meglio, le informazioni che man mano arrivano dallo scavo pressoché continuo del territorio.

In una analoga ottica è nata la collaborazione con la cattedra di Archeologia e Storia dell'Arte Greca e Romana della Facoltà di Scienze Umanistiche dell'Università di Roma "Sapienza", che ha iniziato a realizzato la Carta Archeologica di Roma. Per questa carta è necessaria una metodologia standardizzata che permetta l'assegnazione di un grado di affidabilità geometrica rispetto alla base cartografica adottata (carta ufficiale del Comune di Roma scala 1:2000) delle diverse riproduzioni di rilievi utilizzate. In questo modo è possibile programmare una attività di rilievo che, partendo dalle situazioni metricamente meno affidabili, proceda a standardizzare la qualità dei rilievi utilizzati e quindi della carta.

Oltre al SITAS diversi altri ambiti archeologici sono stati oggetto di indagine, cercando di ampliare la gamma delle esperienze relative ai problemi archeologici che si sono presentati.

Due dei più significativi lavori sono quello riguardante l'orientamento relativo del Tempio di Venere e Roma e del Colosseo e quello riguardante il rilievo di strutture pre-egiziane nel deserto. Il primo caso costituisce un classico problema di topografia (la determinazione dell'orientamento di un edificio) per il quale è stata effettuato un rilievo GPS/TPS delle strutture del Tempio di Venere e Roma e di alcuni fornici del Colosseo. Il problema principale, ancora in via di risoluzione, è legato all'incertezza da attribuire al calcolo dei diversi orientamenti del Tempio di Venere e Roma (esistono infatti probabilmente diversi orientamenti legati alle diverse fasi costruttive); incertezza non tanto legata alla qualità delle misure, quanto piuttosto alla mancanza sia degli intonaci che di alcuni muri che non permettono di individuare con sicurezza determinati allineamenti.

Il secondo caso ha richiesto la realizzazione di fotografie adeguate alla realizzazione di fotopiani e la creazione di modelli tridimensionali di strutture complesse (si tratta di pietre accostate le une alle altre a mo' di carapace). Il luogo in cui questi rilievi andavano effettuati, la impossibilità di effettuare sopralluoghi e di ripetere le fotografie e le misure hanno comportato la necessità di trasportare la strumentazione da Roma nel deserto e di costruire artigianalmente una struttura capace di sostenere una camera fotogrammetrica ad una altezza adeguata a effettuare le necessarie fotografie.

La Forma Urbis

All'interno della collaborazione con la cattedra di Archeologia e Storia dell'Arte Greca e Romana, è nata l'intenzione di valutare il contenuto metrico della pianta della Forma Urbis, affidandosi non soltanto a considerazioni di carattere archeologico, ma soprattutto a metodi matematici ed informatici. L'applicazione di questi metodi ha portato ad ottenere risultati significativi ma in un certo senso preliminari, dato che ulteriori misurazioni e considerazioni approfondite di carattere archeologico potranno raffinare le soluzioni proposte. Ciò che comunque emerge prepotentemente è che l'applicazione di questi metodi porta a risultati che da un lato confermano alcune delle ipotesi archeologiche sulla scala complessiva della pianta, dall'altro permettono di ricavare la posizione relativa di qualsivoglia struttura sulla Forma Urbis di cui si conoscano con esattezza le coordinate terreno, o di effettuare il passaggio inverno (conoscere la posizione sul terreno di una struttura rappresentata sulla Forma Urbis).

La Forma Urbis

Non si vuole qui ripercorrere in dettaglio la storia della Forma Urbis e degli studi innumerevoli che le sono stati dedicati nel corso del tempo. Esistono ottimi lavori che ripercorrono le vicende della pianta marmorea e fanno il punto sullo stato dell'arte fino ad oggi. A tali lavori, citati in bibliografia, si rimanda per l'approfondimento di questi aspetti.

È tuttavia necessario accennare ad alcune caratteristiche della Forma Urbis e ai problemi che la riguardano (molti dei quali ancora oggetto di dibattito tra gli studiosi) per far comprendere meglio il lavoro che è stato fatto e alcune scelte che si sono dovute operare.



Figura 1. Ricostruzione grafica del Foro della Pace

La Forma Urbis era una pianta marmorea di dimensioni 18 x 13 m circa installata su una parete di un'aula del foro della Pace.

E' abbastanza curioso il fatto che il foro della pace è noto nelle sue strutture principali, oltre che dai numerosi scavi effettuati nella zona, posta all'incrocio tra le moderne vie dei Fori Imperiali e Cavour, anche da alcuni frammenti della stessa Forma Urbis i quali peraltro hanno dato luogo a non poche discussioni. Rodriguez Almeida (Rodriguez Almeida 1981) ha rilevato come la forma della grande area centrale del Foro della Pace sia riportata nella Forma Urbis in modo impreciso cioè non come un perfetto rettangolo ma come un quadrilatero sghembo, ed ha attribuito questo fatto ad un errore degli estensori della pianta, che hanno anche dato al tempio un orientamento diverso di molti gradi rispetto a quello reale. Altri studiosi hanno dato fede alla forma leggermente sghemba riportata sulla pianta marmorea. Tutta l'area era stata interessata al tempo di Vespasiano da grandi sbancamenti e in seguito fu al margine dei lavori per la costruzione della grande basilica di Massenzio. I frammenti permettono comunque di avere di avere una idea abbastanza precisa oltre che della forma del tempio della Pace anche della topografia dei luoghi precedente alla costruzione dell'imponente edificio massenziano ma hanno anche dato luogo a innumerevoli dibattiti sulla esatta topografia della zona interessata peraltro dal passaggio di importanti vie (forse collegate alla via sacra) una delle quali è rappresentata sul frammento su cui è riportata l'aula absidata del tempio della Pace.

La pianta venne realizzata incidendo circa 150 lastre di marmo, disposte sulla parete a filari alternati orizzontali e verticali, tranne nella zona superiore dove i primi quattro filari erano tutti orizzontali. Il numero delle lastre, fissato originariamente in 151 dal Cozza (PM60) è stato poi ridotto da Rodriguez Almeida a 150. La ricostruzione della disposizione generale delle lastre e della loro dimensione è abbastanza certa poiché sulla parete sono ancora ben visibili la maggior

parte dei fori in cui erano poste le grappe che sorreggevano le lastre sui quattro lati, così come sono visibili, sempre sulla parete, altri elementi che aiutano a ricostruire la esatta disposizione delle lastre, come grumi di malta che potrebbero corrispondere a tasselli sulle lastre. Anche se esistono ancora discussioni su alcune questioni di dettaglio c'è un accordo abbastanza generale sulla disposizione delle lastre, anche perché sono state effettuate prove *in loco* per verificare la corrispondenza tra i fori sulla parete e la posizione delle incisioni per le grappe sulle lastre (ovviamente ciò è stato possibile solo per quei frammenti, abbastanza grandi da permettere una tale analisi). Restano comunque incertezze soprattutto perché la parete è stata "tormentata" nel corso dei secoli da interventi pesantissimi come l'apertura delle finestre che a più riprese sono state aperte per dare luce agli ambienti del retrostante convento o i restauri peraltro eseguiti con molta cura sulle parti più compromesse.

In questa luce appare quasi miracoloso che si siano conservate addirittura alcune delle grappe (in rame ferro e bronzo) e molte delle zeppe che, dalla loro posizione, ci permettono di capire se il foro sulla parete si riferisce a grappe orizzontali o verticali, destre o sinistre. (Il metodo di montaggio che probabilmente consisteva nel far scivolare le lastre appoggiandole a quelle adiacenti e sottostanti già montate fa pensare che, alcuni tipi di grappe fossero meno numerose di altre).

È ipotizzabile che le grappe per reggere le lastre fossero collocate a distanze regolari ma la mancanza di molti dei fori di grappa non ha permesso di riconoscere con certezza un passo regolare tra le grappe sia orizzontali che verticali e quindi risulta molto difficile integrare i fori mancanti, cosa che peraltro sarebbe molto utile al fine di collocare correttamente sulla parete alcune lastre. Alcune ipotesi fatte in questo lavoro per una lastra in particolare, portano a fissare questo passo per le grappe orizzontali, in circa 0.3m (ovvero un piede romano).

La questione della posizione delle lastre e la individuazione esatta della attribuzione dei fori sulla parete a grappe relative ad una particolare lastra è molto importante ai fini di questo lavoro poiché le coordinate delle grappe misurate sulla parete entrano in uno dei calcoli fondamentali del procedimento sviluppato.

E' opinione comune, nonostante le fonti letterarie non diano indicazioni precise, che la pianta sia di epoca Severiana (193-211 d-C.). Più in dettaglio il disegno della pianta è riferito agli anni 203-211 sulla base dell'analisi della presenza (o dell'assenza) sulla pianta stessa di alcuni edifici e monumenti, quali ad esempio *il Septizodium*, di cui si conosce con esattezza la data di costruzione. Altre considerazioni sulle iscrizioni riportate sulla pianta e sui nomi di alcuni personaggi (in particolare Aurelio e Geta, figli di Settimio Severo e il "praefectus urbis Fabius Cilo" cui era stata affidata la realizzazione dell'opera e di cui si conserva la corrispondenza con l'imperatore) potrebbero restringere ulteriormente l'arco temporale di costruzione della pianta. Comunque su questi aspetti di dettaglio non c'è totale uniformità di vedute tra gli studiosi.

Non è questa la sede per approfondire il problema della datazione della pianta. Va detto comunque che l'individuazione del periodo esatto di costruzione della pianta e soprattutto della datazione precisa dei monumenti riportati sulla pianta e sui frammenti che sono stati ritrovati è molto importante per questo lavoro. Infatti gran parte del lavoro si basa sulla individuazione di punti doppi ovvero di "punti" o strutture ancora visibili sul terreno e sui frammenti residui della pianta ed è evidente che in una città stratificata come Roma non è sempre facile individuare con certezza a quale "strato" appartiene il monumento rappresentato sulla pianta anche se si ha assoluta certezza sulla sua collocazione spaziale. Per questo diventa molto importante capire ad esempio quando si hanno più strutture sovrapposte magari molto simili tra loro, quale sia quella disegnata sulla pianta marmorea. A questo proposito nel corso dei sopralluoghi è capitato di individuare un'area archeologica che ricade all'interno di una lastra riposizionata archeologicamente sulla parete che tuttavia non sembra riportare nemmeno lo stesso orientamento dei muri visibili fino a qualche tempo fa sul terreno.

Altra questione ancora discussa e sostanzialmente non risolta è il rapporto tra la pianta Severiana e altre piante marmoree monumentali che quasi sicuramente dovettero esistere in epoca precedente.

Il ritrovamento dei cosiddetti frammenti della pianta di via Anicia a Roma all'inizio degli anni '80 dello scorso secolo, di epoca sicuramente anteriore alla pianta Severiana e probabilmente riconducibile all'epoca di Tiberio (prima metà del I secolo d.C.), ha riaperto il dibattito sulla origine del progetto della Forma Urbis e su una eventuale precedente realizzazione. In particolare alcune analisi hanno messo in rilievo molti elementi "simbolici" della pianta, come il suo orientamento che non è collegato a come gli edifici erano disposti rispetto alla parete e quindi all'occhio dell'osservatore, ma piuttosto tende ad evidenziare un legame forse solo topografico o più probabilmente simbolico con il tempio di Giove Laziale su monte Cavo.

Ciò ha indotto molti studiosi a ipotizzare che la reale origine della pianta marmorea sia da ricondurre a imperatori più interessati agli aspetti simbolico-religiosi di quanto non potesse essere Settimio Severo più noto per le sue campagne militari che per il suo amore per la cultura o la sua attenzione alla religione. Qualcuno ha ipotizzato che l'idea iniziale di una grande pianta marmorea che rappresentasse la città possa essere ricondotta addirittura ad Augusto che eseguì importanti interventi su Roma (una delle frasi più famose del primo imperatore è proprio quella in cui egli dice di avere trovato una città di mattoni e di averla lasciata di marmo).

La pianta di Settimio Severo potrebbe quindi essere una mera ricostruzione, con ovvi aggiornamenti, a seguito di uno dei tanti grandi incendi che hanno colpito la città, distruggendo la pianta augustea. L'esatto momento storico in particolare, potrebbe essere identificato con il disastroso incendio che coinvolse nel 192 anche il Foro della pace (luogo di collocazione della pianta Severiana).

Anche analisi dettagliate della simbologia usata nel disegno della pianta che non risulta sempre uniforme o della qualità della incisione, molto diseguale sui diversi frammenti portano a ipotizzare rifacimenti parziali in epoche diverse o addirittura che la collocazione sulla parete potesse essere una collocazione provvisoria in attesa del restauro della grande parete di fondo dell'aula del tempio della Pace (Lugli 1992).

Alcuni elementi come il fatto che nella pianta non viene riportato l'andamento del confine sacro di Roma, il *Pomerium* inducono ulteriori incertezze sulla natura e lo scopo della pianta stessa, se elemento puramente decorativo o effettivo documento catastale.

Risulta comunque molto probabile che l'assemblaggio della pianta venne fatto sulla base di disegni catastali molto precisi anche se risulta chiara la volontà di evidenziare i monumenti più importanti. Altri studi sulla disposizione e l'orientamento relativo di alcuni tra i principali complessi raffigurati hanno permesso di ipotizzare la tecnica con cui sono stati condotti i rilievi di inquadramento della Forma Urbis. Probabilmente non ci si limitò a riportare sulla parete i rilievi del catasto, ma venne strutturato a monte un progetto complessivo al fine di minimizzare e distribuire meglio gli errori inevitabili dovuti sia al "tratto" che all'accostamento dei singoli rilievi. La città venne divisa in settori all'interno dei quali il rilievo risultò particolarmente accurato mentre problemi si sarebbero creati nei punti di "giunzione" tra i diversi settori. Questo aspetto che non aveva conseguenze pratiche nell'uso dei rilievi come mappe catastali, poteva portare a conseguenze negative sulla rappresentazione globale della città; per questo fin dal progetto della carta vennero previsti aggiustamenti tra le singole lastre dagli agrimensori non solo al fine di ottenere una rappresentazione più veritiera possibile anche sulle grandi distanze, ma anche per tenere conto della complessa orografia del terreno su cui sorgeva la città dei "sette colli".

Anche problemi pratici di incisione sulle lastre potrebbero essere responsabili di quelli che sembrano errori quali ad esempio l'allineamento del Circo Massimo, che venne disegnato con una direzione assiale poco congruente con quella di altri grandi monumenti probabilmente solo per non dividere il disegno tra lastre adiacenti che lo avrebbero separato lungo la direzione verticale della parete con effetti visivi molto negativi.

La pianta è andata in gran parte distrutta e sono arrivati a noi solo alcuni frammenti (circa il 10% del totale).

I frammenti rinvenuti ad oggi sono complessivamente quasi 1200 e coprono una superficie di circa 19 m², a cui vanno aggiunti circa altri 5 m² riportati su disegni di epoca rinascimentale che rappresentano frammenti già perduti in epoca storica. In totale si tratta di una superficie che corrisponde a circa un decimo di quella della parete.

La parte dei frammenti per i quali è stata riconosciuta la topografia corrisponde grossomodo alla metà in termini di superficie.

La parete della pianta occupa il muro esterno che da su via dei Fori Imperiali della attuale basilica dei santi Cosma e Damiano. Sebbene si tratti del retro della pianta monumentale forse più antica del mondo occidentale, si conserva in maniera del tutto anonima e nemmeno un cartello indica la sua originale destinazione.

Storia sommaria della Pianta marmorea

Già nel V-VI secolo la pianta fu gravemente danneggiata dalla esecuzione di un grosso foro nella parte centrale della parete, foro di cui è ancora perfettamente visibile la traccia. Il foro corrisponde purtroppo alla zona centrale della città (in particolare quasi tutto Palatino, parte del Foro e del Campidoglio, il campo Boario) e venne eseguito senza alcuna attenzione alle lastre marmoree che furono spezzate da dietro. Nessun frammento riferibile a quest'area è stato mai ritrovato.

Per un lungo periodo il foro della pace e l'aula dove era affissa la pianta, furono abbandonati e la parete spogliata dei marmi posti in posizione più accessibile. Forse proprio a causa di queste spoliazioni, o forse a causa di un incendio di cui ci sono tracce evidenti su molti frammenti, avvenne il crollo totale delle lastre marmoree che furono poi in gran parte frantumate e quindi riusate per farne calce.

Nel 1562 molti frammenti vennero ritrovati in un giardino adiacente alla attuale basilica dei santi Cosma e Damiano e divennero proprietà della famiglia Farnese. L'interesse per i frammenti (che portò anche alla esecuzione di disegni dettagliati attualmente conservati in Vaticano di quasi tutti i pezzi) tuttavia non durò molto tanto che molti dei frammenti andarono perduti e una parte furono addirittura usati come materiale da costruzione nel "giardino segreto" dei Farnese posto tra via Giulia e il Tevere.

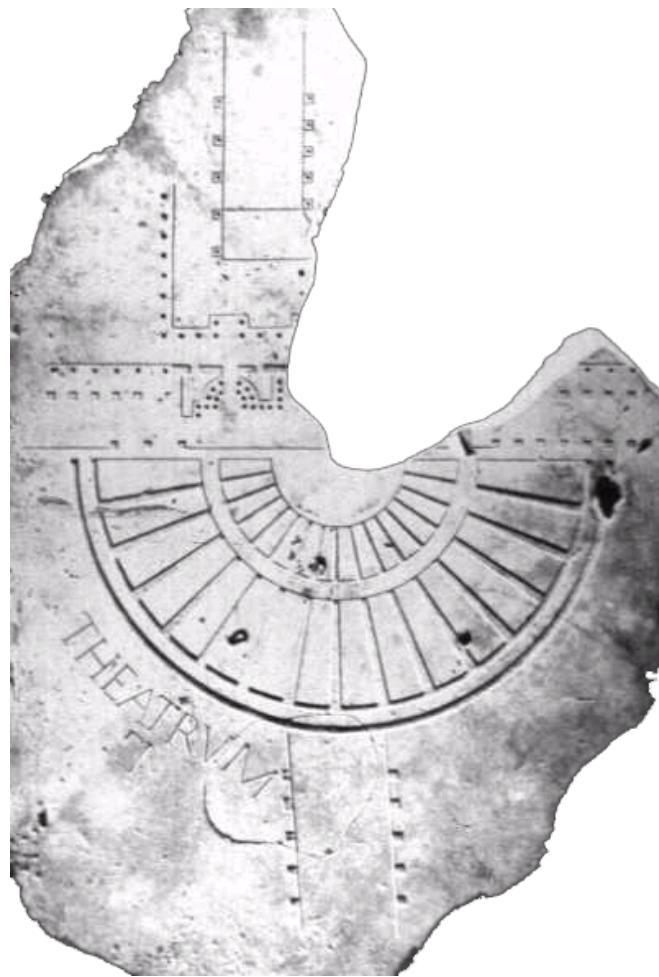


Figura 2. Disegno rinascimentale del teatro di Pompeo

Nel corso del '700 i frammenti divennero proprietà della amministrazione capitolina e si rinnovò l'interesse degli studiosi anche in seguito alla loro esibizione pubblica. Anche in questo caso tuttavia, per motivi pratici, cioè per poter inserire i frammenti in contenitori di legno, vennero

tagliate via alcune parti sembra “*senza segni incisi*”. In quella occasione furono anche eseguite copie in marmo, peraltro segnate in modo da essere distinguibili dagli originali, sulla base dei disegni rinascimentali.

Successivamente soprattutto nel corso dell’800 e in misura minore fino ad oggi sono stati scoperti diversi nuovi frammenti in genere durante scavi archeologici o occasionali nell’area del foro della pace o nelle immediate vicinanze; alcuni fortuiti ritrovamenti talvolta avvennero anche in luoghi piuttosto distanti. Il ritrovamento maggiore proviene tuttavia dallo smantellamento alla fine del 1800 del giardino segreto dei Farnese (quasi 600 pezzi).

I ritrovamenti continuano comunque e quelli più recenti sono posteriori al 2000; ad esempio il frammento rinvenuto nella sistemazione della Cripta Balbi in un luogo molto distante dal foro della Pace mentre il più “corposo” tra i ritrovamenti recenti è quello di 23 frammenti rinvenuti nel 1999 durante gli scavi sotto la antica parete nel Tempio della Pace.

Anche la storia della conservazione dei frammenti è piuttosto avventurosa.

Dopo l’esibizione del 1741-42 effettuata anche con la collaborazione del Nolli, i frammenti vennero nuovamente esposti nel 1903 quando furono collocati su una parete nei giardini dei musei capitolini sulla quale era stata disegnata una mappa di Roma dal Lanciani. Successivamente, anche in seguito ai danneggiamenti provocati da questa esposizione i frammenti furono collocati nell’antiquario sul Celio e poi in palazzo Braschi.

Nel 1998 i frammenti sono stati spostati da palazzo Braschi al Museo della Civiltà Romana all’EUR dove si trovano attualmente conservati nei depositi all’interno di grandi scatole.

Anche recentemente (2008) i frammenti sono assurti all’onore della cronaca. Infatti fra i 618 reperti archeologici ritrovati dai carabinieri della Tutela patrimonio culturale in sette abitazioni di Roma e provincia, c’era anche un frammento della Forma Urbis, una riproduzione settecentesca con parte di una scalinata e la pianta circolare di un tempio. Si tratta di un frammento in realtà scomparso in epoca molto recente e che veniva usato dal ricettatore addirittura come fermaporte.

L’accesso ai frammenti è piuttosto difficoltoso ma in aiuto di quanti si occupano della questione è venuto il progetto “*Stanford Digital Forma Urbis Romae Project*” condotto dalla università di Stanford i cui specialisti hanno avuto la possibilità di fotografare ed effettuare una scansione laser 3D dei singoli frammenti. Ciò ha permesso la costruzione di un database accessibile via internet (<http://formaurbis.stanford.edu/>) in cui oltre ad una ricca bibliografia e a informazioni dettagliate sui vari frammenti è possibile vedere le foto, alcune in alta risoluzione e i modelli tridimensionali di tutti i frammenti. Nel database sono anche stati inseriti ulteriori disegni di varie epoche che rappresentano alcuni frammenti.

Si tratta senza dubbio di un ausilio importantissimo allo studio della Forma Urbis anche perché l’università di Stanford è impegnata nello sviluppo di tecniche che attraverso l’analisi informatica delle caratteristiche dei frammenti (linee, altri elementi incisi, venature del marmo...) che permettano di riunire frammenti sparsi per costituire un blocco più grande sul quale possano essere riconosciute alcune strutture e quindi ricollocato. Questa tecnica ha già dato buoni risultati (Koller 2004).

Tuttavia per lo scopo del presente lavoro, le immagini dei frammenti anche se di notevole qualità non sono state utili in quanto mancano di riferimenti metrici e quindi anche se ad alta risoluzione e talvolta “quasi nadirali” non sono adatte a misurazioni.

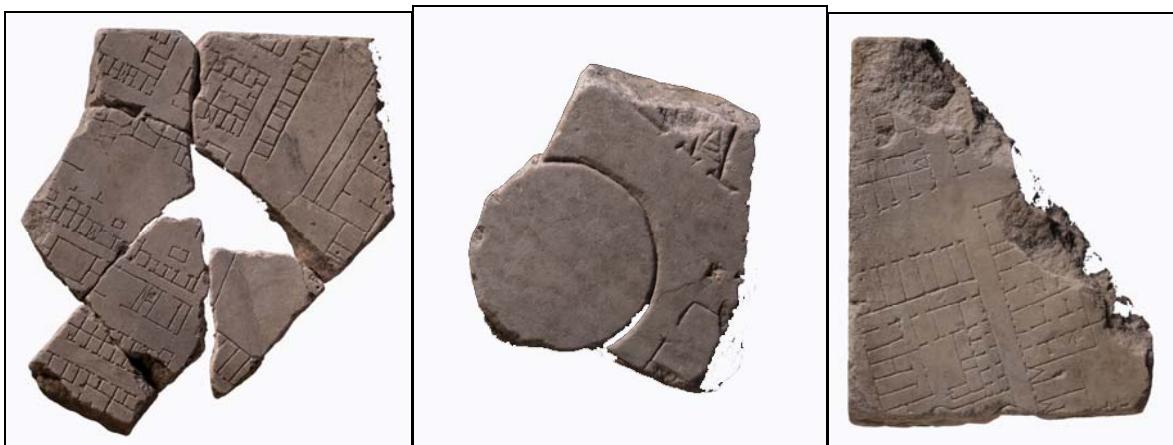


Figura 3. Frammenti della Forma Urbis

Storia degli Studi

Fin dalla loro scoperta i frammenti della Forma Urbis hanno attirato l'attenzione degli studiosi. Un breve cenno alle opere maggiori può dare un'idea della quantità di lavori che sono stati pubblicati.

Nella seconda metà del 1500 i curatori della collezione Farnese, prima O. Panvinio con l'aiuto dell'architetto A.Dosso e poi F.Orsini studiarono e documentarono i frammenti. Sono di quest'epoca i disegni oggi in Vaticano che riproducono anche i frammenti oggi perduti.

Nel 1673 G.Bellori documenta ed edita i frammenti (*Fragmenta vestigi veteris Romae ex lapidibus Farnesianis nunc primum in lucem ediat cum notis*) che peraltro dice di aver trovato in condizioni deplorevoli e per molti dei quali si è dovuto basare sui disegni del secolo precedente.

Nella prima metà dell'800 il Canina utilizza per primo i frammenti come fonte di ricerca archeologica e topografica pubblicando molte monografie

Tra il 1866 e il 1873 H. Jordan tenta, anche con la collaborazione del Lanciani, di organizzare e riordinare la massa di informazioni spesso confuse e riclassifica i frammenti.

Nel 1899 vengono ritrovati circa 600 frammenti dalla demolizione di alcuni muri del giardino dei Farnese a via Giulia e il Lanciani aggiorna con una breve nota il lavoro di Jordan

E' del 1960 la pubblicazione de "La Pianta Marmorea di Roma" opera monumentale (anche per le dimensioni) in 2 volumi, risultato di un accurato lavoro di ricerca durato almeno 30 anni. In questa opera Carrettoni, Colini, Cozza e Gatti analizzano in dettaglio tutti gli aspetti della Forma Urbis, producono una estesa documentazione in termini di elaborati grafici e fotografie, descrivono e interpretano tutti i frammenti fino ad allora conosciuti. L'opera rimane uno strumento insostituibile per chiunque voglia tentare uno studio sull'argomento, sebbene venne tirata solo in 400 copie che rendono alquanto difficoltoso l'accesso diretto al libro (in particolare al secondo tomo che reca le fotografie ed i disegni dei frammenti).

Nel 1980 Rodrigues Almeida pubblica un aggiornamento del lavoro del 1960 (*Forma Urbis marmorea. Aggiornamento Generale 1980*).

Dal 1980 ad oggi, anche sulla base dei lavori del Carrettoni e di Rodriguez Almeida molti articoli continuano l'analisi dei frammenti soprattutto da punto di vista topografico.

Nel 2003 l'università di Stanford rende pubblico il database di tutti i frammenti con le foto e le ricostruzioni 3D cui si è già accennato nel paragrafo precedente. Il database è poi stato collegato nel 2007 a *Google Maps*, da cui tramite un semplice click su dei punti notevoli è possibile risalire al sito della Forma Urbis, risvegliando un interesse per la pianta monumentale anche tra i non addetti ai lavori.

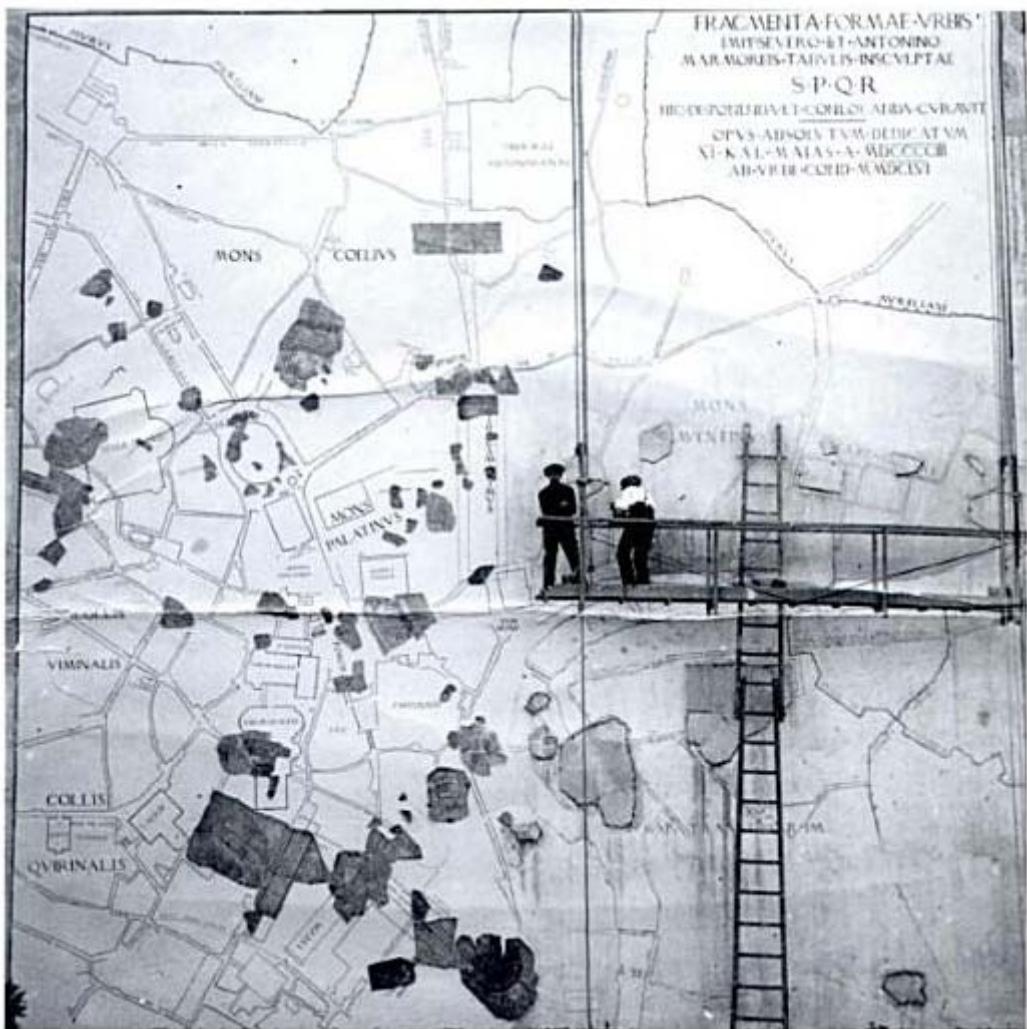


Figura 4. Ricostruzione della parete della Forma Urbis su una parete del giardino romano del palazzo dei Conservatori a Roma a cura di Rodolfo Lanciani e di Christian Hölsen nel 1903 in occasione del III Congresso Internazionale di Scienze Storiche. Denota un profondo interesse per la topografia della città antica e una capacità comunicativa eccezionale (archivio fotografico musei capitolini). La realizzazione di una mappa analoga ai giorni nostri costituirebbe motivo di grande interesse anche tra i non addetti ai lavori

Alcune questioni controverse

Nonostante i tanti lavori dedicati alla Forma Urbis, molti problemi rimangono oggetto di discussione tra gli studiosi, alimentati da alcune contraddizioni che la pianta marmorea sembra contenere in sé.

In particolare, a parte le questioni più strettamente archeologiche riguardanti il riconoscimento e la collocazione dei singoli frammenti o i tentativi di riunire comunque, indipendentemente dal loro riconoscimento i frammenti con sistemi semiautomatici con l'ausilio del computer (Koller 2004) da un punto di vista più strettamente topografico i problemi ancora in parte irrisolti riguardano:

- 1) la scala di rappresentazione
- 2) l'ampiezza della zona rappresentata
- 3) l'orientamento globale della pianta
- 4) l'orientamento particolare degli edifici maggiori
- 5) l'accuratezza della rappresentazione.

La scala di rappresentazione

Sulla base delle ricerche e delle ipotesi archeologiche, diverse sono state le proposte sulla scala di rappresentazione della Forma Urbis.

Il Lanciani ricompose la pianta in scala 1:250, Gatti propose un scala intermedia tra 1:240 e 1:250, Rodriguez Almeida ha proposto una pianta di 1:240 per i frammenti e di 1:250 per gli edifici, pur mettendo in rilievo *"capricciosi ingrandimenti per gli edifici maggiori"* (Rodriguez Almeida 1981). Castagnoli (Castagnoli 1985) ipotizzò la scala di 1:240, come anche il Lugli (Lugli 1992). Come si vede anche se le opinioni dei maggiori studiosi non sono identiche, esse però convergono attorno a valori abbastanza simili.

La maggior parte delle attribuzioni è comunque basata su poche misure oppure su considerazioni teoriche sul valore delle unità di misura dell'epoca o addirittura sul rapporto tra piede romano e piede ellenico che, almeno in via ipotetica, potrebbe essere stato usato per alcuni rilievi anteriori alla pianta ma che poi sarebbero stati comunque usati nella costruzione della stessa. Una qualche luce sulla questione della scala è stata gettata dal ritrovamento del frammento di via Anicia (vedi capitolo dedicato).

L'orientamento della pianta

I topografi romani non usavano il Nord come direzione privilegiata. Infatti solo con la scoperta della bussola e la diffusione di questo strumento le carte cominciarono ad essere orientate nel modo in cui siamo abituati oggi a vederle. Presso i Romani era certamente più facile assumere il Sud come direzione privilegiata, poiché era sempre possibile determinare la direzione del Sud semplicemente in base alla posizione del sole. Tuttavia la pianta Severiana risulta orientata in una direzione che non sembra legata alla direzione del sud. Infatti la verticale della pianta forma con l'asse sud/nord un angolo di circa 50° non legato a particolari direzioni astronomiche o geografiche. Alcuni studiosi, in particolare il Lugli, hanno messo in evidenza che per spiegare l'orientamento della pianta basta considerare che la verticale della pianta, prolungata verso l'alto passa proprio per Monte Cavo. Considerando che il *mons Albanus* era certamente il rilievo più visibile da Roma e che certamente risultava relativamente facile usarlo come riferimento topografico, l'ipotesi che l'orientamento della pianta sia costruito sul monte Cavo appare assai ben fondata. Va anche detto che monte Cavo era un luogo particolarmente significativo dal punto di vista religioso, legato addirittura alle origini di Roma tanto che su di esso sorgeva un importante santuario e vi si tenevano ogni anno riti che riunivano i popoli di origine latina, senza considerare che nel trarre gli auspici dall'arce capitolina, l'allineamento Colle capitolino/monte Albano era

considerato fondamentale come si rileva dall'aneddoto riportato dal Coarelli (Coarelli 1985) secondo il quale una casa sul Celio venne fatta demolire proprio perché impediva la vista del monte Albano. Il significato religioso oltre che topografico del monte Albano darebbe alla pianta marmorea, al di là del suo contenuto informativo, una forte valenza simbolica, legandola in qualche modo a rituali antichissimi.

L'orientamento relativo degli edifici

Già il Gatti notava che, nonostante una notevole accuratezza nella ricostruzione di insieme, l'orientamento di alcuni edifici presentava anomalie non riconducibili solo ad una inevitabile imprecisione nel riportare i disegni originali sulle lastre. In particolare l'asse del Tempio di Claudio risulta sfalsato in misura notevole rispetto all'orientamento reale e a quello di altri monumenti vicini. (si va da una differenza di 21° rispetto al Colosseo a 18° rispetto al Circo Massimo ai 12 rispetto alle Terme di Traiano). La sfasatura è talmente grande che Almeida sostiene che se non vi fosse stata l'epigrafe sul frammento difficilmente qualcuno si sarebbe azzardato a proporre l'identificazione. Sfasature minori si riscontrano anche in altre zone, ma di entità tale da poter rientrare nei presumibili errori di misura e di disegno. Il problema dell'orientamento degli edifici riportati sulla pianta può in realtà aiutare a confermare l'ipotesi del "modus operandi" degli antichi *mensores*. Infatti con tutta probabilità i rilievi vennero effettuati, dopo aver comunque stabilito alcuni capisaldi (tra cui certamente i colli centrali e più visibili come il Capitolino), in modo indipendente nei vari settori in cui fu suddivisa la vasta area assumendo come confini dei settori elementi facilmente riconoscibili e rilevabili (il fiume, il crinale di un colle e così via). Al momento dell'assemblaggio complessivo si fu costretti a piccole deformazioni sui margini delle zone perché i rilievi potessero combaciare. Un ulteriore elemento che ha portato a correzioni è stata certamente la necessità di tenere conto dei margini delle lastre e quindi della impossibilità di incidere linee lunghe o elementi importanti proprio in corrispondenza dei margini delle lastre. Rimane comunque troppo grande, anche tenendo conto delle considerazioni appena fatte, l'anomalia nell'orientamento del Tempio di Claudio. Una ulteriore osservazione si può fare notando che, anche se oggi la zona del Tempio di Claudio è molto centrale, sulla pianta essa appariva, a causa dell'orientamento complessivo e dei limiti dell'area rappresentata, molto in alto e quasi ai margini della pianta, forse sulla penultima fila di lastre, l'ultima prima della fila di chiusura, orizzontale e più sottile, quasi a configurare una sorta di cornice. Le misure effettuate nel corso di questo lavoro non hanno permesso di aggiungere molto alle considerazioni già fatte da molti studiosi soprattutto perché non è stato possibile, per motivi di accessibilità, effettuare misure sufficienti sulle strutture del Tempio di Claudio.

L'accuratezza della rappresentazione

La pianta è collocata su una parete che sembra troppo piccola e, stando alle ricostruzioni del Foro della Pace, anche male illuminata. In particolare colpisce il fatto che mentre la zona alla base della pinta marmorea era decorata in maniera molto ricca con marmi e cornici non sembra che nella zona della pianta vi sia lo spazio neanche per una piccola cornice laterale. Questo fatto appare alquanto strano dato il carattere monumentale dell'opera.

Inoltre alcune incongruenze nella datazione degli edifici rappresentati come nel caso di Largo Argentina dove i templi sembrano essere rappresentati in una forma precedente all'ampliamento dei Flavi, le varie ipotesi sulla effettiva scala di rappresentazione, le diverse attribuzioni di alcuni frammenti, sono tutti elementi che continuano ad alimentare un dibattito che è sicuramente destinato a durare nel tempo.

Rimane il fatto che al di là delle innumerevoli ipotesi più o meno fondate sulla collocazione, la datazione, il significato e lo scopo finale della pianta marmorea di epoca Severiana, la parete della attuale basilica dei santi Cosma e Damiano ed i frammenti marmorei custoditi nel museo della

Civiltà Romana restano gli incontrovertibili elementi concreti dai quali è necessario partire per ogni analisi.

Scopo del lavoro

Lo scopo di questo lavoro è costruire un metodo di analisi della Forma Urbis che, facendo uso di strumenti matematici ed informatici, permetta:

- 1) di stimare al meglio il valore metrico della pianta (ovvero stabilire se si tratta di una carta topografica o di una rappresentazione) tramite l'analisi del rapporto tra strutture riprodotte sulla Forma Urbis e la topografia attuale;
- 2) di dare un contributo a chiarire alcune delle questioni di natura più strettamente topografica riguardanti la pianta Severiana;
- 3) di collocare sulla parete i frammenti esistenti in modo quanto più possibile "oggettivo";
- 4) di collocare sulla parete anche monumenti non presenti sui frammenti ma di cui è nota la posizione sul terreno;
- 5) di proporre una nuova metodologia ed un nuovo approccio allo studio della Forma Urbis, basati sul rilievo diretto sul terreno e/o sulla parete e non solo su considerazioni di carattere prettamente archeologico.

Elementi caratterizzanti dell'approccio di questo lavoro sono:

misurazioni dirette sul terreno delle coordinate planimetriche dei "punti doppi" rilevati tutti nello stesso sistema di riferimento con strumenti di alta precisione, quali GPS, reti di stazioni permanenti, TPS, SmartStation (in molti lavori soprattutto riguardanti la scala e l'orientamento della pianta sono state adottate misure ricavate da rilievi catastali o di altro tipo, probabilmente accurati abbastanza per gli scopi che ci si prefiggeva ma che comunque erano misure non prese direttamente sul terreno);

analisi statistica dei dati, in particolare di quelli riguardanti la scala di rappresentazione, per dare una misura per così dire "oggettiva" dell'attendibilità dei risultati;

uso di strumenti matematico-informatici per l'elaborazione delle misure e il collegamento dei vari sistemi di riferimento.

Descrizione generale della metodologia

Sistemi di riferimento

Al fine di descrivere i procedimenti usati è utile precisare quali sono i sistemi di riferimento utilizzati.

I sistemi di riferimento sono tre:

a) sistema terreno: si tratta delle coordinate sul terreno o misurate direttamente (GPS, stazione totale) o valutate come risultato di una trasformazione di coordinate; questo sistema ha validità generale ovvero ha la stessa origine e lo stesso orientamento per tutti i punti e permette un posizionamento assoluto dei punti di cui sono note le coordinate (WGS84-ETRF89-IGM95 - UTM33)

b) sistema frammento: si tratta di un sistema locale in cui le coordinate sono misurate direttamente sul frammento (in realtà su foto e/o disegni del frammento); questo sistema è locale e diverso per ogni frammento poiché dipende dalla posizione del frammento sulla tavola o sulla foto ed è utile per fare analisi di scala ma non permette alcun posizionamento relativo dei frammenti tra di loro. Dato che le tavole sono fatte in modo da riportare più frammenti talvolta appartenenti a lastre diverse, il sistema di riferimento che è stato utilizzato è quello relativo alla tavola, che diventa di fatto (dato che viene scannerizzato e trasformato in immagine) un "sistema immagine" (analogamente ad una qualsiasi altra immagine digitale) in cui le coordinate sono espresse in pixel. Ovviamente tutte le tavole sono (o sono stati) ridotti alla stessa scala.

sistema parete: si tratta di un sistema locale in cui le coordinate sono misurate a partire da una origine posta nel centro strumentale della stazione con cui sono state effettuate alcune misure di rilievo della parete. È un sistema unico per tutti frammenti e permette il posizionamento dei frammenti sulla parete.

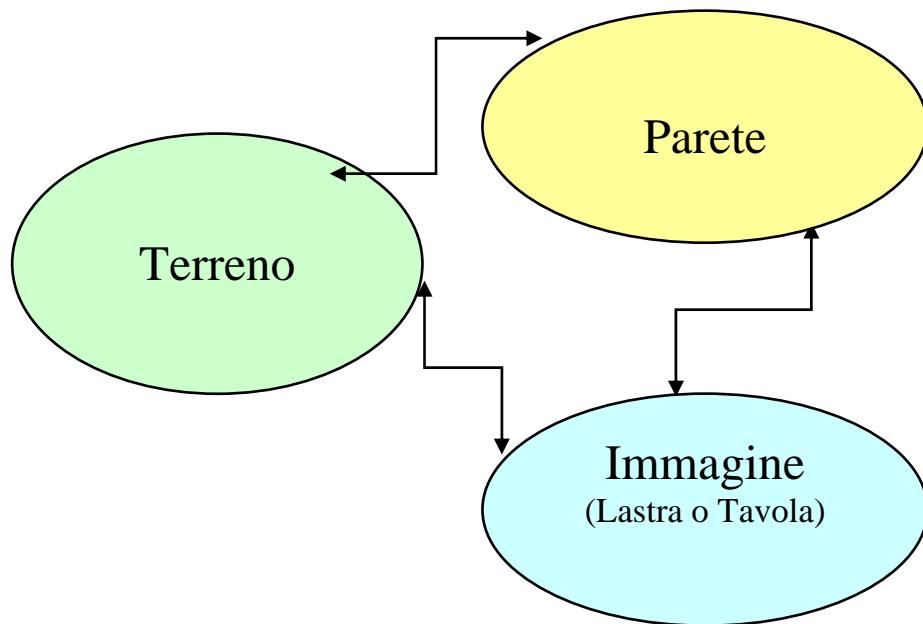


Figura 5. Schema dei sistemi di riferimento

I tre sistemi di coordinate sono considerati in prima approssimazione piani e quindi il passaggio dall'uno all'altro avviene tramite una rototraslazione piana.

Considerare i tre sistemi di riferimento come piani è abbastanza ragionevole dati gli scopi e l'accuratezza ottenibile di questo studio, anche se ad esempio per la parete il sistema non è

perfettamente piano oltre che per evidenti scabrosità o fori nella stessa, anche perché la parete non è perfettamente verticale.

Invece sia il sistema terreno che quello immagine possono essere considerati piani senza problemi, il primo (terreno) perché si considerano le misure effettuate come proiezione sul piano locale, il secondo perché è piano per natura (in realtà in questo caso andrebbe fatta una analisi sulla ortogonalità delle rappresentazioni (foto-disegni) del frammento utilizzate ma non è stato possibile accedere fisicamente ai frammenti). Le foto utilizzate sono le scansioni delle tavole realizzate nel 1960 dal Carettoni e scaricabili dal sito dell'Università di Stanford (<http://formaurbis.stanford.edu/>).

L'utilizzo di queste tavole è reso possibile dalla presenza di una scala su ciascuno.

Dal sito è possibile scaricare anche le foto dei singoli frammenti che sono però inutilizzabili perché metricamente non corrette.

Le trasformazioni rappresentate nella figura sono evidentemente bidirezionali, ma in realtà bisogna considerare che i legami tra i tre sistemi di coordinate non sono sempre diretti.

Infatti sulla parete l'unico elemento individuabile con certezza sono i fori di grappa mentre nei sistemi terreno e immagine possono essere individuati elementi corrispondenti.

Pertanto i legami diretti esistono tra:

sistema terreno e sistema immagine (in questi due sistemi è possibile misurare le coordinate di punti corrispondenti)

sistema parete e sistema immagine (in questi due sistemi è possibile misurare le coordinate di grappe corrispondenti)

Non esiste un legame diretto tra sistema parete e sistema terreno e quindi il collegamento può essere fatto solo in maniera indiretta.

I passaggi sono:

1. Si collega il sistema immagine a quello terreno individuando i parametri delle rototraslazioni corrispondenti (isotropa a 4 parametri o anisotropa a 6), utilizzando i punti doppi individuati nei 2 sistemi.

2. Si utilizzano i parametri così individuati per calcolare la posizione delle grappe nel sistema terreno a partire da quello immagine.

3. Si stabilisce un legame tra sistema terreno e sistema parete tramite le coordinate terreno delle grappe e si calcolano i parametri delle rototraslazioni corrispondenti.

4. Si utilizzano i parametri ricavati nel passaggio 3. per portare dal sistema terreno al sistema parete i punti doppi.

Lo schema del flusso di lavoro è illustrato nel paragrafo successivo descrive graficamente i 4 passaggi appena descritti

Per passare da un sistema all'altro si è fatto uso di due trasformazioni piane, sia per valutare quale tipo di trasformazione descrive meglio la relazione tra i vari sistemi (analisi dei residui), sia per ricavare possibili informazioni sulle modalità di costruzione della pianta marmorea.

Rilievo della Parete

Lo studio sulla Forma Urbis ha comportato anche un rilievo della parete tramite laser a scansione e camera digitale fotografica opportunamente calibrata e rilievo topografico di appoggio.

Sono stati realizzati quindi 2 rilievi, laser e fotogrammetrico che sono poi stati confrontati tra loro e con un precedente rilievo del 1948.

Per realizzare il rilievo fotogrammetrico è stato orientato un blocco fotogrammetrico della parete e quindi estratto il DSM.

Calibrazione

La realizzazione del rilievo fotogrammetrico ha comportato la calibrazione della camera, che ha permesso di svolgere un approfondito lavoro sulle procedure di calibrazione delle fotocamere. Ciò è stato necessario per valutare se la qualità delle immagini ottenute con una moderna camera digitale non metrica e semiprofessionale siano tali da permettere, una volta che la camera sia stata calibrata, di ottenere una accuratezza adeguata agli scopi del rilievo.

Una certa attenzione è stata posta anche alla analisi dei meccanismi di formazione delle immagini all'interno delle fotocamere digitali. Infatti anche se la cosa appare piuttosto particolare, a differenza di quanto fa una camera analogica, la fotocamera digitale registra una informazione molto parziale dell'oggetto fotografato e solo attraverso procedimenti informatici l'immagine viene ricostruita. E' sembrato pertanto interessante verificare se questo meccanismo influisce e quanto influisce sulla qualità finale.

In particolare sono state effettuate prove per:

1. mettere a confronto software di calibrazione commerciali e di ricerca
2. mettere a confronto metodi di calibrazione diversi (calibrazione con griglia ed auto calibrazione)
3. studiare il rapporto tra processo di formazione delle immagini e risultati della calibrazione
4. valutare l'andamento delle distorsioni nei diversi canali di colore che compongono l'immagine RGB.

Gli step

In dettaglio, tenendo conto delle caratteristiche dei sistemi di riferimento già descritti, gli step del lavoro sono stati:

Individuare le strutture

Rilievo sul terreno delle strutture evidenziando i punti doppi (punti notevoli)

Riportare le misure effettuate ad un sistema globale

Misura sui frammenti della posizione dei punti doppi

- I. Analisi della scala locale dei frammenti afferenti a ciascuna lastra
- II. Rototraslazione delle coordinate dei punti doppi individuati sui frammenti (sistema immagine) nel sistema globale (in modo da individuare il fattore di scala di ogni lastra\immagine (al di là che essa sia costituita da un frammento singolo o da gruppo di frammenti più o meno accostati) e quindi calcolo dei **parametri di passaggio immagine/terreno**).
- III. Individuazione coordinate grappe doppie nel sistema immagine e rototraslazione nel sistema globale sulla base dei parametri trovati nella rototraslazione dei punti doppi e quindi collocazione delle grappe sul terreno
- IV. Individuazione delle grappe doppie sulla parete
- V. Rototraslazione delle coordinate delle grappe dal sistema terreno al sistema parete e quindi **calcolo parametri passaggio terreno/parete**
- VI. Collocazione dei frammenti sulla parete
- VII. Analisi della scala globale su grandi distanze
- VIII. Analisi dei risultati

Ad ognuno dei diversi passaggi viene dedicato un capitolo con la descrizione analitica delle operazioni effettuate e dei risultati ottenuti

Schema del flusso di lavoro

Schema ordine trasformazioni

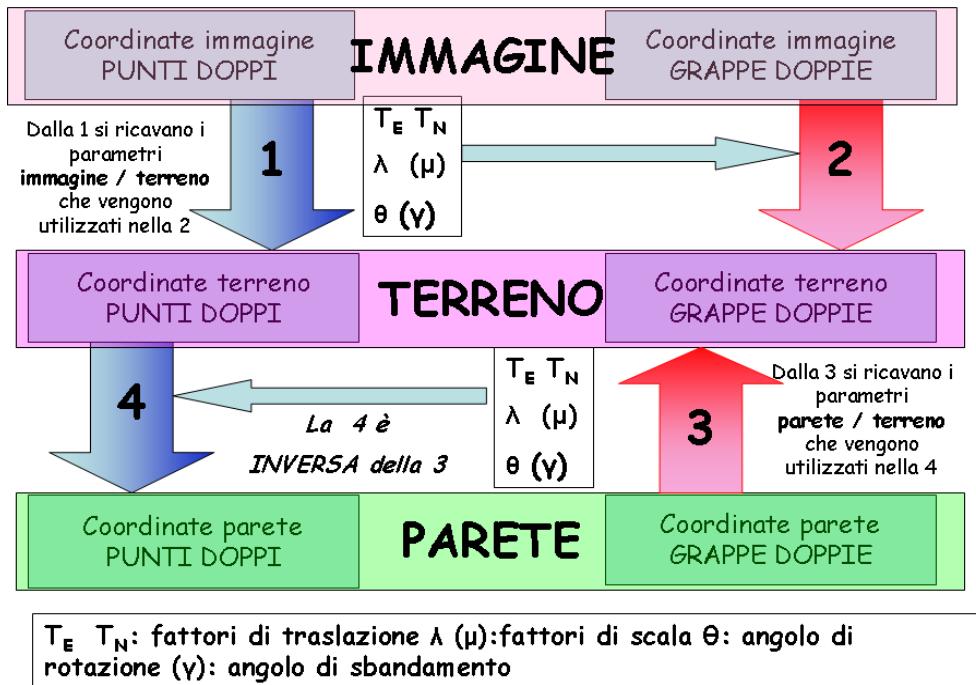


Figura 6. Flusso di lavoro

La figura illustra il flusso di lavoro e la successione delle trasformazioni tramite le quali si può pervenire a collocare, con un procedimento analitico, i frammenti sulla parete.

Ai numeri UNO DUE TRE e QUATTRO (relativi ai 4 passaggi successivi necessari per collegare tra loro i tre sistemi di riferimento utilizzati) si farà riferimento anche nel seguito del lavoro

Come sarà meglio evidenziato nei paragrafi relativi gli step UNO e TRE servono a calcolare i parametri che collegano i vari sistemi di riferimento mentre i passaggi DUE e QUATTRO utilizzano questi parametri per collocare, rispettivamente sul terreno e sulla parete oggetti le cui coordinate sono note in altri sistemi di riferimento.

Le trasformazioni sono rototraslazioni piane a scala isotropa (si ricava un solo fattore di scala) o anisotropa (si ricavano due fattori di scala). Una descrizione più dettagliata delle trasformazioni piane usate e delle loro caratteristiche è riportata in appendice.

Una verifica della bontà delle singole trasformazioni si effettua tramite l'analisi dei residui ovvero calcolando la differenza tra le coordinate iniziali nel sistema che viene rototraslato e le coordinate calcolate con la trasformazione inversa dopo avere ricavato i relativi parametri.

Il Lavoro

L'individuazione delle strutture adatte

Difficoltà individuazione punti doppi

Il problema di individuare punti doppi non è banale. Infatti:

- a) come evidenziato da diversi autori la Forma Urbis sembra rappresentare edifici di epoca diversa ed avere in qualche modo una funzione anche iconografica con alcune parti curate con maggiore dettaglio;
- b) le singole lastre potrebbero non essere coeve. Esistono infatti una serie di ipotesi basate su dati archeologici che mettono in evidenza come i frammenti superstiti della Forma Urbis potrebbero appartenere a epoche diverse in quanto la pianta potrebbe avere subito delle "riparazioni" e/o integrazioni nel corso dei secoli dovute ad uno o più incendi che avrebbero distrutto parti significative della Forma Urbis. Esistono anche ipotesi che sostengono che i pezzi in nostro possesso appartengano tutti ad una stessa pianta che sarebbe stata realizzata sotto Settimio Severo, sebbene non escludano la possibilità che esistesse una o più versioni precedenti della stessa;
- c) alcuni segni sui frammenti sembrano avere una funzione di "segni convenzionali" e quindi sono riprodotti senza una scala precisa: ad esempio spesso le colonne sono rappresentate come punti più o meno grandi anche se per alcune colonne "più importanti" è rappresentato anche la base, gli archi sono rappresentati tramite i piloni di appoggio che spesso sono ridotti a semplici tratti di linea con eventuale simbologia affiancata a spiegare che si tratta di una arco soprattutto nel caso di acquedotti, le scale hanno spesso una rappresentazione puramente simbolica;
- d) alcuni edifici rappresentati sono stati individuati con certezza quasi assoluta ma la parte che si vede sui frammenti non è sufficiente ad individuare la singola colonna o il singolo arco. Questo vale ad esempio per i grandi magazzini sulle rive o nelle adiacenze del Tevere dove è abbastanza facile individuare l'edificio ma risulta problematico, dato che non si conserva la rappresentazione dei muri perimetrali, individuare quale sia esattamente la "navata" di cui sono ancora visibili i resti. Un discorso analogo vale per i lunghi porticati o colonnati di cui non è rappresentato l'inizio o la fine e in cui, quindi, la singola colonna o il singolo arco sono individuati per così dire su base "indiziaria" studiando le strutture adiacenti e quasi mai sono assolutamente certi;
- e) alcuni edifici rappresentati sono stati individuati con certezza quasi assoluta ma la parte che si vede sui frammenti non è sufficiente ad individuare la singola colonna o il singolo arco. E' il caso del tempio rotondo di Largo Argentina;

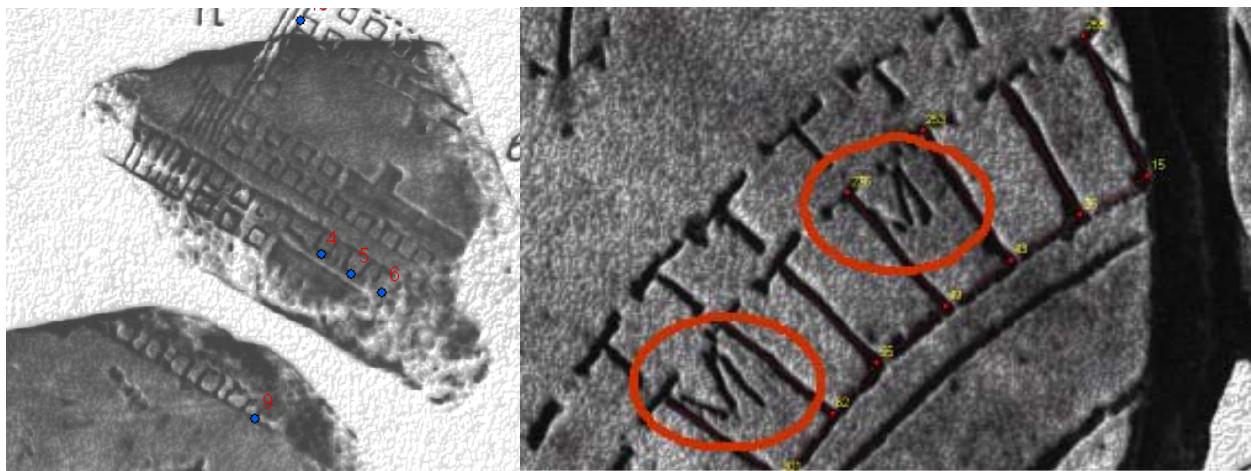


Figura 7. Segni convenzionali per rappresentare le scale in un frammento del Circo Massimo e posizionamento relativo tra 2 frammenti appartenenti allo stesso edificio sulla base di ipotesi archeologiche (tempietti di S. Nicola in Carcere)

- f) in genere i paramenti esterni dei monumenti superstiti sono andati perduti e soprattutto quando avevano una spessore notevole risulta problematico individuare sui resti il punto rappresentato nella pianta;
- g) la ricostruzione della topografia è in genere condivisa dagli studiosi ma in diversi casi esistono divergenze notevoli tra le ricostruzioni fatte dai vari autori;
- h) gli scavi effettuati nei vari punti di Roma sono fatti, in genere, con lo scopo di documentare l'evoluzione nel tempo della topografia e quindi tendono a mantenere visibili i vari strati ma talvolta, per vari motivi, interessa raggiungere lo strato più basso e quindi i resti degli edifici messi in evidenza, pur ricadendo in un'area rappresentata sulla forma urbis, sono di un periodo diverso e quindi non corrispondono a quanto rappresentato;
- i) spesso alcune strutture che potrebbero fornire punti doppi non sono rilevabili per problemi di sicurezza o di difficile accesso (locali sotterranei non visitabili);
- j) alcuni frammenti sono molto piccoli e pur esistendo attribuzioni a strutture presenti sul terreno non è possibile riconoscere punti doppi.

Elenco finale

I frammenti individuati fanno parte di 9 lastre ed i criteri utilizzati garantiscono sufficiente accuratezza per:

1. Attribuzione sicura edifici dei punti doppi ai singoli frammenti.
2. Sufficiente accuratezza nella collocazione sulla parete.
3. Buona distribuzione dei frammenti sulla pianta.
4. Possibilità di effettuare una ragionevole analisi locale.

Le figure seguenti riportano le zone della città dove sono stati effettuati i rilievi e la loro distribuzione sulla ipotesi ricostruttiva della Forma Urbis sulla parete. Guardando il Tevere, si noti il diverso orientamento tra la pianta antica e quella moderna.

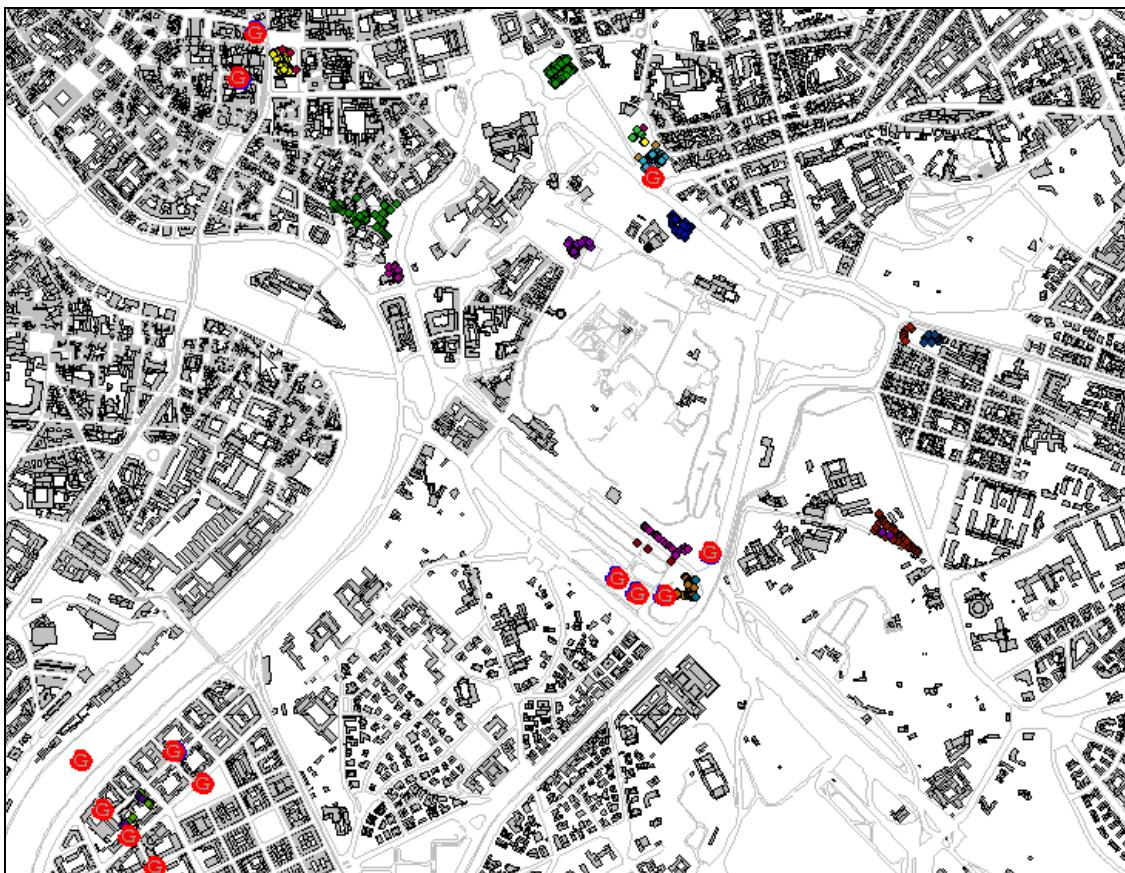


Figura 8. I luoghi della città che sono stati rilevati. Le “G” rappresentano le grappe riportate sul terreno

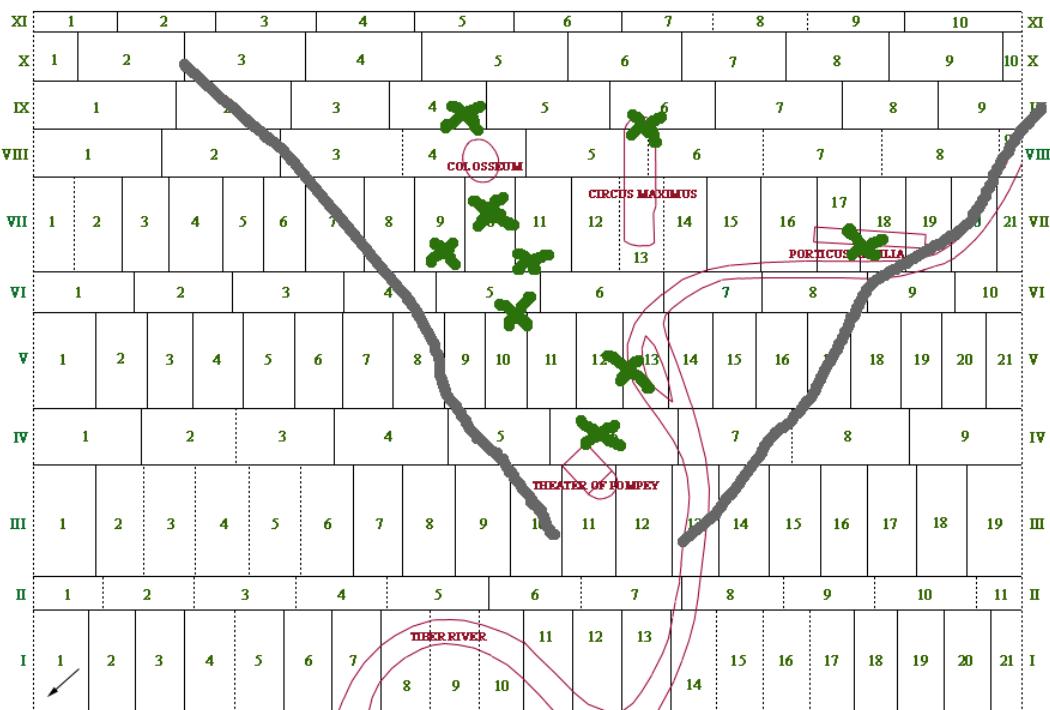


Figura 9. La Forma Urbis suddivisa in lastre. Le linee continue individuano la porzione di pianta di cui sono sopravvissuti i frammenti. Le croci indicano sommariamente le zone interessate dalle indagini

Futuri candidati

Oltre alle zone in cui si sono effettuate le misure si sono individuate altre zone di Roma dove sussistono resti riportati sui frammenti residui della Forma Urbis al fine di verificare un loro possibile uso in questo lavoro. Per diversi motivi non è stato possibile usarli; tuttavia per molte zone si tratta solo di approfondire alcuni aspetti archeologico urbanistici al fine di individuare con sufficiente sicurezza i punti doppi e questo non dovrebbe comportare un eccessivo dispendio di tempo e risorse. Va da sé che ogni frammento che verrà inserito nel procedimento usato in questo lavoro darà un notevole contributo alla accuratezza dei risultati poiché parte delle analisi effettuate sono di carattere statistico. I più probabili futuri candidati, sulla base delle indagini già effettuate, sono:

- 1) Terme di Traiano, Colle Oppio, via in Selci: si tratta di una vasta area in cui sono presenti oltre ai resti imponenti delle terme di Traiano moltissime emergenze sparse alcune delle quali riconducibili a edifici riportati sulla Forma Urbis. In particolare una struttura rotonda non risulta accessibile perché l'area è chiusa e, sembra, sottoposta a vincolo giudiziario. Nella zona si susseguono rinvenimenti e una indagine più approfondita di quella che è stato possibile effettuare sui locali posti sotto la basilica di S. Martino ai monti, sui resti nel muro del convento delle suore di clausura all'inizio di via in Selci, su alcune emergenze dei giardini del colle Oppio e nella zona del parcheggio della Facoltà di Ingegneria dell'università "Sapienza", potrebbe portare a utili identificazioni e quindi alla verifica della topografia di una zona della quale restano numerosi frammenti anche di grandi dimensioni. In particolare per quanto riguarda le Terme di Traiano si è ritenuto prematuro effettuare misurazioni su un ambiente che è riportato su di un disegno rinascimentale che è possibile agganciare facilmente ad un frammento marmoreo della Forma Urbis ma sul cui orientamento rispetto ad altre strutture vicine sussistono ancora dubbi.



Figura 10. La zona tra i colli Oppio e Viminale: in alto a sinistra l'integrazione con un disegno rinascimentale (la zona cerchiata corrisponde a strutture visibili sul terreno)

Arco della Ciambella, Teatro di Pompeo: in questa zona posta in continuità con quella di largo Argentina non esistono evidenze archeologiche in superficie se si eccettua l'arco della ciambella riferibile alle terme di Agrippa e facilmente riconoscibile ma il cui rilievo GPS è stato reso impossibile non tanto dalla collocazione in una via molto stretta dei resti, quanto dalla impossibilità di accedere ai piani alti degli edifici che li inglobano, impedendo, dal basso, il rilievo di buona parte della struttura. Per quanto riguarda il Teatro di Pompeo i problemi sono legati da una parte al fatto che è stato praticamente impossibile accedere per il tempo necessario e con la strumentazione adatta ai sotterranei dei diversi edifici che sovrastano l'area dell'antico teatro (riproducendone peraltro in modo quasi perfetto la forma) e dall'altra al fatto che dei frammenti disponibili per questa zona sono in realtà rifacimenti rinascimentali di pezzi andati perduti.

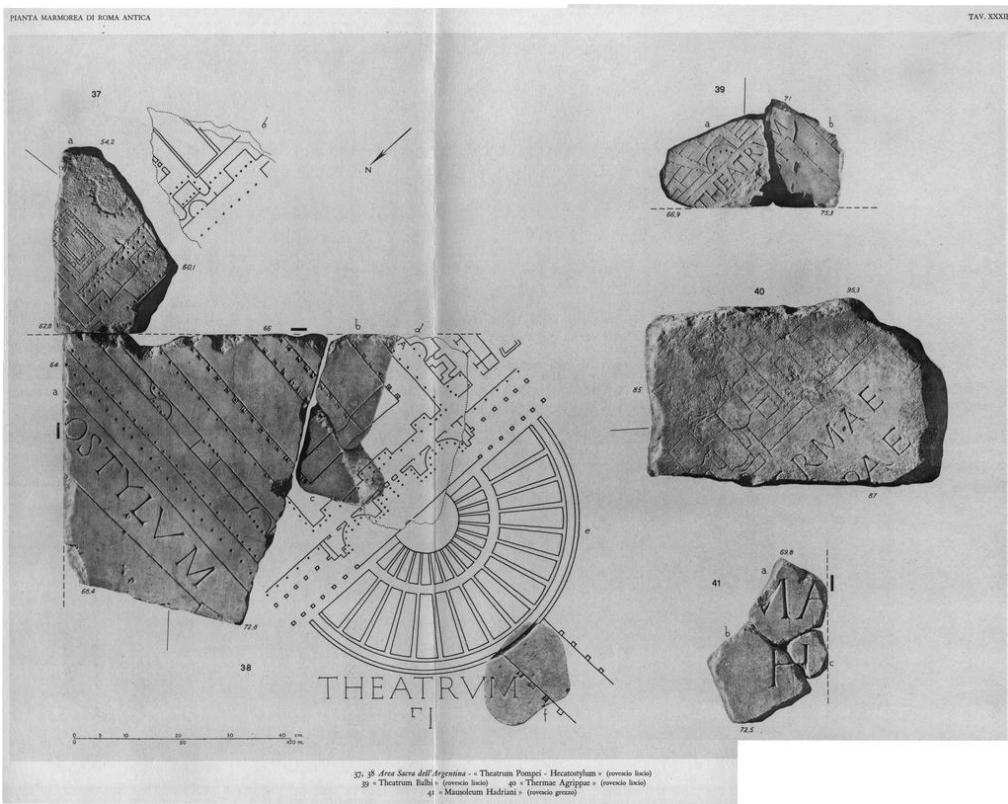


Figura 11. Le terme di Agrippa ed il teatro di Pompeo nella tavola del Carettoni. Le posizioni relative sulla tavola non hanno rapporto con la posizione sul terreno

Porta Portese, Porto Fluviale: la zona del Trastevere corrispondente all'inizio della antica via Portuense risulta particolarmente interessante in quanto è coperta da frammenti di grosse dimensioni per un'area lunga circa 700 metri e larga attorno ai 300. Si tratta di una zona con emergenze monumentali importanti. Coarelli (Coarelli 1992).vi ha riconosciuto alcuni edifici a carattere monumentale (ad esempio la naumachia di Augusto) e altri studi (Tucci 2004) hanno collocato in questa zona alcuni altri frammenti. Nonostante l'ampiezza della zona non è stato possibile individuare con certezza "punti doppi" anche analizzando recentissimi scavi nell'area. A questo proposito nel 2004 l'Area di Geodesia e Geomatica della Facoltà di Ingegneria dell'università "Sapienza" di Roma su incarico della Soprintendenza Archeologica di Stato (direttore archeologo dott. Catalli), ha effettuato un rilievo GPS di alcune strutture rinvenute nell'area del deposito ATAC retrostante Porta Portese e che sono state successivamente interrate. Anche se queste strutture per la loro posizione ricadono all'interno di una delle lastre collocate in questa zona sulla base di considerazioni archeologiche, non è stato possibile riconoscere una corrispondenza tra le strutture sul terreno e quelle rappresentate nei frammenti, alimentando qualche dubbio sulla loro corretta collocazione. Rimane comunque la fondata aspettativa che una analisi più accurata possa portare all'individuazione di resti che sarebbero di grande aiuto poiché permetterebbero la collocazione certa di molti e grossi frammenti.



Figura 12. Le lastre della zona di Porta Portese (antica via Campana)

Cripta Balbi: Una struttura di forma semicircolare ben visibile all'interno del museo della Cripta Balbi è riportata su una lastra: Fino ad oggi non è stato però possibile effettuare il rilievo a causa di lavori di sistemazione dell'area e del mancato rilascio del permesso di accesso da parte dell'ente preposto.

2) Area di san Gregorio al Celio: Una recente rilettura di alcuni frammenti della forma urbis (Insalaco 2003) ha indotto a confermare la collocazione di alcuni grossi frammenti nell'area del Celio attualmente occupata dalla Chiesa di San Gregorio. Per tutta la zona però si deve ipotizzare uno spostamento di alcune decine di metri affinché i frammenti si possano sovrapporre a resti esistenti. (la causa sarebbe da attribuire all'effetto di trascinamento che l'orientamento anomalo del tempio di Claudio ha provocato in tutte le zone adiacenti). I frammenti presi in considerazione sono molto interessanti per diversi motivi. Anzitutto ci sono incisi i nomi dei figli di Settimio Severo indicati qui come Augusti e quindi si può dare un termine *ante quem* prima del quale la pianta non può essere stata incisa (l'anno della proclamazione ad Augusti dei figli di Settimio Severo è il 209 d.C.). I frammenti poi permettono chiarire le modalità di costruzione dell'ampia area del *Septizodium* che interessò con grandi lavori tutta la zona proprio negli anni di costruzione della pianta. I frammenti poi fanno luce sul fatto che la pianta era un'opera in qualche modo "dinamica" che cioè cercava di essere quanto più possibile attuale ma non poteva evidentemente rappresentare edifici in costruzione all'epoca della sua incisione. Secondo lo studio citato sarebbe proprio questo il caso dei frammenti oggetto di analisi. Infatti in essi è possibile riconoscere alcune delle strutture scavate sotto la chiesa di San Gregorio al Celio ma non tutte le strutture scavate. Poiché le strutture non riconoscibili sono riconducibili all'inizio del III secolo esse sarebbero praticamente coeve alla pianta e quindi non ancora riportate sui fogli catastali che della pianta sarebbero l'origine. Come si vede quindi molti sono i problemi connessi con questi frammenti, ma la loro posizione non lontano dal Circo massimo e dal Tempio di Claudio e la presenza di resti sul terreno e sotto gli edifici moderni inducono a pensare che una più attenta analisi dei luoghi possa rivelarsi assai proficua.



Figura 13. Le lastre della zona di San Gregorio al Celio

Misure sul terreno

Introduzione

Nel corso del lavoro sono stati effettuati numerosi rilievi diretti delle strutture archeologiche di interesse.

Sono anche state rilevate strutture che successivamente non è stato possibile utilizzare nel prosieguo del lavoro data la non corrispondenza tra i dati rilevati e quelli visibili sul frammento corrispondente della Forma Urbis (è ad esempio il caso dell'acquedotto Celimontano e dei resti del Tempio dell'imperatore Claudio). Questo va forse attribuito al fatto che l'acquedotto poteva non essere rappresentato sulle piante catastali di riferimento (non essendo una proprietà privata) ed è stato inserito successivamente nello spazio rimasto libero solo come elemento di orientamento per l'osservatore senza valenza topografica. Questo potrebbe spiegare anche il diverso andamento dell'acquedotto sul terreno (dove fa un brusco cambio di direzione che non è riportato sulla pianta).

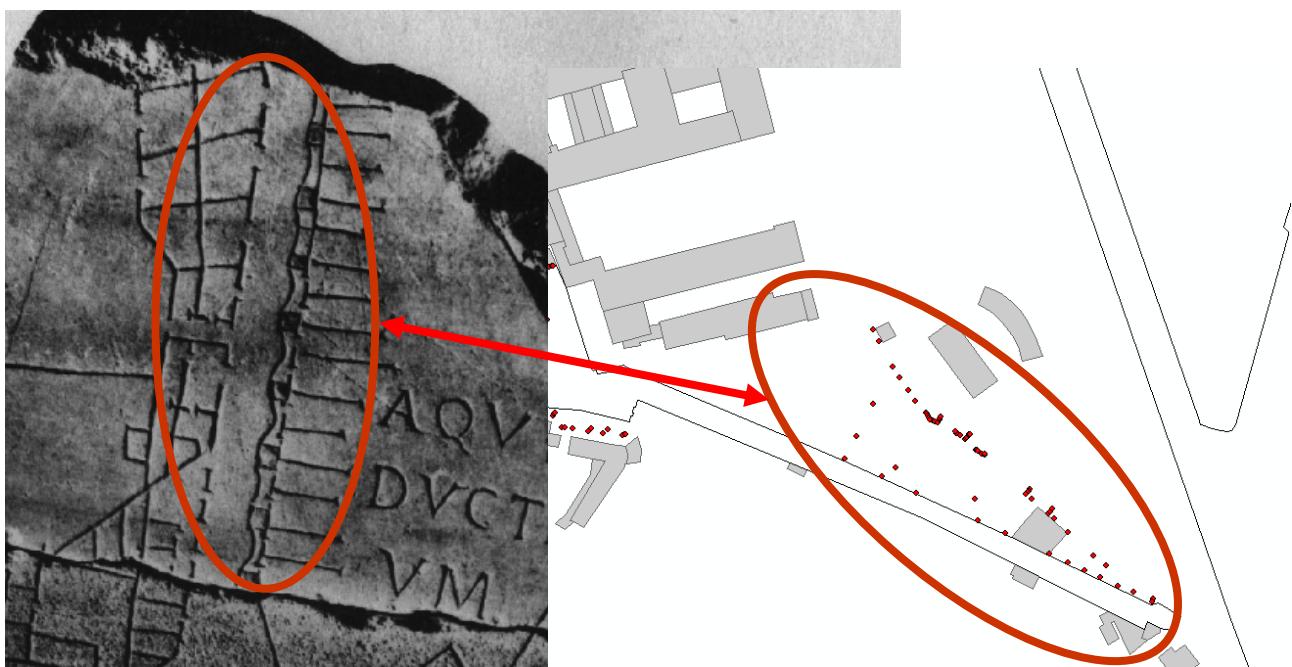


Figura 14. L'acquedotto Celimontano

Lo scopo principale delle operazioni di rilievo è stato quello di creare una sorta di database dei cosiddetti punti doppi, ovvero di tutti quei punti che sono ancora visibili sul terreno ed anche riconoscibili sulla Forma Urbis.

Tutti i punti sono stati ricondotti ad un solo sistema di riferimento, il WGS84-IGB00 e poi trasformati nel sistema WGS84-ETRF89-IGM95 - UTM33 allo scopo di renderli coerenti tra di loro e coerenti con la cartografia di base utilizzata come sfondo, ovvero la carta digitale di Roma in scala 1:2000.

Attenzione particolare è stata dedicata alla materializzazione dei punti sul piano orizzontale, cercando sempre di rilevare il punto a terra oppure di rilevare la sua proiezione sul terreno.

Laddove possibile i punti sono stati rilevati con l'ausilio di palina e prisma, ma in diversi casi (ad esempio dove non è stato possibile accedere direttamente all'area archeologica) sono stati rilevati punti naturali sulla struttura in corrispondenza del punto notevole, ma non sempre nel punto di contatto tra il terreno e la struttura. Di conseguenza la quota ortometrica sebbene intrinsecamente molto accurata (ampiamente entro i 10 cm) si riferisce talvolta a punti che non corrispondono al piano di campagna ma piuttosto al punto sulla struttura che si è effettivamente rilevato.

Questo problema non ha affatto influito sul prosieguo del lavoro dato che le operazioni di rototraslazione tra i diversi sistemi di riferimento sono state effettuate a partire dall'ipotesi che si trattasse di piani bidimensionali nei quali il valore di quota non viene preso in considerazione.

In generale, l'impossibilità di individuare con precisione centimetrica il punto da rilevare (sia per il fatto che il punto sulla Forma Urbis è inciso sul marmo con tutte le imprecisioni che ne conseguono, sia per il fatto che non esistono più i paramenti esterni dei monumenti che sono quelli effettivamente rilevati sulla pianta antica) non ha influito in modo rilevante sulla accuratezza con cui sono stati misurati i punti.

Come indicazione generale valida per tutti i punti rilevati nelle diverse occasioni, si può dire che le accuratezze orizzontali e verticali sono comprese rispettivamente tra 0.05m e 0.1m.

Problemi riscontrati

I rilievi a terra sono stati eseguiti nel corso del biennio 2007-2008. Un arco temporale così ampio per un numero di rilievi relativamente piccolo è stato legato a diversi fattori, che inizialmente non era stato possibile prevedere:

1. La necessità di richiedere permessi ai diversi enti sotto cui ricade la tutela delle diverse aree, i cui tempi burocratici di rilascio dei permessi sono lunghi e farraginosi, ha comportato l'impossibilità di una programmazione complessiva dei rilievi. Si è perciò per forza di cose proceduto "in ordine sparso" sulla base delle possibilità che venivano date di entrare nelle diverse aree. Addirittura di in alcune zone (il *Ludus Magnus* su tutte) non è proprio stato possibile entrare ed il rilievo è stato fatto dall'esterno dell'area con tutte le difficoltà che si possono immaginare. In particolare, l'impossibilità di raggiungere fisicamente il punto da rilevare non ha permesso di utilizzare un canneggiatore con prisma sui punti, cosa che ha aumentato l'incertezza del punto rilevato ma anche ha reso impossibile rilevarne altri.
2. La individuazione delle aree che potevano essere rilevate per la presenza di punti doppi presenti anche su frammenti della Forma Urbis, è stata un processo piuttosto lungo che ha richiesto diversi sopralluoghi nelle aree possibili candidate per il rilievo. Questo in quanto nel corso delle ricerche bibliografiche propedeutiche mi sono reso conto che non esisteva un lavoro che riportasse con esattezza quali e quante sono le strutture ancora visibili sul terreno e che sono anche riportate sulla Forma Urbis. Esistono piuttosto un gran numero di pubblicazioni che (facendo comunque riferimento sempre alle 2-3 pubblicazioni principali) forniscono indicazioni generiche sulle strutture ancora visibili e rappresentate sulla pianta marmorea. Quindi è stato necessario effettuare una serie di sopralluoghi per verificare se qualcosa della struttura rappresentata sulla Forma Urbis fosse ancora visibile sul terreno e nel caso quali tra i frammenti riguardanti quella determinata struttura riportassero effettivamente punti doppi in numero sufficiente per effettuare le successive georeferenziazioni.
3. La mancanza di rilievi moderni delle strutture individuate sul terreno ha comportato il rilievo non solo dei punti doppi, ma di tutti quei punti considerati notevoli al fine di agevolare il corretto svolgersi delle operazioni di georeferenziazione nel corso della successiva fase di post-elaborazione.

Strumentazione utilizzata

Gli strumenti utilizzati per i rilievi sono stati:

1. Una stazione totale *Leica TCR703*, caratterizzata da una precisione di 1mgon sulla misura degli angoli e di 3mm sulla misura di distanza (senza ausilio di prisma).
2. Un GPS di classe geodetica *Topcon Legacy E_GGD*. Questo GPS è stato utilizzato in abbinamento con la stazione totale in modalità statica per la misura delle coordinate dei punti stazione utilizzati per il successivo rilievo di dettaglio delle strutture. Nella procedura statica le coordinate sono state poi stimate con il software *Leica Geomatic Office* rispetto alla stazione permanente GPS M0SE materializzata presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università "Sapienza" di Roma.
3. Una *Smart Station Leica*, il primo strumento al mondo TGPS, ovvero uno strumento capace di integrare una stazione totale *Leica TPS 1201+* (precisione di 0.3mgon sulla misura degli angoli e di 2mm sulla misura delle distanze inferiori ai 500m (senza l'ausilio di prisma)) ed un GPS 1200 di classe geodetica . La Smart Station è sempre stata utilizzata secondo il principio della intervisibilità almeno tra 2 stazioni, in modo che fosse possibile orientare le stazioni Smart Station tra di loro. Infatti il punto di forza rispetto al rilievo tradizionale della SmartStation è la possibilità di lavorare stabilendo coppie di stazioni da dove picchettare senza che queste coppie siano intervisibili tra di loro. L'utilizzo del GPS in modalità RTK (*Real Time Kinematic*, posizionamento GPS di precisione in tempo reale) permette di fissare la posizione della prima stazione. Successivamente si fissa anche la posizione della seconda stazione tramite GPS e ci si serve del primo punto come orientamento. I vantaggi derivati dall'utilizzo della SmartStation sono stati considerevoli, soprattutto per il fatto di poter fare coppie di stazioni dove si è ritenuto opportuno, senza considerare il fatto che non è più stato necessario montare e smontare 2 strumenti diversi (GPS e TPS). Rispetto ai tempi del rilievo tradizionale, i tempi del rilievo sono stati abbattuti almeno del 30%. Il rilievo in modalità RTK è avvenuto con l'ausilio della infrastruttura di rete composta da una serie di stazioni permanenti distanti tra loro alcune decine di km che va sotto il nome di rete di stazioni permanenti del Lazio (RESNAP-GPS) e che è gestita dall'Area di Geodesia e Geomatica della Facoltà di Ingegneria dell'Università "Sapienza" di Roma (<http://w3.uniroma1.it/resnap-gps/index.asp>).
4. In alcuni casi particolari (rilievo di pochi punti, necessità di effettuare il rilievo in poco tempo e/o di controllare alcuni punti rilevati precedentemente) si è ricorso all'utilizzo di un GPS *Leica 1200* di classe geodetica, utilizzato sempre in modalità RTK, con l'ausilio di palina per la materializzazione del punto a terra.



Figura 15. GPS Topcon e SmartStation

Riepilogo delle aree rilevate

Le aree rilevate sono state:

1. Raderi della *Porticus Aemilia*, nella zona di Testaccio
2. Raderi del Circo Massimo nell'area antistante Viale Aventino e Piazza di Porta Capena
3. La fronte delle botteghe sottostanti il Palatino, lungo via dei Cerchi
4. L'acquedotto Celimontano, all'interno dell'orto dei Padri passionisti in via di S. Paolo della Croce
5. Il *Ludus Magnus* in via Labicana
6. Il tempio dei Castori e la Basilica Iulia al Foro Romano
7. La parte visibile del foro della Pace lungo via dei Fori Imperiali
8. Il foro di Nerva e parte del Tempio di Marte nel foro di Augusto lungo via Alessandrina
9. Le colonne della Basilica Ulpia
10. I templi di Largo Argentina
11. La zona del Portico di Ottavia e del Teatro di Marcello
12. La zona dei 3 tempietti di S. Nicola in Carcere tra via del Foro Olimpico e via del Teatro di Marcello.



Figura 16. I resti della Porticus Aemilia a Testaccio, letteralmente incastrati tra i palazzi e le macchine

Di queste, non sono stati utilizzati i dati relativi all'acquedotto Celimontano, non essendo chiara la corrispondenza tra i punti rilevati a terra e quelli rappresentati sulla Forma Urbis, sebbene sia evidente che la struttura raffigurata sulla pianta marmorea sia quella ancora visibile sul terreno. Questo forse perché l'Acquedotto non era rappresentato nelle piante catastali e quindi è stato inserito nella Forma Urbis solo per permettere all'osservatore di riconoscere la zona.

Monumento di riferimento	Punti rilevati (TPS)	Punti rilevati (GPS)	Punti effettivamente utilizzati	
Basilica Ulpia	165	2	30	TPS+GPS
Foro Romano	41	2	6	SmartStation
Teatro Marcello e Portico di Ottavia	50	4	8	SmartStation
Tempietti S. Nicola in Carcere	0	15	5	GPS
Foro della Pace	97	2	7	SmartStation
Testaccio	9	2	8	TPS+GPS
Botteghe del Palatino	26	3	7	TPS+GPS
Villa Celimontana	76	2	0	TPS+GPS
Ludus Magnus	23	2	18	SmartStation
Circo Massimo	163	2	10	TPS+GPS
Largo Argentina	49	3	7	SmartStation
Foro di Augusto e di Nerva	65	4	27	TPS+GPS
Totale	764	30	133	

Tabella 1. Si noti l'elevato numero di punti rilevati per ciascuna struttura e quelli poi effettivamente utilizzati. Nel caso dei tempietti di S. Nicola in Carcere si è utilizzato il solo GPS

Misurazioni sui frammenti

Introduzione

Il rilievo dei punti sulla Forma Urbis è avvenuto per via indiretta, utilizzando disegni e fotografie. Purtroppo non è stato possibile ottenere i permessi per effettuare fotopiani e rilievi diretti dei frammenti di interesse. Dei frammenti esistono sostanzialmente solo 2 rappresentazioni: fotografie effettuate dall'Università di Stanford nel 2004 nel corso del rilievo laser tridimensionale di tutti i pezzi e le fotografie effettuate dal Carrettoni in occasione della prima pubblicazione monografica (1960) di tutti i frammenti conosciuti fino ad allora della pianta marmorea.

Data la mancanza di informazioni sulle fotografie effettuate nel 2004 (tipo di camera utilizzata, risoluzione, obiettivo,...) e la differente qualità delle stesse, si è deciso di utilizzare le fotografie del Carettoni.



Figura 17. Una delle fotografie effettuate nel 2004 dagli studiosi di Stanford

Le fotografie (integrate da opportuni disegni) dei frammenti conosciuti fino ad allora sono riportate nel secondo tomo del volume “*La pianta marmorea di Roma antica. Forma urbis Romae*” pubblicato nel 1960 in occasione del Natale di Roma e che, pur essendo un riferimento fondamentale per chiunque voglia avvicinarsi alla Forma Urbis, venne stampato solo in 400 copie. Il libro riporta anche i disegni rinascimentali dei pezzi andati perduti in epoca storica, che però si è deciso di non utilizzare data l'imprecisione con cui vennero disegnati in antico.

Le fotografie sono messe insieme su una serie di tavole in scala 1:4 rispetto al/i frammento/i riprodotto/i. Vennero divise in 3 macro gruppi (complessi di cui si conosce l'ubicazione, complessi di cui non si conosce l'ubicazione e frammenti con una topografia non identificata) ma all'interno di questi macro gruppi vennero poste l'una accanto all'altra senza criterio topografico, ma

piuttosto con lo scopo di riempire il più possibile le diverse tavole. E' questo ad esempio il caso dei frammenti relativi al Circo Massimo ed al *Ludus Magnus* che sono posti sulla stessa tavola sebbene nella realtà siano piuttosto distanti l'uno dall'altro.

Comunque l'utilizzo delle fotografie del Carettoni è stato possibile sia per l'elevata qualità delle foto che vennero fatte nel 1960 sia per la presenza, su ciascuna tavola, di una scala che consente di riportare alle dimensioni reali i frammenti fotografati.

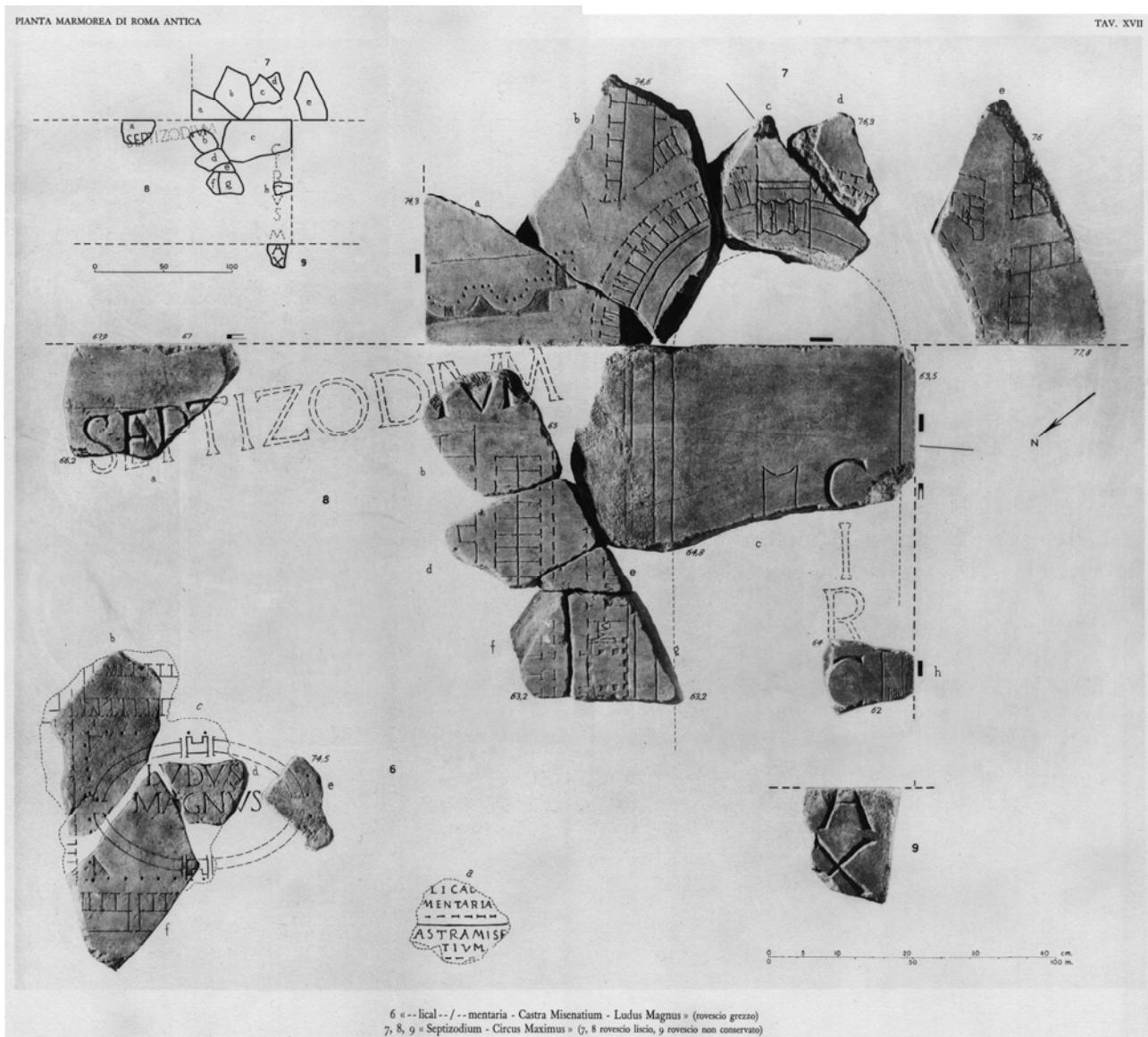


Figura 18. La tavola 17 che mette insieme le fotografie dei frammenti relativi al Circo Massimo ed al *Ludus Magnus* integrandole con opportuni disegni. La posizione relativa tra i 2 complessi non ha alcuna valenza topografica. In basso a destra la scala che permette di riportare alla dimensione originale tutte le tavole. In forma di rettangoli neri i fori delle grappe, in linea tratteggiata i limiti delle lastre

Data l'esiguità delle copie in circolazione, non è stato neppure possibile ottenere le tavole del Carettoni per poterle scansionare con uno scanner di alta precisione. Le tavole sono state prese dal sito della Forma Urbis dell'Università di Stanford (<http://formaurbis.stanford.edu/index.html>) che permette di scaricare una copia delle tavole scansionate in alta qualità.

Identificazione e misura delle coordinate dei punti doppi

Tutte le operazioni relative alla misura dei punti sulle tavole sono state eseguite nel software ArcMap, sebbene queste possano essere facilmente eseguite in qualsivoglia software GIS.

Dopo avere scaricato dal sito le tavole di interesse, sulla base della scala presente su ciascuna tavola, utilizzando gli strumenti della barra *Georeferencing* si è proceduto a georiferire tutte le tavole. In questo modo tutte le tavole sono state riportate alla dimensione originale.

Si sono pertanto ottenuti tanti sistemi di riferimento immagine quante sono state le tavole utilizzate. La riduzione ad una stessa scala ha permesso però di effettuare misure in sistemi immagine diversi ma congruenti tra di loro.

Per la misura dei punti e la loro suddivisione in gruppi il più omogenei possibile, si è adottato il concetto di “sistema lastra”, ovvero si sono considerate sempre indipendenti le misure di frammenti appartenenti a diverse lastre anche se i complessi (come nel caso del Circo Massimo e del *Ludus Magnus*) erano riportati sulla stessa tavola. Questo sistema ha portato alla costruzione di tabelle di punti afferenti alla stessa lastra (secondo le ipotesi ricostruttive del Carettoni) piuttosto che ad un singolo frammento o ad un intero complesso.

L’idea di questo approccio è che in mancanza di altre informazioni, si può ipotizzare che una singola lastra sia stata incisa da un solo scalpellino e quindi le misure rilevate al suo interno abbiano una loro coerenza.

Una volta terminata questa operazione i punti doppi sono stati rilevati con lo strumento *Editor*, immagazzinando le informazioni in una tabella costituita dal nome del punto e dalle sue coordinate.

Riepilogo delle lastre rilevate

Le coordinate dei punti sono espresse in pixel e sono relative al “sistema immagine” relativo a quella determinata tavola. Le misure relative alle diverse tavole sono completamente indipendenti e possono essere messe in relazione solo in via indiretta, grazie al rilievo a terra dei punti doppi.

“Lastre”	Punti Doppi
Botteghe Palatino	7
Circo Massimo	10
Ludus Magnus	18
Testaccio	8
Basilica Ulpia	30
Fori Imperiali	27
Foro Pace	7
Foro Romano	6
Largo Argentina	7
Teatro Marcello	11

Tabella 2. I punti doppi rilevati suddivisi per lastre di appartenenza

Principali problemi riscontrati

1. Alcune strutture raffigurate sulla Forma Urbis non sono le stesse di quelle visibili sul terreno. E’ questo il caso ad esempio dei pilastri della Basilica Iulia che sulla pianta sono raffigurati come pilastri di forma rettangolare allungata, mentre sul terreno sono invece di forma quadrata.
2. Alcuni elementi della *Porticus Aemilia* sembrano raffigurati in maniera approssimata. Tuttavia i calcoli per effettuare le rototraslazioni sembrano evidenziare non tanto una certa

- approssimazione nella raffigurazione, quanto piuttosto una totale aderenza alla forma dell'edificio, fino a riprodurne addirittura l'irregolare disposizione dei pilastri interni.
3. Si ipotizza che la pianta marmorea raffiguri il piano terreno degli edifici. Nel corso dei rilievi in campagna non sempre è stato possibile rilevare i punti direttamente a terra, ma si sono dovuti rilevare ad un livello superiore.

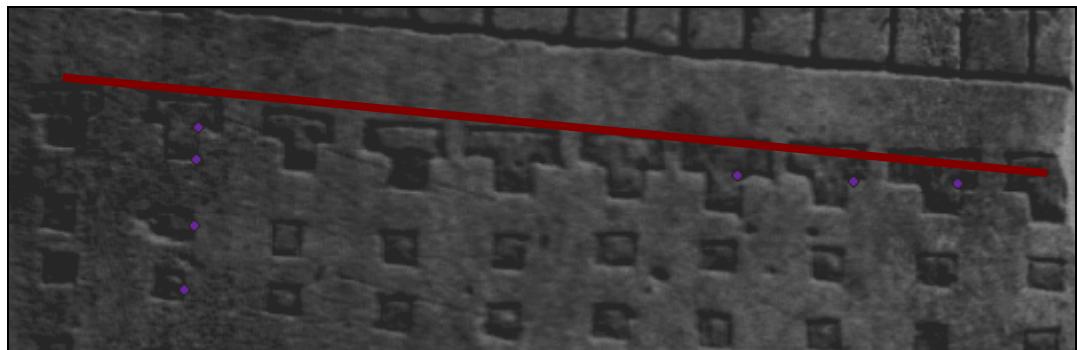


Figura 19. L'irregolare andamento dei pilastri interni della *Porticus Aemilia*. Inizialmente si era pensato ad una rappresentazione piuttosto approssimativa, ma i successivi calcoli sembrano smentire questa ipotesi facendo invece propendere per una raffigurazione assai fedele dell'edificio.



Figura 20. Procedura di identificazione e di rilievo dei punti doppi. Il gruppo di immagini “A” riporta le operazioni svolte sul terreno: individuazione e rilievo del complesso e dei punti doppi; riporto degli stessi sulla Carta di Roma. La figura “B” si vedono gli stessi punti rilevati sul gruppo di frammenti che riproduce la struttura e che appartengono alla stessa lastra

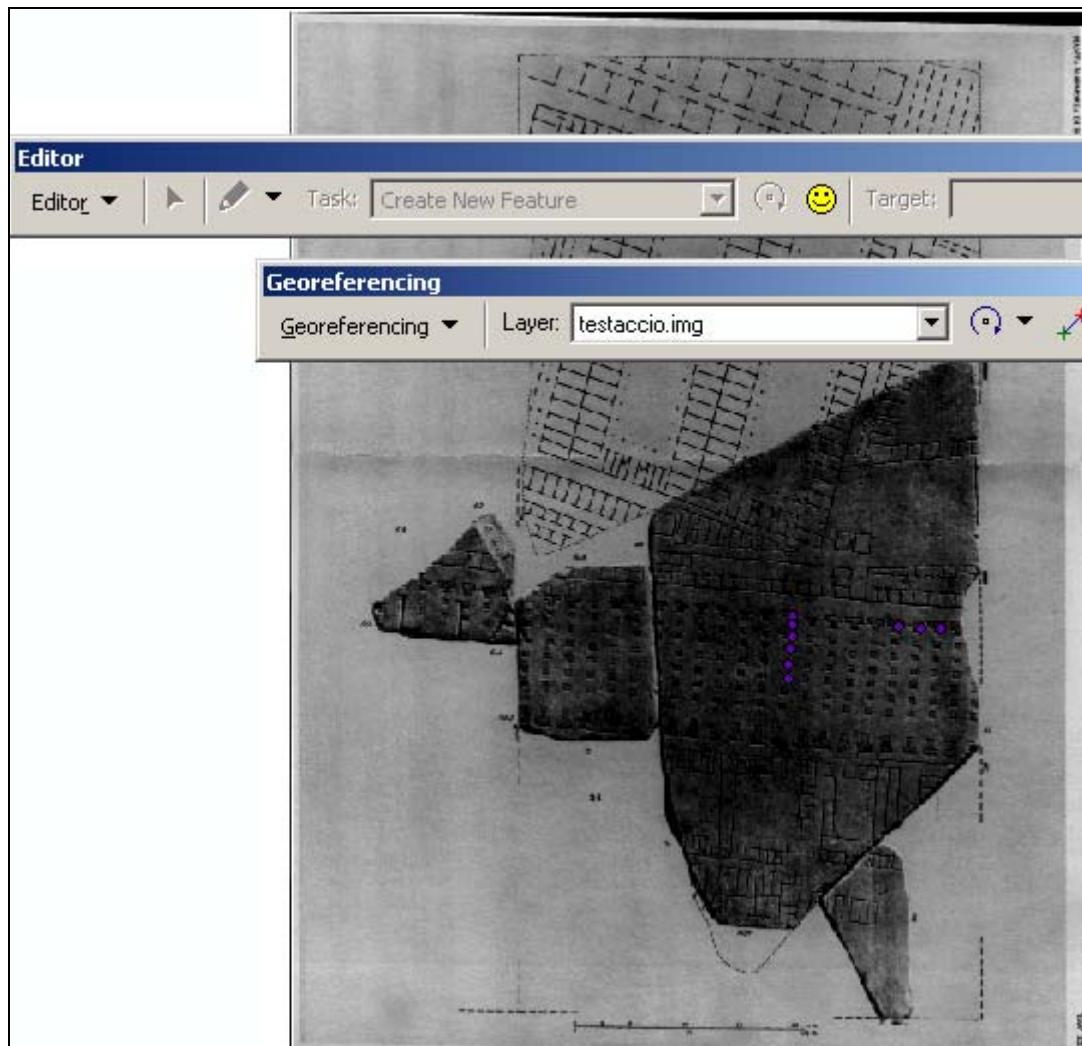


Figura 21. La tavola relativa alla *Porticus Aemilia* con i punti doppi evidenziati. Le barre *Editor* e *Georeferencing* utilizzate

Analisi delle scale

Analisi delle scale locali (analisi della singola lastra)

Una prima analisi ha riguardato la scala delle singole lastre. Per effettuare questa analisi si sono misurate le interdistanze tra tutti i punti doppi nel sistema terreno e nel sistema lastra/immagine. Una semplice divisione tra i valori corrispondenti dà come risultato la scala per quella particolare interdistanza.

I risultati sono riportati nella tabelle seguente:

	distanze	scala media	scala max	scala min	dev.st.	dist.max (m)	dist.min (m)
Bott. Palatino	21	235	330	158	36.67	296	11
Circo Massimo	45	245	309	192	24.92	120	15
Ludus	133	248	283	187	16.44	38	4
Testaccio	21	249	258	236	4.93	71	3
Basilica Ulpia	452	240	296	204	19.43	59	5
Fori Imperiali	249	245	353	203	17.32	101	1
Foro Pace	21	261	338	176	41.53	28	3
Foro Romano	15	235	270	161	25.18	64	7
Largo Argentina	19	233	287	175	26.58	34	2
Teatro Marcello	120	240	324	128	46.18	222	3

Tabella 3. Analisi delle interdistanze rispetto al valore delle scale

La variabilità dei valori è molto ampia (da 158 a 353), mentre i valori medi delle scale sono compresi tra 233 e 261. Le deviazioni standard indicano una dispersione inferiore ai 20 per 4 lastre i cui valori medi sono compresi tra 240 e 250.

I grafici della frequenza delle scale sulle singole lastre di cui sono riportati alcuni esempi, sono abbastanza diversi tra loro anche per il diverso numero dei punti doppi e la variabilità delle distanze. In generale i valori si addensano in modo significativo attorno alla media anche se in alcuni casi la distribuzione sembra più uniforme.

I valori massimi e minimi sono notevolmente lontani dalla media, tuttavia non risultano particolarmente significativi. Ad esempio il valore massimo in assoluto, cioè il 353 riferito alla zona dei Fori Imperiali risulta praticamente, come si può vedere dal grafico un *outlier* in quanto solo 1 valore su più di 200 risulta avere quella scala

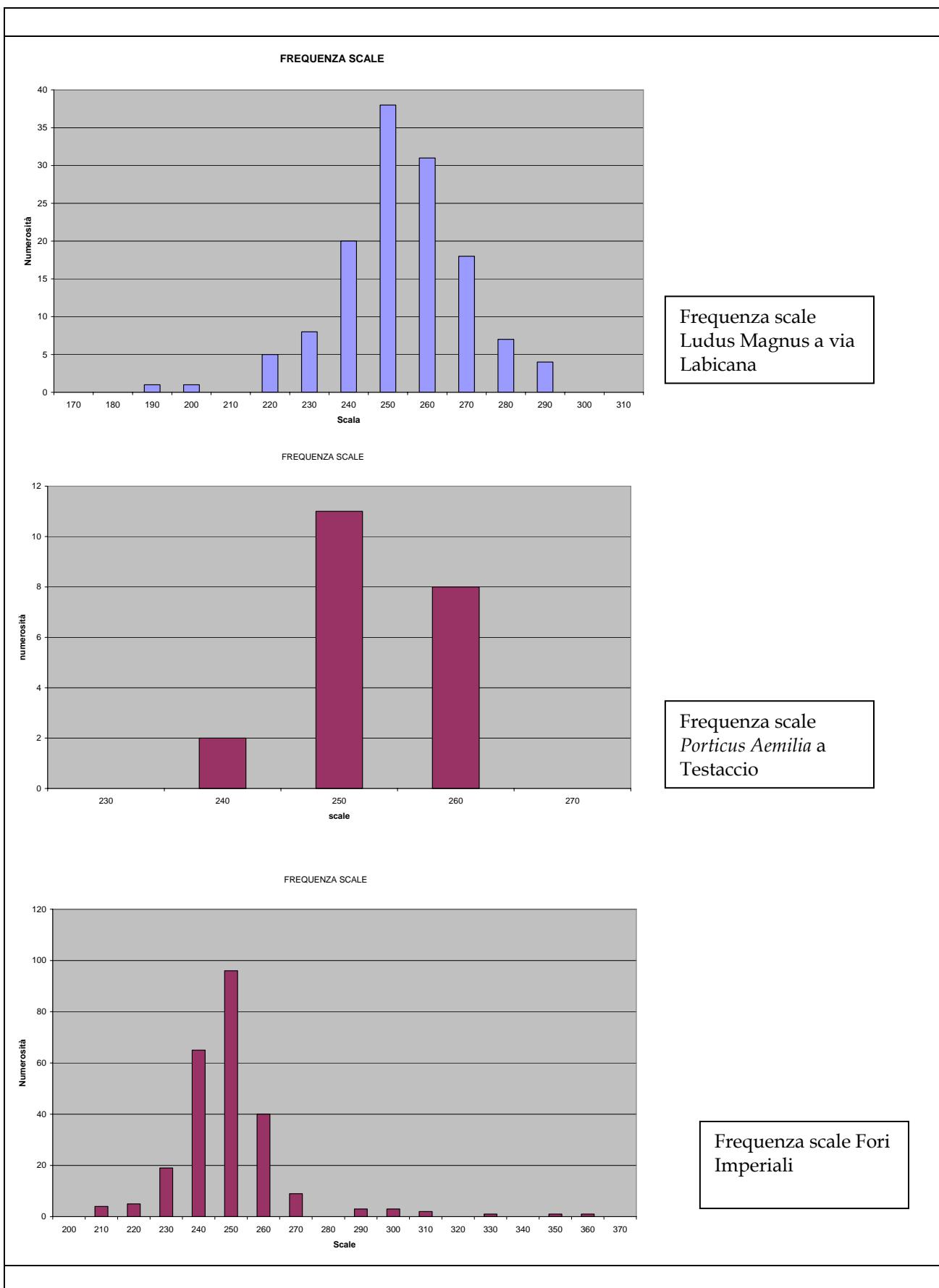


Figura 22. Frequenza delle scale relativa a 3 lastre (Basilica Ulpia, Ludus Magnus, Porticus Aemilia)

Analisi delle scale locali (analisi globale)

Il grafico riporta i valori di scala per tutti i frammenti raggruppati per classi di valori di 10. E' evidente il fatto che i valori si addensano decisamente attorno la media.

Si è valutato quanto la distribuzione delle scale possa essere approssimata alla distribuzione normale, sovrapponendo alla distribuzione effettiva la gaussiana corrispondente (stessa media e stesso sigma) e si è calcolato il valore del χ^2 . I risultati evidenziano che i valori medi di scala sono espressione di una realtà sottostante che non è casuale.

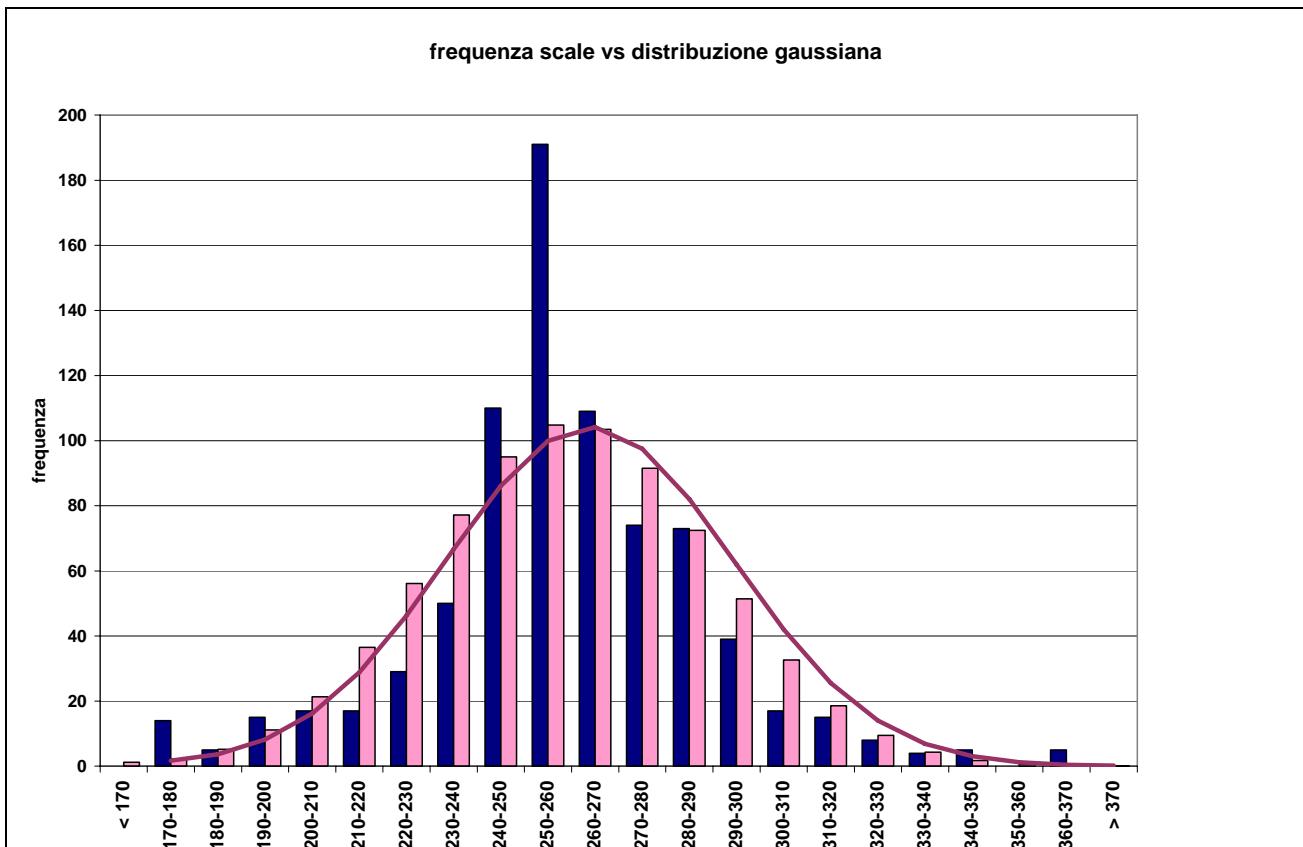


Figura 23. Frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti raggruppate a intervalli di 10. In blu le frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti. In rosa i valori corrispondenti della distribuzione gaussiana equivalente

Il secondo grafico riporta una analisi effettuata escludendo i valori di scala estremi (ovvero con frequenza con frequenza < 15 che significa < 2% sul totale) e raggruppando le classi per valori di 2 anziché di 10 dà risultati analoghi a quelli del primo grafico. Anche in questo caso si può notare come la distribuzione misurata mostri un picco significativo in corrispondenza dei valori centrali allontanandosi notevolmente dalla distribuzione casuale.

Infatti anche in questo secondo grafico i valori tendono ad addensarsi in maniera significativa attorno alla media con un picco "centrale" che si discosta molto dall'andamento di una distribuzione gaussiana avente stessa media e stesso sigma.

I risultati inducono pertanto a considerare molto significativa la media dei valori calcolati.

Nella tabella sono riportati i risultati della analisi su tutte le interdistanze e i risultati del test a media $\pm 2\sigma$ effettuato sulla distribuzione. Si evidenzia che i valori estremi per la distribuzione sono poco numerosi (circa 5%) e che il valore della media resta invariato

Test scale		
distanze totali	992	948
media	242	242
σ	24	17
media + 2 σ	290	276
media - 2 σ	193	208

Tabella 4. Risultati delle analisi su tutte le interdistanze

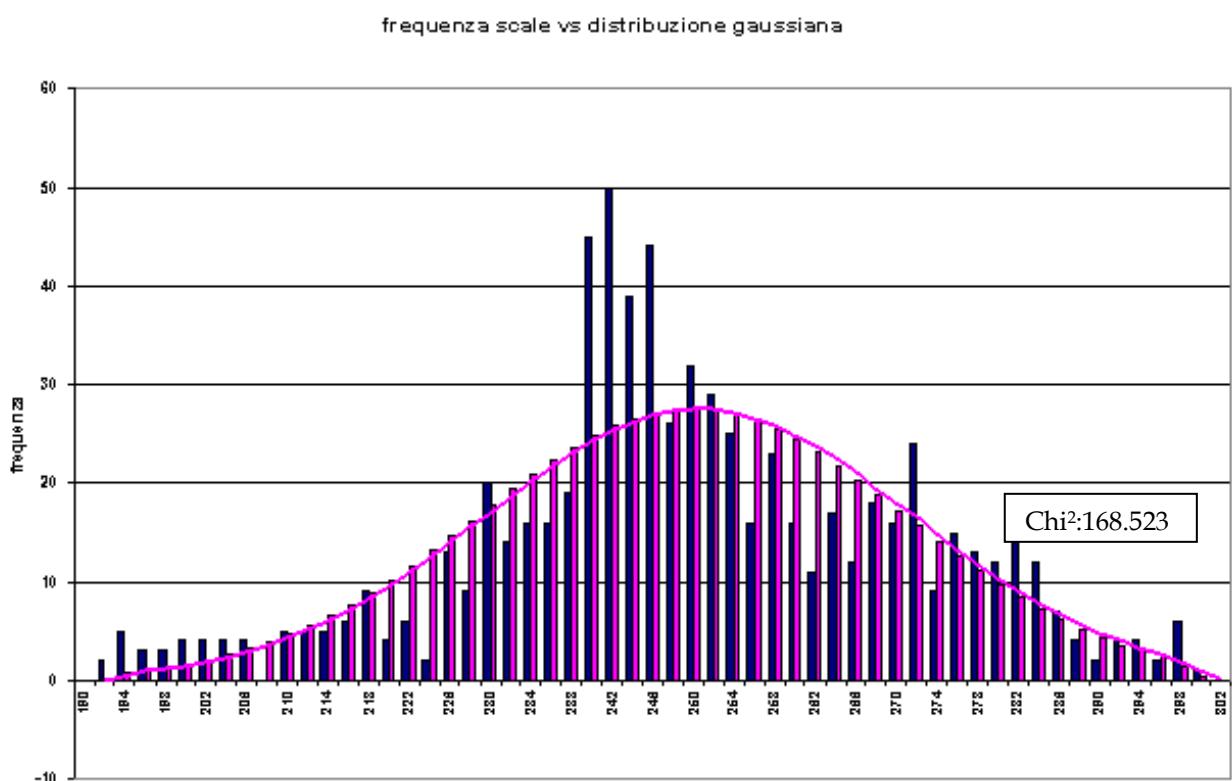


Figura 24. Frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti raggruppate a intervalli di 2, escludendo i valori con frequenza <15 (=2%). In blu le frequenze delle scale locali calcolate su tutti i frammenti. In rosa i valori corrispondenti della distribuzione gaussiana equivalente

Correlazione tra scale e distanze

Un controllo è stato fatto per evidenziare eventuali dipendenze tra scala e distanze. A tale scopo si è calcolato il coefficiente di correlazione R^2 per ogni singola lastra e per tutte le interdistanze. Il valore di R^2 risulta sempre basso, tale da garantire la non dipendenza tra le 2 variabili. Il valore relativamente alto per la lastra del teatro di Marcello può essere legato alla presenza di frammenti non contigui il cui posizionamento relativo potrebbe essere non corretto.

	distanze	R2
Bott. Palatino	21	0.0046
Circo Massimo	45	0.0294
Ludus	133	0.0019
Testaccio	21	0.0331
Basilica Ulpia	452	0.0718
Fori Imperiali	249	0.0850
Foro Pace	21	0.0554
Foro Romano	15	0.1625
Largo Argentina	19	0.0010
Teatro Marcelllo	120	0.413

Tabella 5. R^2 relativo alle singole lastre

In particolare il primo grafico riporta il caso del *Ludus Magnus*, mentre il secondo riporta i valori di distanza e scala per tutte le lastre. Il terzo grafico riporta i valori di scala entro l'intervallo di media $\pm 2\sigma$. La tabella infine riassume i dati principali relativi ai grafici.

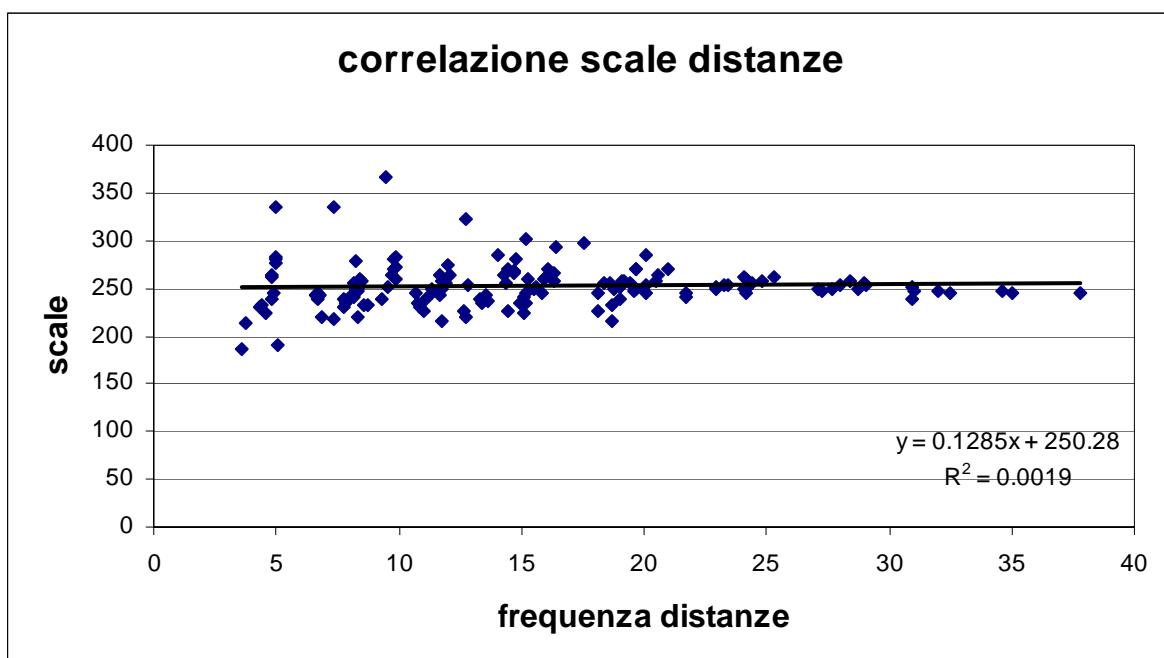


Figura 25. *Ludus Magnus*. Non c'è correlazione tra distanze e valori di scala

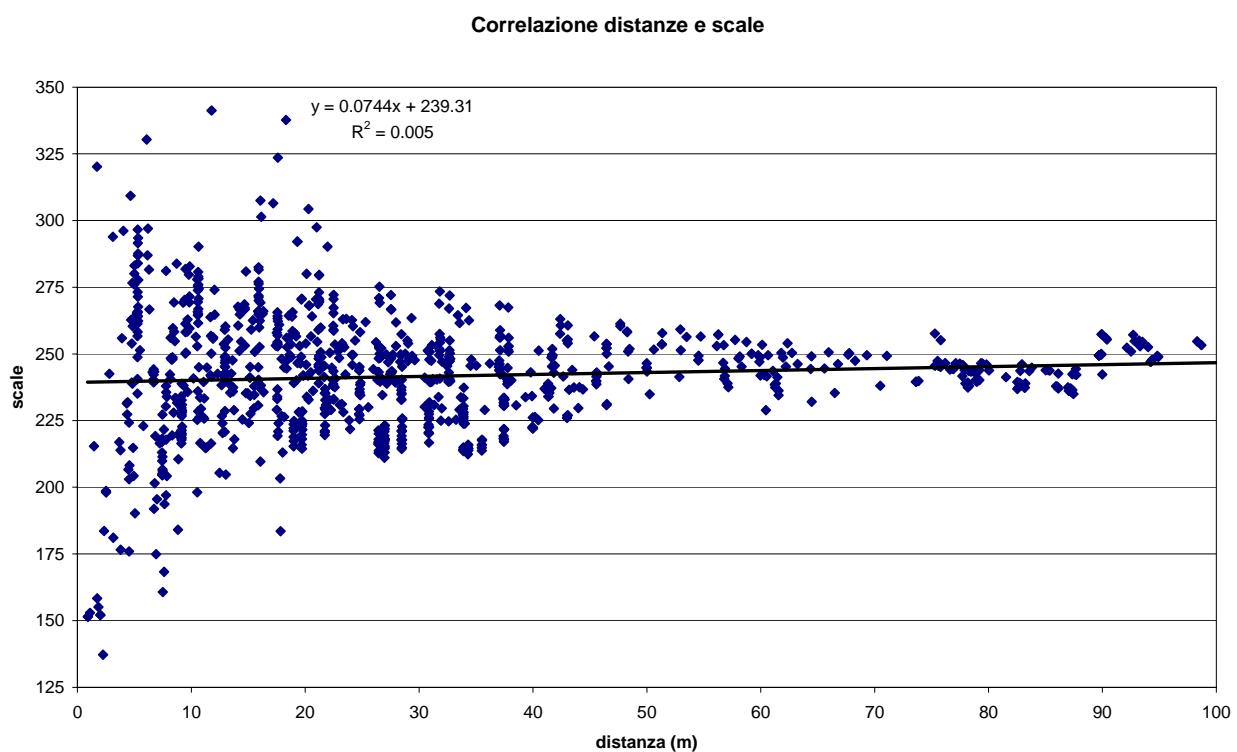


Figura 26. Correlazione distanze scale tra tutti i frammenti

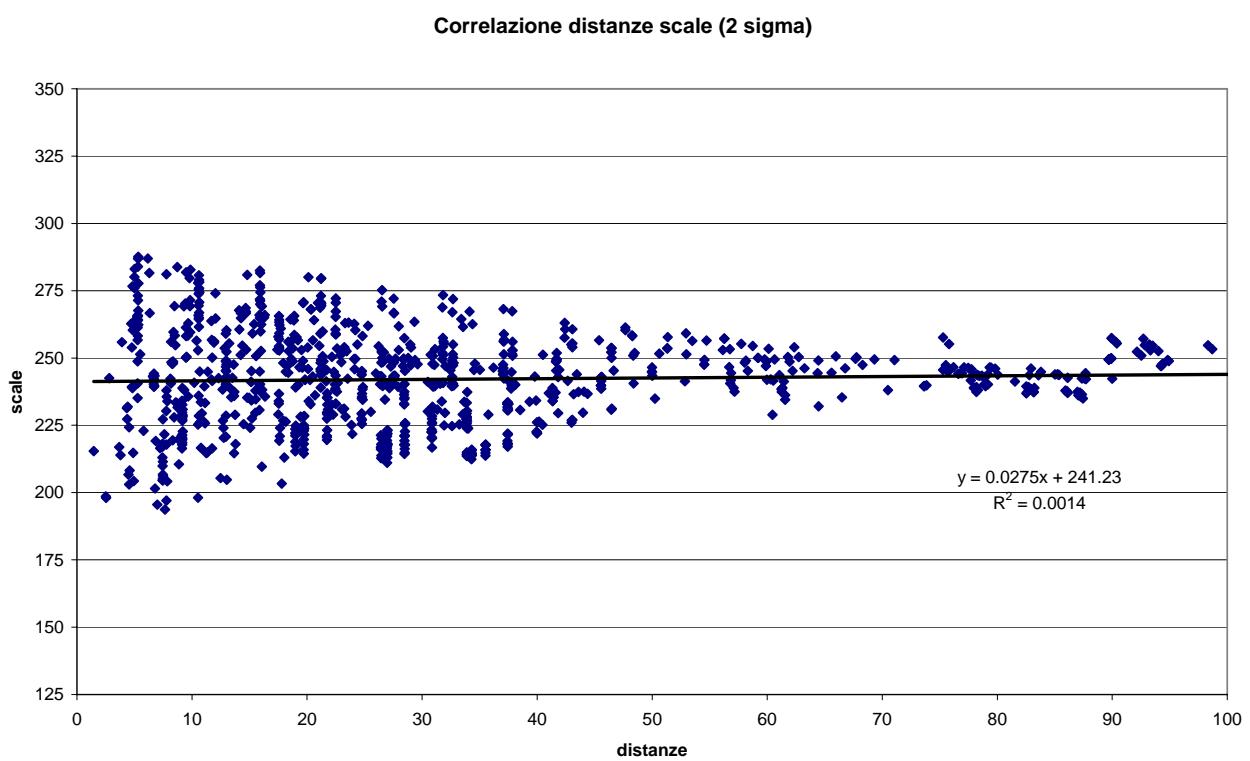


Figura 27. Correlazione distanze scale tra tutti i frammenti (test a 2 sigma)

distanze totali	media	σ	media + 2 σ	media - 2 σ	R2
992	242	24	290	193	0.005
948	242	17	276	208	0.0014

Tabella 6. Dati generali per la correlazione tra distanze e scale per tutte le lastre

Il valore di R² evidenzia la non correlazione tra distanze e scale. Eliminando i valori di scala estremi il valore di R², già piccolo diminuisce ulteriormente.

Dai grafici si evidenzia comunque una maggiore dispersione delle scale sulle distanze più piccole (entro i 20m) che è abbastanza naturale dato che misurando distanze piccole si hanno errori relativi maggiori. Come è ragionevole aspettarsi per distanze maggiori la dispersione risulta minore.

Rototraslazioni

Introduzione

Lo scopo ultimo è quello di mettere in relazione le grappe sulla parete e quelle disegnate sulle tavole del Carettoni. Non esistendo tuttavia un legame diretto tra sistema parete ed i diversi sistemi lastra/immagine è necessario passare attraverso le misure sul terreno.

In sintesi le operazioni che sono state effettuate sono:

1. Si stabilisce una relazione tra le singole lastre ed il terreno individuando i parametri necessari al passaggio dal sistema terreno ai diversi sistemi lastra.
2. Si utilizzano i parametri così individuati per calcolare le coordinate terreno delle grappe a partire dalle coordinate misurate nei diversi sistemi lastra\immagine.
3. Si stabilisce un legame tra sistema terreno e sistema parete tramite le coordinate grappe a terra e quelle corrispondenti misurate sulla parete. Si calcolano pertanto i parametri delle rototraslazioni corrispondenti.
4. Si utilizzano i parametri ricavati nel passaggio 3. per portare dal sistema terreno al sistema parete i restanti i punti doppi.
5. Si effettuano le necessarie analisi per determinare la qualità delle trasformazioni adottate.

Rototraslazione UNO (collegamento terreno immagine)

La prima operazione che è stata svolta, è stata una rototraslazione tra i diversi sistemi lastra e quello terreno per mezzo dei punti doppi rilevati.

Il problema del passaggio da un sistema di riferimento A, di coordinate X,Y, ad un sistema di riferimento B, di coordinate x,y senza che siano noti i parametri di passaggio da un sistema di riferimento all'altro è stato risolto con il rilievo dei punti doppi e l'ausilio di 2 trasformazioni piane, (una rototraslazione con variazione di scala isotropa -trasformazione conforme a 4 parametri- ed una rototraslazione con variazione di scala anisotropa e scorrimento angolare - trasformazione affine generale a 6 parametri-). appendice

Le 2 trasformazioni utilizzate sono state implementate in Excel.

Tramite questa operazione si collegano i diversi sistemi immagine a quello terreno individuando i parametri delle rototraslazioni corrispondenti (isotropa a 4 parametri o anisotropa a 6), utilizzando i punti doppi rilevati in precedenza.

Questo consente di mettere in correlazione le misure effettuate sui diversi sistemi lastra\immagine ma senza fare alcuna ipotesi a monte sulla posizione relativa delle singole lastre.

Rototraslazione isotropa

Con questa trasformazione si calcolano 4 parametri; i 2 parametri T_x e T_y (fattori di traslazione), l'angolo θ (angolo di rotazione) ed il fattore di scala (λ).

Nel nostro caso sia i fattori di traslazione che l'angolo di rotazione non hanno interesse in quanto descrivono le grandezze che servono per ruotare le tavole e spostarle fino a farle posizionare nella migliore collocazione possibile nel sistema di riferimento terreno. E' evidente che T_x , T_y e θ variano per ognuna delle tavole e sono legate semplicemente al modo in cui i frammenti sono disegnati sulla tavola e non hanno significato topografico.

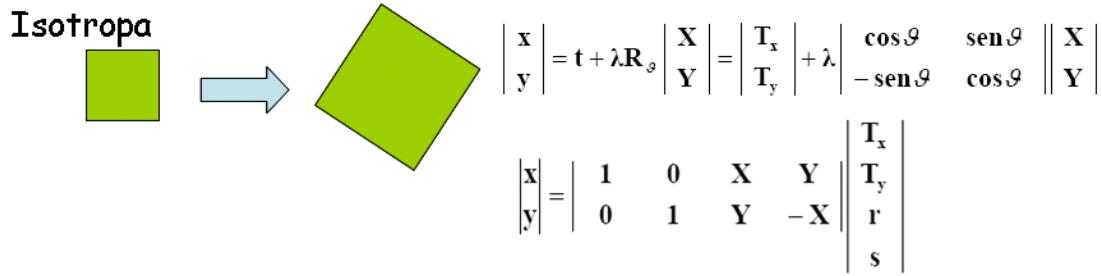


Figura 28. Trasformazione isotropa a 4 parametri

Per valutare la bontà della rototraslazione si fa uso del sigma zero. Si calcolano i residui come differenze tra la posizione reale misurata sul terreno e quella che risulta dalla applicazione dei parametri della trasformazione alle coordinate immagine. La radice quadrata della somma dei quadrati di questi residui divisa per il numero dei punti meno 4 dà il sigma zero.

Il calcolo viene effettuato su tutte le coordinate X e Y ed il numero 4 è giustificato dal fatto che avendo usato il metodo dei minimi quadrati con un numero di punti superiore a quello minimo (che per questo tipo di trasformazione è 2) va applicata una ridondanza pari a questo numero minimo di punti, cioè 2 che corrisponde a 4 coordinate.

Nella tabella sono riportati i risultati della trasformazione isotropa a 4 parametri, unitamente al valore del sigma zero e la sua trasposizione sulla parete, calcolata applicando la scala relativa ad ogni singola lastra.

Va ribadito che per le caratteristiche della pianta monumentale, si può considerare un errore di grafismo dell'ordine di 6mm. Pertanto considerando il valore dell'incertezza riportata sulla parete la trasformazione appare particolarmente buona. La lastra relativa al Teatro di Marcello mostra un sigma molto più elevato (2.21m), confermando l'ipotesi di un posizionamento relativo non del tutto corretto dei vari frammenti. Quella che poteva essere una mera ipotesi usando il metodo delle interdistanze, viene confermata numericamente dai risultati della applicazione della trasformazione.

Dal confronto con le scale medie stimate a partire dalle interdistanze locali emerge una sostanziale identità (i valori di scala calcolati con la trasformazione isotropa sono in genere di poco inferiori a quelli calcolati con le interdistanze).

La differenza maggiore sicuramente non riconducibile alle modalità di calcolo si riscontra per la lastra del teatro di Marcello.

Isotropa a 4 parametri					
	Punti	scala	sigma (m)	incertezza parete	scala media interdistanze
Botteghe Palatino	7	239	0.48	0.002	235
Circo Massimo	10	247	0.75	0.003	245
Ludus	18	250	0.49	0.001	248
Testaccio	8	250	0.23	0.001	249
Basilica Ulpia	30	243	1.26	0.005	240
Fori Imperiali	27	242	0.94	0.004	245
Foro Pace	7	261	1.32	0.005	261
Foro Romano	6	241	0.90	0.004	235
Largo Argentina	7	237	0.54	0.002	233
Teatro Marcello	11	270	2.72	0.010	240

Tabella 7. Risultati delle rototraslazioni isotrope a 4 parametri

La tabella mette in evidenza come la scala sia compresa tra 237 e 270. Senza considerare la lastra del Teatro di Marcello, il valore più elevato (1.32m) di sigma zero è quello dei frammenti relativi alla lastra del Foro della Pace, la cui scala risulta essere non a caso la più alta (261).

Nel caso della Basilica Ulpia il valore di scala è analogo con quello delle altre lastre ma il valore del sigma è superiore al metro. In tutti gli altri casi i valori di sigma zero sono sotto 1m.

Media	
Tutti valori	Senza Marcello
248	246

Tabella 8. Valori medi di scala per la trasformazione isotropa a 4 parametri

Il valore medio di scala è pari a 246 (non considerando la lastra del Teatro di Marcello).

La cosa più notevole è che utilizzando metodi matematici molto diversi da quelli generalmente utilizzati nella letteratura archeologica, si perviene a risultati per la scala molto simili.

Questo, se da una parte conferma la capacità degli archeologi di cogliere in modo corretto anche l'aspetto più strettamente numerico e topografico della pianta marmorea, dall'altra dà una patente di grande attendibilità al metodo complessivo usato in questo lavoro. Viene confermata anche l'attendibilità e l'accuratezza dei dati rilevati sul terreno e sulle tavole, e la sostanziale correttezza della scelta dei punti doppi. Il fatto che la scala media complessiva, simile tra i dati archeologici e quelli matematici, derivi da lastre poste a distanze anche notevoli e in punti diversi della pianta marmorea, induce a pensare che effettivamente la Forma Urbis abbia un reale contenuto metrico e che gli edifici che vi sono rappresentati riproducano fedelmente la forma e le misure delle strutture reali.

Rototraslazione anisotropa con scorrimento angolare (affine, caso generale a 6 parametri)

Con questa trasformazione si calcolano 6 parametri; i 2 parametri Tx e Ty (fattori di traslazione), l'angolo θ (angolo di rotazione), 2 fattori di scala nelle 2 direzioni (λ e μ) e l'angolo γ (angolo di sbandamento tra gli assi). Pertanto la trasformazione affine è in grado anche di tenere conto di eventuali differenze di scala e non ortogonalità della rappresentazione lungo i due assi X e Y.

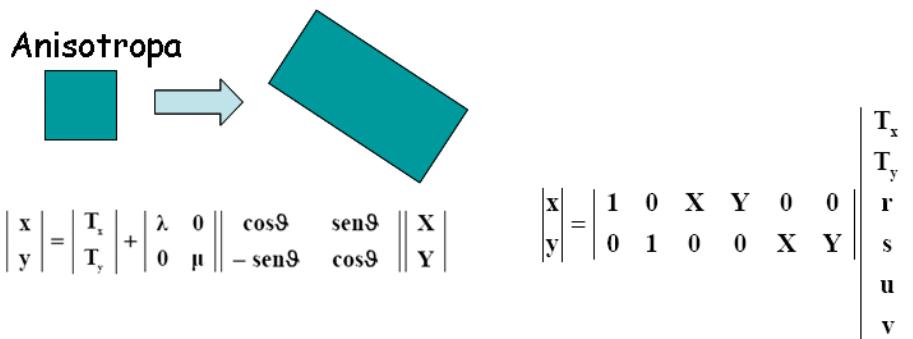


Figura 29. Trasformazione anisotropa (caso generale a 6 parametri)

Anche in questo caso si prendono in considerazione solo i fattori di scala, dato che gli altri parametri variano per ognuna delle tavole e come già detto sono legate semplicemente al modo in cui i frammenti sono disegnati sulla tavola e non hanno significato topografico.

Il problema nell'uso di questo tipo di trasformazione sta nel fatto non è detto che il calcolo di parametri che portano ad una migliore correlazione matematica (ovvero un sigma zero più piccolo) corrisponda effettivamente a deformazioni volutamente introdotte nella rappresentazione delle strutture sulla pianta. Rimane il fatto che se questa trasformazione si rivelasse migliore della precedente, sarebbe corretto usarla nei calcoli.

Anisotropa a 6 parametri				
	Punti	scala	sigma (m)	incertezza parete
Botteghe Palatino	7	-118/442	0.53	/
Circo Massimo	10	208/260	0.41	0.002/0.002
Ludus	18	252/239	0.48	0.001/0.001
Testaccio	8	251/250	0.25	0.001/0.001
Basilica Ulpia	30	242/231	0.48	0.002/0.002
Fori Imperiali	27	233/248	0.73	0.003/0.003
Foro Pace	7	250/311	0.86	0.003/0.003
Foro Romano	6	236/244	1.34	0.006/0.006
Largo Argentina	7	245/224	0.41	0.002/0.002
Teatro Marcello	11	/	/	/

Tabella 9. Risultati delle rototraslazioni a 6 parametri

La trasformazione affine non è applicabile alla lastra delle Botteghe del Palatino perché dà risultati palesemente incongrui. Ciò avviene a causa della disposizione dei punti che risultano quasi perfettamente allineati lungo la direzione Y.

La lastra del Foro della Pace presenta un valore di scala (311) visibilmente più elevato di tutti gli altri e presumibilmente errato.

La lastra relativa al Circo Massimo riporta i valori di scala con la massima differenza tra il più piccolo (208) ed il più grande (260) rispetto a tutti gli altri. In questo caso la differenza potrebbe essere dovuta ad una rappresentazione del Circo Massimo volutamente deformata nel senso della larghezza al fine di rappresentare il complesso più proporzionato.

Il valore più alto di sigma zero (1.34m) è relativo alla lastra del Foro Romano nella quale si utilizza però anche il minor numero di punti in assoluto (6).

Dalla tabella non si evince una regolarità nella differenza tra λ e μ , in quanto il valore maggiore può essere l'uno o l'altro, per cui non è ipotizzabile (tranne che nel caso del Circo Massimo) una differenza di scala voluta nelle 2 direzioni ed i diversi valori dei parametri di scala derivano soltanto dall'adattamento matematico tra i 2 sistemi di coordinate.

	isotropa (4 par)		anisotropa (6 par)
	punti	sigma (m)	
Botteghe Palatino	7	0.48	/
Circo Massimo	10	0.75	0.41
Ludus	18	0.49	0.48
Testaccio	8	0.23	0.25
Basilica Ulpia	30	1.26	0.48
Fori Imperiali	27	0.94	0.73
Foro Pace	7	1.32	0.86
Foro Romano	6	0.90	1.34
Largo Argentina	7	0.54	0.41
Teatro Marcello	11	2.72	/

Tabella 10. Residui sui punti a confronto

La tabella mette a confronto i valori del sigma zero tra le 2 trasformazioni adottate.

Rispetto alla trasformazione isotropa, l'affine sembra fittare o nello stesso modo o leggermente meglio, in tutti i casi tranne che in quello della lastra del Foro Romano.

Questo ha indotto a fare uso in seguito dei parametri ottenuti da entrambe le trasformazioni per stimare le coordinate terreno delle grappe.

Rototraslazione DUE

Individuazione delle grappe

Le grappe sono posizionate generalmente lungo i bordi delle lastre e servivano per ancorarle alla parete. Sulle tavole del Carettoni sono ben segnalati i fori di grappa presenti sui frammenti. Anche il database realizzato dall'Università di Stanford segnala i frammenti con fori di grappa e permette anche di scaricare modelli 3D dei singoli frammenti.

Dall'analisi di questi due strumenti non sempre emerge chiaramente la presenza dei fori delle grappe. Tuttavia mancando la possibilità di accedere direttamente ai frammenti ci si è limitati a riportare le informazioni sulla presenza dei fori di grappa sulla base della letteratura archeologica.

Purtroppo non su tutti i gruppi di frammenti utilizzati in questo studio sono presenti fori di grappe. Al contrario il numero di frammenti con grappe è davvero esiguo a fronte dell'elevato numero di fori di grappa presenti sulla parete.

Le lastre che portano le grappe tra quelle analizzate sono quelle relative ai complessi di:

- 1) il Circo Massimo (4 grappe)
- 2) la Porticus Aemilia al Testaccio (6 grappe)
- 3) i Fori di Augusto e di Nerva (1 grappa)
- 4) i Templi di Largo Argentina (2 grappe)

Le lastre che presentano i fori delle grappe sono comunque ben distribuite rispetto all'area dei frammenti della pianta.

Si è scelto per dare un peso uniforme alle varie lastre di utilizzarne solo 7 ovvero 2 per ogni lastra più quella relativa ai Fori di Augusto e di Nerva.

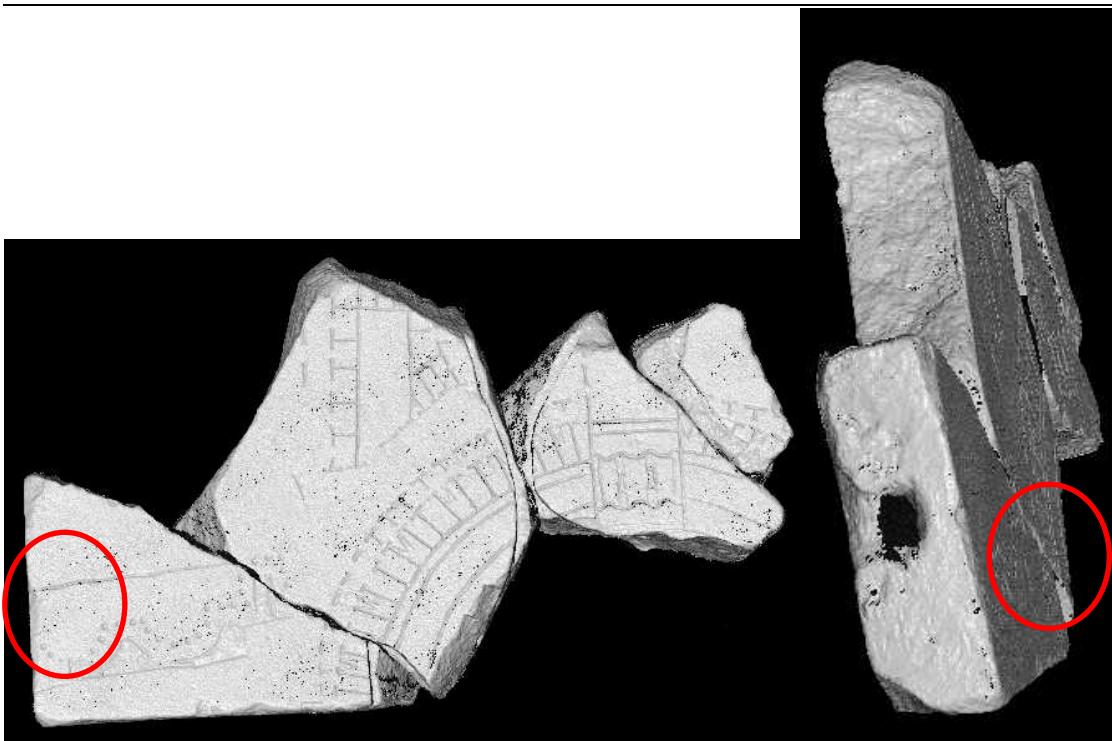


Figura 30. Frammento del Circo Massimo. E' evidente la presenza di un foro di grappa (4x2 cm circa)

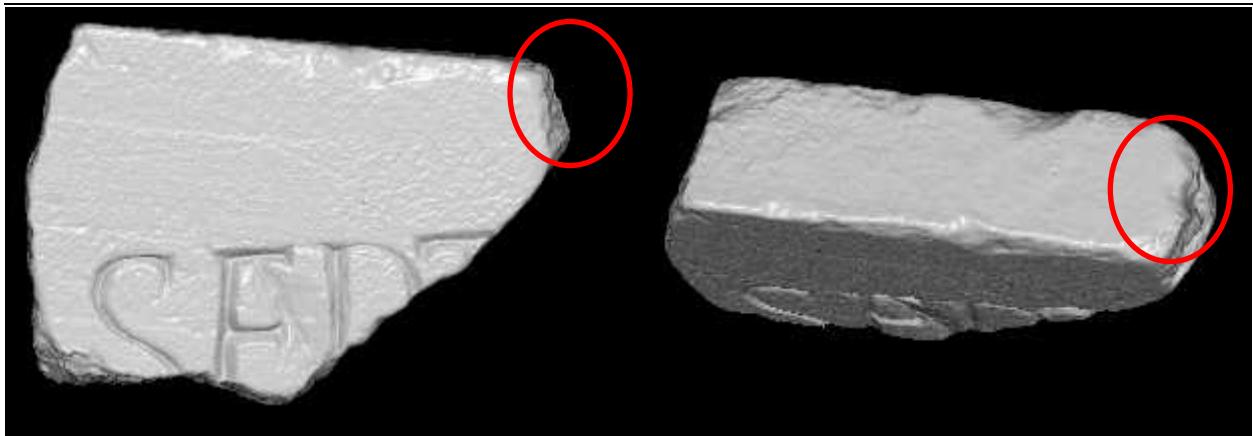


Figura 31. Frammento del Circo Massimo. La presenza del foro di grappa è stata vista dal Carettoni, ma non è possibile identificarla a partire dai dati attuali.

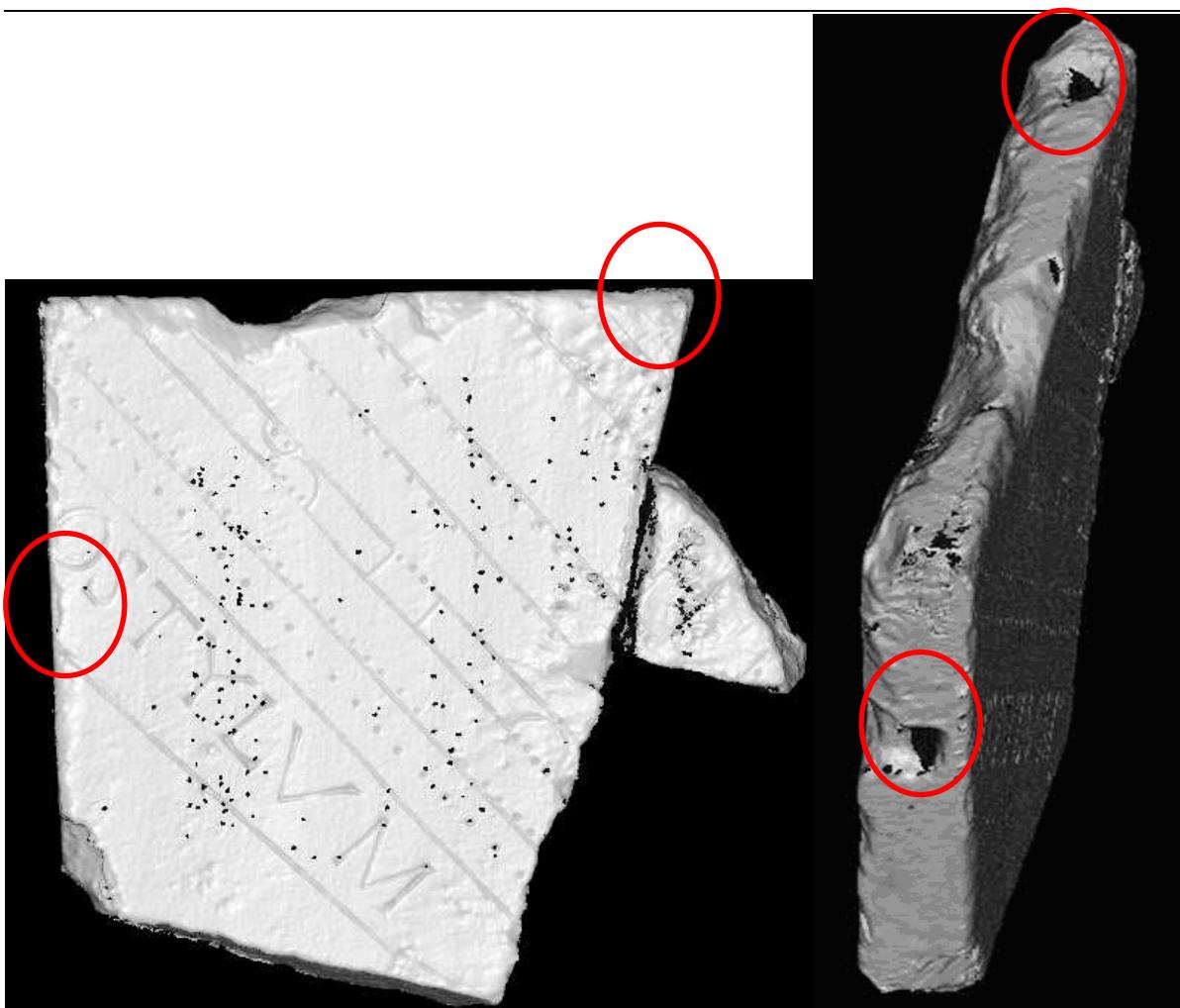


Figura 32. Frammento di Largo Argentina/Teatro di Pompeo. I fori di grappa sono evidenti. E' ipotizzabile la presenza di un terzo foro di grappa in corrispondenza della rottura.

Misura delle coordinate grappe sulle immagini

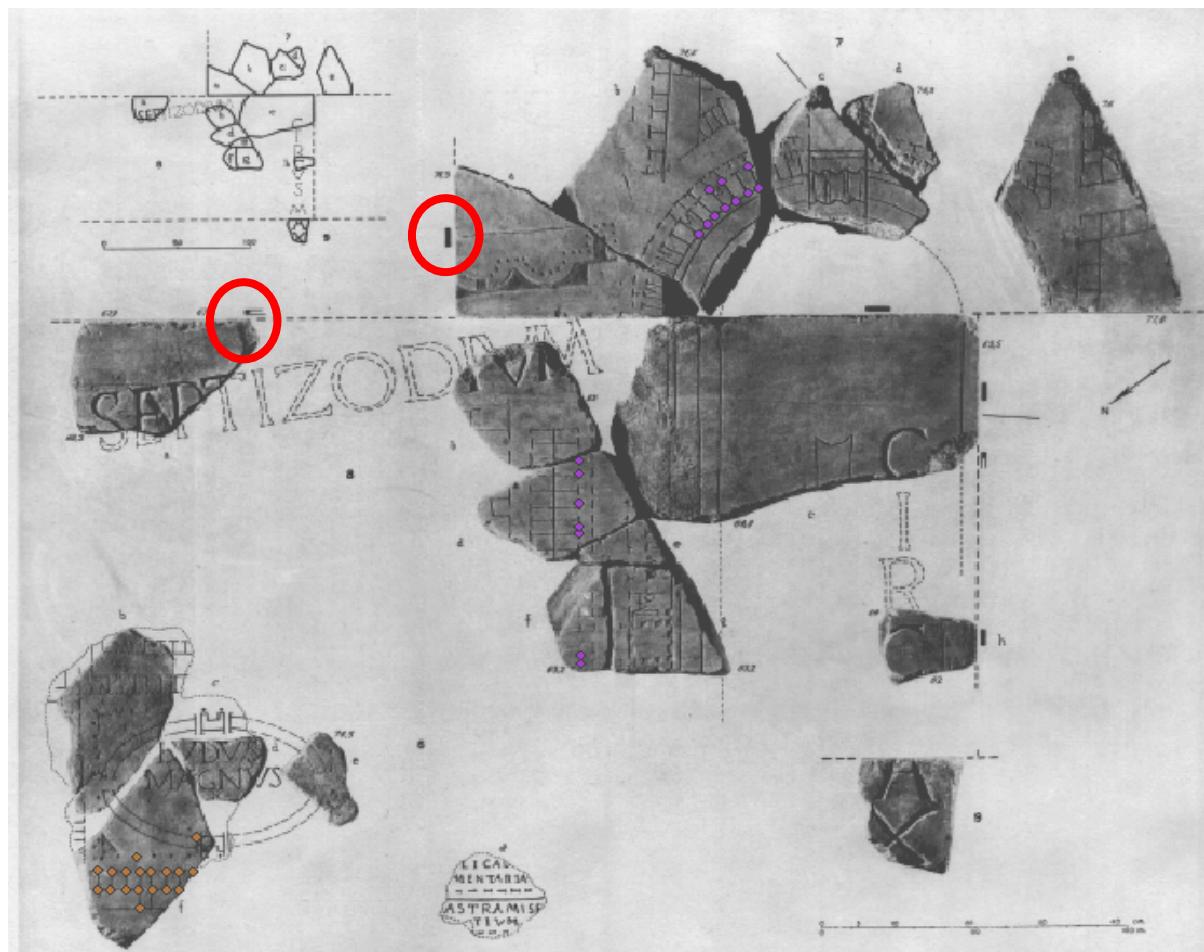


Figura 33. Nei cerchietti 2 delle grappe presenti sui frammenti appartenenti al complesso del Circo Massimo

La misura delle coordinate delle grappe sulle immagini è stata fatta utilizzando le tavole del Carettoni (che riporta le grappe con un rettangolo nero in corrispondenza del foro), utilizzando lo stesso software (ArcMap) già utilizzato per misurare le coordinate immagine dei punti doppi. Si sono costruite 4 tabelle con le coordinate immagine delle grappe.

Calcolo delle coordinate delle grappe sul terreno

In questo caso sono state utilizzate le trasformazioni già utilizzate per le singole lastre (rototraslazione isotropa a 4 parametri e rototraslazione anisotropa a 6 parametri), implementando anch'esse in Excel.

Per calcolare i valori delle coordinate a terra delle grappe sono stati utilizzati i valori dei parametri ottenuti nello step precedente, quando si sono collegati i diversi sistemi lastra\immagine con il terreno tramite i punti doppi. Sono state effettuati i calcoli prendendo in considerazione sia i valori di coordinate delle grappe a terra ottenuti con la trasformazione isotropa che quelli ottenuti con la trasformazione anisotropa delle relative lastre.

Isotropa a 4 parametri			Anisotropa a 6 parametri		Differenze	
(m)	Est	Nord	Est	Nord	ΔEst	ΔNord
Fori Imperiali	291548.537	4640989.555	291548.677	4640988.713	-0.141	0.842
CircoMax1	291682.142	4640113.784	291576.355	4640015.864	2.469	-2.249
CircoMax2	291574.503	4640017.573	291679.673	4640116.033	-1.852	1.708
Largo Argentina1	290622.740	4641329.739	290622.287	4641326.255	0.453	3.484
Largo Argentina2	290588.309	4641219.540	290583.743	4641221.989	4.566	-2.448
Testaccio1	290219.743	4639632.581	290218.842	4639633.010	0.901	-0.429
Testaccio2	290328.033	4639456.808	290328.146	4639456.774	-0.113	0.034

Tabella 11. Coordinate delle grappe a terra secondo le 2 trasformazioni utilizzate e relative differenze

I valori delle coordinate stimati con i 2 metodi differiscono nel caso del Circo Massimo e di Largo Argentina di alcuni metri e sono sensibilmente più piccole per i Fori Imperiale e Testaccio. Si tratta di differenze che non giustificano l'uso dell'una piuttosto che dell'altra trasformazione (riportate sulla parete corrispondono a differenze di meno di 0.1m)

Rilevo parete

Introduzione

Il rilievo della parete serve per creare il cosiddetto “sistema parete” tramite il quale rilevare i fori di grappa e stabilire una relazione tra sistema terreno e sistema parete secondo lo schema più volte illustrato.

Prima di effettuare un rilievo della parete si è effettuata una ricerca bibliografica che ha messo in evidenza la mancanza di altri rilievi pubblicati se non quello del 1948 del Cozza riportato nella monografia del 1960. Altri “rilievi” riportati in diverse pubblicazioni in anni più vicini a noi, si rifanno tutti a quello del 1960.

Le difficoltà principali per la realizzazione del rilievo non sono legate alla forma della parete che si presenta sostanzialmente piana (tanto che il rilievo del 1948 che venne eseguito con misure dal vero è bidimensionale), quanto piuttosto alla necessità di realizzare foto ad alta risoluzione per mettere bene in evidenza i particolari dei fori di grappa e permettere uno studio successivo più prettamente archeologico della parete (distinzione tra fori di grappa ed altre tipologie di fori, parti di grappe sopravvissute, tessitura dei filari...).

La posizione della parete, quasi a ridosso di via dei Fori Imperiali a Roma, distante da altri edifici della stessa dimensione avrebbe reso necessario l'utilizzo di carrelli elevatori al fine di effettuare foto più nadirali possibili. L'impossibilità di fare ricorso a tali mezzi, ha comportato la presa dei fotogrammi dalla base della parete, con un angolo massimo di circa 30° per la strisciata più alta della parete.

Si è perciò realizzato un rilievo topografico di appoggio con un elevato numero di punti (76) in parte utilizzati per le operazioni fotogrammetriche ed in parte utilizzati per l'interpretazione archeologica della parete.

Inoltre è stato realizzato anche un rilievo laser scanner della parete sia al fine di completare l'informazione metrica, sia per testare le potenzialità di un nuovo strumento laser scanner (Riegl LMS-Z 210ii) in dotazione all'Area di Geodesia e Geomatica, della Facoltà di Ingegneria dell'Università “Sapienza” di Roma e il software *Riscan Pro* dato in dotazione alla gamma di laser scanner terrestre *Riegl*, serie LMS-Z, su una struttura relativamente vicina alla Facoltà e poco articolata. Il rilievo della parete della Forma Urbis è stato perciò utilizzato anche come test per la prova dello strumento.

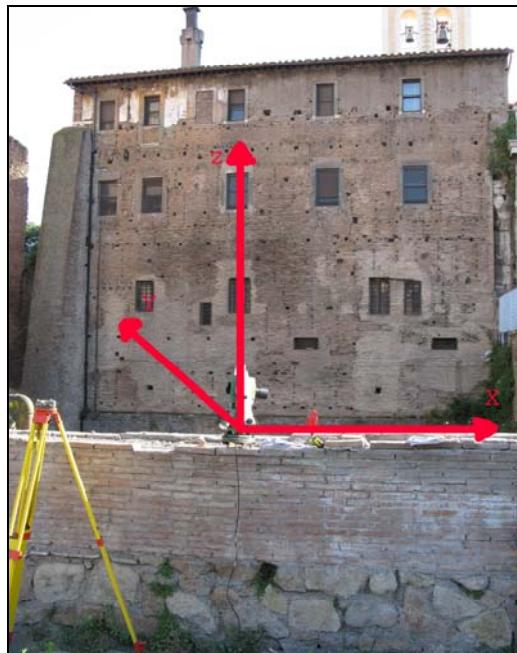


Figura 34. La parete della Forma Urbis durante la fase di rilievo con la stazione totale

Si dà di seguito una documentazione del rilievo laser scanner, inserendovi anche alcune informazioni di carattere più generale circa la modalità di lavoro dello strumento LMS-Z 210ii e del relativo software. Questo in quanto il rilievo laser scanner è una delle tecniche più innovative e più recenti per il rilievo archeologico e merita pertanto una trattazione ampia.

Si è concentrata l'attenzione sulla parte di elaborazione dei dati al fine di stabilire se il software *Riscan Pro* è effettivamente utile alla gestione della nuvola di punti e se include tutti gli strumenti per realizzare i classici prodotti derivati da un rilievo terrestre diretto (piante, sezioni, prospetti). Quindi si è cercato di studiarne la funzionalità e di determinare le problematiche inerenti all'utilizzo dello strumento e del software stesso.

Generalmente, i software venduti con lo strumento, per la gestione dei dati vengono utilizzati come strumenti intermedi per l'elaborazione dei dati da esportare ad altri software.

Anche il software della *Riegl* sebbene presenti anche alcune funzioni CAD incluse, effettivamente si presta soprattutto al filtraggio della nuvola e alla realizzazione della superficie tridimensionale, mentre le tipiche funzioni CAD risultano notevolmente limitate e poco funzionali.

L'elaborazione complessiva di un rilievo laser scanner tridimensionale comporta la realizzazione di una banca dati quantitativa e qualitativa di elevata precisione al cui interno sono immagazzinate informazioni oggettive di natura metrica, geometrica e morfologica attraverso cui risalire alla topologia tridimensionale dell'oggetto rappresentato da un elevato numero di punti che prende non a caso il nome di nuvola di punti.

La gestione di tali operazioni è suddivisa in 2 fasi:

1. acquisizione dei dati sul campo;
2. elaborazione;

Modalità di acquisizione del laser scanner Riegl LMS-Z210ii

La sequenza di acquisizione dei dati, durante la scansione, avviene secondo una griglia più o meno regolare in un piano $\theta\text{-}\varphi$, dove θ e φ denotano rispettivamente l'angolo zenitale ed azimutale.



Figura 35. Laser scanner *Riegl LMS-Z210ii*.

L'acquisizione dei dati, è effettuata riga per riga dapprima in direzione azimutale e successivamente colonna per colonna in direzione zenitale.

Per quanto riguarda la risoluzione di acquisizione essa è teoricamente pari all'ampiezza dell'angolo di rotazione del raggio laser tra 2 punti acquisiti adiacenti.

Nel caso di laser scanner distanziometrici la distanza misurata può essere considerata come la media delle distanze dei punti contenuti nell'impronta del raggio laser sull'oggetto ed anche negli strumenti basati sul principio della triangolazione l'informazione metrica che si ottiene è immediata nell'area di impatto del raggio laser sull'oggetto, per cui la risoluzione effettiva dipende anche dalla divergenza del raggio. Se, ad una determinata distanza l'area di impatto è maggiore della scansione angolare del raggio laser stesso, la risoluzione effettiva è pari al diametro medio dell'area di impatto.

Risoluzioni di scansione particolarmente elevate, portano anomalie nella griglia, soprattutto quando il post-processamento (il processamento effettuato con un software dedicato successivamente alla fase di rilievo in campagna) avviene con un terzo software, quindi, quando si attua "l'export" della nuvola di punti.

Generalmente si imposta una scansione a maglia regolare. In fase di scansione si genera quindi una griglia $\theta\text{-}\varphi$, la cui entità e risoluzione vengono definite dall'utente. I valori delle coordinate e dell'intensità di colore dei punti che ricadono nella stessa cella (punti neri in figura), vengono mediati cosicché per ciascuna cella risulti un punto solo; esistono diversi algoritmi per calcolare il valore del punto risultante. In fase di post-processamento le celle che non hanno punti vengono interpolate, mediante una media pesata dei valori dei punti delle celle circostanti. Qualora le celle adiacenti fossero vuote, il software non compie nessuna azione.

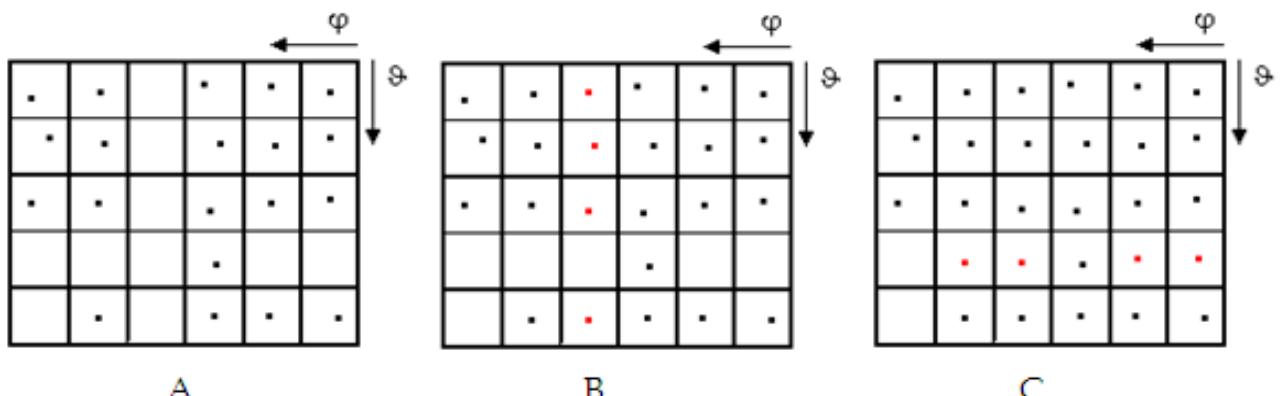


Figura 36. Interpolazione griglia $\theta\text{-}\varphi$

Sempre in fase di post-processamento generalmente viene effettuata una operazione di ricampionamento dei dati al fine di avere una nuvola il più omogenea possibile.

In generale, nei 3 casi seguenti il ricampionamento della nuvola presenta dei vantaggi:

- Presenza di più scansioni a partire dalla stessa stazione per ridurre il rumore di fondo della nuvola.
- Presenza di una sola scansione molto dettagliata, da cui è necessario rimuovere del rumore, tramite la interpolazione di una nuova nuvola a risoluzione più bassa.
- Presenza di elementi di disturbo nella nuvola, altrimenti non eliminabili (target, macchine in movimento...)

Acquisizione dei dati

Per l'acquisizione del rilievo della parete della Forma Urbis è stata effettuata una campagna di rilievo di una intera giornata, utilizzando una sola stazione di rilievo.

Sono stati utilizzati una quindicina di target riflettenti (superfici retroriflettenti destinati ad essere dei punti di controllo per la registrazione dei dati di scansione) e un computer portatile *Toshiba* (1 Gb di RAM, processore *Intel Pentium D*). Il laser è stato alimentato da una batteria a 12 V, mentre per il computer portatile sono state utilizzate 2 batterie, una propria del computer e una di riserva. I tempi di scansione (compreso la messa in stazione dello strumento) è stata di circa due ore. Sono state effettuate 2 scansioni: una a 360° , generale, con passo 3cm ed una di dettaglio sulla sola zona della parete. Questa scansione è stata effettuata con passo 1.5 cm da una distanza di circa 40m. La nuvola di punti di dettaglio è risultata essere composta da 4993114 punti.

Non a caso, per la fase di scansione, il software funziona per step successivi. Dapprima chiede di determinare la posizione dello scanner (definizione della stazione). Quindi all'interno della stazione appena creata si effettua una scansione generale a 360° . Successivamente all'interno della scansione a 360° si effettua la scansione di dettaglio della struttura-oggetto d'interesse.

Infine si scansionano in maniera accurata (cosiddetta scansione fine) i *marker* cosicché il software immagazzini in una tabella a parte le posizioni dei *tiepoint*, che successivamente verranno utilizzati nella eventuale fase di georeferenziazione/rototraslazione (in un altro sistema di coordinate) /registrazione (tra più scansioni). Si fa presente che se i *marker* non vengono scansionati in maniera dettagliata dal laser, il software non è in grado di individuarli automaticamente come *marker* e quindi la successiva procedura di georeferenziazione deve avvenire manualmente (tramite il riconoscimento di punti notevoli) in più tempo.

Elaborazione dati: Pretrattamento e trattamento

Dopo la scansione della parete, si è passati a processare i dati ottenuti nel programma *Riscan Pro* e ad eseguire l'elaborazione dei dati.

L'apparecchiatura utilizzata per il rilievo, unita alla potenza elaborativa del software, hanno dato luogo ad una nuvola di punti, di seguito riportata, contenente le informazioni spaziali e l'intensità luminosa di ogni punto. Si va ora a spiegare il procedimento da eseguire per utilizzare il progetto creato in fase di scansione e per iniziare a lavorare con la nuvola di punti.

In generale, si tende a suddividere la parte di elaborazione dei dati in due flussi di lavoro:

1. operazioni di Pretrattamento;
2. operazioni di Trattamento.

Le operazioni di Pretrattamento

Georeferenziazione del rilievo tramite strumentazione GPS e TPS

Per effettuare la georeferenziazione del rilievo in WGS84, il software chiede di effettuare una scansione di dettaglio dei marker (o *tiepoint*), dato che la georeferenziazione si basa sul riconoscimento automatico da parte del software dei marker propri dell'intero rilievo.

La georeferenziazione è una procedura semiautomatica relativamente semplice da compiere se il numero di marker visibili e presenti nell'intero rilievo è in numero significativo e ben distribuito non solo nella specifica zona di interesse del rilievo (nel nostro caso la sola parete, ma in tutta l'area che lo strumento rileva).

Riscan Pro permette di visualizzare la nuvola di punti in diversi tipi di coordinate. Per esempio, si può rototraslare la scansione dal sistema di coordinate locale al sistema di coordinate globale (ad esempio WGS84), utilizzando i target scansionati durante il rilievo tramite procedura semiautomatica od anche altri punti notevoli.

I target devono essere rilevati con strumentazione idonea (nel nostro caso è stata utilizzata una stazione totale). Con la stazione totale, sono stati battuti i marker da 2 stazioni che sono state rilevate successivamente con un GPS Topcon di classe geodetica in modalità statica (acquisizione di venti minuti).

E' stato pertanto possibile effettuare una rototraslazione del sistema di riferimento del laser scanner su quello della stazione totale tramite procedura semiautomatica interna al software (si individuano almeno 5 marker / punti notevoli in comune tra i 2 sistemi di riferimento e poi il software utilizzando i minimi quadrati effettua la rototraslazione, dando come parametro della bontà della operazione effettuata l'RMSE).

In seconda battuta, dopo avere reso coerente il sistema laser con quella stazione totale, utilizzando le coordinate dei punti stazione rilevate con il GPS in WGS84-IGB00, tutto il rilievo è stato nuovamente rototraslato nel datum globale.

Nello stesso tempo, per non perdere l'accuratezza delle misure effettuate con la stazione totale, si è rototraslato il rilievo sulle misure TPS così da mantenere il più accurato possibile il rilievo.

Le operazioni di Trattamento

Decimazione della nuvola di punti

Consiste nella eliminazione di tutti quei punti ritenuti superflui al fine del rilievo (ad esempio persone, macchine, uccelli...).

L'operazione è sostanzialmente manuale ed è risultata onerosa in termini temporali dato che è stato necessario eliminare tutti i punti che non si vuole entrino nel processo di creazione della

superficie. Inoltre, la presenza dei fori sulla parete ha comportato la presenza di "code" di punti di forma e lunghezza diverse in corrispondenza della "parte interna" della parete molto difficili da eliminare.

La presenza di queste code si è connaturata come una sorta di rumore di fondo nella definizione della superficie della parete determinando, anche nel caso di un filtraggio molto accurato, una superficie mai perfettamente liscia (o quasi) come avviene nel caso di pareti di edifici moderni, quanto piuttosto di una superficie comunque irregolare.

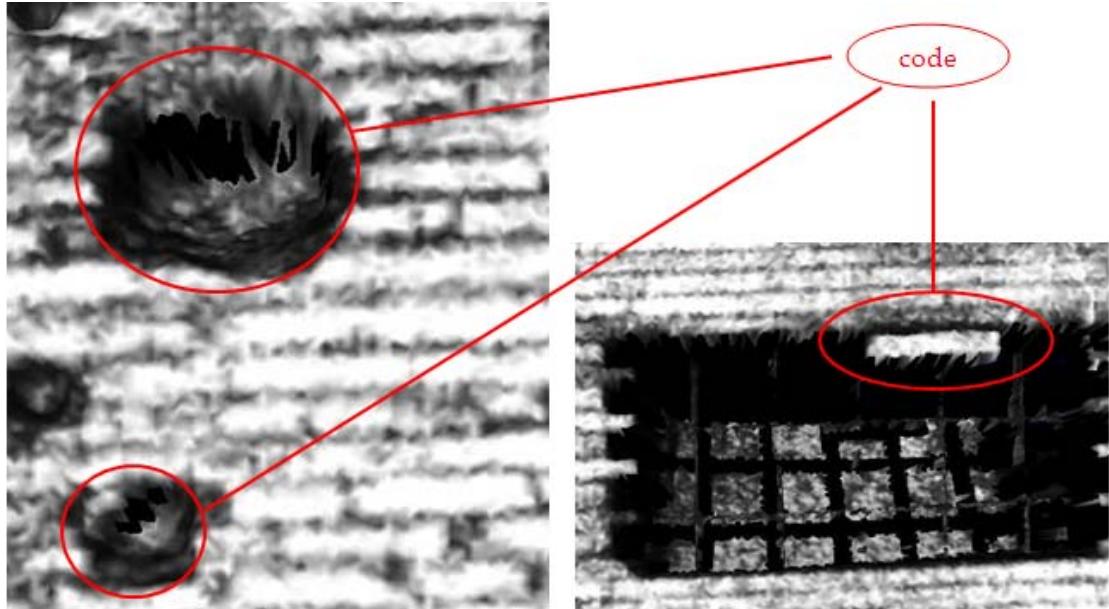


Figura 37. Rumore della nuvola

Si è passati da quasi 5000000 di punti rilevati inizialmente (4993114) a 3193758.



Figura 38. La nuvola di punti dopo l'operazione di filtraggio (a sinistra) e dopo la colorazione (a destra)

Colorazione della nuvola di punti

Quando si utilizza una fotocamera digitale montata sulla parte superiore dello strumento per acquisire foto ad alta risoluzione, anche le informazioni sul colore di ogni punto (profondità radiometrica di ciascun pixel) entrano a far parte dei dati.

E' quindi possibile "colorare" la nuvola basandosi sui valori di profondità radiometrica delle immagini scattate.

Filtraggio

All'interno di Riscan Pro esistono diverse tipologie di entità:

- 1) polydata
- 2) volumi
- 3) sezioni

Una "*polydata*" è un oggetto che va sempre creato per effettuare qualsiasi tipo di operazione sulla nuvola: il filtraggio, la ricostruzione di una *mesh*, la "*testurizzazione*" di quest'ultima.

Una volta creata una polydata (ovvero una superficie continua) è possibile calcolarne il volume e creare sezioni trasversali e longitudinali.

Al momento della creazione della polydata si apre la finestra di filtraggio. Lo scopo dell'operazione filtraggio è di realizzare una *mesh*, ovvero una superficie continua a partire da una semina di punti disposti più o meno regolarmente. Concettualmente l'operazione non è molto diversa dalla creazione di un DTM, sebbene sia possibile utilizzare diversi metodi di interpolazione tra i punti (mentre per quanto riguarda la creazione di un DTM in formato vettoriale (un TIN) il metodo di triangolazione utilizzato è sempre il medesimo).

E' possibile definire i parametri di triangolazione scegliendo tra diversi tipi di filtro. Chiaramente non tutti i filtri possono essere selezionati contemporaneamente.

Sono state eseguite diverse prove utilizzando diversi filtri.

2.5D raster

Tale filtro genera una nuvola di punti bidimensionale in cui ogni cella ha un solo valore. Quando due o più punti appartengono alla stessa cella raster, l'operatore può decidere come il filtro deve gestire i punti stessi. Dapprima va quindi determinato il piano di riferimento per la creazione del raster bidimensionale (può essere uno di default (XY, XZ, YZ) e può essere espresso in coordinate locali o globali, o un piano scelto dall'utente) di cui vanno definite le dimensioni (altezza e larghezza). Deve poi essere scelta la risoluzione del raster di output ed il metodo secondo cui il software determina il valore del punto di ciascuna cella; si fa presente che in questo caso possono naturalmente esistere delle celle del raster di valore nullo e che vengono inclusi nel raster tutti i punti che ricadono all'interno delle dimensioni del piano inizialmente definito.

Nel nostro caso si è scelto di creare 2 raster della stessa estensione ma di passo diverso.

Inoltre al fine di testare le effettive potenzialità di questo filtro sono state realizzate diverse superfici lungo piani diversi, longitudinali e trasversali alla nuvola. Di seguito si riportano gli esempi di 2 superfici tagliate lungo due piani trasversali tra loro (X-Z e Y-Z).

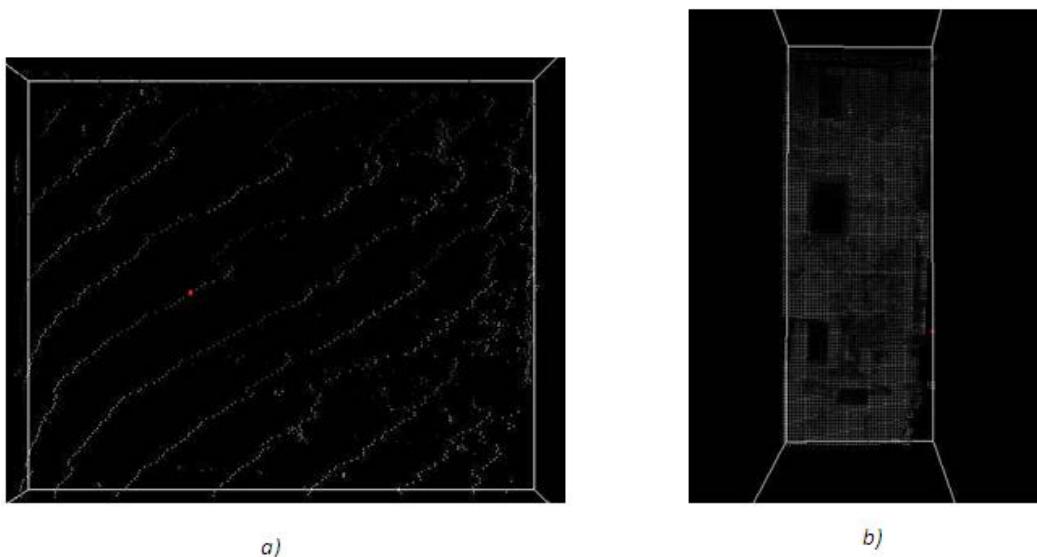


Figura 39. Il filtro 2.5D raster

Octree

Tale filtro attua una procedura eseguita utilizzando una struttura octree, cioè una struttura basata su un cubo diviso in otto sottocubi della medesima dimensione (per necessità di calcolo), 4 superiori e 4 inferiori; l'algoritmo è ricorsivo e perciò ciascuno degli 8 cubi può essere a sua volta di nuovo suddiviso in altri 8 cubi, fino a raggiungere la dimensione del cubo minima definita dalle impostazioni che l'operatore inserisce nella finestra di dialogo (vedi riquadro blu nella figura 6.23).

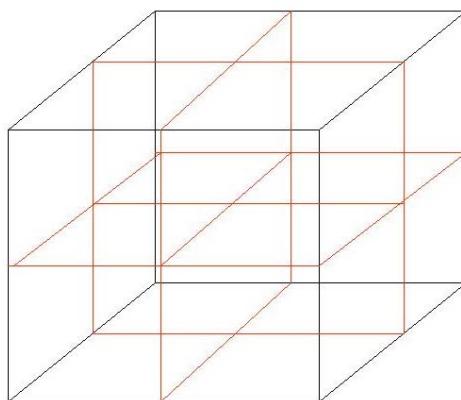


Figura 40. Finestra di dialogo per realizzare una struttura octree

Il motivo per cui la struttura ad octree risulta particolarmente efficace è dovuto al fatto che il software processa solo i cubi al cui interno si trovano dei dati, partendo dal cubo di dimensione massima (quello cioè che contiene l'oggetto scansionato). Ad esempio le impostazioni di default impongono la creazione di un cubo di dimensioni molto grandi (10kmx10kmx10km); è probabile che l'oggetto scansionato non occupi tutti e 8 i cubi che compongono il cubo "padre", ma solo alcuni di questi, se non uno soltanto. Di conseguenza automaticamente il *software* evita di effettuare calcoli per tutti i cubi che risultano vuoti.

Come detto, di default il software propone un cubo di estensione 10 km per ogni lato e per i cubi contenuti in esso 10 cm.

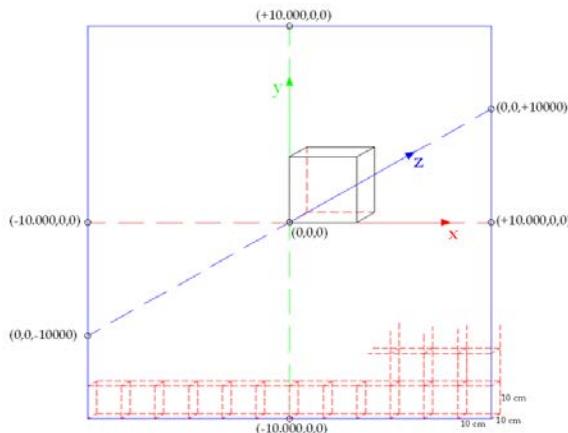


Figura 41. Cubo “octree” di default

Il software, dopo avere creato la struttura ad octree, assegnerà ad ogni cella dell’octree un solo punto basandone il valore su quello di tutti i punti della nuvola di partenza che ricadevano in ciascun cubo. I cubi che hanno al loro interno un solo punto della nuvola, possono essere eliminati assieme al punto stesso. In questo modo teoricamente si dovrebbero eliminare tutti i punti isolati.

I tempi di elaborazione sono stati di qualche decina di minuti. Si nota la struttura regolare, grigliata che richiama anche visivamente la struttura a cubi modulari.

Create organized point cloud

Questo tipo di filtro si applica solo per visualizzare e renderizzare i dati. Infatti si tratta di creare una nuvola di punti come se fosse un solo elemento, di cui non è più possibile cancellare i punti. Nel caso di nuvole di punti molto grandi (più di 10 milioni di punti), tale passaggio è fondamentale per rendere gestibile la nuvola durante il processo di renderizzazione. Riscan Pro utilizza una struttura octree in cui i cubi di dimensioni maggiori non risultano composti da un numero di punti predeterminato.

Point filter

Un solo punto ogni n punti viene inserito nella nuvola di output.

Range Gate e Intensity Gate

I dati aggiunti sono solo quelli che rientrano in un determinato intervallo di coordinate o in un determinato range di intensità di valori.

Realizzazione del modello solido (superficie triangolata e continua)

Una volta creata, la polydata deve essere triangolata allo scopo di creare una superficie continua.

Per creare dalla nuvola di punti acquisita e filtrata una superficie costituita da triangoli che collegano i vari punti si è passati al processo di triangolazione; questa superficie è detta anche *mesh* “maglia” e permette una rappresentazione continua degli oggetti digitalizzati.

Con Riscan Pro è possibile attuare due diverse modalità di triangolazione:

- Triangolazione di una scansione (*triangulation of a scan*);
- Triangolazione di una nuvola di punti arbitraria (*triangulation of arbitrary point clouds*).

La prima funzione triangola una scansione, senza che sia necessario creare un oggetto polydata prima. Vengono utilizzati tutti i punti, non sono effettuate operazioni di filtraggio. I punti non devono essere per forza organizzati in griglia regolare.

Il secondo metodo invece si applica solo ad oggetti polydata e permette di settare diversi parametri. Sono previste prima operazioni di filtraggio.

In linea generale i parametri da settare sono analoghi:

- “*Prune invalid measurement points*”, la cui attivazione ha permesso l’eliminazione automatica di tutti quei dati non contenenti informazioni di distanza ma solo informazioni angolari;
- “*Edge cleaning threshold*”: indica la minima distanza tra 3 punti per produrre un triangolo. Quindi un valore piccolo corrisponde ad un numero di triangoli molto elevato e ad una elevata corrispondenza tra la forma della nuvola di punti e la forma della superficie triangolata;
- “*Depth factor*”: determina quanto i triangoli debbano essere allungati (profondi) e quindi tra quali punti devono essere costruiti i triangoli. I tre lati del triangolo, devono soddisfare i criteri esposti in figura, ovvero per costruire un triangolo è necessario impostare una relazione tra l’altezza del triangolo e la lunghezza dei suoi lati. In generale, per evitare che il software triangoli tra punti posti a profondità molto diverse creando una sorta di “code”, questo valore andrebbe settato pari a 1.

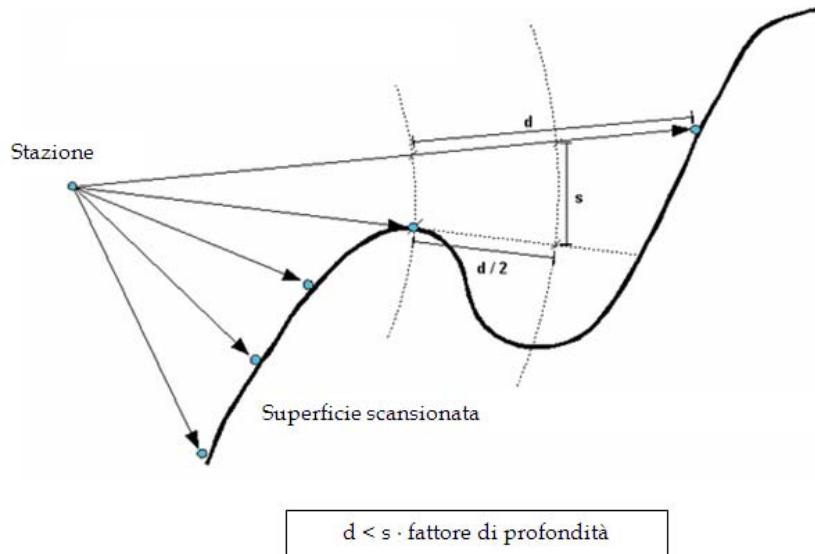


Figura 42. Fattori caratterizzanti i triangoli della superficie triangolata (*mesh*)

- “*depth threshold*”: soglia che determina l’orientamento dei triangoli. Nel caso infatti di punti molto vicini gli uni agli altri può accadere che il software costruisca 2 o più triangoli vicini e/o adiacenti con orientamenti sbagliati, cioè ad esempio potrebbe costruire 2 triangoli sovrapposti con orientamenti diversi che magari addirittura si intersecano l’uno con l’altro. Un valore molto piccolo preserva anche questi triangoli. Nel nostro caso, una parete sostanzialmente piatta, questo valore è stato volutamente settato basso in

quanto il rumore di fondo della nuvola è minimo, non essendoci discontinuità molto grandi e molto irregolari.

Sono state realizzate diverse prove settando differentemente i parametri. In generale si è notato che valori più piccoli della risoluzione della nuvola (in questo caso 2cm) comportano la realizzazione di una superficie triangolata con buchi. Il settaggio invece del fattore di profondità pari a 1 evita la formazione di triangoli tra punti lontani e costruisce bordi piuttosto netti. Nelle figure sottostanti si notano i risultati di diverse prove effettuate diversificando i vari parametri.

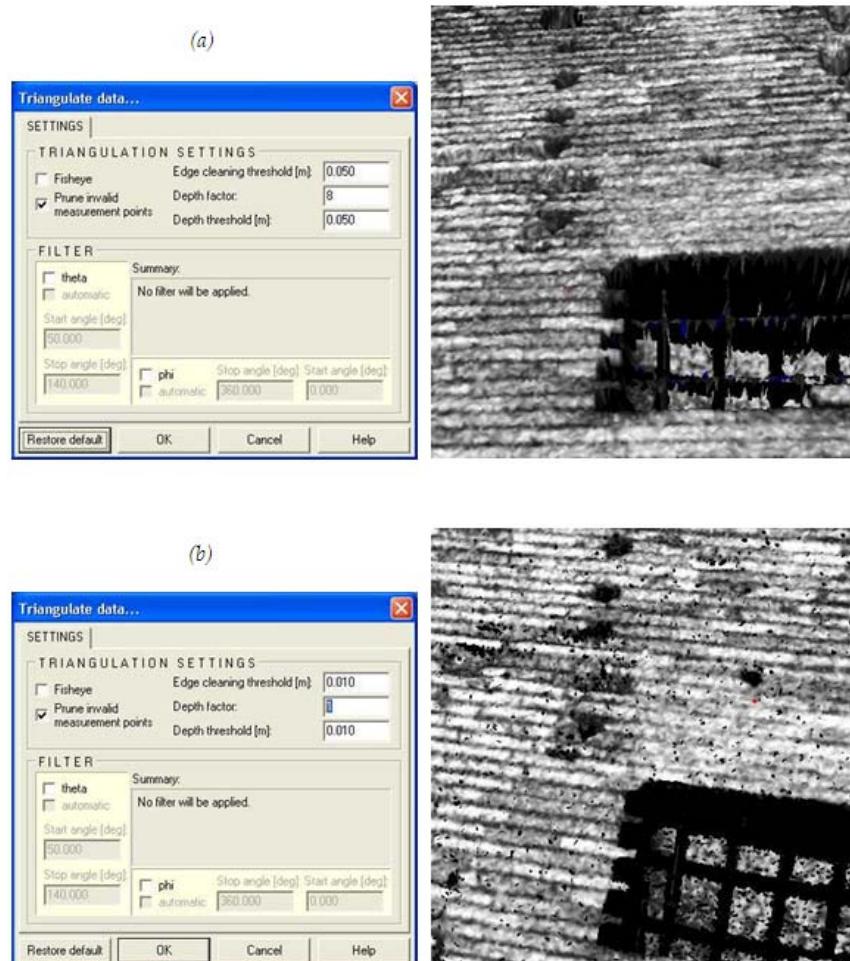


Figura 43. Parametri di default (a) e parametri impostati dall'operatore (valori molto piccoli) con presenza di buchi nella triangolazione

Dalla figura risalta che i valori di default (Fig. a) provocano, dove vi sono fori di grappa, la presenza di code; infatti essendo il fattore di profondità molto alto, i triangoli che si vengono a formare interpolano anche i punti con profondità diversa. La triangolazione con i valori scelti dall'operatore presenta invece dei buchi, in quanto i valori di soglia sono inferiori al passo di scansione.



Figura 44. Nuvola di punti triangolata dell'intera parete con i parametri migliori per il caso di studio

In conclusione, per quanto riguarda il procedimento di triangolazione, si può dire che il settaggio dei parametri risulta molto importante in quanto produce superfici triangolate anche molto diverse tra loro, anche in un caso alquanto semplice come la parete. Quindi si tratta di un passaggio estremamente delicato, dove l'esperienza dell'operatore ha una notevole incidenza sul risultato finale.

Texture della nuvola di punti

Eseguita la triangolazione della nuvola di punti, si è passati alla fase di *Texture*, cioè all'unione della superficie creata con le immagini prese dalla camera digitale. I dati triangolati prima, e testurizzati poi, portano ad un modello immediatamente fruibile.

Le immagini vengono raddrizzate in maniera automatica dal software, sfruttando il fatto di conoscere esattamente la posizione della camera al momento dello scatto (dato che è posizionata sulla testa dello strumento) la porzione di spazio che ricopre ciascuna immagine, le caratteristiche tecniche della macchina (ad esempio la risoluzione e la dimensione del sensore), oltre ad avere i parametri di correzione dell'ottica della macchina (che vengono utilizzati in una fase successiva, ovvero in quella di orto rettifica).

Tra le impostazioni, la sola a cui bisogna porre attenzione è quella relativa al fattore di sovrapposizione. Dal momento che le immagini sono suddivise in *frame*, può accadere che il singolo triangolo per essere testurizzato abbia bisogno di più *frame*, cosa non possibile. Per ovviare a questo problema può essere impostato un fattore di sovrapposizione (il valore predefinito è il 10%). Questo permette ai fotogrammi di sovrapporsi ed al singolo triangolo di essere texturizzato da un unico fotogramma. Per meglio comprendere il funzionamento di questo parametro, vediamo la figura seguente.

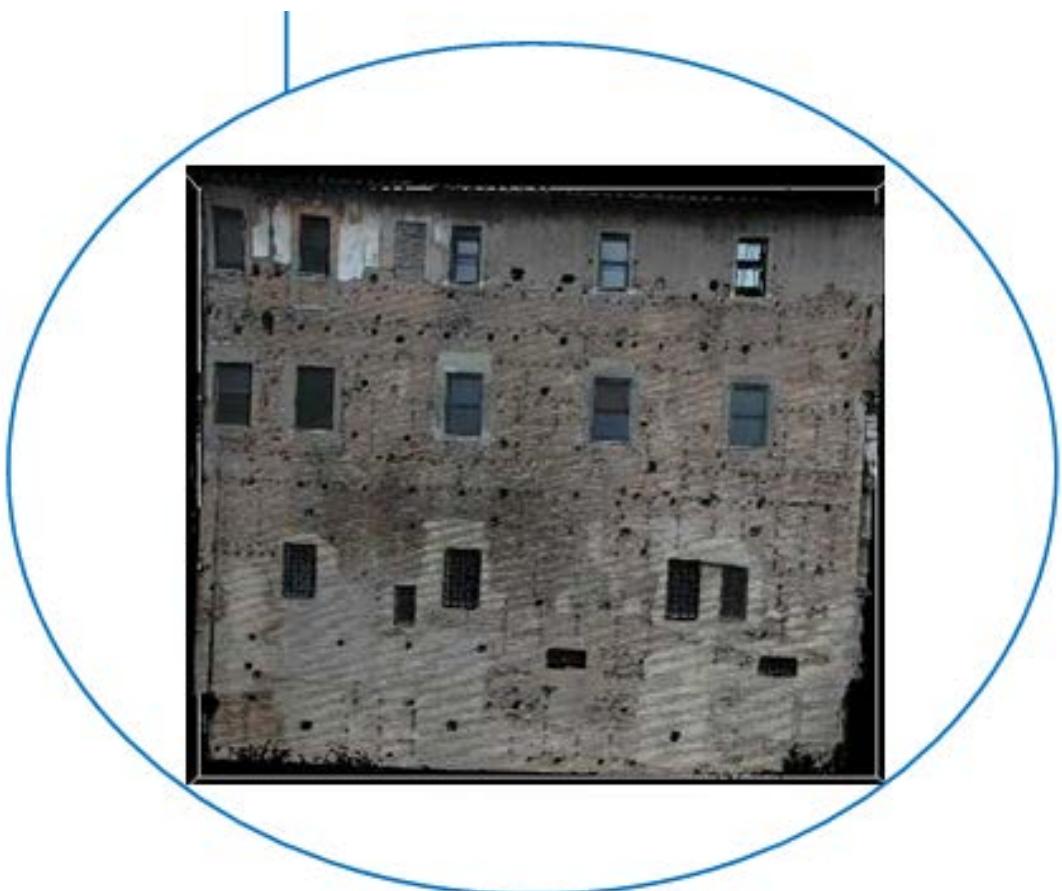


Figura 45. Parete texturizzata

Creazione delle sezioni

Si sono realizzate alcune sezioni mediante la creazione di due piani paralleli.

Per velocizzare l'operazione si è operato su una zona ristretta della parete oggetto di studio (a); tale zona è stata filtrata con il parametro octree (b), nuovamente “pulita dal rumore” (c) e triangolata (d).

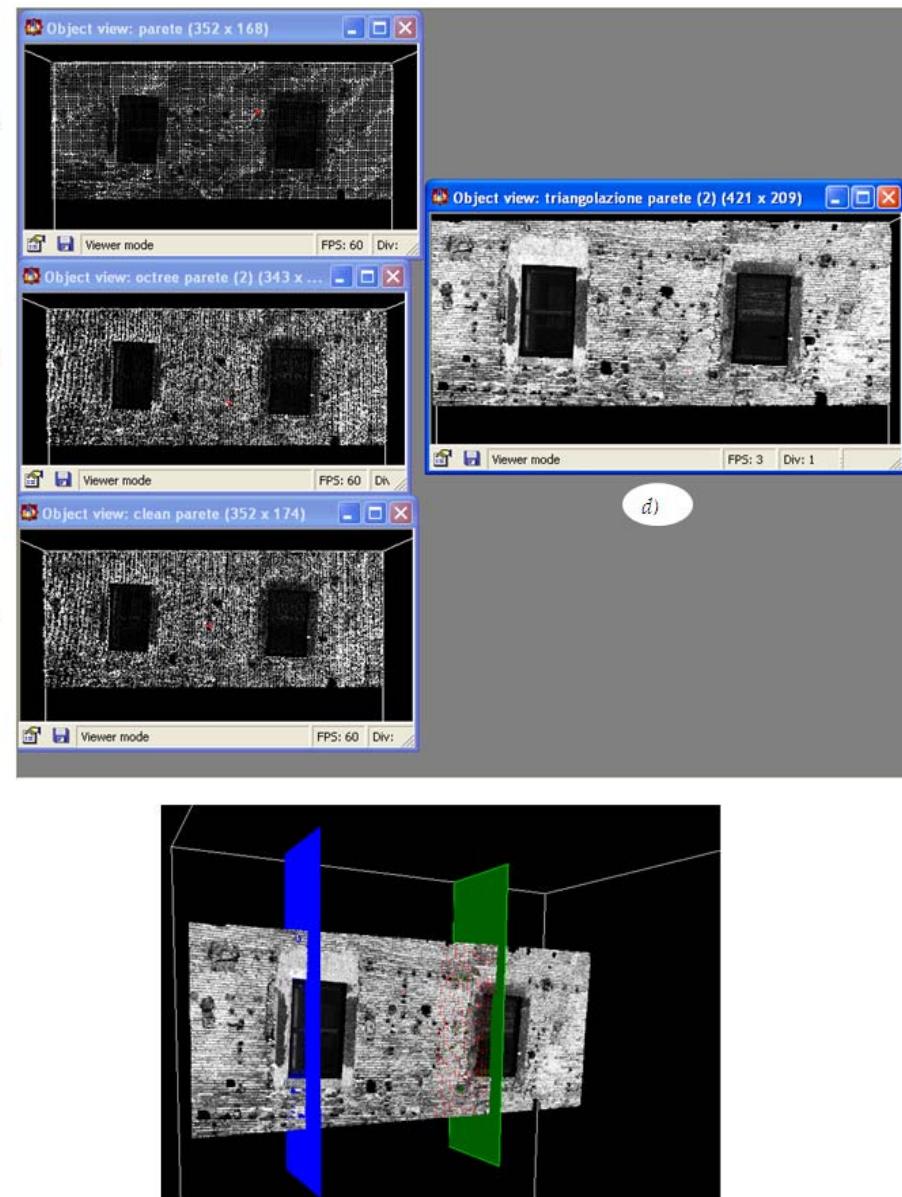


Figura 46. Creazione dei piani e delle sezioni



Figura 47. Flusso di lavoro dentro il software di trattamento dei dati laser

Fotogrammetria (Foto + stazione totale)

Si è effettuato un rilievo fotogrammetrico della parete. Sono state effettuate fotografie ad alta risoluzione della parete. Per questo la scelta della camera è ricaduta su una Canon Eos 450D professionale con obiettivo da 55mm, risoluzione di circa 12 Mp e possibilità di registrare immagini RAW.

La camera è stata calibrata con l'ausilio di diversi software e secondo diverse modalità.

Le prese sono state effettuate da circa 30 m., ma non sia stato possibile effettuare prese quasi nadirali della parte più alta della parete, non potendo utilizzare carrelli elevatori o altri dispositivi simili.

Le riprese fotogrammetriche sono state precedute da un rilievo di appoggio su punti naturali in modo che questi risultassero essere almeno 5 (meglio 6) per modello fotogrammetrico e distribuiti su di esso secondo gli schemi usuali. Non è stato possibile l'utilizzo di marche fiduciali per motivi analoghi a quelli che hanno impedito di effettuare prese nadirali (mancato utilizzo di carrelli elevatori) Tutti i punti sono tridimensionali.

Le prese dei fotogrammi sono state effettuate mantenendo il più possibile la condizione "normale", ovvero assi di presa perpendicolari al prospetto della parete (questo è stato possibile solo nella zona più bassa e in quella mediana della parete). Il ricoprimento longitudinale tra fotogrammi contigui di una stessa strisciata è stato compreso tra il 55% ed il 65% del lato lungo del fotogramma (la base, dato che il sensore ha forma rettangolare). Il ricoprimento trasversale tra fotogrammi contigui appartenenti a strisciare adiacenti è stato maggiore del 40% rispetto al lato lungo del fotogramma.

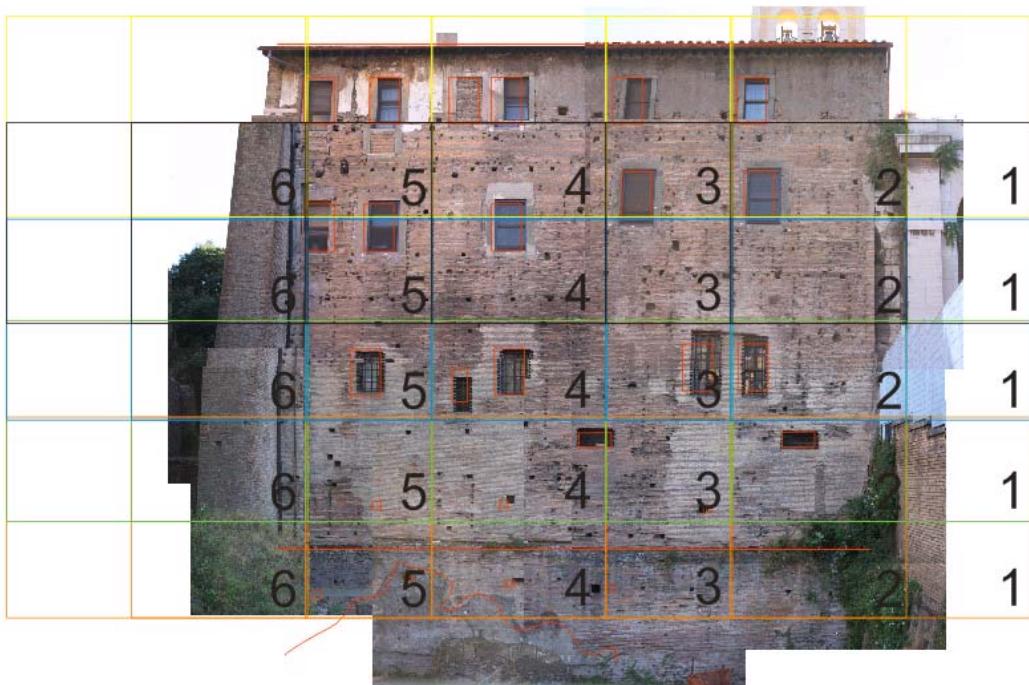


Figura 48. Schema di progetto dei ricoprimenti delle prese fotogrammetriche per il rilievo della parete della Forma Urbis

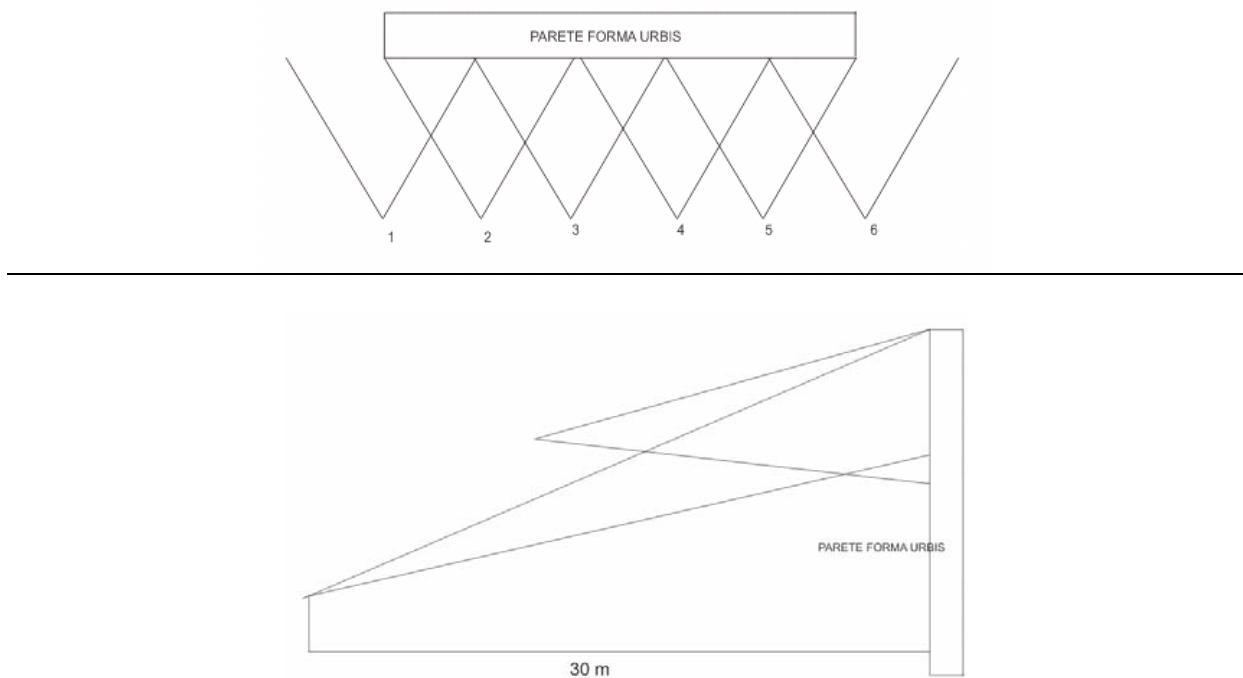


Figura 49. Dallo schema si nota come le prese fotogrammetriche avrebbero richiesto l'utilizzo di carrelli elevatori per consentire di effettuare più strisciate a quote differenti, con assi di presa più perpendicolari possibile ai prospetti

Utilizzando il software *Erdas Imagine* è stato costruito un blocco fotogrammetrico costituito da 28 fotogrammi utilizzando 30 GCP e 30 CP. In tabella i risultati.

I fotogrammi sono poi stati ortorettificati utilizzando il Modello Digitale della Superficie (DSM) laser e ricampionati con l'algoritmo *Nearest Neighbour*. Infine, 15 degli iniziali 28 fotogrammi, sono stati dapprima bilanciati cromaticamente (operazione ottimamente riuscita dato che le condizioni di illuminazione al momento delle prese erano pressoché identiche), quindi mosaicati. Per queste ultime 2 operazioni (bilanciamento cromatico e mosaica tura) è stato utilizzato sempre un modulo di Erdas.

Erdas							
GCP (m)	rX	rY	rZ	CP (m)	rX	rY	rZ
media	0.000	0.000	0.001	media	0.005	0.004	0.007
σ	0.013	0.009	0.020	σ	0.010	0.012	0.030
RMSE	0.013	0.010	0.021	RMSE	0.012	0.013	0.032

Tabella 12. Risultati di orientamento del blocco fotogrammetrico



Figura 50. Particolare della zona centrale della parete ortorettificata e mosaicata. In giallo i punti rilevati con la stazione totale, in rosso alcuni possibili andamenti dei filari delle lastre sulla base della disposizione delle grappe

Sempre all'interno di Erdas si è estratto il Modello Digitale della Superficie (DSM), con passo di 0.05m, che ha comportato molto editing per ridurre il rumore legato alla presenza dei fori di grappa. Inoltre è stato necessario anche creare delle zone di esclusione relativamente alle finestre.

I 2 rilievi (laser e fotogrammetrico) sono stati confrontati rispetto alle misure effettuate con la stazione totale. Per effettuare il confronto il rilievo laser è stato ricampionato a 5 cm. In tabella sono riportati i risultati.

Confronto tra il DSM estratto dal rilievo laser e quello estratto da quello fotogrammetrico

(m)	Differenza DSM foto - TPS	Differenza DSM laser -TPS
Media	0.006	0.003
Max.	0.034	0.066
Min.	-0.024	-0.020
σ	0.012	0.010
RMSE	0.013	0.010

Tabella 13. Differenze tra i DSM estratti dai rilievi fotogrammetrico e laser e i punti rilevati con la stazione totale

Il confronto è stato effettuato su 50 punti. La tabella riporta le differenze tra i valori di elevazione (Z) rilevati dalla stazione totale e quelli con le corrispondenti coordinate "planimetriche" (X, Y) dei rilievi fotogrammetrico e laser.

Per estrarre i valori di elevazione dai rilievi fotogrammetrico e laser nei soli punti corrispondenti a quelli battuti con la stazione totale, si è utilizzato lo strumento di ArcGis *Surface Spot*. Questo strumento, dato un file di coordinate X,Y immagazzina in tabella il corrispondente valore di elevazione Z di una data superficie. Il software effettua una media pesata dei 4 valori relativi alle 4 celle più vicine al punto da interpolare. Nel caso di un TIN (*Triangular Irregular Network*) è invece possibile utilizzare 2 metodi diversi di interpolazione, o basati sulla media pesata dei 3 nodi più vicini al punto da interpolare, oppure assegnando al punto il valore del poligono di Voronoi al cui interno ricade.

Il rilievo del 1948 ed il suo confronto con l'ortofotomosaico del 2008

Nel 1948 Lucos Cozza eseguì un rilievo bidimensionale della parete, che venne pubblicato nel 1960 sulla monografia relativa alla Forma Urbis. Il rilievo venne effettuato a contatto con la parete, ricorrendo ad una enorme maglia di quadrati irregolari costituiti di fili di ferro. Nel 1960 sono state riportate tutte le misure che sono però in tanti sistemi di riferimento quanti sono i quadrati della parete. La ricostruzione del rilievo è stata davvero onerosa a causa della necessità di costruire dapprima un sistema di riferimento che comprendesse tutti i quadrati della maglia, la cui origine è stata posta nello spigolo della maglia in basso a sinistra. Poi, successivamente si sono riportate tutte le misure, foro per foro, in questo sistema di riferimento. Effettuata questa operazione, il rilievo del 1948 è stato informatizzato. Si sono quindi confrontate 20 distanze tra punti omologhi individuati sui rilievi. La tabella riporta i risultati relativi alle differenze tra le distanze. Data la dimensione di un foro di grappa pari a circa 0.04m, i risultati mostrano un buon accordo tra i 2 rilievi. Il confronto va comunque approfondito una volta che sia stato effettuato un rilievo sistematico dei fori di grappa sulla parete a partire dall'ortofotomosaico del 2008.

(m)	
distanze	20
media	-0.014
max	0.004
min	-0.038
σ	0.011
RMSE	0.018

Tabella 14. Risultati relativi alle differenze tra 20 interdistanze misurate a partire da punti omologhi

Rotoraslazione TRE

La rototraslazione Tre mette in relazione il sistema parete con il sistema terreno facendo uso delle coordinate delle grappe ed individua i parametri delle rototraslazioni corrispondenti (isotropa a 4 parametri o anisotropa a 6).

Coordinate grappe sul terreno

Nella Rototraslazione 2 sono state individuate 2 soluzioni, una tramite l'applicazione dei parametri della rototraslazione isotropa e l'altra tramite i parametri della rototraslazione anisotropa.
I risultati sono nella tabella...

Coordinate grappe sulla parete

Individuazione grappe sulla parete

Per individuare le posizioni delle grappe corrispondenti sulla parete si sono collocate sul rilievo della parete le 4 lastre, secondo le indicazioni archeologiche. In pratica, dopo avere individuato sulla parete i fori di grappa più probabili, utilizzando gli strumenti di georeferenziazione di ArcMap, si sono riportate sulla parete le tavole del Carrettoni, scalate 1:1. Per fare ciò sono stati utilizzati i fori grappa "doppi", presenti sia sulle tavole che sulla parete. Per collocare al meglio le lastre si è fatto uso anche delle linee che indicano i bordi della lastra e quindi l'andamento dei filari.

Si è infine verificato che la scala delle tavole non subisse variazioni nel processo di georeferenziazione. Questo controllo è molto significativo perché da un lato è possibile apprezzare anche differenze molto piccole, dall'altro perché se il procedimento è corretto la scala delle tavole non deve subire alcuna variazione.

Il posizionamento delle lastre sulla parete, anche fatto al meglio lascia qualche dubbio, in particolare per le lastre del Circo Massimo e di Largo Argentina.

D'altra parte già nel 1960, il Gatti descriveva le difficoltà incontrate nel tentativo di riportare sulla parete dei gruppi omogenei di frammenti, come non a caso quelli del complesso del Circo Massimo. "*Questa corrispondenza sebbene apparisse convalidata dai fori sui margini dei frammenti, [...] risultò poi insussistente*".

Anche il Gatti a suo tempo era riuscito a collocare sulla base delle grappe un numero limitato di frammenti

Data la difficoltà di identificare con certezza le grappe relative alle lastre del Largo Argentina e del Circo Massimo si sono prese in considerazione più ipotesi per la collocazione delle grappe sulla parete.

ID	X (m)	Y (m)
Fori Imperiali (Augusto e Nerva)	-5.54	6.83
CircoMax1 (collocazione archeologica)	-3.21	9.62
CircoMax2 (collocazione archeologica)	-3.37	9.46
Largo Argentina 1 (collocazione archeologica)	-4.08	3.11
Largo Argentina 2 (collocazione archeologica)	-3.62	3.29
Testaccio 1	2.16	6.81
Testaccio 2	2.3	7.6

Tabella 15. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche “classica”

ID	X (m)	Y (m)
Fori Imperiali (Augusto e Nerva)	-5.54	6.83
CircoMax1 bis (ipotesi1)	-3.09	9.57
CircoMax2 (collocazione archeologica)	-3.37	9.46
Largo Argentina 1 (collocazione archeologica)	-4.08	3.11
Largo Argentina 2 (collocazione archeologica)	-3.62	3.29
Testaccio 1	2.16	6.81
Testaccio 2	2.3	7.6

Tabella 16. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche “ipotesi 1”

ID	X (m)	Y (m)
Fori Imperiali (Augusto e Nerva)	-5.54	6.83
CircoMax1 (collocazione archeologica)	-3.21	9.62
CircoMax2 (collocazione archeologica)	-3.37	9.46
Largo Argentina 1 (ipotesi1)	-5.01	3.09
Largo Argentina 2 (ipotesi2)	-4.57	3.26
Testaccio 1	2.16	6.81
Testaccio 2	2.3	7.6

Tabella 17. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche “ipotesi 2”

ID	X (m)	Y (m)
Fori Imperiali (Augusto e Nerva)	-5.54	6.83
CircoMax1 (collocazione archeologica)	-3.21	9.62
CircoMax2 (collocazione archeologica)	-3.37	9.46
Largo Argentina 1 (ipotesi2)	-3.07	3.07
Largo Argentina 2 (ipotesi3)	-2.58	3.28
Testaccio 1	2.16	6.81
Testaccio 2	2.3	7.6

Tabella 18. Coordinate parete delle grappe secondo l'ipotesi di collocazione delle lastre archeologiche “ipotesi 3”

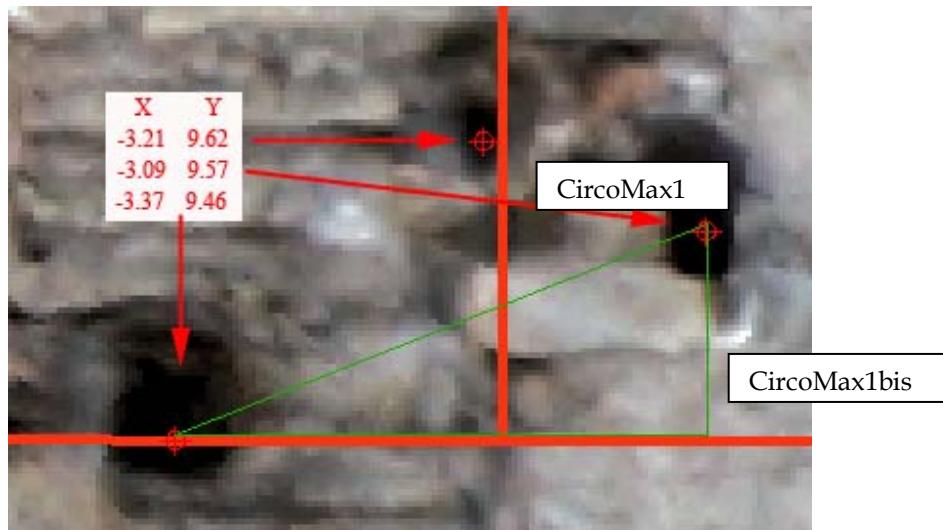


Figura 51. I fori delle grappe relativi al Circo Massimo. Per essere in scala secondo le tavole del Carettoni, le coordinate delle grappe da utilizzare sono quelle unite dal triangolo verde. Secondo la ricostruzione archeologica andrebbe utilizzata la grappa chiamata CircoMax1 al posto di quella chiamata CircoMax1bis

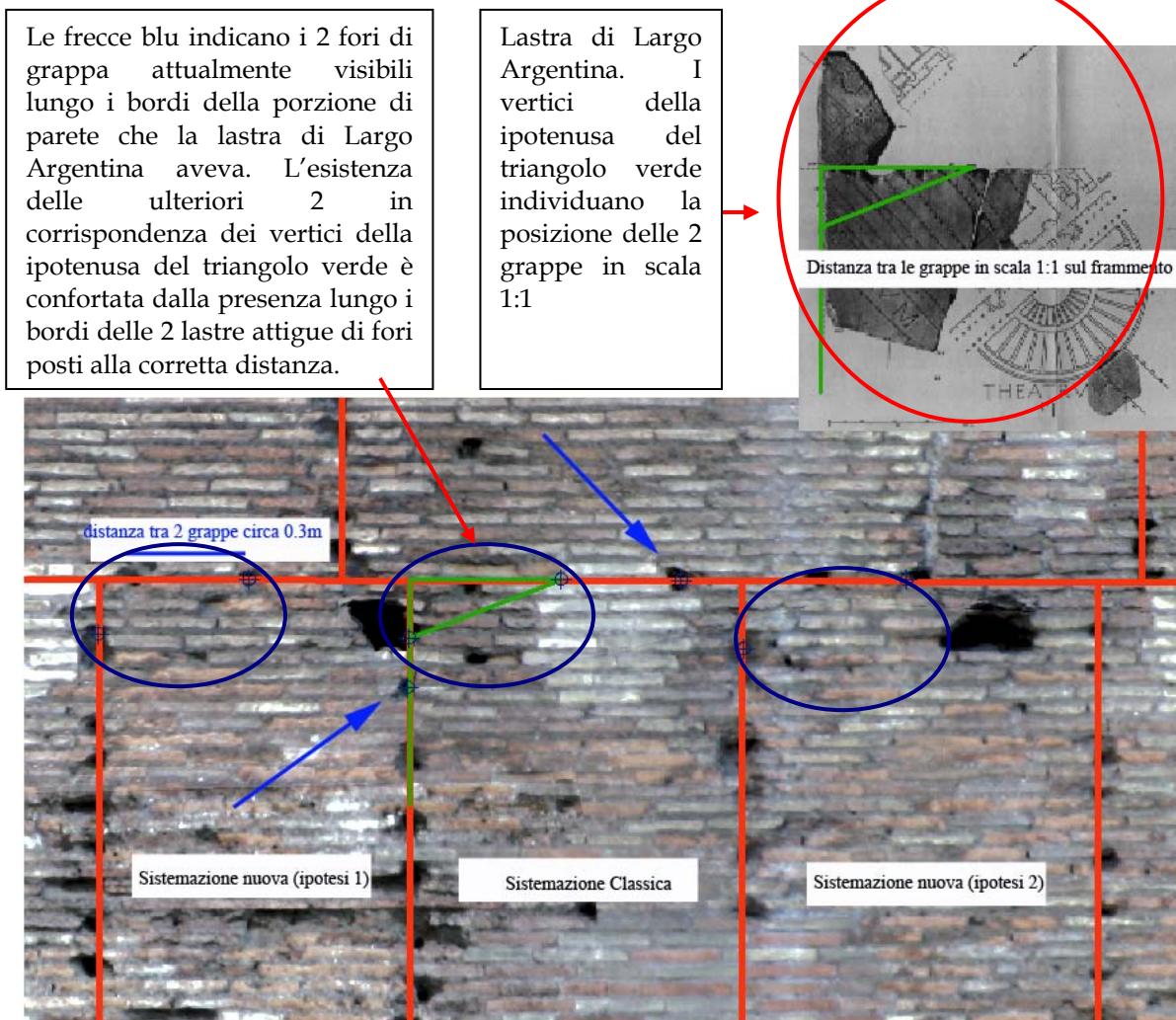


Figura 52. Lastra di Largo Argentina con le diverse ipotesi di sistemazione della stessa. Le diverse ipotesi nascono dalla mancanza di veri e propri fori di grappe sulla parete. Nonostante ciò la posizione classica individuata dagli studi archeologici risulta sempre essere la migliore

Rototraslazione isotropa e anisotropa

Dato che esistono 2 possibili soluzioni per le coordinate terreno e 4 diverse ipotesi per le coordinate parete delle grappe, per ognuna delle rototraslazioni esistono 8 possibili combinazioni secondo lo schema riportato in figura.

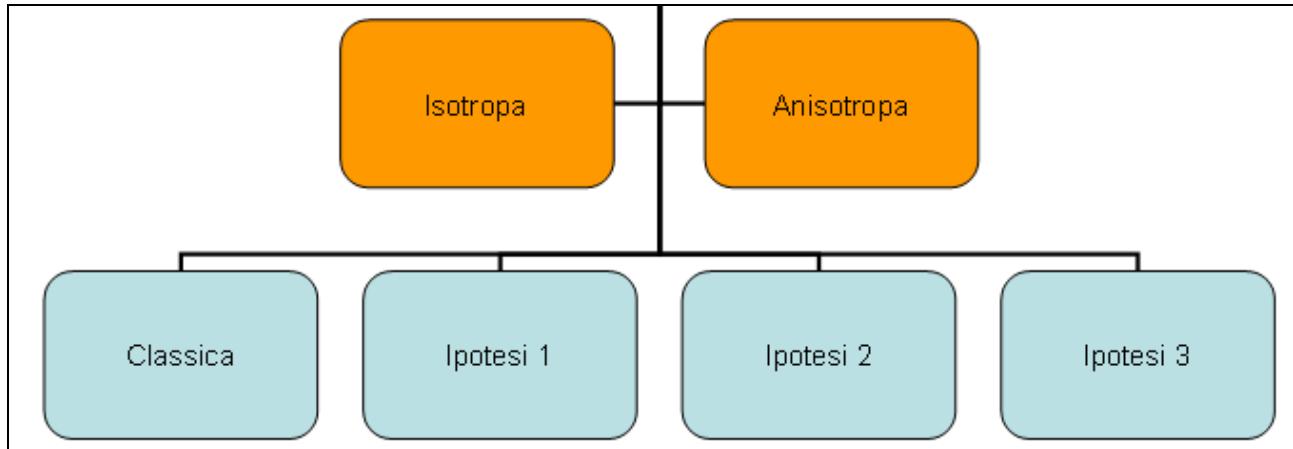


Figura 53. Schema delle combinazioni possibili. In arancione le grappe terreno, in azzurro le grappe parete

Sono stati effettuati i calcoli relativi a tutte quante le combinazioni possibili. Nelle tabelle seguenti vengono riportati solo i risultati relativi alle situazioni in cui l'analisi del sigma zero indica soluzioni più accurate (ipotesi classica ed ipotesi 1).

Soluzione Classica							
Le lastre sono tutte nella posizione indicata dalla letteratura archeologica							
Isotropa				Anisotropa			
Isotropa con grappe isotrope		Isotropa con grappe anisotrope		Anisotropa con grappe isotrope		Anisotropa con grappe anisotrope	
TE	14060.802	TE	14080.976	TE	14321.427	TE	14359.523
TN	12559.041	TN	12583.306	TN	12328.670	TN	12344.377
r	-0.00288370	r	-0.003	r	-0.00287397	r	-0.00287835
s	0.00284975	s	0.003	s	-0.00290654	s	-0.00291447
fatt. scala	0.00406180	fatt. scala	0.004	u	0.00285845	u	0.00285202
fatt. scala inverso	246.20	fatt. scala inverso	246.25	v	-0.00283459	v	-0.00283757
				fatt. scala 1	0.00406856	fatt. scala 1	0.00406856
				fatt. scala 2	0.00406101	fatt. scala 2	0.00406101
				fatt. scala inverso1	245.79	fatt. scala inverso1	245.79
	0.188		0.129	fatt. scala inverso2	246.24	fatt. scala inverso2	246.24
					0.208		0.142

Tabella 19. Parametri di passaggio tra il sistema terreno ed il sistema parete per le 4 soluzioni ipotesi Classica.

Soluzione Ipotesi1 (varia una delle coordinate del Circo Massimo)							
Isotropa				Anisotropa			
Isotropa con grappe isotrope		Isotropa con grappe anisotrope		Anisotropa con grappe isotrope		Anisotropa con grappe anisotrope	
TE	14232.895	TE	14254.280	TE	14375.262	TE	14359.523
TN	12332.798	TN	12356.336	TN	12307.392	TN	14427.607
r	-0.00283745	r	-0.00284279	r	-0.00283553	r	12314.054
s	0.00288974	s	0.00289402	s	-0.00292054	s	-0.003
fatt. scala	0.00404990	fatt. scala	0.00405669	u	0.00284326	u	-0.003
fatt. scala inverso	246.92	fatt. scala inverso	246.51	v	-0.00282906	v	0.003
				fatt. scala 1	0.00407060	fatt. scala 1	0.004
				fatt. scala 2	0.00401094	fatt. scala 2	0.004
				fatt. scala inverso1	245.66	fatt. scala inverso1	244.84
				fatt. scala inverso2	249.32	fatt. scala inverso2	249.56
	0.209		0.106		0.231		0.112

Tabella 20. Parametri di passaggio tra il sistema terreno ed il sistema parete per le 4 soluzioni ipotesi 1.

Accanto ai 2 fattori di scala calcolati che si riferiscono al passaggio terreno parete, è indicato l'inverso che rappresenta il fattore di scala nel passaggio parete terreno e quindi la scala di rappresentazione della Forma Urbis.

L'analisi dei risultati mette in evidenza 2 fatti notevoli:

- 1) la scala calcolata sull'intera pianta risulta molto simile alle scale calcolate sulle singole lastre (la cosa è notevole in quanto i dati di partenza nei 2 calcoli sono diversi: da una parte utilizzzi le coordinate nel sistema immagine e nel sistema terreno, dall'altro si utilizzano le coordinate nel sistema terreno e parete);
- 2) nella trasformazione anisotropa nel caso dell'ipotesi classica le differenze sono praticamente inesistenti; nel caso dell'ipotesi 1 sono comunque molto più piccole delle differenze che risultavano nel calcolo delle scale sulle singole lastre

Questo fa pensare che la pianta avesse una scala globale unica in tutte le direzioni (246). Per quanto riguarda le singole lastre si può pensare che anch'esse siano state costruite con una scala uniforme (tutte tranne quella del Circo Massimo) ma che, a seconda dell'abilità dello scalpellino, della precisione della pianta di riferimento (pensando che le piane di riferimento fossero quelle del catasto) e della necessità di far collimare le incisioni di una lastra con quelle della lastra accanto, i rilievi delle diverse lastre abbiano, ognuna presa singolarmente, un certo grado di incertezza. Tale incertezza, a livello di singola lastra, viene approssimata meglio da una trasformazione anisotropa locale piuttosto che da una isotropa.

Analisi delle scale globali

Si sono costruiti 2 grafici, relativi alle interdistanze tra le grappe e alla frequenza dei corrispondenti valori di scala. Il primo grafico è stato realizzato utilizzando le interdistanze tra coordinate a terra calcolate con i parametri della trasformazione sistema immagine site,ma terreno isotropa; il secondo con quelli della trasformazione anisotropa.

La media dei valori di scala è simile a quella calcolata sulle singole lastre e la dispersione risulta essere minore con valore del σ che è praticamente la metà.

I valori delle frequenze delle scale nei 2 casi, isotropa e anisotropa, presentano sostanzialmente lo stesso andamento ed hanno valori medi molto prossimi a quelli stimati con le rototraslazioni.

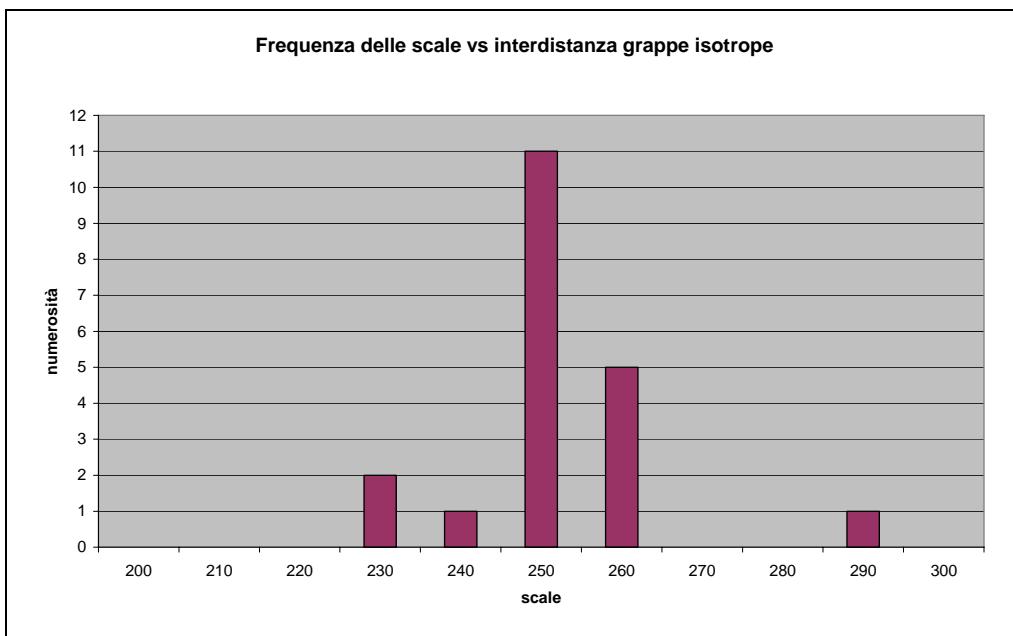


Figura 54. Interdistanza delle grappe “isotrope” rispetto ai relativi valori di scala

max	284.9
min	229.2
media	249.5
σ	11.9
distanze calcolate	20

Tabella 21. Tabella relativa alle interdistanze delle grappe “isotrope” rispetto ai relativi valori di scala

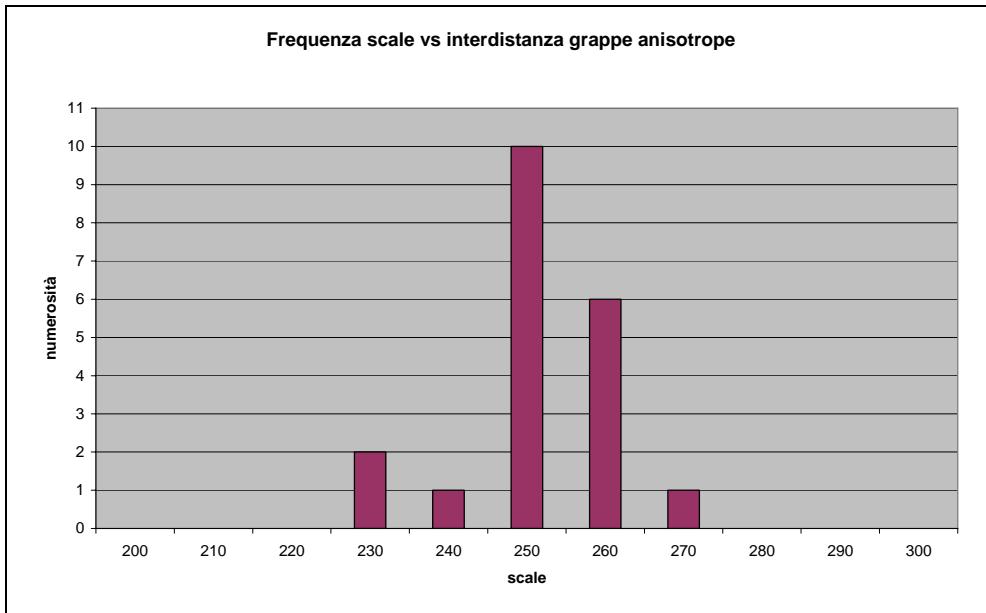


Figura 55 Interdistanza delle grappe “anisotrope” rispetto ai relativi valori di scala

max	267.8
min	229.1
media	249.5
σ	9.9
distanze calcolate	20

Tabella 22. Tabella relativa alle interdistanze delle grappe “anisotrope” rispetto ai relativi valori di scala

L’unico valore diverso è relativo alla distanza tra la grappa dei Fori Imperiali e una del Circo Massimo (che non a caso è il complesso sul quale vi è maggiore incertezza circa l’esatta collocazione sulla parete). Inoltre dall’analisi dei valori di scala relativi alla trasformazione anisotropa sistema lastra\immagine e sistema terreno, pareva emergere un certo grado di deformazione dell’intera struttura al fine di farla apparire più proporzionata). E’ evidente che la trasformazione anisotropa rende meglio la realtà del Circo Massimo sul terreno se è realistica l’ipotesi che tale monumento sia stato rappresentato con 2 diverse scale nel senso della lunghezza e della larghezza per armonizzarne le proporzioni.

Considerazione

Ciò che sembra emergere da questo studio è che la Forma Urbis aveva una scala globale uniforme sulla base dell’analisi del sigma zero, che corrisponde una trasformazione isotropa.

In virtù di tale considerazione, i parametri della trasformazione globale da sistema terreno a sistema parete sono quelli relativi alla trasformazione isotropa. Nell’ambito della trasformazione isotropa, tra le 2 possibilità (quella che utilizza come coordinate grappa sul terreno i risultati di una trasformazione sistema immagine sistema terreno isotropa e quella che utilizza i risultati di una anisotropa), la scelta effettuata sulla base dell’analisi del sigma zero, ricade sulla trasformazione che utilizza le cosiddette “grappe anisotrope” a terra.

Si prendono in considerazione le coordinate delle grappe anisotrope non solo perché minimizzano meglio gli scarti delle trasformazioni lastra/immagine - terreno, ma anche perché è ipotizzabile che nella costruzione della pianta siano stati fatti alcuni aggiustamenti locali all'interno di qualche singola lastra (ad esempio come pare di quella del Circo Massimo).

Rototraslazione QUATTRO

Calcola i valori delle coordinate dei punti doppi sulla parete utilizzando i valori dei parametri ottenuti nello step precedente, quando si sono collegati il sistema parete e quello terreno con l'ausilio delle coordinate delle grappe doppie. I parametri presi in considerazione sono quelli relativi alla trasformazione isotropa con le grappe anisotrope.

Si sono rototraslati dal terreno sulla parete i punti doppi in modo da poter effettuare una analisi delle differenze tra posizione archeologica (ovvero quella ipotizzata sulla base di studi e ricerche di stampo prettamente archeologico) e posizione calcolata con strumenti matematici-informatici.

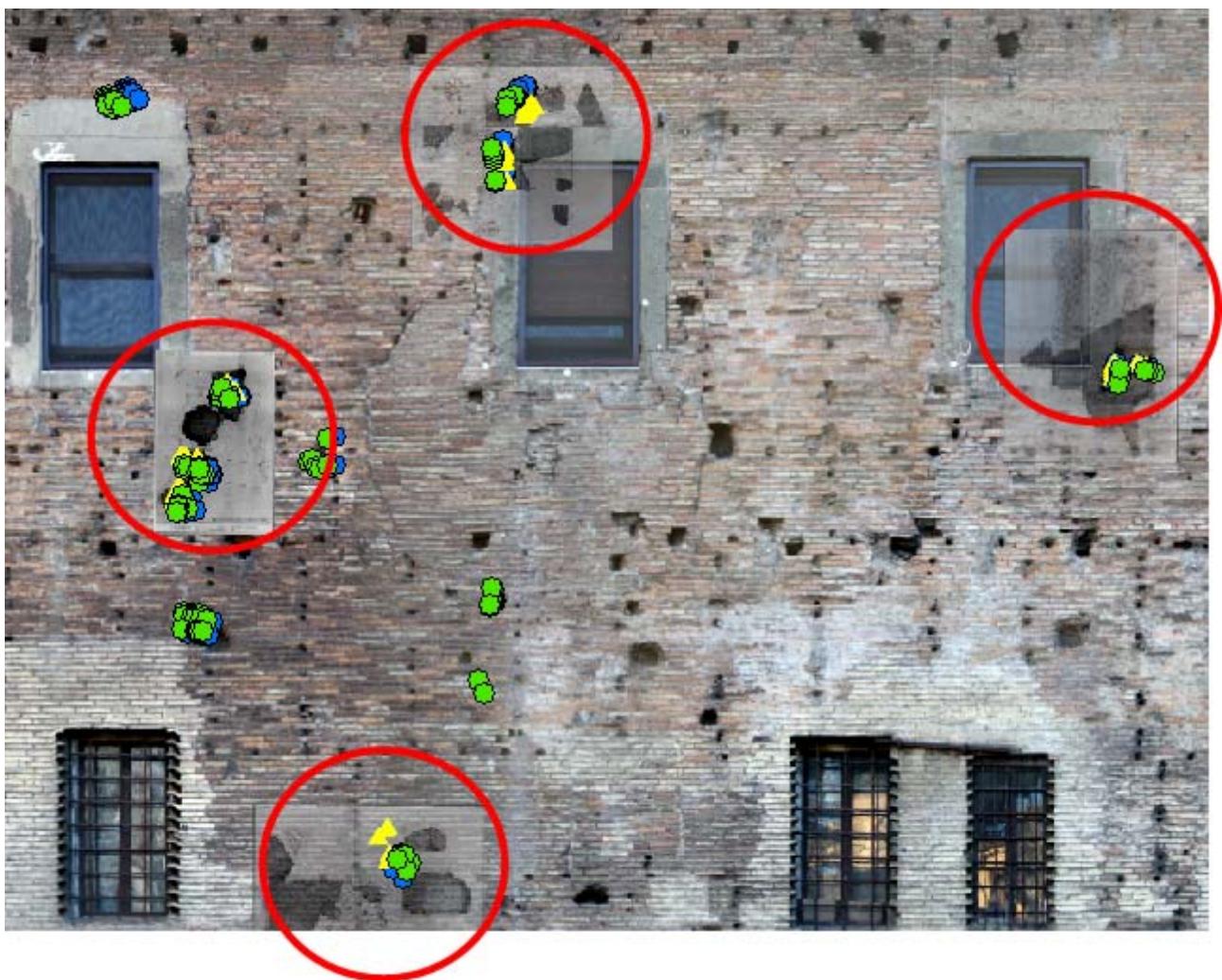


Figura 56. Distribuzione dei punti doppi su una porzione della parete. Nei cerchi rossi le lastre ed i relativi punti doppi. Triangoli gialli: posizione archeologica; Punti verdi e blu: posizioni calcolate

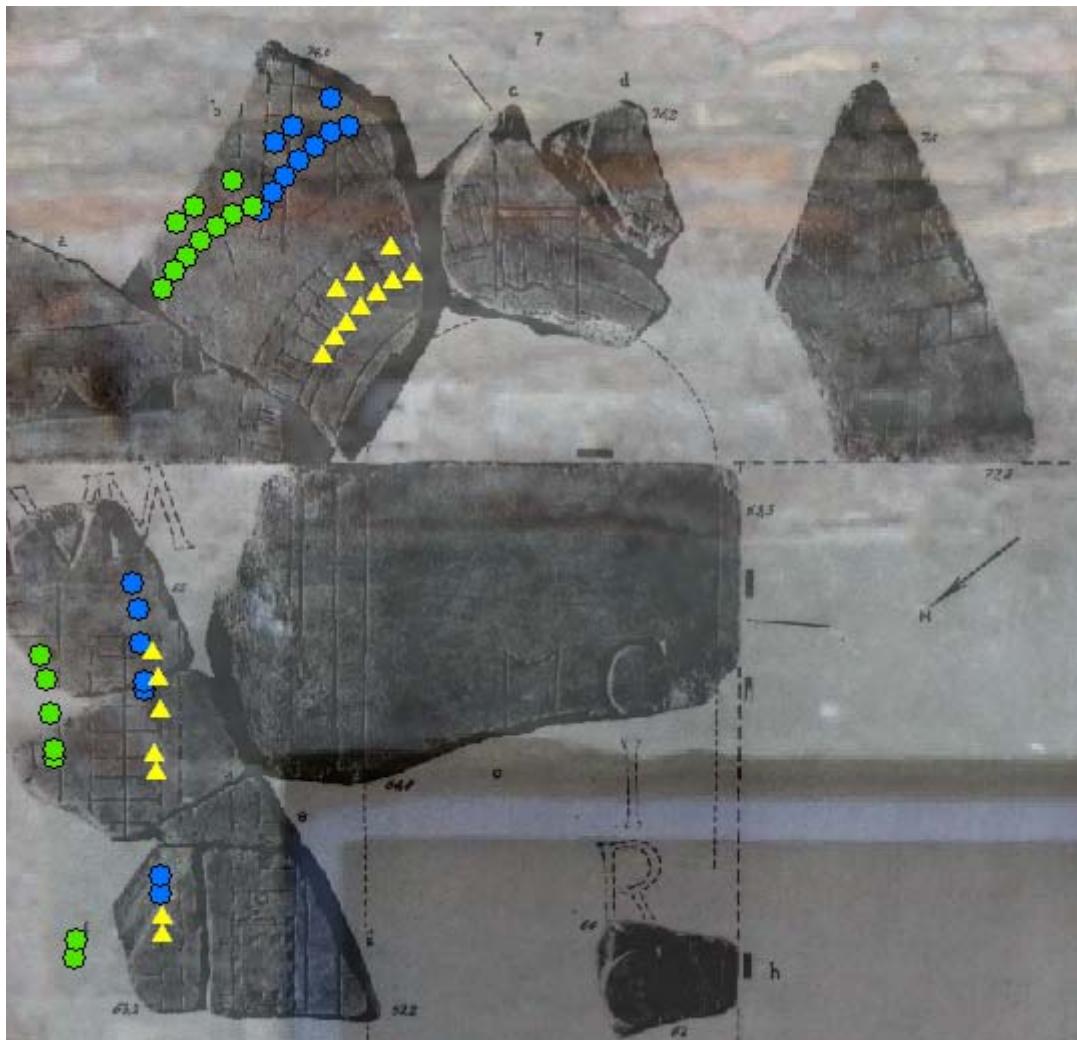


Figura 57. Dettaglio della lastra del Circo Massimo. Triangoli gialli: posizione archeologica; Punti verdi e blu: posizioni calcolate

La posizione archeologica dei punti doppi sulla parete è stata misurata su ArcMap contestualmente alla misurazione delle coordinate delle grappe sulla parete e con lo stesso metodo (vedi paragrafo relativo alla individuazione delle grappe sulla parete).

Per quanto riguarda la posizione calcolata dei punti, si sono prese in considerazione le 2 soluzioni relative all'ipotesi classica e all'ipotesi 1 (i parametri sono sempre quelli relativi alla trasformazione isotropa con grappe anisotrope).

Analisi dei dati

Le tabelle riportano i risultati del confronto diretto tra posizione archeologica e posizione calcolata. I punti effettivi sui quali è stato effettuata l'analisi sono 70, ovvero tutti quelli relativi alle 4 lastre georiferite e su cui è stato possibile misurare la posizione archeologica dei punti.

Si riporta la tabella analitica relativa al Circo Massimo e una tabella riassuntiva che confronta i risultati relativi alle 4 lastre.

ipotesi1				classica			
(m)	DX	DY	modulo	(m)	DX	DY	modulo
media	0.37	-0.07	0.38	media	0.37	-0.04	0.37
max	0.42	0.03	0.43	max	0.42	0.06	0.42
min	0.20	-0.10	0.20	min	0.19	-0.06	0.20
σ	0.07	0.04	0.07	σ	0.08	0.04	0.07
RMSE	0.38	0.08	0.39	RMSE	0.38	0.05	0.38

Tabella 23. Differenze per il Circo Massimo

(m)	ipotesi1				classica			
	Circo Max	Testaccio	Fori Imperiali	Argentina	Circo Max	Testaccio	Fori Imperiali	Argentina
media	0.38	0.06	0.14	0.08	0.37	0.03	0.17	0.16
max	0.43	0.08	0.19	0.14	0.42	0.04	0.19	0.24
min	0.20	0.06	0.11	0.04	0.20	0.02	0.16	0.05
σ	0.07	0.01	0.03	0.04	0.07	0.01	0.01	0.06
RMSE	0.39	0.06	0.14	0.09	0.38	0.03	0.17	0.17

Tabella 24. Differenze per le 4 lastre

I risultati del Circo Massimo evidenziano una notevole differenza rispetto agli altri. Infatti per quanto riguarda il Circo Massimo la differenza lungo la direzione X è molto più grande di quella in direzione Y e questo avvalora l'ipotesi che o la posizione lungo la X della lastra va shiftata oppure che la rappresentazione del Circo Massimo è stata fatta usando scale diverse nelle 2 direzioni (vedi paragrafo).

Nel caso delle altre lastre non c'è una differenza evidente tra la direzione orizzontale e quella verticale.

La tabella riassuntiva evidenzia che nel caso del Circo Massimo i valori delle differenze sono molto più grandi di quelli delle altre lastre e quindi rende opportuno un calcolo complessivo degli indici con e senza il Circo Massimo.

	classica				ipotesi1			
	(m)	DX	(m)	DX	(m)	DX	(m)	DX
media	0.08	media	0.08	media	0.08	media	0.08	media
max	0.19	max	0.19	max	0.19	max	0.19	max
min	-0.10	min	-0.10	min	-0.10	min	-0.10	min
σ	0.07	σ	0.07	σ	0.07	σ	0.07	σ
RMSE	0.10	RMSE	0.10	RMSE	0.10	RMSE	0.10	RMSE

Tabella 25. Differenze globali senza il Circo Massimo

ipotesi1				classica			
(m)	DX	DY	modulo	(m)	DX	DY	modulo
media	0.114	0.069	0.204	media	0.155	0.022	0.186
max	0.419	0.187	0.422	max	0.422	0.129	0.430
min	-0.197	-0.060	0.018	min	-0.100	-0.097	0.036
σ	0.172	0.093	0.119	σ	0.148	0.070	0.129
RMSE	0.207	0.116	0.236	RMSE	0.214	0.073	0.226

Tabella 26. Differenze globali incluso il Circo Massimo

Collocazione di strutture "qualsiasi" sulla parete

Il calcolo dei parametri necessari a passare dal sistema terreno al sistema parete permette di collocare sulla parete qualsiasi struttura di cui siano note le coordinate a terra.

Questo significa che si possono ricavare informazioni:

- 1) sulla posizione di eventuali fori di grappa non più presenti (perché ad esempio in corrispondenza di finestre o muratura moderna),
- 2) sul riconoscimento di eventuali fori di grappa doppi,
- 3) sulla posizione di strutture che non compaiono nei frammenti della Forma Urbis,
- 4) sulla estensione dell'area rappresentata nella pianta.

La possibilità di effettuare tutte le operazioni descritte permette di approfondire l'analisi di tutti gli aspetti topografici della pianta.

L'applicazione dei parametri inversi (passaggio da parete a terreno) permette di collocare sul terreno qualsiasi struttura collocata sulla parete in base considerazioni archeologiche, della quale non si conoscono resti visibili. Questo potrebbe essere di aiuto nell'individuare la zona più probabile in cui far ricercare i resti delle strutture riportate sulla forma..

Come applicazione di quanto esposto, sono stati riportati sulla parete alcuni monumenti storici ed alcuni più moderni che non sono entrati in nessuna delle operazioni di trasformazione o determinazione della posizione delle grappe. I risultati sono illustrati nella figura che segue.



Figura 58. La posizione sul sistema parete di alcune strutture antiche e moderne. Fuori della parete piazza Re di Roma; a sinistra la stazione Termini; in basso il perimetro di Castel S.Angelo e poco sopra piazza Navona. Nel particolare ingrandito il Colosseo

La pianta di Via Anicia ed il suo rapporto con la Forma Urbis

Nel 1983 furono scoperti occasionalmente in Trastevere, durante i lavori in una caserma di polizia, alcuni frammenti marmorei sminuzzati dalle macchine usate nei lavori. Fu possibile ricomporre i minuscoli frammenti (circa 15) e si ottenne un pezzo di marmo piuttosto piccolo (dimensioni: h: 32cm, larghezza: 29.5) ma di enorme valore. Su di esso infatti era incisa con grande cura e soprattutto con l'indicazione delle distanze tra i vari elementi espresse in piedi, una mappa di una zona di Roma che in parte è sovrapponibile con la stessa zona incisa su un frammento della Forma Urbis. Il ritrovamento è eccezionale sotto diversi aspetti. Infatti intanto permetterebbe una misura diretta della scala (se, ovviamente risultasse possibile individuare sul terreno gli elementi raffigurati nella pianta), poi conferma che piante incise sul marmo non erano una cosa particolarmente rara nella Roma imperiale (la pianta è stata datata al I secolo d. C.). Va anche detto che sul frammento sono delle cifre che avevano valore giuridico (anche altri frammenti, appartenenti forse ad altre piante ancora, quello di via della Polveriera ad esempio, presentano la stessa caratteristica).

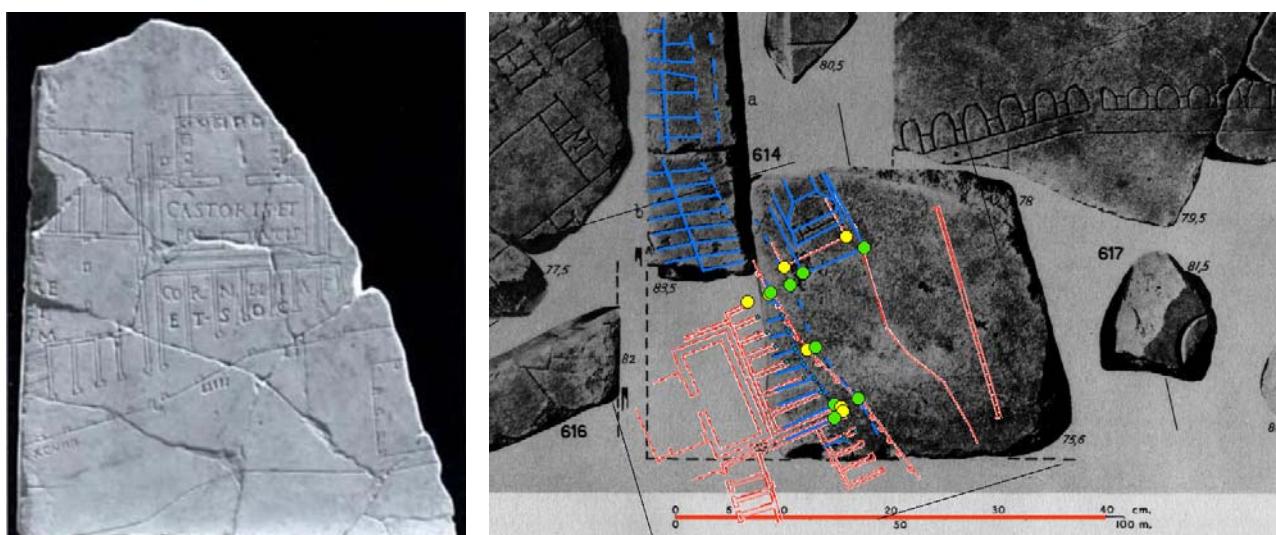


Figura 59. Pianta di via Anicia (a sinistra). Sovrapposizione e misura dei punti doppi pianta di Via Anicia -Forma Urbis (a destra). In blu le strutture secondo la Forma Urbis, in rosso quelle secondo la pianta di Via Anicia; in giallo e verde i punti doppi.

I risultati delle analisi sul frammento di Via Anicia

Per l'analisi del rapporto tra la pianta di Via Anicia e la Forma Urbis sono stati usati:
per la Forma Urbis le foto ed i disegni del Carrettoni
per la pianta di Via Anicia una riproduzione del rilievo tratta da Almeida 2004.

Entrambe le riproduzioni sono fornite di una scala e questo ha permesso una analisi quantitativa. Per quanto riguarda la scala della pianta di Via Anicia sarebbe possibile misurare sul frammento 3 segmenti, uno dei quali molto piccolo e quindi per minimizzare gli errori di misura si è ritenuto opportuno misurarlo assieme ad uno degli altri 2 segmenti. Le 2 misure possibili sul frammento danno come risultato 7.1cm e 6.2cm.

Poiché i 2 segmenti corrispondono rispettivamente a 60 ed a 51 piedi, ovvero a 17.744m e 15.082m, ne risultano 2 scale, pari a 249.9 e 243.3. Considerando i 2 segmenti come una unica lunghezza ne risulta una scala di 246.7.

Le misure ottenute non sono identiche a quelle riportate da Lugli (Lugli....). Ciò può essere dovuto che le misure effettuate non sono fatte al vero ma su riproduzioni ed in questo senso alle misure del Lugli che le ha effettuate dal vero va attribuita maggiore verosimiglianza.

Il confronto effettuato con i frammenti corrispondenti della Forma Urbis usando la trasformazione piana isotropa a 4 parametri dà risultati inaspettati; infatti come si vede dalla tabella il rapporto di scala tra le 2 piante risulta di 1,10 e quindi abbastanza lontano da quello supposto di 1:1 (questo rapporto di 1:1 al di là delle considerazioni prettamente archeologiche è piuttosto realistico dato che per gli altri frammenti analizzati il rapporto di scala con il terreno è simile a quello misurato sul frammento di Via Anicia).

rapporto di scala	sigma zero stimato (mm)
1.101	3.46

Tabella 27. Rapporto tra il frammento della Forma Urbis e la pianta di Via Anicia

L'analisi dei residui mette in evidenza che la trasformazione non riesce a correlare bene le 2 piante. Questi risultati si devono attribuire alla cattiva qualità della rappresentazione sul frammento relativo alla Forma Urbis. Analizzando i disegni infatti la Forma Urbis sembra meno accurata ed inoltre riporta un muro in più rispetto alla pianta di Via Anicia e comporta una misura dei punti doppi poco agevole.

E' pertanto possibile che le 2 piante avessero come origine dei disegni alla stessa scala ma che per minore accuratezza lo scalpellino della Forma Urbis abbia riportato in modo meno corretto il disegno originale.

Per una analisi di dettaglio della scala del frammento della Forma Urbis che aiuti ad interpretare meglio questi risultati, sarebbe necessario un rilievo di punti doppi sul terreno, che ad oggi non è stato possibile effettuare.

Rimane quindi fondata l'ipotesi di una medesima scala tra i 2 frammenti, ma l'analisi quantitativa effettuata non contribuisce a dare una risposta certa e definitiva.

Anche questa analisi mette in evidenza la necessità di poter accedere ai frammenti della Forma Urbis per effettuare rilievi dal vero che eliminino ogni possibilità di errore.

Appendici A

La Calibrazione della camera digitale Canon Eos450D

Gli sviluppi recenti delle macchine fotografiche digitali, anche nel campo consumer, dove è ormai possibile trovare a costo ridotto sensori di 10 o più Mpixel e caratteristiche come stabilizzazione di immagine e formato RAW rendono interessante lo studio della calibrazione di camere non metriche per un loro possibile uso in fotogrammetria, ricostruzioni 3D etc.

Molti software, soprattutto laddove, come nella ricostruzione degli incidenti stradali o in alcune ricostruzioni 3D, non è richiesta una precisione estrema, effettuano la cosiddetta auto-calibrazione (self calibration) cioè usano le stesse immagini che servono per la ricostruzione anche per la calibrazione. In realtà quando è necessaria una buona precisione una calibrazione effettuata come processo a sé stante permette in genere di ottenere risultati migliori oltre a consentire un maggiore controllo sui vari tipi di distorsione, una migliore comprensione delle caratteristiche tecniche della camera in esame e un più facile confronto tra le caratteristiche di macchine e software diversi.

Possiamo definire la calibrazione come il processo necessario a determinare la geometria interna della camera e le sue caratteristiche ottiche ossia i parametri di orientamento interno ovvero distanza focale, offset del punto principale e parametri di distorsione dell'obiettivo. E' una definizione utile per i nostri scopi anche se, in letteratura, nella calibrazione si intende ormai inserito anche il processo di orientamento esterno e quindi calibrazione della camera significa determinare con esattezza accettabile tutti i parametri della camera, sia intrinseci che esterni. I parametri interni descrivono come la camera forma l'immagine e sono 3 ovvero, non considerando le distorsioni, la lunghezza focale e le coordinate del punto principale. Quelli esterni descrivono la posizione della camera al momento della presa e sono 6 ovvero le tre coordinate che definiscono la posizione della camera e i tre angoli che ne definiscono l'orientamento nello spazio oggetto.

Generalizzando al caso in cui i pixel non sono quadrati e gli assi x ed y nello spazio immagine non sono perpendicolari, i parametri intrinseci diventano 5, lunghezza focale espressa in pixel orizzontali e verticali, le coordinate del punto principale (X_0, Y_0) e l'angolo tra gli assi X ed Y (talvolta indicato con γ).

In generale, i dati per la calibrazione consistono essenzialmente nelle coordinate 3D (X, Y, Z) di uno o più punti nel mondo reale (coordinate oggetto espresse ad esempio in mm) e delle corrispondenti coordinate immagine 2D (x, y) tipicamente espresse in pixel. Il numero di prese e il numero dei punti necessari per una buona calibrazione dipendono dall'algoritmo usato per il calcolo.

Le coordinate oggetto possono essere misurate con qualsiasi tecnica che garantisca una sufficiente accuratezza ma, nell'approccio alla calibrazione più usato, vengono acquisite diverse immagini di una griglia di calibrazione (in 2 o 3D) il cui disegno è noto al software o comunque permette di misurare le coordinate reali e le coordinate immagine di un grande numero di punti sulla griglia, oltre alle coordinate di un certo numero di punti controllo che non vengono usati nel processo di calibrazione ma servono piuttosto come punti di controllo per verificare l'accuratezza della calibrazione o fermare il processo di iterazione quando è stata raggiunta la convergenza richiesta. Mettendo in relazione le coordinate reali e le coordinate immagine di un adeguato numero di punti corrispondenti si cerca di ricavare i parametri di orientamento della macchina. Le

coordinate si possono anche riferire a punti delle stesse immagini che serviranno alla restituzione. Il numero dei punti deve essere superiore ad un valore minimo che dipende dal metodo di calcolo usato e può essere molto alto quando si usano tecniche di calcolo per approssimazioni successive per le quali, almeno in teoria più punti vengono considerati e migliori dovrebbero essere i risultati anche se è stato più volte evidenziato come oltre un certo numero di punti le soluzioni possono diventare instabili e comunque l'eventuale miglioramento non è tale da giustificare l'appesantimento del calcolo.

Il legame tra le coordinate oggetto e le coordinate immagine è rappresentato nelle procedure di calibrazione o dalle equazioni di collinearità (basato su una modellizzazione delle distorsioni rispetto ad una proiezione prospettica ideale, che tiene conto della origine fisica di tali distorsioni), oppure dalle DLT (Trasformazioni Dirette Lineari) in cui si fa uso di parametri che non hanno un immediato significato fisico (anche nelle DLT la distorsione viene espressa come fattore aggiuntivo sulle coordinate teoriche e modellata ed espressa in modo identico a quanto si dà nel modello di collinearità).

Quindi, l'aspetto più importante da sottolineare è che in entrambi i casi la distorsione (Δx e Δy) viene espressa comunque come fattore aggiuntivo, modellando la differenza tra le coordinate misurate e quelle teoriche.

Non c'è uniformità in letteratura sulla notazione usata per esprimere le relazioni della fotogrammetria. Useremo qui le forme più semplici nel tentativo di mettere in luce soprattutto l'aspetto fisico e applicativo del problema.

La condizione di collinearità: equazioni di collinearità in forma estesa

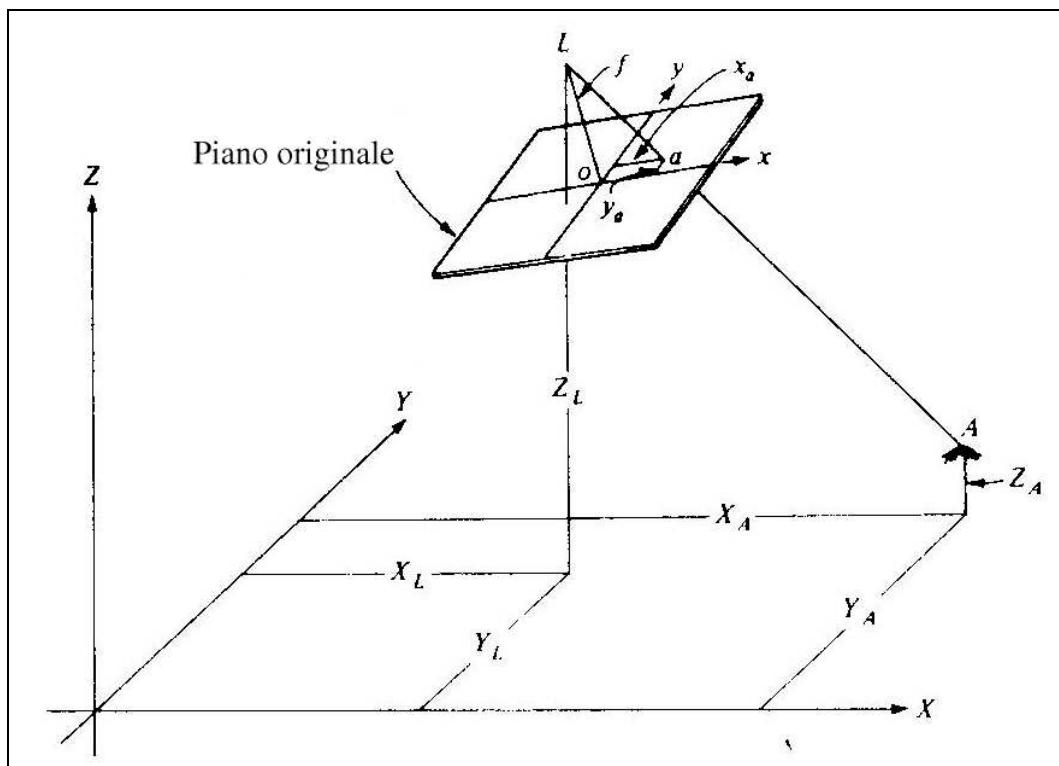


Figura 60. La condizione di collinearità

Le equazioni di collinearità descrivono analiticamente la relazione tra il fatto che il punto oggetto (X, Y, Z), il corrispondente punto immagine (x, y) ed il centro prospettico della camera (di coordinate $x_0 \ y_0$ nello spazio immagine e $X_0 \ Y_0 \ Z_0$ nello spazio oggetto).

dal punto di vista fisico le equazioni di collinearità vincolano il centro prospettico della camera, il punto immagine e il punto oggetto a stare lungo la stessa retta.

Le classiche equazioni di collinearità in forma matriciale in una formulazione molto generale si scrivono come:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ z_i - z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

dove $X \ Y \ Z$ sono le coordinate nello spazio oggetto

$x \ y \ z$ sono le coordinate nello spazio immagine

$X_0 \ Y_0 \ Z_0$ sono le coordinate del punto principale

R è la matrice di rotazione (orientamento della macchina)

λ è il fattore di scala (rapporto tra focale e distanza punto)

$[z_i - z_0]$ è la lunghezza focale (-c)

Le equazioni di collinearità possono essere riscritte semplificando il fattore di scala ed evidenziando le coordinate immagine come:

$$x = x_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$y = y_0 - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

dove rij rappresentano gli elementi della matrice di rotazione R
c è la distanza focale

Si introducono i fattori di correzione e quindi le equazioni da risolvere per trovare parametri interni e parametri esterni sono:

$$x = x_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + \Delta x$$

$$y = y_0 - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + \Delta y$$

dove Δx e Δy rappresentano il contributo delle distorsioni scritte in forma diversa a seconda di quali e quanti parametri si vogliono tenere in considerazione.

Un altro modo utile di scrivere le equazioni di collinearità è quello di usare la cosiddetta *matrice di calibrazione della camera* per cui risulta, nell'ipotesi in cui il piano immagine abbia l'asse coincidente con l'asse Z dello spazio mondo e che non ci sia rotazione e traslazione tra la camera e lo spazio mondo (stesso sistema di riferimento), che il legame tra le coordinate immagine e le coordinate mondo è espresso da:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

dove M è appunto la matrice di calibrazione della macchina ed è espressa come:

$$M = \begin{bmatrix} f_x & s & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dove

f_x = lunghezza focale effettiva in pixel X (di solito α)

f_y = lunghezza focale effettiva in pixel Y (di solito β)

s = parametro di skew che tiene conto del fatto che gli assi X ed Y possono essere ortogonali tra loro e viene scritto in genere come $f_x \cotg \theta$, dove θ è l'eventuale angolo diverso da 90° tra gli assi X ed Y nello spazio immagine di solito γ)

x_0 ed y_0 = coordinate del punto principale

Tutti i parametri sono espressi in pixel (pixelizzazione).

Le equazioni di collinearità possono essere usate per calibrare la macchina: in questo caso le incognite diventano x_0 , y_0 , c e gli eventuali coefficienti di distorsione.

Il sistema di equazioni diventa indeterminato e quindi per risolverlo c'è bisogno di utilizzare un certo numero di fotogrammi che si sovrappongono in maniera significativa.

La tecnica del Bundle Adjustment

Il metodo più usato per risolvere le equazioni di collinearità è quello del *bundle adjustment*, sviluppato e reso noto da Brown a partire dal 1965 (Brown 1971), caratterizzato dall'utilizzo contemporaneo di un numero elevato di fotogrammi; il numero dei fotogrammi dipende dal numero di parametri noti.

Il nome *bundle adjustment* si riferisce ai *bundles* -letteralmente fasci- raggi luminosi che convergono al centro della fotocamera, la quale è ottimamente *adjusted* - registrata - perché il modello geometrico della fotocamera e la sua posizione tridimensionale sono tali per cui i *bundles* passano per il centro del sistema ottico della fotocamera.

Classicamente, il *bundle adjustment* è formulato come un problema di minimi quadrati non lineari. Il costo computazionale del modello cresce quadraticamente con il numero di punti tridimensionali considerati per il calcolo degli errori di retroproiezione.

Il *bundle adjustment* ha tre caratteristiche a proprio favore:

1. flessibilità: il *bundle adjustment* funziona anche nel caso in cui alcune caratteristiche tridimensionali o bidimensionali non sono note;
2. accuratezza: il *bundle adjustment* dà risultati precisi e facilmente interpretabili perché usa accurati modelli sugli errori statistici;
3. efficienza: gli algoritmi *bundle adjustment* risultano efficienti anche su problemi molto complessi.

I software di calibrazione che fanno riferimento al *bundle adjustment*, hanno essenzialmente 2 tipi di approccio. Il primo ricava i parametri della calibrazione dalla analisi di più immagini in cui compaiono i medesimi punti senza alcuna informazione sulla geometria della scena (ad esempio Photomodeler e iWitness). Il secondo costruisce una tabella con le coordinate oggetto e le corrispondenti coordinate immagine, in genere sulla base di una griglia regolare (PiCalib). In quest'ultimo caso il numero dei fotogrammi è relativamente ridotto (da 3 a 5 in genere) in quanto il software già conosce la geometria della griglia di calibrazione.

Nel primo caso invece, dato che il software non conosce la geometria della scena ha necessità di utilizzare un maggior numero di fotogrammi per determinare la posizione nello spazio dei punti omologhi. Anche in questo caso per facilitare il *matching* automatico o semiautomatico si utilizzano griglie di calibrazione o target opportunamente disposti nello spazio oggetto.

Più in dettaglio Photomodeler e iWitness che utilizzano il primo approccio effettuano i calcoli in step successivi:

- a) *matching* automatico tra punti omologhi collimati sulle varie foto (diventano note le coordinate immagine dei punti su ogni fotogramma),
- b) si danno per noti i parametri interni, o ricavati in parte dall'EXIF o assegnati in forma approssimata dal software, e si calcolano le coordinate oggetto dei punti collimati
- c) sulla base delle coordinate oggetto calcolate si ricalcolano i parametri interni; si ripetono quindi gli step b e c fino a convergenza ovvero fino a quando la differenza nei

valori delle coordinate oggetto tra due passaggi successivi è inferiore a un valore dato (oppure si è superato un numero dato di iterazioni).

PiCalib che utilizza il secondo approccio, conosce sia le coordinate immagine sia la posizione relativa dei punti sulla griglia di calibrazione e su questa base calcola i parametri dell'orientamento interno. Quindi utilizzando questi valori si ricalcola i valori delle coordinate oggetto e poi itera il processo fino a una convergenza data.

In una classificazione più generale in funzione dei parametri noti e di quelli incogniti si possono usare diverse tecniche, come illustrato nella tabella seguente.

<u>Metodo</u>	<u>Parametri noti</u>	<u>Parametri incogniti</u>
<i>Bundle adjustment</i>	Nessuno	(X,Y,Z)
	Coordinate immagine (x,y,c)	Orientamento esterno (X,Y,Z)
	Orientamento interno Orientamento esterno	(X,Y,Z)

Tabella 28. Classificazione generale delle tecniche del *bundle adjustment*

Le tecniche di calibrazione possono essere classificate in maniera diversa (Matsukoa 2002): qui interessava mettere in evidenza alcune differenze nell'approccio alla calibrazione da parte dei tre diversi software che verranno utilizzati.

Esistono poi anche metodi in cui si fa uso invece che di punti, di altre strutture riconoscibili nella immagine come linee o circoli concentrici o *vanishin points* o circonferenze (Meng 2003). In questi casi i metodi matematici utilizzati sono generalmente diversi dal *bundle adjustment*.

DLT

Il metodo delle Trasformazioni Dirette Lineari (DLT) è stato inizialmente proposto da (23) nel 1972 e poi modificato e rivisto soprattutto per tenere conto del fatto che i parametri calcolati con questo metodo risultano non indipendenti.

Questo metodo e le diverse varianti proposte non analizzano le caratteristiche fisiche della macchina fotografica (numero o disposizione delle lenti, tipo di CCD e sua geometria, tipo ed entità delle possibili distorsioni) ma forniscono i valori di alcuni parametri globali necessari a correlare le coordinate reali e quelle immagine e, nella versione modificata, anche a correggere le distorsioni introdotte dalla macchina.

Dal punto di vista matematico si tratta di trasformazioni che stabiliscono un legame tra coordinate reali e coordinate immagine tramite relazioni lineari in cui intervengono 12 parametri caratteristici (che diventano 11 con operazioni di normalizzazione, ad es. ponendo uguale a 1 il valore di uno dei parametri).

Poiché le DLT possono essere ricavate dalle equazioni di collinearità i parametri sono correlati (anche se in modo complesso) ai parametri fisici che vi compaiono, sia quelli relativi all'orientamento interno (x_o, y_o, c) sia quelli relativi all'orientamento esterno ($X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \kappa$). Una delle forme più semplici di scrittura delle DLT è:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 \\ L_5 & L_6 & L_7 & L_8 \\ L_9 & L_{10} & L_{11} & L_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

dove $x \ y$ sono le coordinate immagine
 $X \ Y \ Z$ sono le coordinate oggetto
 $L_1..L_{12}$ sono i parametri tipici della macchina

Le DLT possono anche essere scritte come:

$$x = \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + L_{12}}$$

$$y = \frac{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + L_8}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + L_{12}}$$

Le DLT così scritte sono nella forma che non tiene conto (o considera nulli) dei parametri relativi alle distorsioni che, secondo le modellizzazioni più usate sono almeno 5 e compaiono nei fattori aggiuntivi Δx e Δy , e quindi, nella forma che tiene conto di questi ulteriori vincoli, i parametri complessivi diventano 16. L'uso delle DLT risulta più semplice da implementare data la loro linearità ma si tratta di trasformazioni meno generali delle equazioni di collinearità e che risultano poco adatte ad alcuni casi dato che il modello è molto sensibile alla geometria delle prese e dei punti di appoggio.

Distorsioni

Quelle elencate di seguito sono le distorsioni che possono apparire nell'immagine. Si tratta in realtà di alcune delle possibili modellizzazioni delle distorsioni che fanno riferimento, anche se solo in modo generico, alla struttura fisica della macchina e che cercano di evidenziare e caratterizzare le differenze tra la posizione teorica prevista dal modello e quella effettivamente misurata. La modellizzazione più usata è quella introdotta da Brown (Brown 1971) che è stata successivamente modificata e integrata. I diversi contributi alla distorsione possono essere schematizzati, con riferimento alla loro origine fisica, come segue:

La **distorsione radiale** è dovuta ad una forma (*curvatura*) non *perfetta* delle lenti, si considera simmetrica rispetto al centro immagine, produce uno shift che allontana o avvicina il punto immagine al centro della lente rispetto alla posizione *teorica* determinata dalla proiezione.

In genere la distorsione radiale è rappresentata da una serie polinomiale.

L'equazione generale è:

$$\Delta r = R_0 + R_1 * r + R_2 * r^2 + R_3 * r^3 + R_4 * r^4 + R_5 * r^5 + R_6 * r^6 + R_7 * r^7$$

dove r= distanza radiale dal centro dell'immagine

R₀ - R₇= coefficienti di distorsione

Nei vari modelli utilizzati dai diversi software si prendono solo alcuni elementi (generalmente o i pari o i dispari)

Di seguito la modellizzazione secondo Brown:

$$\Delta x = K_1(r^2 - 1)x + K_2(r^4 - 1)x + K_3(r^6 - 1)x$$

$$\Delta y = K_1(r^2 - 1)y + K_2(r^4 - 1)y + K_3(r^6 - 1)y$$

dove K₁ K₂ K₃ sono i parametri di distorsione radiale e $r = \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}$ con x_p e y_p che indicano le coordinate del punto principale.

Spesso è sufficiente il calcolo del solo coefficiente K₁ anche se l'inclusione di alcuni dei coefficienti successivi può essere necessaria per una maggiore accuratezza.

Alcuni software usano una forma bilanciata della serie polinomiale scritta in modo da tener conto nei parametri della lunghezza focale

Un ulteriore metodo di parametrizzazione è stato definito dalla USGS e anche se nasce per la calibrazione di camere aeree viene usato anche in alcuni software per la fotogrammetria dei vicini.

$$\Delta x = (x + x_p)(K_0 + K_1r^2 + K_2r^4 + K_3r^6 + \dots)$$

$$\Delta y = (y + y_p)(K_0 + K_1r^2 + K_2r^4 + K_3r^6 + \dots)$$

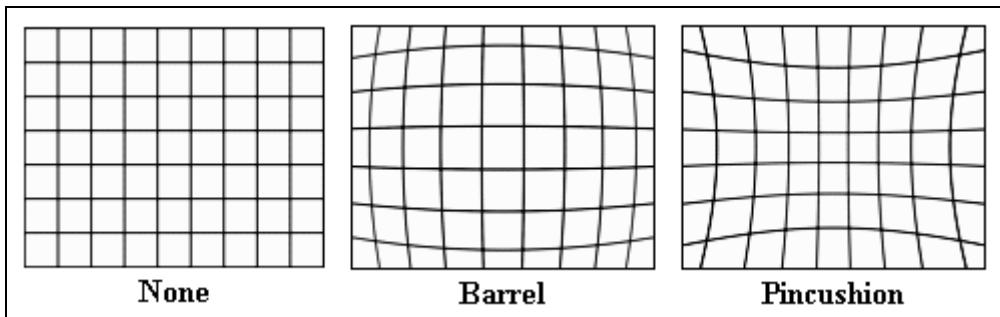


Figura 61. Effetti della distorsione radiale: nessuna distorsione, a barilotto, a cuscinetto

La **distorsione di decentering** (distorsione tangenziale) è generata da un non perfetto allineamento dei centri ottici delle lenti dell'obiettivo ed ha sia una componente radiale che una tangenziale espresse come

$$\begin{aligned}\Delta x &= P_1(r^2 + 2x^2) + 2P_2xy \\ \Delta y &= P_2(r^2 + 2y^2) + 2P_1xy\end{aligned}$$

Nel modello USGS:

$$\begin{aligned}\Delta x &= (1 + P_3r^2)(P_1(r^2 + 2x^2) + 2P_2xy) \\ \Delta y &= (1 + P_3r^2)(P_2(r^2 + 2y^2) + 2P_1xy)\end{aligned}$$

Ad esempio il software *PCI Orthoengine* calcola la distorsione tangenziale utilizzando il modello USGS a cui aggiunge anche altri eventuali parametri ($P_4, P_5\dots$) per cui la formula diventa:

$$\begin{aligned}\Delta x &= (1 + P_3r^2 + P_4r^4 + \dots)(P_1(r^2 + 2x^2) + 2P_2xy) \\ \Delta y &= (1 + P_3r^2 + P_4r^4 + \dots)(P_2(r^2 + 2y^2) + 2P_1xy)\end{aligned}$$

La distorsione di *decentering* è in genere molto più piccola (qualche per cento) di quella radiale.

La **non planarità del piano immagine** introduce una distorsione che dipende dall'angolo di incidenza dei raggi luminosi ed è maggiore per angoli maggiori (corte focali). Questa distorsione può essere modellizzata con polinomiali di terzo o quarto ordine ma in genere viene considerata abbastanza piccola da poter essere trascurata.

La **non perfetta simmetria sul piano immagine nelle diverse direzioni** introduce una ulteriore distorsione, che si può manifestare in un comportamento differente lungo direzioni diverse sul piano immagine e nel non mantenimento della ortogonalità. Questa distorsione è considerata come generata da una trasformazione affine e può essere descritta dalla

$$\begin{aligned}\Delta x &= -A_1x + A_2y \\ \Delta y &= A_1y\end{aligned}$$

In realtà i parametri di questa trasformazione affine sono fortemente correlati con gli altri parametri di calibrazione interna ed esterna e spesso non sono presi in considerazione

Weng (16) introduce anche *una thin prism distortion* nel senso che si immagina di porre un prisma sottile correttivo di distorsioni di varia origine che possono essere modellate dalla:

$$r^i = r + (e_1 * r^2 + e_2 * r^4 + e_3 * r^6 + ...) \sin(t - t_1)$$

$$t^i = t + (e_1 * r^2 + e_2 * r^4 + e_3 * r^6 + ...) \cos(t - t_1)$$

dove

r^i = distorsione radiale *thin prism*

t^i = distorsione tangenziale *thin prism*

e_i = coefficienti di distorsione *thin prism*

t_1 = angolo tra l'asse Y positivo e l'asse della distorsione tangenziale massima.

La modellizzazione delle distorsioni finora descritta fa riferimento al cosiddetto modello *Pin-Hole*.

In realtà sono possibili, per la stima delle distorsione anche approcci diversi. Ad esempio Ma e altri (Lili Ma) propongono 2 modellizzazioni delle distorsioni, basate sostanzialmente sull'idea di analizzare e modellizzare il comportamento di ciascuna lente che compone l'obiettivo rispetto alla radiazione che riceve (nel modello classico *Pin-Hole* invece si suppone che l'obiettivo sia composto di una sola lente); un metodo che usa una versione analitico geometrica della legge di Snell e un altro che usa una matrice 6x6 basata su un modello parassiale.

Il primo risulta molto promettente riguardo alla accuratezza dei risultati.

Il secondo offre il vantaggio di usare equazioni analitiche per la calibrazione ma si tratta di modelli ancora in fase di sviluppo e il modello di riferimento resta il *Pin-Hole*, risolto attraverso le equazioni di collinearità e le DLT.

Soluzione matematica della calibrazione

Per quanto riguarda la soluzione matematica delle equazioni per ricavare i parametri della calibrazione sono possibili diverse tecniche, sia lineari (con soluzioni in genere non ottimali ma più semplici da implementare) sia tecniche non lineari che prevedono normalmente l'uso iterativo del metodo dei minimi quadrati per rendere minima una determinata funzione che è in genere la distanza tra coordinata misurata e coordinata *ideale*. Anche in questo passaggio sono possibili scelte diverse, ovvero si può decidere di minimizzare una funzione, e quindi una distanza, che riguarda lo spazio immagine oppure una funzione che riguarda lo spazio oggetto.

Spesso i software commerciali usano una combinazione delle due tecniche, quella lineare per avere una prima stima dei parametri da raffinare successivamente con tecniche non lineari e approssimazioni successive.

Le diverse tecniche possibili giustificano, assieme al fatto che anche le modellizzazioni usate o il numero dei parametri presi in considerazione possono essere diversi, le differenze nei risultati ottenuti con diversi software.

Il tipo di tecnica usato per effettuare i calcoli può portare a forti correlazioni tra i diversi parametri e lo studio di queste correlazioni permette di scegliere se considerare tutti i parametri o solo una parte di essi.

Da quanto esposto consegue che la calibrazione effettuata con i diversi software può portare a risultati non identici dato che ci sono differenze anche notevoli negli algoritmi implementati. Inoltre i risultati del metodo di calibrazione appena descritto, poiché lavora sulle immagini e non sulle caratteristiche fisiche della macchina, sono rigorosamente validi solo per una determinata lunghezza focale e quindi la calibrazione dovrà essere eseguita in condizioni tanto più possibile simili a quelle delle prese effettive.

Come conseguenza di quanto esposto si sono affermati, nei diversi software commerciali e di ricerca, alcuni *modelli* che cercano di conciliare i vari aspetti del problema, scegliendo sulla base delle correlazioni tra i parametri misurati a posteriori o sulla base di considerazioni teoriche i parametri sufficienti a raggiungere una buona precisione senza appesantire oltre misura il calcolo.

Un classico esempio è il modello detto di Tsai (14) in cui i parametri necessari perché data la posizione di un punto nel mondo reale in 3D sia possibile predire la sua posizione nello spazio immagine 2D sono:

5 parametri interni:

- f - lunghezza focale effettiva della macchina fotografica
- K₁ - coefficiente di distorsione radiale del primo ordine
- C_x, C_y - coordinate del centro della immagine
- s_x - fattore di scala

6 parametri esterni

- R_x, R_y, R_z - angoli di rotazione per la trasformazione tra lo spazio reale e lo spazio immagine
- T_x, T_y, T_z - componenti di traslazione per la trasformazione tra lo spazio reale e lo spazio immagine.

Come si vede si tratta di un modello che limita fortemente il numero dei parametri di distorsione presi in considerazione ma la sua accuratezza risulta sufficiente in molti casi.

Anche altri modelli (Faugeras-Toscani, Weng...) fanno semplificazioni più o meno rigorose o giustificate.

Va anche detto che molte delle ricerche più recenti sulla calibrazione di macchine non metriche è indirizzata non tanto al campo della fotogrammetria classica ma piuttosto al campo della *computer vision* con i relativi problemi di riconoscimento di oggetti in moto o fermi, in particolare la figura umana o gli oggetti legati alla azione di robot nei campi più diversi ivi compresa la medicina e diagnostica e operativa, o al problema della ricostruzione 3D di intere "scene" come nel caso della ricostruzione degli incidenti stradali. In questi casi i livelli di accuratezza richiesti sono molto minori rispetto alla fotogrammetria (anche alcune parti su cento rispetto ad una parte su 1000 o 10000) mentre diventano importanti altri aspetti come la variazione della lunghezza focale o l'uso contemporaneo di più macchine.

Questo significa che spesso i software, nati per scopi diversi rispetto a quelli della fotogrammetria dei vicini (in particolare per la ricostruzione 3D), non riescono a calibrare con la dovuta accuratezza le macchine. Succede anche che, per diversi motivi, lo stesso processo di calibrazione non vada a buon fine. Inoltre, tranne pochi casi particolari è difficile avere informazioni di dettaglio sugli algoritmi e sui modelli implementati. Diverso il caso di software sviluppati a scopo di ricerca in diversi laboratori, per i quali è talvolta disponibile addirittura il codice sorgente. In questo caso la disponibilità di maggiori dettagli si accompagna in genere ad una maggiore difficoltà d'uso e ad una minore flessibilità.

Valutazione dell'accuratezza della calibrazione

I metodi di valutazione dei risultati della calibrazione consistono sostanzialmente nell'analisi dei risultati ottenuti con la camera calibrata rispetto ad una serie di punti disposti più o meno regolarmente di cui si conosca con esattezza la posizione nello spazio.

Per questo, dato il tipo di procedimento usato nella calibrazione e il tipo di informazioni generalmente disponibili per le camere non metriche (in genere limitato alla lunghezza focale e talvolta alle dimensioni del sensore) la valutazione dei risultati viene effettuata in genere misurando diversi indici statistici sui residui, ovvero sulle differenze tra la posizione calcolata, dopo la calibrazione e la correzione, e la posizione teoricamente esatta. Tenendo conto che anche in questo caso si può lavorare o sullo spazio oggetto o sullo spazio immagine, sono stati proposti diversi indici in letteratura (13):

Indici legati alle coordinate oggetto (3D):

1. Posizione 3D ottenuta da triangolazione stereo
2. Distanza rispetto al raggio ottico (Eo)
3. Errore normalizzato di calibrazione (En)

Indici legati alle coordinate immagine (2D):

1. Errore delle coordinate distorte dei pixel (Ed)
2. Errore delle coordinate corrette (Eu)

Alcuni indici sono intuitivi e legati alla fisica della camera tuttavia risultano molto sensibili alla risoluzione dell'immagine, alla profondità di campo e alla distanza oggetto-immagine mentre l'errore normalizzato elimina questa sensibilità tenendo conto dell'area reale dello spazio oggetto corrispondente ad ogni pixel dell'immagine.

Nel nostro caso la valutazione della accuratezza dei processi di calibrazione è stata effettuata utilizzando un blocco di 7 immagini orientate con il software *Erdas 8.6*, variando i parametri dell'orientamento interno e quindi valutando i residui nello spazio oggetto (punti 3D, GCP e CP) e nello spazio immagine (punti 2D).

Come già detto, il rilievo è stato effettuato con l'ausilio di uno strumento Leica Smart Station caratterizzato da una precisione di 1mgon sulla misura degli angoli e 2mm sulla distanza (senza l'ausilio di prisma) (controllare questi valori). I punti rilevati sono tutti punti naturali posti ad una distanza orizzontale massima (profondità massima nella direzione Y) di circa 30m dal punto d'origine del sistema di riferimento locale, la cui origine coincide con il centro strumentale del sensore.

Precisione (GCP) ed accuratezza (CP) dei residui								
Iwitness								
	GCP				CP			
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	rX	rY	rZ	rXYZ
media	0.0026	0.0007	-0.0018	0.003	-0.0076	0.0013	0.0073	0.011
dev.st.	0.0248	0.0041	0.0199	0.032	0.0309	0.0061	0.0208	0.038
dev.st.pop.	0.0242	0.0040	0.0194	0.031	0.0289	0.0057	0.0194	0.035
RMSE	0.0250	0.0042	0.0200	0.032	0.0318	0.0063	0.0220	0.039
Photomodeler								
	GCP				CP			
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	rX	rY	rZ	rXYZ
media	0.0028	0.0006	-0.0020	0.004	-0.0065	0.0014	0.0063	0.009
dev.st.	0.0238	0.0040	0.0192	0.031	0.0289	0.0062	0.0197	0.035
dev.st.pop.	0.0232	0.0039	0.0187	0.030	0.0270	0.0058	0.0184	0.033
RMSE	0.0240	0.0041	0.0194	0.031	0.0296	0.0063	0.0207	0.037
Pi-Calib								
	GCP				CP			
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	rX	rY	rZ	rXYZ
media	0.0025	0.0007	-0.0017	0.003	-0.0085	0.0012	0.0083	0.012
dev.st.	0.0244	0.0042	0.0195	0.031	0.0319	0.0059	0.0210	0.039
dev.st.pop.	0.0237	0.0041	0.0190	0.031	0.0298	0.0055	0.0196	0.036
RMSE	0.0245	0.0042	0.0196	0.032	0.0330	0.0060	0.0225	0.040

Tabella 29. Residui relativi a GCP e CP nei 3 software. Questi valori sono stati ottenuti con lo stesso numero di fotogrammi e di punti –compresa la loro distribuzione in GCP e CP (rispettivamente 18 e 8), uniformemente distribuiti

I valori delle medie e delle deviazioni sia sui GCP che sui CP evidenziano una analoga distribuzione dei residui, sebbene i valori delle deviazioni analizzati per le singole componenti per quanto riguarda Photomodeler indicano una distribuzione appena migliore rispetto agli altri sia sui GCP che sui CP.

L'RMSE complessivo si attesta intorno ai 30 mm per i GCP e sui 40 mm per i CP; la differenza massima tra i software, sempre valutata sull'RMSE, è dell'ordine di 1mm (rXYZ) sui GCP e di 3 mm (rXYZ) sui CP. L'incidenza della calibrazione sulla accuratezza complessiva dei progetti è pressoché la stessa.

I bassi valori della Y sono probabilmente dovuti alla scarsa estensione del blocco lungo quella direzione (vedi figura)

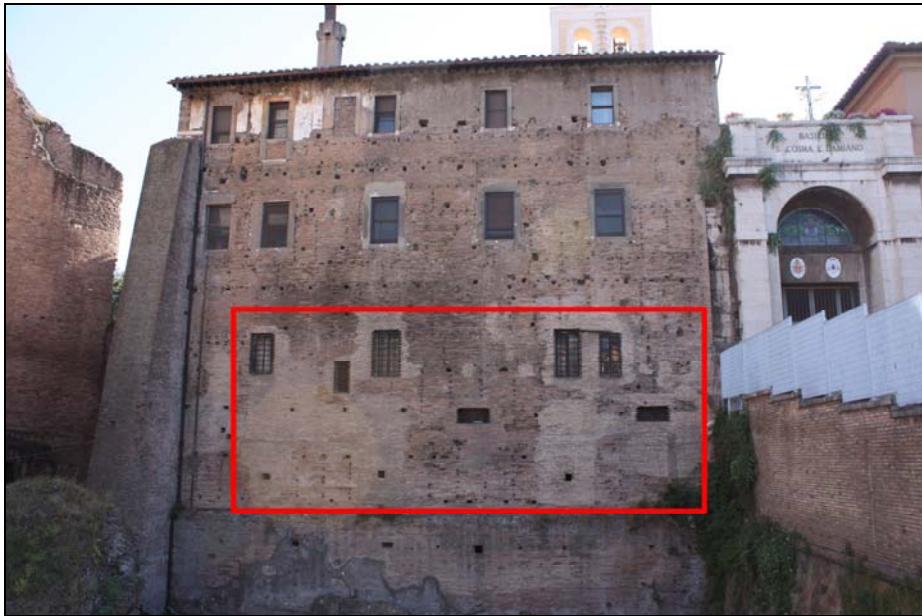


Figura 62. Zona della parete interessata dal test di calibrazione

Iwitness					
(mm)	GCP		(mm)	CP	
	x	y		x	y
media	-0.0002	0.0005	media	-0.0002	-0.0003
dev.st.	0.0077	0.0062	dev.st.	0.0086	0.0015
dev.st.pop.	0.0064	0.0052	dev.st.pop.	0.0057	0.0013
RMSE	0.0077	0.0062	RMSE	0.0086	0.0015
Photomodeler					
(mm)	GCP		(mm)	CP	
	x	y		x	y
media	-0.0002	0.0005	media	-0.0003	-0.0003
dev.st.	0.0068	0.0058	dev.st.	0.0087	0.0017
dev.st.pop.	0.0057	0.0049	dev.st.pop.	0.0058	0.0014
RMSE	0.0068	0.0058	RMSE	0.0087	0.0017
Pi-Calib					
(mm)	GCP		(mm)	CP	
	x	y		x	y
media	-0.0002	0.0004	media	-0.0002	-0.0004
dev.st.	0.0079	0.0061	dev.st.	0.0084	0.0016
dev.st.pop.	0.0066	0.0051	dev.st.pop.	0.0056	0.0014
RMSE	0.0079	0.0061	RMSE	0.0084	0.0017

Tabella 30. Residui relativi a GCP e CP nei 3 software. Questi valori sono stati ottenuti con lo stesso numero di fotogrammi e di punti –compresa la loro distribuzione in GCP e CP (rispettivamente 18 e 8), uniformemente distribuiti

In tabella si riportano i risultati di accuratezza di collimazione sulle immagini per ciascun software e corrispondono a distanze dell'ordine del pixel (una volta orientato il blocco, prendendo i valori delle coordinate oggetto si ricalcola i valori corrispondenti delle coordinate immagine. Una operazione identica è effettuata anche per il calcolo dei residui dei GCP e dei CP).

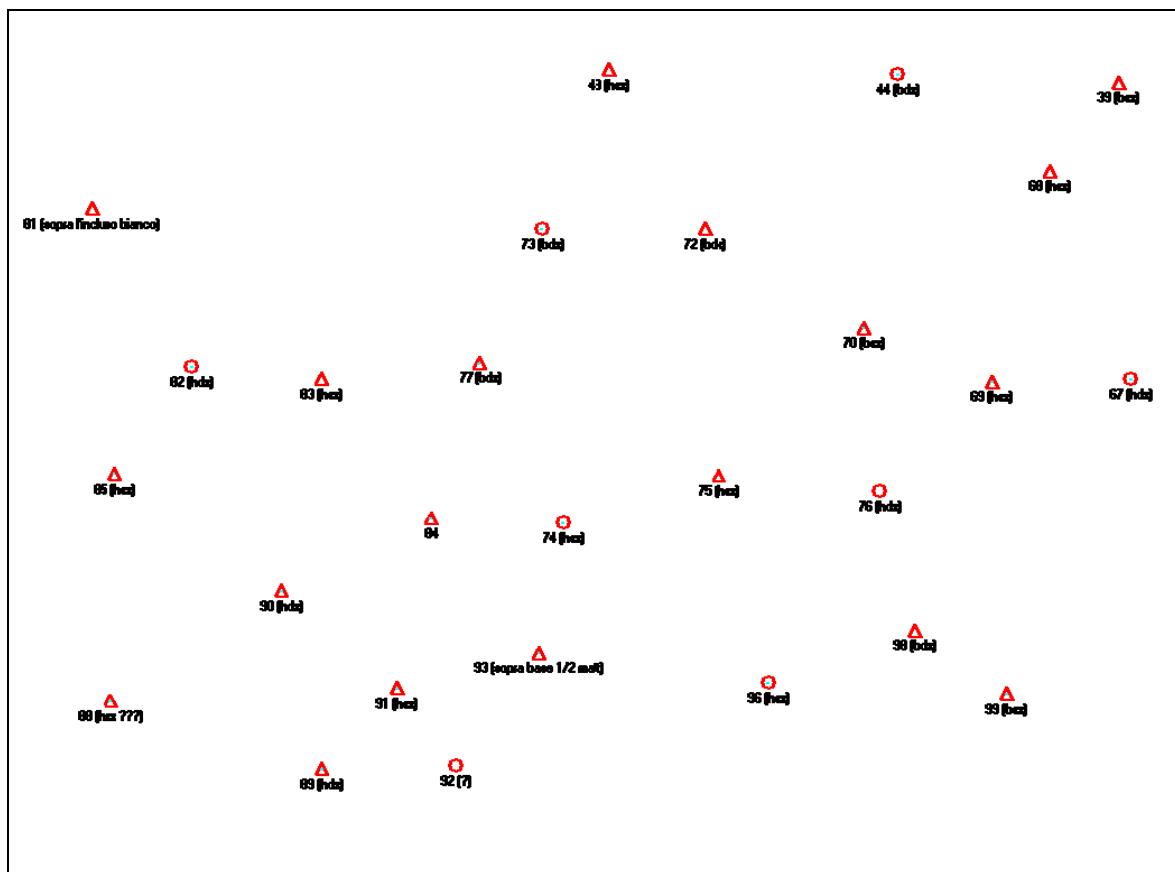


Figura 63. Distribuzione di GCP(D) e CP (⊗), con la descrizione dal libretto di campagna

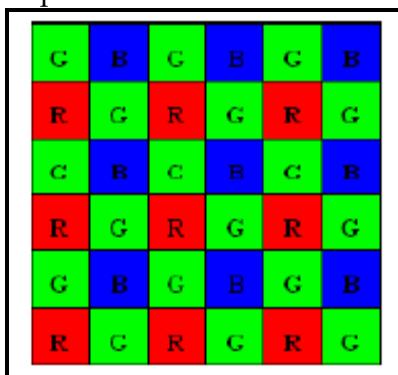
Il processo di formazione delle immagini digitali

Va detto che nel caso delle equazioni di collinearità (e ancora di più nel metodo del DLT) il riferimento alla costituzione fisica della macchina è piuttosto labile e, per quanto riguarda le distorsioni, ci si limita a considerare una proiezione perfetta rispetto alla quale si parametrizzano eventuali differenze. Va evidenziato anche che altri parametri ricavabili dalla calibrazione come la dimensione del pixel si riferiscono sempre alla immagine registrata e non al sensore in cui il singolo elemento sensibile può avere, nelle varie macchine, dimensioni anche molto diverse a seconda della sua struttura fisica della sua forma e della sua disposizione senza considerare che anche il processo fisico di acquisizione del segnale luminoso e la sua digitalizzazione può avvenire in modi diversi (sensori CMOS o CCD) con procedimenti di interpolazione e ricampionamento che sono molto diversi nelle macchine dei diversi produttori.

Tipi di sensore

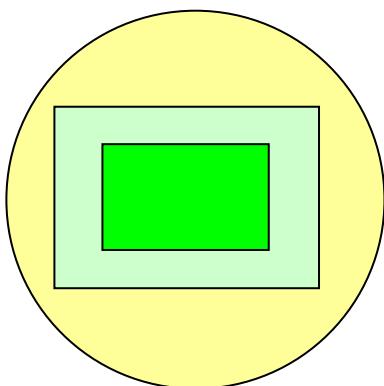
I sensori usati nelle fotocamere digitali sono essenzialmente di due tipi CCD e CMOS. Non interessa entrare qui nelle querelle che da tempo è animata dai sostenitori dell'una o dell'altra tecnologia quanto piuttosto chiarire alcuni aspetti del funzionamento di questi sensori che possono influire direttamente sulle qualità geometriche dell'immagine e quindi influire sulla qualità finale ad esempio di una restituzione fotogrammetrica. Per questo non descriveremo in dettaglio struttura e funzionamento dei vari sensori, anche perché esiste una vasta letteratura in materia e soprattutto perché lo sviluppo e l'affinamento delle tecnologie legate alla acquisizione delle immagini digitali sono così rapidi da rendere obsolete in breve tempo anche le convinzioni più consolidate. D'altra parte la vecchia divisione per cui il CMOS, più facile da costruire e meno costoso era relegato alle macchine di livello minore mentre il CCD più costoso e "performante" era riservato agli apparecchi professionali non ha oggi più senso dato che i sensori di tipo diverso vengono usati indifferentemente in tutti i segmenti di mercato con risultati qualitativi assolutamente paragonabili.

Più interessante è invece accennare al meccanismo di formazione dell'immagine (sia nei CCD sia nei CMOS) per evidenziare quei passaggi che possono influire in modo importante sulla resa finale.



I sensori sono formati da un numero elevato di *fotositi* ovvero aree sensibili alla luce. I sensori non sono sensibili ai colori ma solo alla intensità luminosa. Può sembrare una affermazione paradossale dato che le immagini digitali rendono con grande verosimiglianza i colori, ma le cose stanno esattamente così. Come diventa possibile allora registrare i colori? Si usano a questo scopo dei filtri posti dinanzi al sensore. I filtri permettono solo a certe lunghezze d'onda di colpire il sensore. Per motivi di costo e di semplicità costruttiva i sensori (sia CCD sia CMOS) sono formati da

un unico piano ricoperto da fotositi e con un filtro posto nella direzione di provenienza della luce. Il filtro più usato è il filtro di **Bayer** che ha una struttura piuttosto singolare. Infatti come illustrato in figura il filtro è composto per il 50% della sua superficie da filtro di colore verde mentre i filtri rossi e blu occupano ognuno il 25% della superficie. Questa proporzione rispecchia in qualche modo la sensibilità dell'occhio e sembra la più adatta per ricostruire immagini che l'occhio percepisce come realistiche. Anche se la griglia standard di Bayer ha la struttura illustrata in figura sono stati proposti e usati filtri che pur mantenendo le stesse proporzioni tra i colori hanno disposizioni leggermente diverse del blu e del rosso. Si tratta dei cosiddetti filtri di Bayer *pseudo random* che sembrano offrire alcuni vantaggi perché sembrano "adattarsi" meglio ad una realtà che in effetti raramente presenta strutture altamente regolari.



La struttura del sensore rende necessaria anche una breve riflessione sul ruolo degli obiettivi usati nelle fotocamere. Infatti le dimensioni dei sensori sono in genere minori rispetto a quelle delle classiche pellicole (anche se esistono fotocamere professionali con dimensioni del sensore identico alle pellicole, sia nel formato 35mm che nel 6x6 o in formati ancora maggiori nelle fotocamere aeree). Questo ha portato a costruire obiettivi molto piccoli come quelli tipicamente usati sulle cosiddette compatte. Nei casi in cui invece la scelta è stata quella di usare le ottiche già esistenti per le pellicole, come nel caso della nostra fotocamera. Questo porta ad una notevole riduzione della distorsione introdotta dall'obiettivo: Infatti come illustra la figura l'area del sensore (verde scuro paragonata al verde chiaro della pellicola) è illuminata dai raggi che passano attraverso la parte centrale dell'obiettivo che è notoriamente quella che produce meno distorsioni. Paradossalmente pertanto, l'uso delle "vecchie" ottiche dà risultati migliori con sensori non full size, ovvero un po' più piccoli delle pellicole corrispondenti.

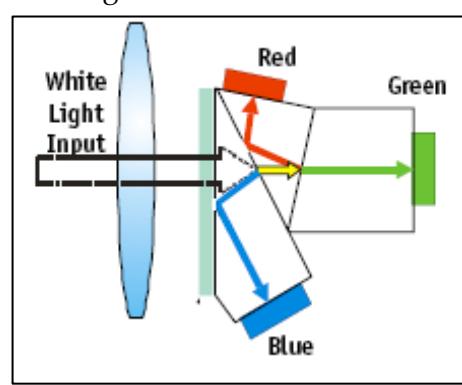
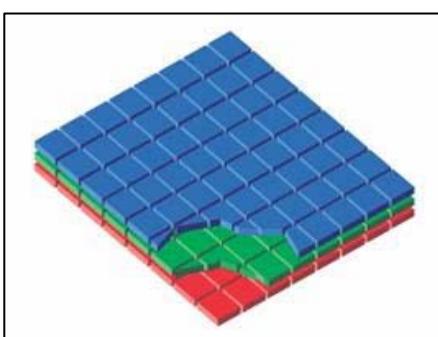
pellicole, come nel caso della nostra fotocamera. Questo porta ad una notevole riduzione della distorsione introdotta dall'obiettivo: Infatti come illustra la figura l'area del sensore (verde scuro paragonata al verde chiaro della pellicola) è illuminata dai raggi che passano attraverso la parte centrale dell'obiettivo che è notoriamente quella che produce meno distorsioni. Paradossalmente pertanto, l'uso delle "vecchie" ottiche dà risultati migliori con sensori non full size, ovvero un po' più piccoli delle pellicole corrispondenti.

Esiste inoltre un problema legato alla struttura fisica dei sensori. Infatti i fotositi sui sensori sono in realtà delle piccole cavità e quindi l'arrivo dei raggi luminosi da una direzione non perfettamente perpendicolare riduce la quantità di radiazione che colpisce il fotosito introducendo distorsioni nell'immagine. Anche da questo punto di vista l'uso di ottiche "sovradimensionate" aiuta a minimizzare questi effetti negativi.

In realtà esiste anche un sensore che lavora in modo più simile alla pellicola dove gli strati sensibili ai diversi colori erano sovrapposti.: quello della **Foveon**. In questo caso ci sono tre piani sensibili e in realtà è lo stesso silicio a fungere da filtro. Infatti i tre piani rappresentati con colori diversi non usano filtri, ma è lo spessore del silicio a fungere da filtro.

Questa struttura semplifica notevolmente la ricostruzione dell'immagine e non necessita di interpolazioni, ma presenta difficoltà

costruttive soprattutto nel corretto allineamento verticale dei pixel il che porta ad una scarsa separazione dei colori e alla necessità di usare



tecniche per esaltare questa separazione, ma ciò comporta anche un aumento del rumore. Inoltre allo stato attuale la risoluzione effettiva in MPixel risulta minore rispetto ai sensori CCD e CMOS (e questo è ovvio dato che in questo caso ogni pixel necessita di tre fotositi).

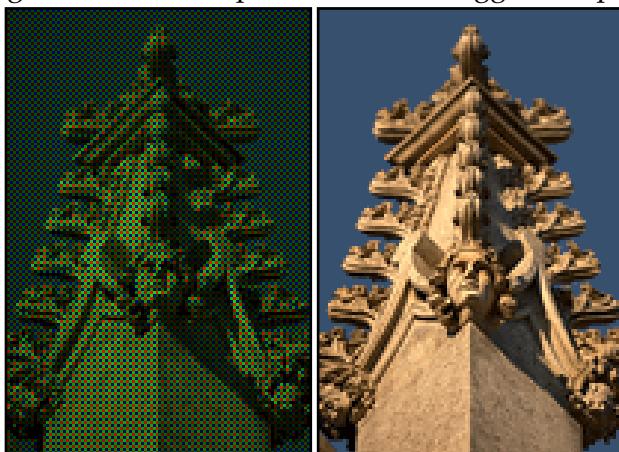
Va citata infine una tecnica usata in alcune videocamere e in via sperimentale anche in alcuni apparecchi di grande formato. In questo caso tramite un sistema di specchi, prismi e filtri la radiazione luminosa viene separata nelle solite tre componenti e poi registrata su sensori distinti. Gli ovvii problemi di questa tecnica risiedono essenzialmente nella grande precisione meccanica richiesta e quindi nelle difficoltà di un perfetto assemblaggio oltre all'ingombro decisamente superiore.

Il discorso sui sensori può essere concluso dicendo che spesso i problemi commerciali e in particolare il costo delle diverse tecnologie giocano un ruolo fondamentale nelle scelte delle diverse case produttrici di fotocamere, così come va rilevato che spesso i sensori usati da marche diverse sono gli stessi poiché pochissime aziende, (tra queste la Sony) detengono il monopolio della costruzione dei sensori, un po' come accadeva nella costruzione dei vecchi tubi catodici o dei moderni schermi per TV.

Questo implica che spesso le differenze effettive risiedono nei processi di elaborazione dei dati grezzi e a questi processi saranno dedicati i paragrafi successivi con particolare riferimento al filtro di Bayer e alle elaborazioni da questo rese necessarie poiché la fotocamera usata nel nostro caso adotta questa tecnologia.

Immagini RAW

Con la dicitura RAW si intende una immagine su cui non è stata fatta alcuna elaborazione e che quindi, almeno in teoria, dovrebbe presentare unicamente i valori radiometrici per ogni pixel così come sono stati letti dal sensore. In realtà le cose sono un poco più complesse poiché non esiste uno standard per i file RAW e quasi ogni produttore di fotocamere digitali adotta un formato proprietario (CRW, WEF, CR2...) con sue caratteristiche specifiche non sempre rese pubbliche. Oltre tutto i formati RAW possono avere profondità radiometrica diversa, fino a 12 o 16 bit. Esiste un formato RAW chiamato DN (*Digital Negative*) sviluppato da *Adobe* (la casa che produce uno tra i principali software di fotoritocco) proprio per evitare il proliferare di formati proprietari ma, ad oggi, è difficile prevedere la sorte di questo formato, se cioè potrà diventare uno standard "de facto" come è successo per altri prodotti *Adobe*, poiché in questo campo gli investimenti effettuati dalle varie case produttrici e la loro strategia commerciale giocano un ruolo probabilmente maggiore rispetto agli aspetti squisitamente tecnici.



Le figure illustrano come il sensore "vede" l'immagine e quale dovrebbe essere il risultato finale. La semplice osservazione delle figure fa capire la mole di lavoro di elaborazione necessario per ottenere il risultato finale dato che anche "ad occhio" si vede come l'informazione raccolta dai sensori con filtro sia tutt'altro che completa.

Il processo di demosaicizzazione

La demosaicizzazione è sicuramente la parte del processo di elaborazione delle immagini RAW che influisce maggiormente sulla qualità dell'immagine finale. Con questo termine si intende il procedimento tramite il quale si passa dalla informazione "parziale" contenuta nelle immagini RAW alla immagine finale che, ovviamente, dovrà essere quanto più possibile vicina alla realtà.

Per quanto riguarda il colore la cosa è assolutamente evidente già ad una ispezione "visuale" (sito1"), così come è evidente la formazione di "artifacts" se si ingrandisce l'immagine a livello dei singoli pixel. Quello che è importante dal punto di vista della fotogrammetria è se queste differenze così evidenti nel colore si riflettono anche sulla geometria delle strutture presenti nell'immagine (punti, linee, archi...). Si parla qui di eventuali distorsioni non legate all'ottica o alla qualità fisico-meccanica della fotocamera, ma di distorsioni eventualmente indotte dal processo di elaborazione informatica che porta alla immagine finale.

Alcuni metodi di demosaicizzazione

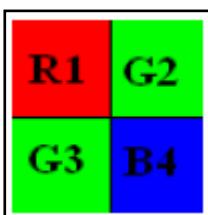
Lo scopo finale del processo di demosaicizzazione è quello di ricostruire, nel modo più accurato possibile, partendo dai dati registrati dal sensore i valori radiometrici mancanti. Il filtro di Bayer è stato brevettato nel 1976 e Bayer propose come metodo per ricavare i canali colore mancanti una semplice interpolazione bilineare. (Bayer 76). La semplice interpolazione bilineare o di altro tipo non dà risultati soddisfacenti sotto molti aspetti e quindi diversi metodi alternativi sono stati proposti e alcuni brevettati nel corso degli anni successivi.

Si tratta di metodi che fanno riferimento contemporaneamente a più canali colore o che usano parametri come il valore del rapporto tra le intensità nei diversi canali colore o che stimano il valore radiometrico mancante usando i gradienti di colore nelle varie direzioni. Altri metodi (Hibbard 95, Laroc 94, Hamilton 97, Chang 99) usano diverse combinazioni dei metodi precedenti o propongono metodi *edge-based*, da soli o in combinazione con altri). Resta il fatto che il problema della corretta demosaicizzazione rimane aperto ed è ancora oggetto di intensa ricerca.

Non si vuole in questa sede compiere una rassegna completa dei metodi di demosaicizzazione dato che esistono ottimi lavori di rassegna tuttavia se ne descrivono alcuni al solo fine di giustificare alcune scelte operative nella analisi del contributo di questi metodi alla incertezza complessiva nei risultati della calibrazione.

Breve spiegazione di quattro diversi metodi di demosaicizzazione e confronto dei risultati ottenuti

1 Interpolazione per copia valori



Dato che abbiamo bisogno di 3 colori per ogni pixel e che abbiamo l'informazione riguardante un solo colore per ogni pixel, dobbiamo, per ogni pixel, determinare i 2 colori mancanti. In questo metodo teniamo conto solo dei pixel adiacenti a quello considerato. Non facciamo medie ma copiamo semplicemente ad esempio il valore del blu catturato in un pixel nel blocco 2x2 di cui il pixel fa parte. E' un metodo "brutale" ma molto semplice da calcolare. La scelta da fare riguarda il verde dato che in un blocco 2x2 ci sono 2 pixel verdi e quindi, in modo arbitrario, va deciso quale dei due valori scegliere.

2 Interpolazione bilineare

Con questo metodo invece di un blocco 2x2 consideriamo gli 8 pixel adiacenti a quello da calcolare. Quindi il valore per ogni pixel al centro di un blocco 3x3 viene calcolato come media degli 8 adiacenti. Il calcolo, come illustrato nelle formule seguenti, è leggermente diverso a seconda dei quattro casi possibili, rosso, blu, verde su riga rossa, verde su riga blu.

R11	G12	R13	G14	R15	G16
G21	B22	G23	B24	G25	B26
R31	G32	R33	G34	R35	G36
G41	B42	G43	B44	G45	B46
R51	G52	R53	G54	R55	G56
G61	B62	G63	B64	G65	B66

Pixel R33 (pixel rosso): Red = R33

Green (sul pixel rosso33) = $(G23+G34+G32+G43) / 4$

Blu (sul pixel rosso33) = $(B22+B24+B42+B44) / 4$

Pixel B44 (pixel blu): Blu = B44

Green (su pixel blu44) = $(R33+R35+R53+R55) / 4$

Red (su pixel blu4) = $(R33+R35+R53+R55) / 4$

Pixel G43 (verde in riga blu): Green = G43

Red (sul pixel 43) = $(R33+R53) / 2$

Blu (sul pixel 43) = $(B42+B44) / 2$

Pixel G34 (Verde in riga rossa): Green = G34

Red (sul pixel 34) = $(R33+R35) / 2$

Blu (sul pixel 34) = $(B24+B44) / 2$

3 Interpolazione basata sul gradiente

Questo metodo consiste di tre passaggi successivi.

calcolo della luminanza di ogni pixel

interpolazione della differenza rosso - verde

interpolazione della differenza blu - verde

Si assume che la luminanza sia uguale al valore del verde e quindi si calcola anzitutto il valore del verde sui pixel blu e rossi tenendo conto anche del fatto di trovarsi o meno su un margine verticale o orizzontale. Due parametri, α e β ci servono per sapere se siamo sul margine.

Se siamo su pixel blu, per esempio B44, risulterà:

$\alpha = \text{abs}[(B42 + B46) / 2 - B44]$ (calcolato per determinare il bordo verticale)

$\beta = \text{abs}[(B24 + B64) / 2 - B44]$ (calcolato per determinare il bordo orizzontale)

Quindi, utilizzando questi 2 valori possiamo stimare il verde mancante, come segue:

Se $\alpha < \beta$ (siamo su un bordo verticale), $G44 = (G43+G45) / 2$

Se $\alpha > \beta$ (siamo su un bordo orizzontale), $G44 = (G34+G54) / 2$

Se $\alpha = \beta$ (caso generale), $G44 = (G43+G45+G34+G54) / 4$

Nello stesso modo per il pixel rosso R33, avremo:

$\alpha = \text{abs}[(R31 + R35) / 2 - R33]$

$\beta = \text{abs}[(R13 + R53) / 2 - R33]$

Se $\alpha < \beta$ $G33 = (G32+G34) / 2$

Se $\alpha > \beta$ $G33 = (G23+G43) / 2$

Se $\alpha = \beta$ $G33 = (G32+G34+G23+G43) / 4$

A questo punto supponiamo di avere effettuato il calcolo per tutta la matrice dei valori per il verde. Passiamo a calcolare blu e rosso dei pixel della matrice usando le differenze tra questi canali e il verde.

Calcolo del Red:

$$\underline{R34} = G34 + (D33 + D35)/2, \text{ ovvero } R34 = G34 + [(R33-G33)+(R35-G35)] / 2$$

$$\underline{R43} = G43 + (D33 + D35)/2$$

$$\underline{R44} = G44 + (D33 + D35 + D53 + D55)/4$$

Calcolo del Blu:

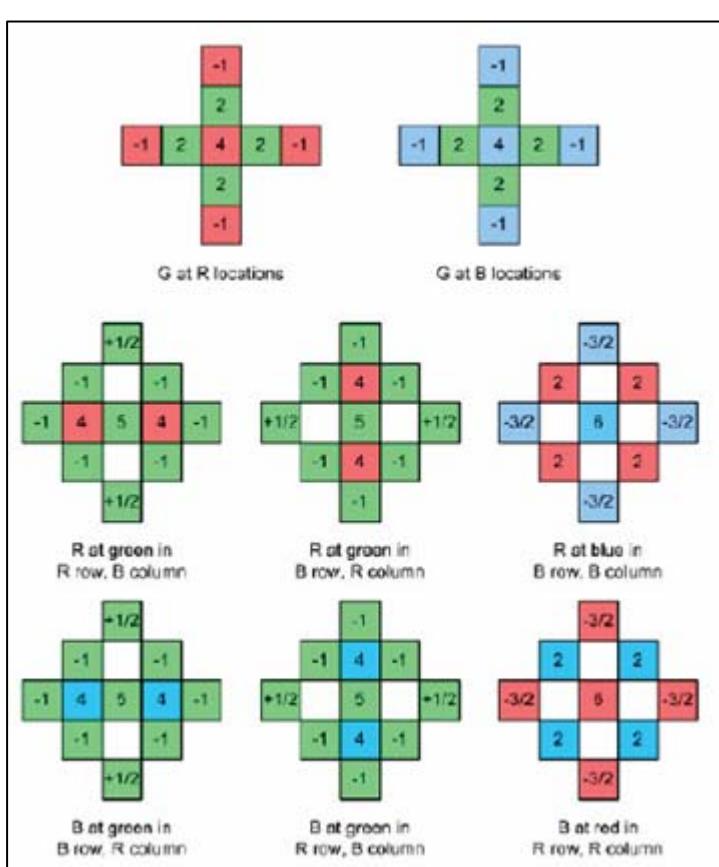
$$\underline{B34} = G34 + (D24 + D44)/2$$

$$\underline{B43} = G43 + (D42 + D44)/2$$

$$\underline{B33} = G33 + (D22 + D24 + D42 + D44)/4$$

dove $D_{xy} = C_{xy} - L_{xy}$ (C rappresenta il valore del rosso o del blu a seconda di dove ci troviamo ed L è il valore della luminanza, ovvero il valore del verde)

Questo metodo permette di gestire al meglio i margini e ci si aspetta una buona accuratezza generale.



4 Interpolazione Lineare pesata e normalizzata

Questo metodo richiede una certa mole di calcoli si basa sull'uso di 8 *kernels* (schemi che rappresentano gli 8 casi possibili) che vengono normalizzati ed applicati all'immagine.

Ci sono perciò 8 casi diversi illustrati nelle figure seguenti:

2 casi per determinare Red e Green su un pixel Blu

2 casi per determinare Blu e Green su un pixel Red

4 casi per determinare Red e Blu su pixel Green (2 per il Green in una "red row" e 2 per il Green in a "blue row").

Guardando agli 8 kernels possiamo notare che questo metodo è simile a quello precedente con una interpolazione basata sul gradiente di colore nelle varie direzioni. Per calcolare un colore facciamo la media dei pixel adiacenti dello stesso colore ma incorporiamo nel calcolo anche il verde in modo da creare

un collegamento tra i vari canali e rendere meglio i colori soprattutto lungo i bordi.

Questo ultimo metodo è uno dei molti in cui il calcolo non viene effettuato in modo indipendente per i vari piani di colore ma si assume che esista una qualche correlazione tra i valori dei vari canali.

In particolare si ritiene che il rapporto tra i valori nei diversi canali, rimane costante all'interno di uno stesso oggetto rappresentato nell'immagine.

Così, considerato il ruolo particolare svolto dal verde, una volta calcolato il valore del verde in tutti i pixel, gli altri colori vengono calcolati sotto l'ipotesi che il rapporto tra i valori del rosso e/o del blu è uguale al rapporto che esiste tra i valori del verde nelle stesse posizioni. Per l'interpolazione di blu e rosso si possono usare diversi algoritmi.

Questo metodo, come tutti quelli in cui il valore del verde assume particolare importanza non funziona bene nelle zone dove la componente verde è molto debole (o addirittura assente) ed è per ovviare a questo inconveniente che talvolta si considerano le differenze piuttosto che i rapporti tra i colori.

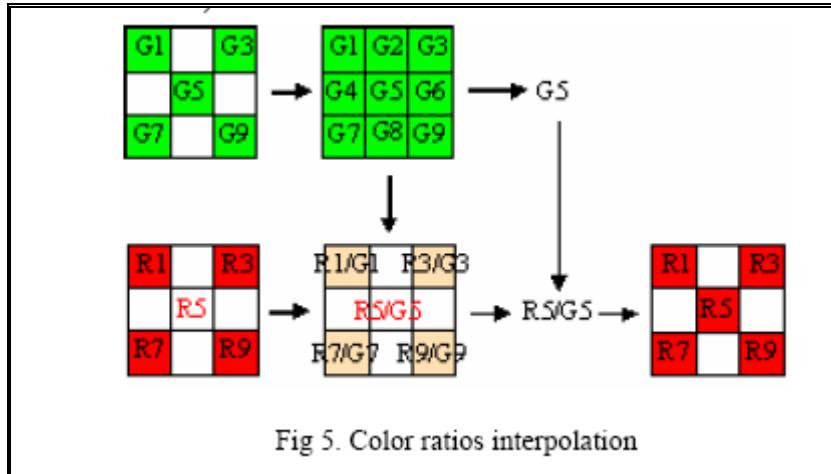


Fig 5. Color ratios interpolation

5 Algoritmo di Kimmel

Il metodo proposto da Kimmel introduce un peso nella valutazione dei valori del verde ed anche uno *step* di correzione. Si articola nei seguenti passaggi:

1) Interpolazione del verde

Il valore mancante del verde viene calcolato come combinazione lineare dei 4 verdi adiacenti. I pesi E_i vengono calcolati in base alla probabilità che il pixel G_i appartenga o meno allo stesso oggetto del pixel G_5

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & G_2 \\ \hline G_4 & G_5 & G_6 \\ \hline & G_8 \\ \hline \end{array} \quad G_5 = \frac{E_2 G_2 + E_4 G_4 + E_6 G_6 + E_8 G_8}{E_2 + E_4 + E_6 + E_8}$$

I pesi sono calcolati come segue: anzitutto si introducono le derivate nelle quattro direzioni orizzontale, verticale e nelle due diagonali:

$$Dx(G_5) = \frac{G_4 - G_6}{2} ; \quad Dy(G_5) = \frac{G_2 - G_3}{2} ; \quad Dxd(G_5) = \frac{G_3 - G_7}{2} ; \quad Dyd(G_5) = \frac{G_1 - G_9}{2}$$

Se il pixel considerato contiene il verde, le derivate in diagonale si possono calcolare come:

$$D_{xd}(G_5) = \max \left\{ \frac{|G_3 - G_5|}{\sqrt{2}}, \frac{|G_7 - G_5|}{\sqrt{2}} \right\} \quad D_{yd}(G_5) = \max \left\{ \frac{|G_1 - G_5|}{\sqrt{2}}, \frac{|G_9 - G_5|}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$E_i = \frac{1}{\sqrt{1 + D^2(P_5) + D^2(P_i)}}$$

Infine i pesi vengono calcolati come $D(P_i)$ dove $D(P_i)$ sono le derivate nella direzione $P_5 - P_i$.

2) Calcolo delle componenti blu e rossa (si utilizzano i valori del verde)

Per interpolare i valori del Rosso e del Blu si usa lo stesso algoritmo e si calcolano i pesi così come sono stati definiti prima. Ad esempio per il rosso nella situazione illustrata in figura si può scrivere:

R1	R2	R3
R4	R5	R6
R7	R8	R9

$$R_5 = G_5 \frac{E_1 \frac{R_1}{G_1} + E_3 \frac{R_3}{G_3} + E_7 \frac{R_7}{G_7} + E_9 \frac{R_9}{G_9}}{E_1 + E_3 + E_7 + E_9}$$

3) Correzione

La correzione è un passaggio importante e critico perché sopprime molti artefatti.

L'idea di base è la seguente: dato che ipotizziamo che il rapporto tra rosso (o blu) e verde è costante all'interno di uno stesso oggetto, ciò implica che anche il rapporto tra verde e rosso (o blu) è costante. Così dopo l'interpolazione del rosso possiamo correggere il valore del verde in modo che questo vincolo sia rispettato. Il procedimento di correzione va ripetuto sul verde e sul rosso. L'intero processo va iterato fino ad una convergenza data.

Quindi il meccanismo funziona in questo modo:

a) correggere il verde in accordo con i rapporti verde/rosso (e verde/blu) calcolando prima i valori rispetto al rosso e poi rispetto al blu:

$$G_5^B = B_5 \frac{E_2 \frac{G_2}{B_2} + E_4 \frac{G_4}{B_4} + E_6 \frac{G_6}{B_6} + E_8 \frac{G_8}{B_8}}{E_2 + E_4 + E_6 + E_8} \quad G_5^R = R_5 \frac{E_2 \frac{G_2}{R_2} + E_4 \frac{G_4}{R_4} + E_6 \frac{G_6}{R_6} + E_8 \frac{G_8}{R_8}}{E_2 + E_4 + E_6 + E_8}$$

$$G_5 = \frac{G_5^B + G_5^R}{2}$$

e infine facendone la media

b) correggere rosso e blu in accordo con i rapporti rosso/verde (e blu/verde)

$$B_5 = G_5 \frac{\sum E_i \frac{B_i}{G_i}}{\sum E_i}, i \neq 5 \quad ; \quad R_5 = G_5 \frac{\sum E_i \frac{R_i}{G_i}}{\sum E_i}, i \neq 5$$

iterando il procedimento fino a convergenza.

Come si vede l'algoritmo di Kimmel tiene conto di molti fattori e quindi è in grado di dare buoni risultati, a prezzo di una notevole complicazione del calcolo.

Quelli illustrati non esauriscono i metodi di demosaicizzazione, poiché spesso i diversi software combinano in modo anche molto complesso i vari *step* per ottenere, soprattutto ai margini o dove ci sono bordi netti risultati più affidabili.

In letteratura è possibile trovare raffronti tra i vari metodi la cui validità è misurata usando il PSNR (*Peak Signal to Noise Ratio* ovvero Rapporto Picco/Rumore) calcolato in decibel che sostanzialmente misura quanto sono "uguali" i colori in una immagine presa come originale e nella immagine ottenuta dopo l'applicazione del filtro di Bayer e uno dei vari metodi di demosaicizzazione.

Il PSNR si calcola come:

$$PSNR = 20 \log_{10} \frac{255}{RMSE} \quad \text{dove}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (V_{i(demosaicizzato)} - V_{i(reale)})^2} \quad \text{con la sommatoria estesa a tutti i pixel dell'immagine.}$$

In genere (ma non sempre) risultati migliori sono associati a calcoli più complessi.

Il problema della verifica della accuratezza dei vari metodi di demosaicizzazione

Per verificare le prestazioni dei vari metodi viene in genere usata una immagine "di riferimento" alla quale vengono applicati i vari filtri e i vari metodi di demosaicizzazione. La differenza tra l'immagine originale e quella ottenuta dopo il processamento è una misura della bontà del metodo usato.

Per poter effettuare la valutazione ci si serve di parametri che sostanzialmente calcolano alcuni indici statistici sulle differenze nei valori radiometrici di pixel corrispondenti. In particolare il classico RMSE calcola la differenza nei valori di "grigio" nei vari canali di colore che vengono sommati tra loro per dare uno RMSE totale. In formule:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (I_{rif}(i) - I_{dem}(i))^2}$$

N = numero dei pixel

I = l'intensità radiometrica di ogni pixel nella immagine originale Irif e in quella sottoposta al filtro di Bayer e demosaicizzata

In ogni caso la valutazione viene in genere fatta su tutta l'immagine e il risultato medio non dice molto su quello che accade in aree particolarmente critiche per la fotogrammetria. Per un uso fotogrammetrico infatti la resa del colore è certamente importante ma è assai più importante valutare se le strutture geometriche presenti nell'immagine mantengono le loro caratteristiche metriche e possono essere rilevate con i metodi di *image matching* senza eccessive differenze tra immagini ottenute con metodi di demosaicizzazione diversi. Risulta allora necessario effettuare le verifiche appena descritte e calcolare l'RMSE in aree contigue a quelle dove compaiono spigoli, linee, archi. L'articolo di Perko, Fürnstahl, Bauer e Klaus (Perko et alii 2005) riporta alcuni risultati ottenuti su una foto aerea elaborata in modi diversi proprio al fine di valutare la conservazione delle caratteristiche geometriche.

In questo caso infatti il confronto viene fatto tra l'immagine convertita in scala di grigi direttamente (quindi si eliminano le informazioni sul colore RGB) e dopo l'applicazione del filtro di Bayer e la successiva ricostruzione tramite processi di demosaicizzazione e solo successivamente avviene la conversione in scala di grigi.

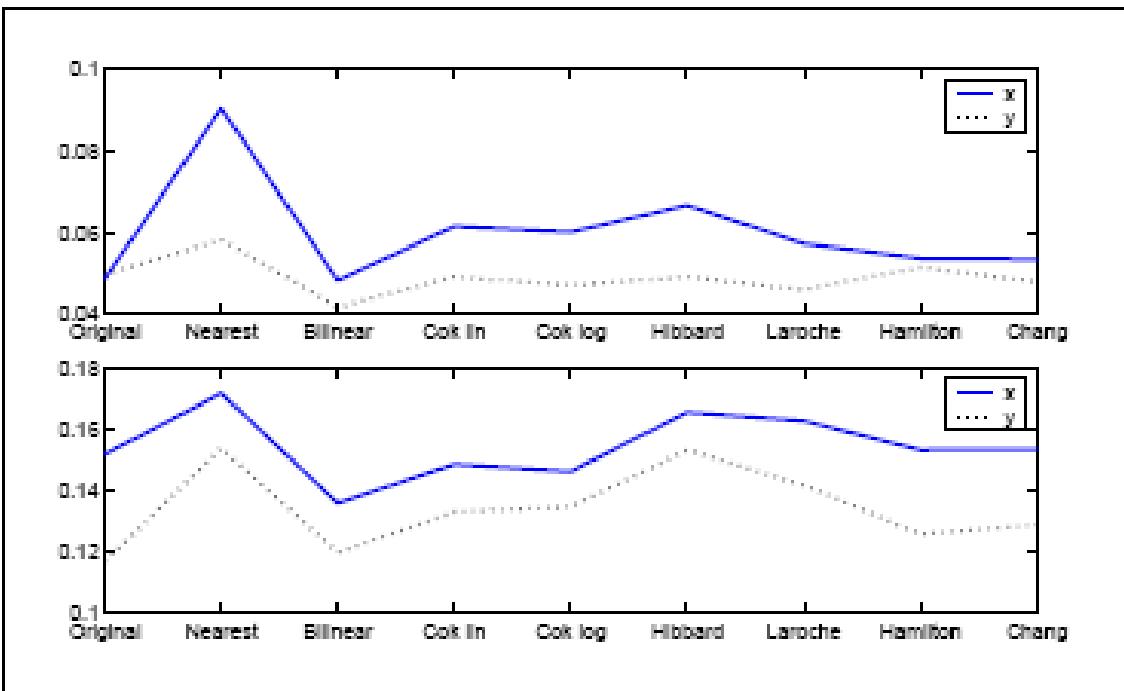


Figura 64. Si riportano i valori del riconoscimento di un angolo sul fotogramma, riportando in alto i valori della media ed in basso quelli della deviazione standard (σ) per l'immagine originale e per quelle ottenute con i diversi metodi di demosaicizzazione. L'unità di misura è il pixel (da Perko et alii 2005)

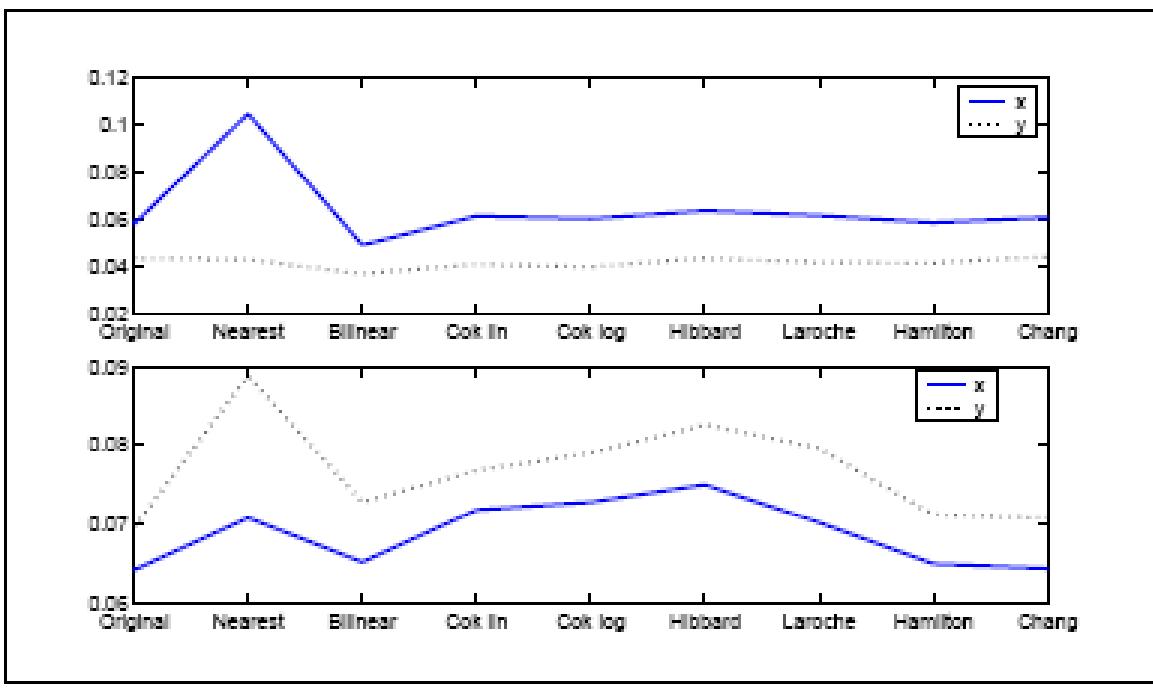


Figura 65. Si riporta la differenza dello scostamento a seguito del processo di matching per l'immagine originale e per quelle ottenute con i diversi metodi di demosaicizzazione, rispetto ad una immagine considerata come riferimento. La differenza è inferiore alla dimensione di un pixel. In alto i valori della media, in basso i valori della deviazione standard. L'unità di misura è il pixel (da Perko et alii 2005)

I grafici mostrano come i diversi metodi analizzati portino a risultati non identici; non sembra però, a parere degli autori, che l'entità dell'incertezza prodotta possa avere influenza rilevante sui risultati fotogrammetrici.

Va infine messo in evidenza un aspetto importante: gli studi citati ed altri analoghi fanno riferimento a situazioni “ideali”. Infatti le immagini originali di riferimento sono assunte come “verità”. Nella realtà sia la non perfetta geometria del filtro, ma soprattutto la non perfetta messa a fuoco su tutta l’immagine producono una immagine di partenza già piuttosto “sporca”. Questo comporta che gli scostamenti sono in realtà più grandi di quelli ottenuti in prove in laboratorio.

E dopo la demosaicizzazione?

La demosaicizzazione non esaurisce il processamento delle immagini RAW. Infatti numerosi altri interventi vengono effettuati per compensare eventuali distorsioni introdotte dalla fotocamera.



Figura 66. Schema di processamento effettuato dal programma Raw Therapee

Una occhiata sommaria allo schema di processamento effettuato dal programma *Raw Therapee* ripreso dal manuale del programma illustra questo problema. Il fatto è che spesso non è possibile intervenire sui parametri e quindi il risultato finale è in certa misura fuori del controllo dell'utente. Ciò è particolarmente vero nella elaborazione che avviene all'interno della fotocamera con software e processori dedicati che vengono ottimizzati dalle diverse aziende anche in funzione di risultati che poco hanno a che vedere con la qualità dell'immagine ma cercano divenire incontro a particolari esigenze dell'utente, come per esempio la possibilità di una elaborazione molto veloce che non tenga impegnato a lungo il processore interno e permetta quindi scatti "a raffica".

Anche nei programmi "esterni" che permettono l'elaborazione su PC delle immagini, nonostante la possibilità di intervenire su un numero alto di parametri di ottimizzazione, molte scelte vengono fatte a monte dal programmatore (Nello schema da *Raw Therapee* sono i passaggi indicati con base).

Infine una accenno merita il fatto che quasi sempre l'immagine finale è una JPG e come è noto questo metodo di compressione, anche con qualità impostata sui valori massimi non è "indolore".

Va quindi tenuto presente che il formato jpeg è un formato immagine standard compresso che non usa tutte le informazioni che la fotocamera può registrare; il formato *Raw* al contrario è assimilabile ad un negativo digitale, un file immagine così come viene letto dal sensore ed al quale non è stato applicato l'algoritmo di demosaicizzazione e sfrutta appieno l'informazione raccolta attraverso il filtro di Bayer.

Il file *Raw* inoltre sfrutta tutti i 10, 12 o 14 bit che permette la fotocamera, al contrario del formato jpeg, che viene generalmente compresso ad 8 bit.

E' per questo che ha un senso effettuare l'operazione di demosaicizzazione a posteriori attraverso software specifici, in cui le informazioni riguardanti il bilanciamento del bianco, la saturazione dei colori, il livello di contrasto e la luminosità possono essere convertiti con un maggiore controllo da parte dell'operatore.

Questo è consigliabile (quantomeno effettuare dei controlli prima di passare alla fase di calibrazione della camera vera e propria) da un lato perché questi software di demosaicizzazione vengono continuamente aggiornati, dall'altro perché un computer può permettersi una potenza di elaborazione nettamente superiore al chip presente all'interno di una fotocamera. Per assurdo, la stessa foto potrebbe migliorare col tempo! Per concludere, basti riflettere sul fatto che apportare modifiche ad un'immagine a 12 bit è certamente meno degradante che farlo su una a 8 bit.

Verifica dell'influenza dei diversi metodi sui processi di matching

Per tutti i motivi fin qui esposti si è deciso di effettuare una verifica sperimentale dell'influenza del processamento sulle immagini RAW e di effettuare la calibrazione della fotocamera usando, per uno stesso programma di calibrazione, le immagini ricavate dalle RAW tramite diversi programmi di conversione, cercando di adottare gli stessi parametri per tutti i programmi.

La cosa in realtà non è così semplice poiché come già accennato ogni programma adotta impostazioni di base non dichiarate a priori. D'altra parte, per ovvi motivi si è cercato di operare meno possibile sulle diverse regolazioni proprio al fine di non introdurre elementi di differenza tra i vari programmi.

In questo modo è possibile, considerato che il programma di calibrazione è lo stesso e che le immagini RAW di partenza sono le stesse valutare l'influenza dei diversi metodi usati per ricavare le immagini finali.

Risultati della verifica:

Sono state effettuate alcune prove di calibrazione con Photomodeler e Iwitness partendo da immagini convertite con diversi software. I risultati sono riportati in tabella. I risultati dei 2 software divergono nella determinazione della focale e del punto principale; il software Iwitness non fornisce però indicazioni sulla deviazione (σ); risulta perciò difficile dare delle indicazioni sulla significatività dei valori forniti da questo software. Entrambi i software per calibrare una macchina utilizzano un *pattern*: Photomodeler una griglia bidimensionale, Iwitness una serie di 12 bersagli che vanno distribuiti su di un'area di circa 2,5mx2,5m a profondità diverse, realizzando pertanto un *pattern* tridimensionale.

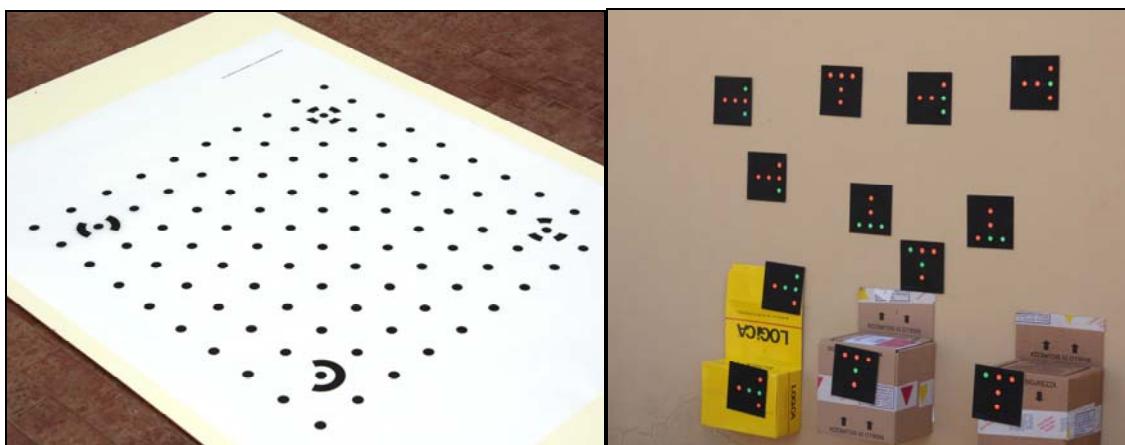


Figura 67. Due dei diversi pattern utilizzati per la calibrazione (quello in dotazione con Photomodeler a sinistra, i bersagli in dotazione con Iwitness a destra)

Photomodeler

Software Parametri Formule	Photomodeler Self calibration	Photomodeler Self calibration	Photomodeler Self calibration	Photomodeler Self calibration	Photomodeler Self calibration	Photomodeler Self calibration	Photomodeler Self calibration
	Dirette (Software Canon utilizzato dalla macchina: Dicg III Image processor)	Adobe Lightroom	Gimp Plugin	Canon DPP	Bibble Pro	Silkypix	Raw Therapee (PHPD)
Note	12 immagini Jpg Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)						6 immagini Jpg (6 fallita) Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)
c (mm)	53.2974 (0.021)	53.2992 (0.021)	53.3002 (0.022)	53.2956 (0.053)	53.3003 (0.021)	53.3106 (0.022)	53.3446 (0.019)
c (pixel)							
x _p (mm)	11.2032 (0.053)	11.2057 (0.053)	11.3560 (0.054)	11.1985 (0.053)	10.9485 (0.053)	11.1918 (0.053)	11.3947 (0.008)
x _p (px)							
y _p (mm)	7.0207 (0.057)	7.0202 (0.057)	7.1401 (0.057)	7.0204 (0.057)	7.0300 (0.057)	6.9971 (0.057)	7.2680 (0.057)
y _p (pixel)							
k1	-2.962e-005 (4.3e-6)	-3.005e-005 (4.3e-6)	-3.038e-005 (4.4e-6)	-2.917e-5 (4.3e-6)	-2.853e-005 (4.3e-6)	-3.009e-005 (4.3e-6)	-2.819e-005 (3.6e-6)
k2	1.437e-008 (3.4e-8)	1.469e-008 (3.4e-8)	1.350e-008 (3.5e-8)	9.249e-009 (3.4e-8)	4.162e-009 (3.4e-8)	1.568e-008 (3.4e-8)	4.381e-008 (3.0e-8)
p1	1.081e-005 (8.1e-6)	1.085e-005 (8.1e-6)	1.421e-005 (8.1e-6)	1.155e-005 (8.1e-6)	1.109e-005 (8.0e-6)	1.235e-005 (8.1e-6)	
p2	-5.356e-005 (8.3e-6)	-5.446e-005 (8.3e-6)	-5.460e-005 (8.3e-6)	-5.415e-005 (8.3e-6)	-5.458e-005 (8.3e-6)	-5.710e-005 (8.4e-6)	
dim sensore (mm)	22.2585(0.005) *14.8336	22.2583(0.005) *14.8336	22.4670(0.005) *14.9794	22.2579(0.005) *14.8336	22.0282(0.005) *14.8440	22.2584(0.005)* 14.8336	22.4145 (0.004)*14.9378

Iwitness

Software Parametri Formule	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2
	Dirette (Software Canon utilizzato dalla macchina: Digid III Image processor)	Adobe Lightroom	Gimp Plugin	Canon DPP	Bibble Pro	Silkipix	Raw Therapee (HPHD)
Note	12 immagini Jpg Rotazione macchina Target propri area 6 mq		Calibrazione non riuscita				Calibrazione non riuscita
c (mm)	53.0152	52.9918		53.0117	53.0288	53.0035	
xp (mm) (rispetto al centro del sensore: 22.2x14.8)	0.1803	0.1981		0.2044	0.0607	0.2175	
yp (mm) (rispetto al centro del sensore: 22.2x14.8)	0.1519	0.1692		0.1821	0.1434	0.1603	
k1	-3.628 e-005	-3.5459 e-005		-3.3657 e-005	-3.8521e-005	-3.4266e-005	
k2	7.1233 e-008	5.5466 e-008		2.5731 e-008	1.1985e-007	4.2222e-008	
k3	-1.7758 e-010	-9.4039 e-011		4.4191 e-011	-4.2218e-010	-5.8145e-011	
p1	9.5324 e-006	7.1915 e-006		5.1634 e-006	7.1928e-006	2.5630e-006	
p2	1.5585 e-005	-1.8917 e-005		-2.0502 e-005	-1.3631e-005	-1.7140e-005	
dim pixel (mm)	5.2*5.2	5.2*5.2		5.2*5.2	5.2*5.2	5.2*5.2	

Analisi dei risultati

I risultati sono relativi a Photomodeler che fornisce anche la deviazione sui valori calcolati; vengono comunque riportati anche i valori di Iwitness, che differiscono a volte significativamente da quelli di Photomodeler.

Lunghezza focale

La deviazione standard (σ) che deriva dal processo di calcolo delle focali è dell'ordine di 2/100 di mm, tranne nel caso del software *Canon DPP* in cui è dell'ordine di 5/100 mm, che corrisponde, nel caso di 2/100mm a 1/2538.

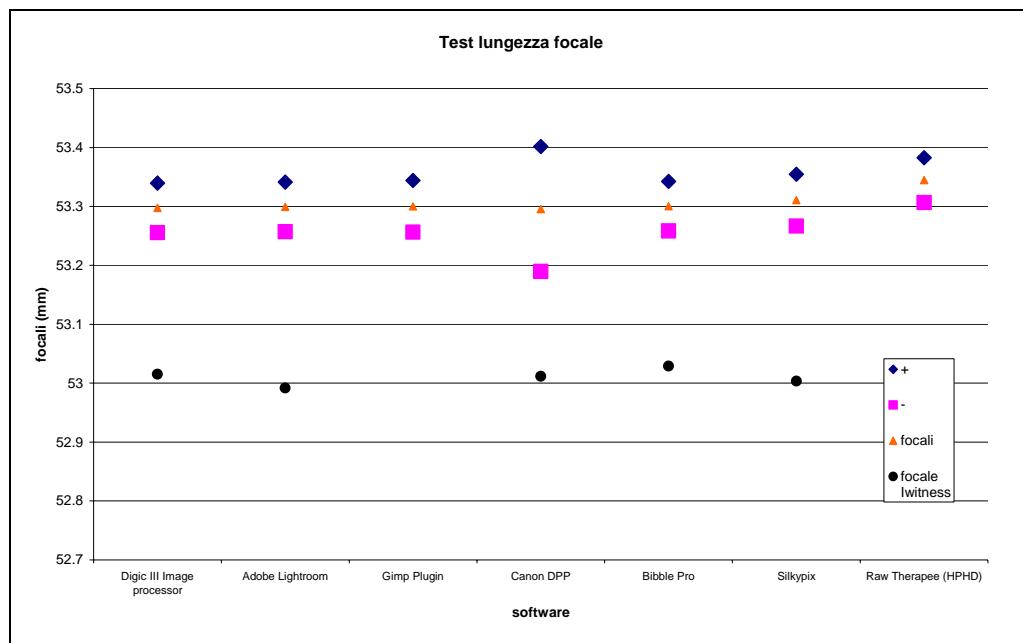


Figura 68. Test Lunghezza focale

Il grafico riporta un test a $\pm 2\sigma$ da cui si evince che nonostante le differenze tra i valori delle diverse focali, esse possono essere considerate equivalenti.

In nero si riportano invece i risultati relativi alle lunghezze focali stimate da Iwitness: il software non fornisce indicazioni sulla deviazione, tuttavia si nota come i valori sono tutti più piccoli di quelli forniti da Photomodeler. Per 2 software (Gimp e Raw Therapee) non è stato possibile stimare i valori.

Punto Principale

Le coordinate del punto principale possono essere scomposte nelle componenti X_p ed Y_p .

X_p = In tutti i casi la deviazione (σ) è dell'ordine di 5/100 mm, tranne nel caso del software *Raw Therapee*, in cui il σ è dell'ordine di 8/1000 mm, che corrisponde nel caso di 5/100 mm a 1/211.

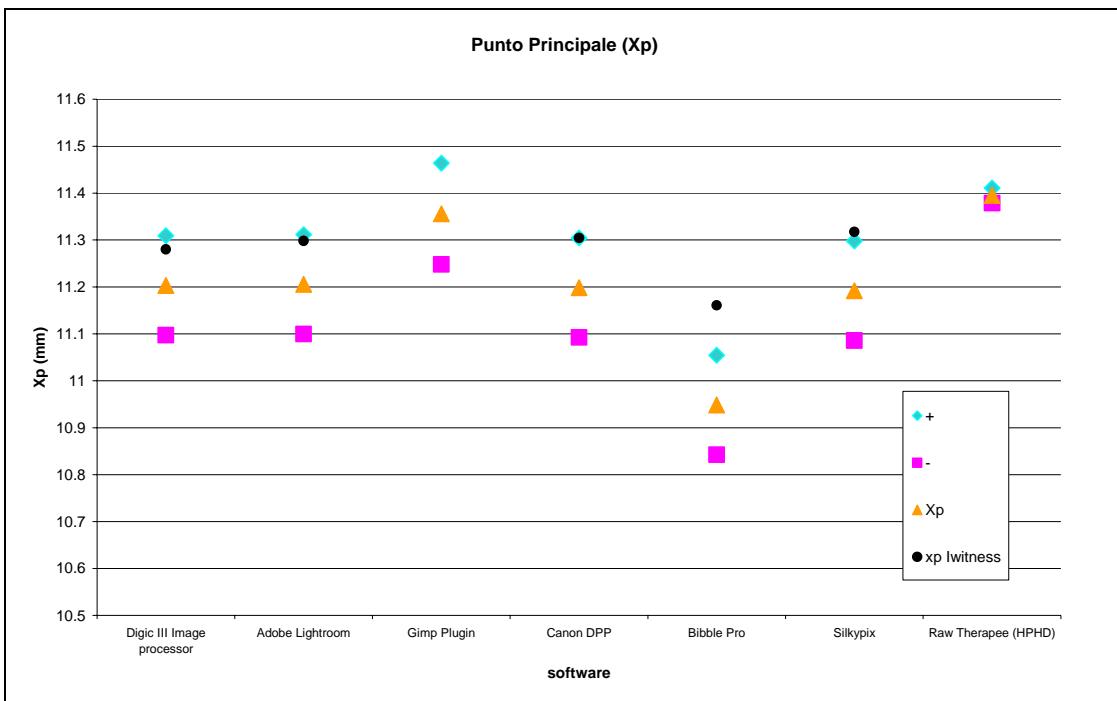


Figura 69. Test Punto Principale (Xp)

Il grafico riporta un test a $\pm 2 \sigma$ da cui si evince che le differenze risultano significative, e non permetterebbero a priori di individuare il “corretto” valore di X_p .

Infatti in termini di valore assoluto, X_p è compreso tra 10.9485mm e 11.3947mm che corrisponde ad una differenza massima di ~90 pixel.

In nero si riportano invece i valori stimati da Iwitness, che risultano sempre poco più grandi di quelli stimati da Photomodeler. L’andamento è comunque il medesimo. Per 2 software (Gimp e Raw Therapee) non è stato possibile stimare i valori.

Y_p = In tutti i casi la deviazione (σ) è dell’ordine di 5/100 mm, che corrisponde a 1/123.

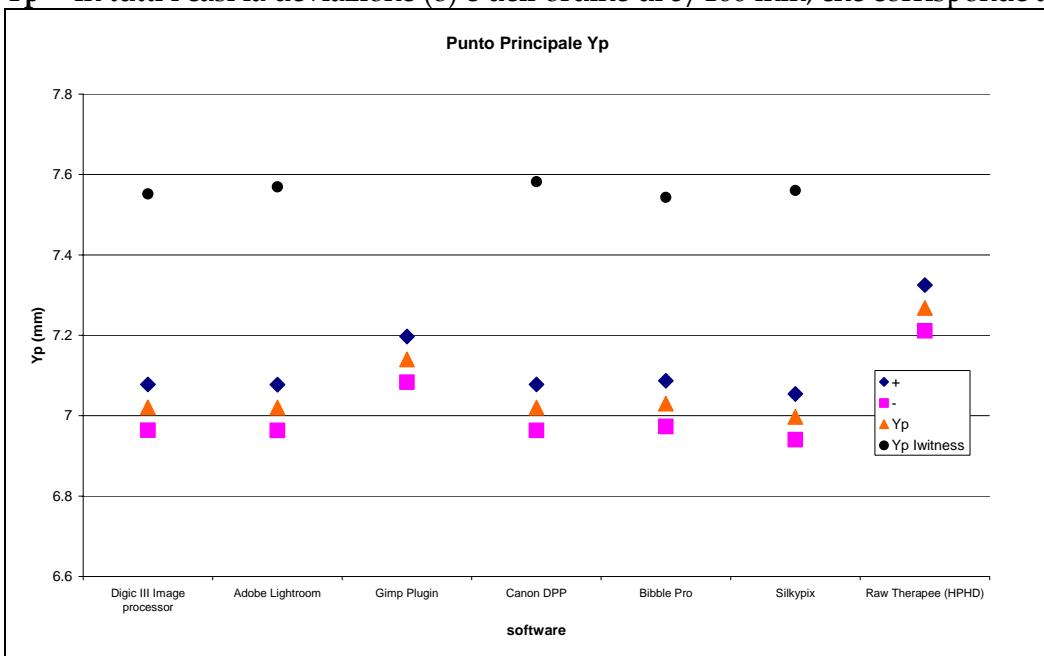


Figura 70. Test Punto Principale (Yp)

Il grafico riporta un test a $\pm 2 \sigma$ da cui si evince che le differenze risultano significative, e non permetterebbero a priori di individuare il “corretto” valore di Y_p .

Infatti in termini di valore assoluto, Y_p è compreso tra 6.9971mm e 7.2268mm che corrisponde ad una differenza massima di ~60 pixel.

In nero si riportano invece i valori stimati da Iwitness, che risultano sempre significativamente più grandi di quelli stimati da Photomodeler. L'andamento è comunque il medesimo. Per 2 software (Gimp e Raw Therapee) non è stato possibile stimare i valori.

E' interessante notare come sia per la lunghezza focale che per la componente Y_p del punto principale le differenze rispetto ad i valori stimati da Photomodeler siano sempre di circa 0.3 mm.

Considerazioni

Dalla sperimentazione emerge che il processo di formazione dell'immagine influisce sui risultati della calibrazione della camera. Quindi sarebbe opportuno adottare accorgimenti che rendano minime le differenze tra le immagini ottenute con diversi software (diversi metodi di demosaicizzazione ed elaborazione delle immagini).

Ad esempio l'adozione di bersagli di forma quadrangolare nelle griglie utilizzate per a calibrazione renderebbe più accurato il matching.

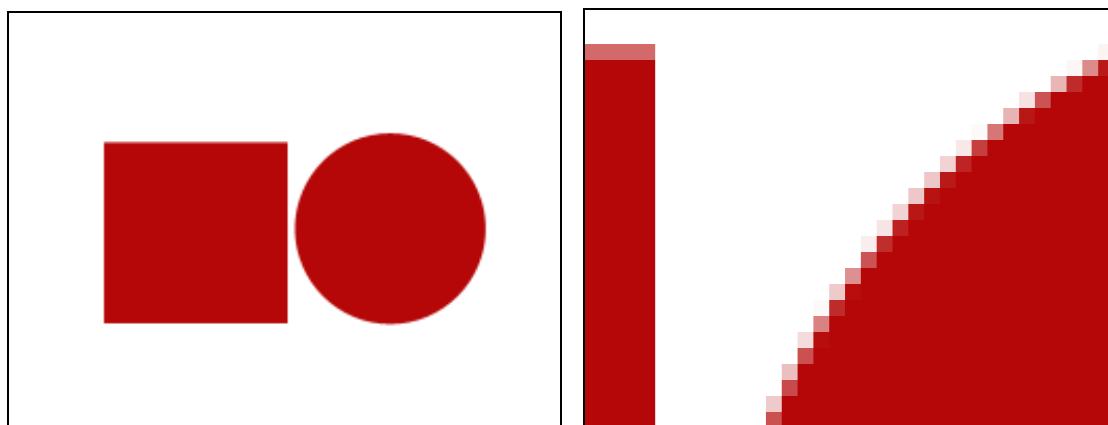


Figura 71. Effetto di “pixelizzazione” dei bordi

La figura evidenzia l'effetto di “pixelizzazione” dei bordi. La prima immagine mostra i target con le dimensioni da stampa (1:1), la seconda immagine mostra un particolare degli stessi target ingranditi di circa 1600 volte. Si nota come il target circolare presenti un bordo pixelato lungo tutta la sua circonferenza; il target quadrangolare invece presenta solo lungo i bordi orizzontali l'effetto pixelato (peraltro molto limitato), mentre lungo i bordi verticali tale effetto è assente.

Nota sull'accuratezza della determinazione del punto principale

Il punto principale risulta determinato con un σ dell'ordine di 5/100 mm per entrambe le coordinate; ciò corrisponde a 10 pixel.

Dato che, come si vedrà più avanti, la distorsione radiale e quella tangenziale influiscono per poco meno di un pixel ai bordi dell'obiettivo, un σ di 10 pixel, nella determinazione della posizione del punto principale, risulta essere un valore che caratterizza questa operazione come la parte più problematica dell'intero procedimento di calibrazione.

I Software utilizzati

I software utilizzati per la calibrazione della macchina sono di due tipi: software commerciali e software “di ricerca”. Le motivazioni di scelta dei software di ricerca sono legate a considerazioni di carattere generale; si è cercato perciò di utilizzare software prodotti anche per conto di grandi industrie e che sembrano essere (per numero di citazioni) quelli di riferimento.

Poiché lo scopo di questa sezione è una calibrazione quanto più accurata possibile della camera saranno presentati prospetti riassuntivi dei risultati con particolare attenzione ai parametri interni e ai coefficienti di distorsione.

I software restituiscono diversi coefficienti di distorsione.

Rispetto alla formulazione generale della distorsione radiale la situazione è illustrata nel seguente prospetto:

$\Delta r =$	$R_0 +$	$R_1 r +$	$R_2 r^2 +$	$R_3 r^3 +$	$R_4 r^4 +$	$R_5 r^5 +$	$R_6 r^6 +$	$R_7 r^7$
Photomodeler			K1		K2		K3	
PI - Calib				K1		K2		
iWitness				K1		K2		K3
TriDmetriX	Fornisce un fattore di correzione							
Erdas 8.6		K0		K1		K2		
Imatest								

Tabella 31. Calcolo della distorsione radiale per i diversi software analizzati

Solo alcuni dei pacchetti software calcolano i coefficienti della distorsione tangenziale, nel seguito indicati come P1 e P2.

(Photomodeler, Pi-Calib, iWitness, DrCalLab, GML)

In tabella si riportano le caratteristiche della camera utilizzata per le prove di calibrazione. Dopo varie prove la scelta è caduta su una Canon EOS 450. Questo per 2 motivi: la possibilità di avere immagini in formato RAW, la buona copertura della parete da ricostruire senza un numero eccessivo di fotogrammi, mantenendo però la qualità (intesa come dimensione “a terra” del pixel) dei fotogrammi molto elevata dato l’alto numero di pixel di cui il sensore CMOS si compone.

Nome camera	Canon EOS 450
Focale	55mm
Dimensione pixel (μ)	5.2*5.2
Dimensione sensore (pixel)	4272*2848

Tabella 32. Caratteristiche principali della camera Canon Eos 450D

Software Commerciali (dimensione sensore (mm) 22.26*14.83)

Software Parametri Formule	Photomodeler Self calibration	PI -Calib Coord ogg note Dimensioni Pixel calcolata	PI -Calib Coord ogg note Dimensioni Pixel vincolata	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2 B1 B2	iWitness Self calibration K1 K2 K3 P1 P2 B1 B2	Imatest	TriDmetriX
Note	12 immagini Jpg Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)	5 immagini Jpg solo orizzontali Griglia di calibrazione 2D (A0)	5 immagini Jpg solo orizzontali Griglia di calibrazione 2D (A0)	13 immagini Jpg Rotazione macchina Target propri area 6 mq	13 immagini Jpg Rotazione macchina Target propri area 6 mq	1 immagine Jpg Individuazione linee (automatica) Griglia di calibrazione 2D	1 immagine Jpg Individuazione linee di fuga sulla stessa immagine da lavorare
c (mm)	53.2771	55.3015	53.253310	53.0152	53.0636	55 (la legge dai metadata)	
xp (mm) (in pixel tra ()	11.2090 (14.981)	11.4802	11.054597	0.1803 (34.67)	0.1691 32.52)		
yp (mm) (in pixel tra ()	7.2024 (41.231)	7.7756	7.487581	0.1519 (29.21)	0.1480 (28.46)		
k1	-2.636 e-005	-2.2175 e-005	-2.3914 e-005	-3.628 e-005	-3.7052 e-005	1.75e-005	Viene indicato solo un "K" come fattore di correzione alla distorsione -2.2113 e-009
k2	-4.785 e-008	-2.7148 e-008	-3.1574 e-008	7.1233 e-008	5.4325 e-008		
k3	3.252 e-010	0.0	0.0	-1.7758 e-010	-1.4805 e-011		
p1	1.097 e-005	3.9173 e-005	4.0749 e-005	9.5324 e-006	1.2714 e-005	0.0	
p2	-2.500 e-005	8.7422 e-008	9.0184 e-008	1.5585 e-005	-1.4837 e-005	0.0	
dim pixel (μ m)	5.21*5.21	5.4*5.4	5.2*5.2(imposto)	5.2*5.2	5.2*5.2		

Software di ricerca

Software Parametri Formule	DrCalLab	GML	Cam Checker	Note
Note	5 immagini Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)	15 immagini Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)	12 immagini Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)	
c (mm)	media di α e β 51.828702	media di α e β 53.2408552	media di α e β 59.5521004	
xp (mm)	11.381864	10.5824628	11.53399468	
xp (px)	2188.82	2035.089	2218.0759	
yp (mm)	7.8468	8.2769752	7.38811788	
yp (px)	1509	1591.726	1420.7919	
α (lunghezza focale effettiva in pixel X)	9955.06 (51.76312mm)	10201.839 (53.0495628mm)	11394.447 (59.2511244mm)	evidentemente si stima un pixel non quadrato
β (lunghezza focale effettiva in pixel Y)	9979.67 (51.894284mm)	10275.413 (53.4321476mm)	11510.207 (59.8530764mm)	evidentemente si stima un pixel non quadrato
γ (skew)	0	0	-78.016	
k1 (?)	0.0768286	-0.049188	-0.3385773	
k2 (?)	-0.471998	2.009525		
k3 (?)	1.21356			
p1 (?)	0.00272748	0.002678		
p2 (?)	0.00260092	-0.004668		

Considerazioni

Se assumiamo i valori della calibrazione effettuata con Photomodeler che ha ottenuto i migliori risultati in termini di precisione e di accuratezza come riferimento, è possibile costruire una tabella degli scostamenti relativa ai software di ricerca utilizzati.

Software Parametri Formule	DrCalLab	GML	Cam Checker	Photomodeler
c (mm)	51.8287 (\pm 1.4483)	53.2408 (\pm 0.0362)	59.5521 (\pm 6.2755)	53.2771
xp (mm)	11.3819 (\pm 0.1728)	10.5825 (\pm 0.6265)	11.5340 (\pm 0.3244)	11.2090
yp (mm)	7.8468 (\pm 0.6444)	8.2769 (\pm 1.0745)	7.3881 (\pm 0.1855)	7.2024

Tabella degli scostamenti

Il risultato migliore in termini di lunghezza focale lo dà GML. Sulla posizione del punto principale (xp/yp) invece i risultati migliori li offre ora DrCallab (xp), ora Cam Checker (yp).

Si tratta in sostanza di una situazione non omogenea che mette in evidenza la difficoltà di interpretazione di questi dati.

Confronti tra i diversi software commerciali

Si assume la dimensione del sensore della fotocamera a 22,2 x 14,8 mm (dichiarato dalla casa).

A livello generale possiamo dire che i software commerciali danno risultati analoghi circa la modellizzazione della distorsione radiale e tangenziale; valori discordanti si hanno solo in PI-Calib sulla componente X e sono dovuti alla mancanza di immagini ruotate di $\pm 90^\circ$. Il software iWitness è l'unico ad utilizzare bersagli 3D, sebbene questo non comporti una differenziazione significativa nella determinazione della distorsione. Il software PI-Calib conosce a priori le coordinate immagine dei bersagli. Per questo la griglia deve essere stampata mantenendo i rapporti di grandezza indicati, pena la incapacità del software di stimare correttamente le distorsioni e gli altri parametri della fotocamera.

L'unico software che fornisce una indicazione della deviazione dai valori che sono indicati è Photomodeler. La mancanza di questi valori non permette di fare tutta una serie di considerazioni sulla attendibilità dei dati forniti, limitando in un certo senso il significato dei dati.

Distorsione tangenziale

Per quanto riguarda la distorsione di *decentering* (tangenziale) si osserva un comportamento diverso nei 3 software (Imatest la pone a 0, in quanto la considera ininfluente):

Δy : gli andamenti della modellizzazione sono gli stessi; i valori sono molto simili per iWitness e PI-Calib, mentre i valori di Photomodeler sono di un ordine di grandezza superiore.

Δx : gli andamenti della modellizzazione sono gli stessi per i 3 software; ciò che cambia è l'ordine di grandezza dei valori: iWitness e Photomodeler hanno valori molto simili sebbene di segno opposto; i valori di PI-Calib sono molto più grandi (di un ordine di grandezza). Questa differenza va imputata alla mancanza di immagini ruotate di $\pm 90^\circ$ nel procedimento di calibrazione di PI-Calib che porta il software a sovrastimare la portata della distorsione tangenziale in questa componente. L'analisi di questo errore risulta significativa in quanto "sposta" la distorsione complessiva di quasi $\frac{1}{2}$ pixel al bordo dell'obiettivo (~13mm).

distanza radiale	13 mm	
	$\Delta x(\mu\text{m})$	$\Delta y(\mu\text{m})$
PI-Calib	3.24E+00	1.61E+00
iWitness	5.88E-01	1.61E+00
Photomodeler	-5.17E-01	1.85E+00

Tabella 33. Distorsione tangenziale

Si può quindi ipotizzare che le formule che modellizzano la distorsione tangenziale nei 3 software sono le medesime; la mancanza di immagini ruotate di $\pm 90^\circ$ comporta una sovrastima della distorsione nella componente x.

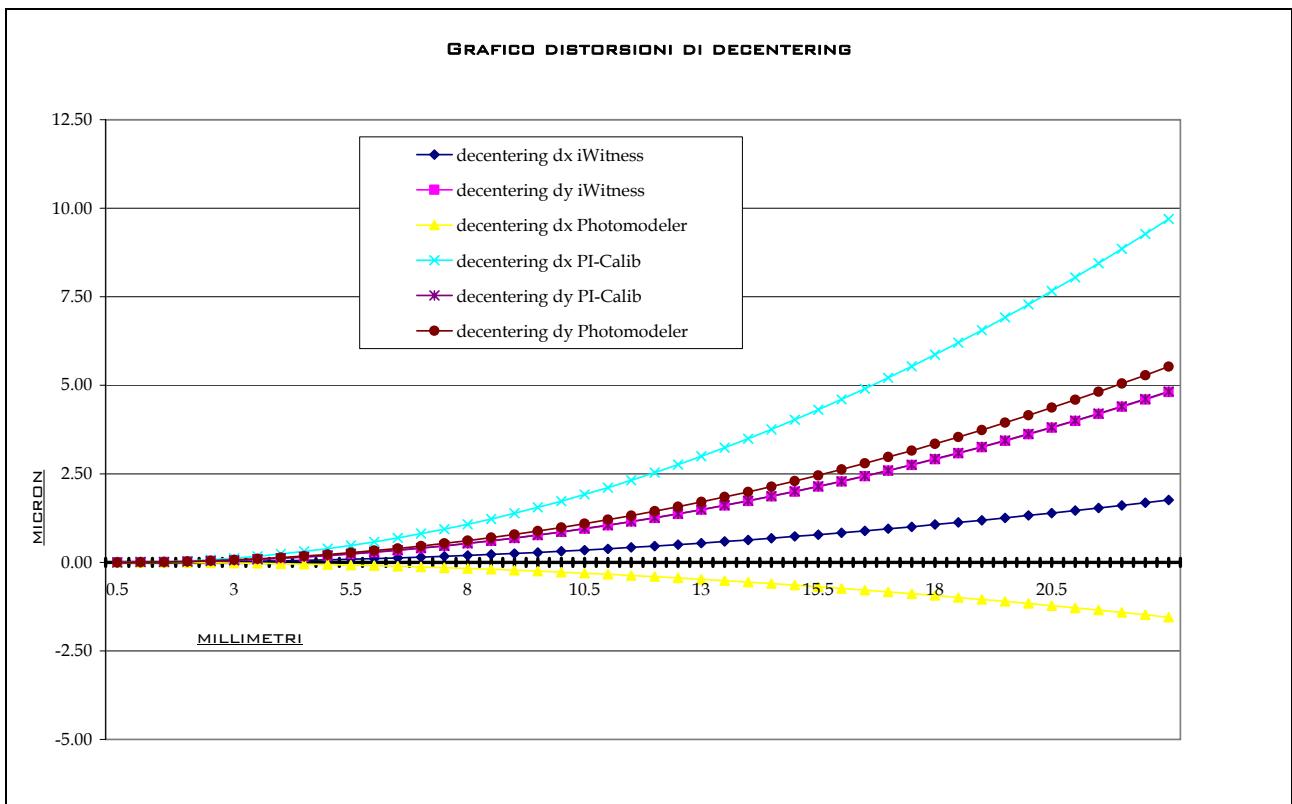


Figura 72. Andamento della distorsione di *decentering*

Distorsione radiale

Per quanto riguarda la distorsione radiale i 3 software presentano 2 formule diverse per modellizzarla.

Nella tabella vengono indicati i coefficienti calcolati da ciascun software con riferimento alla formula generale (indicata nella prima riga).

$\Delta r =$	$R_0 +$	$R_1 r +$	$R_2 r^2 +$	$R_3 r^3 +$	$R_4 r^4 +$	$R_5 r^5 +$	$R_6 r^6 +$	$R_7 r^7$
Photomodeler			K1		K2		K3	
PI - Calib				K1		K2		
iWitness				K1		K2		K3
Imatest				K1		K2		

Tabella 34. Distorsione radiale: coefficienti calcolati dai software utilizzati

L'andamento del grafico relativo al confronto delle distorsioni radiali nei 3 software, mette in evidenza come la modellizzazione della distorsione sia analoga almeno fino a 13 mm di distanza radiale dal centro dell'obiettivo (valore che possiamo assumere come ultimo significativo poste le dimensioni del sensore a 22,2 x 14,8 mm).

Si riportano i valori di distorsione radiale a 13 mm di distanza dal centro teorico dell'obiettivo per i 3 software.

distanza radiale	13(mm)
	$\Delta r(\mu\text{m})$
PI-Calib	-4.52E+00
iWitness	-4.95E+00
Photomodeler	-4.25E+00
Imatest	2.87E+00

Tabella 35. Distorsione radiale

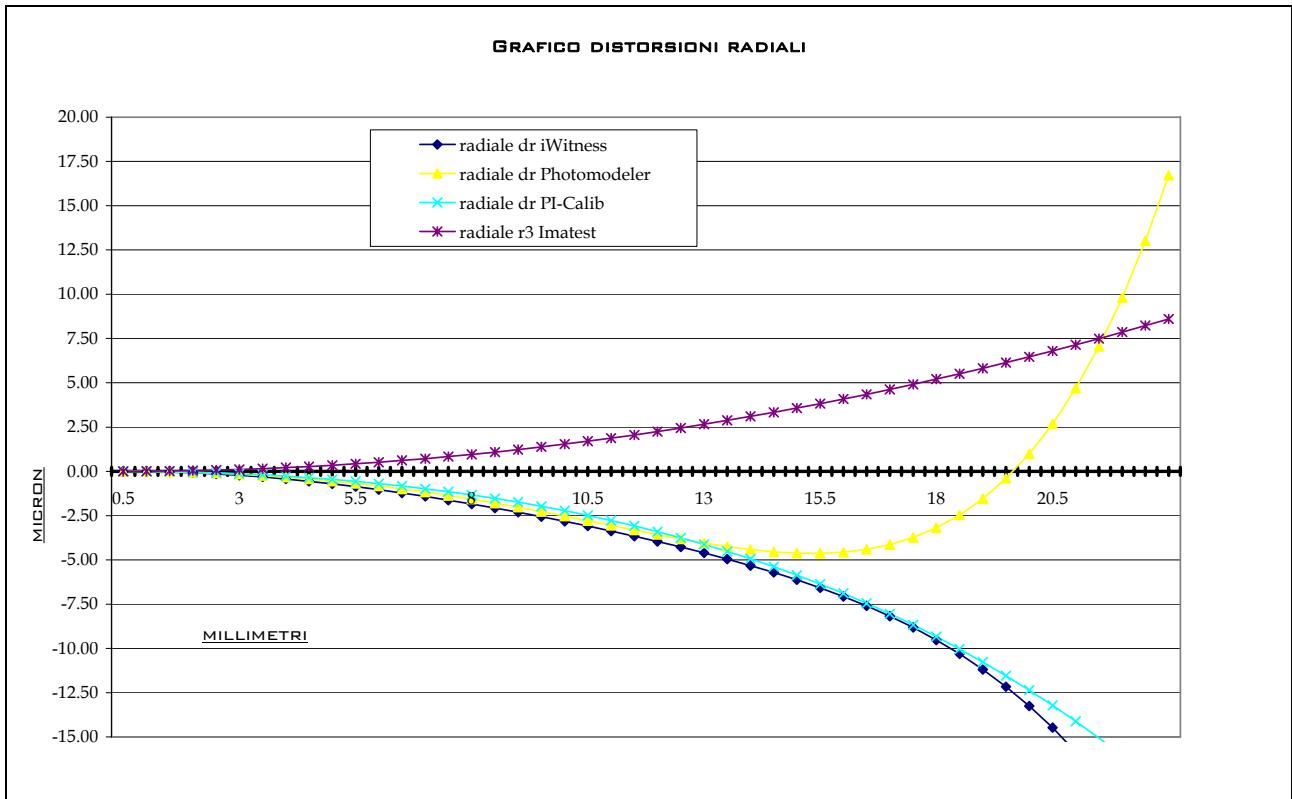


Figura 73. Andamento della distorsione radiale

In questo caso si riporta la sola distorsione radiale senza suddividerla nelle componenti per il tipo di distorsione

Distorsioni totali

Si riportano i grafici riassuntivi dell'andamento delle distorsioni (radiale e tangenziale) per i 3 software nelle 2 componenti (chiamate "totali").

Dall'analisi del grafico si evidenzia un comportamento analogo dei 3 software per la componente Dy, mentre nella componente Dx Photomodeler e Iwitness danno risultati simili tra loro ma diversi rispetto a PI-Calib.

Si fa presente che i grafici 2D riportano le distorsioni lungo le direzioni ortogonali che dividono a metà i quadranti del sistema di coordinate. I calcoli sono stati fatti in questo modo per poter effettuare un confronto numerico dei valori di distorsione.

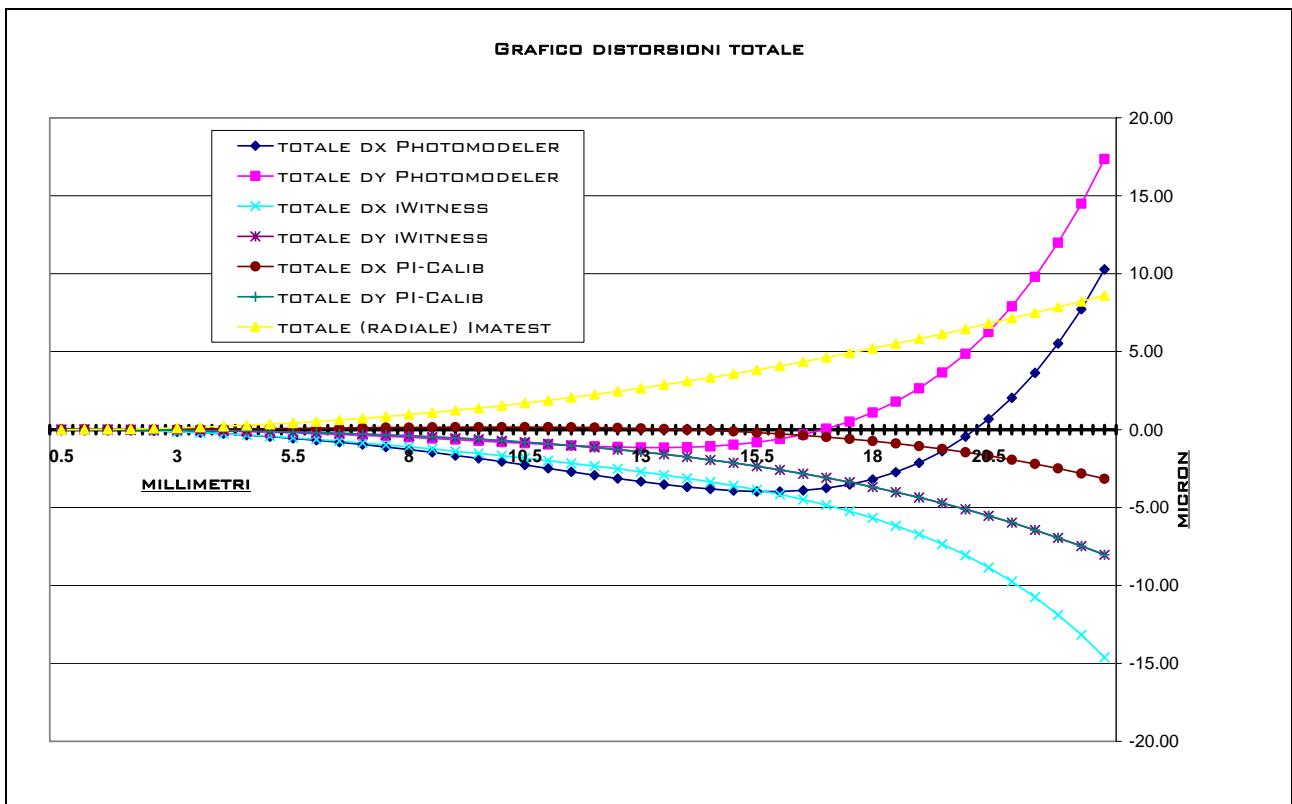


Figura 74. Andamento delle distorsioni (totale)

Si riportano i valori complessivi di distorsione a 13 mm di distanza dal centro teorico dell'obiettivo per i 4 software.

Il valore molto basso della distorsione complessiva in Dx di PI-Calib deriva dalla compensazione della distorsione tangenziale e da quella radiale. In particolare ciò deriva dai valori sovrastimati della distorsione tangenziale lungo la direzione X per la mancanza di immagini ruotate di $\pm 90^\circ$.

distanza radiale	13 (mm)	
	dx totale (μm)	dy totale (μm)
PI-Calib	3.85E-02	-1.59E+00
iWitness	-2.91E+00	-1.90E+00
Photomodeler	-3.52E+00	-1.16E+00
Imatest (solo radiale)	2.87E+00	

Tabella 36. Valore complessivo della distorsione

Distorsione nei diversi canali di colore

Gli effetti che comportano i diversi canali di colore della immagine (in genere RGB) (12) sono dovuti ai fenomeni di rifrazione generati dalla lente. In linea teorica la luce che colpisce la lente frontale dovrebbe raggiungere il sensore senza evidenti modificazioni, in realtà i raggi paralleli tra loro che colpiscono la lente frontale, nell'attraversarla vengono deviati con angoli diversi; questo accade perché ogni componente colore possiede una specifica lunghezza d'onda che subisce una rifrazione di un diverso angolo.

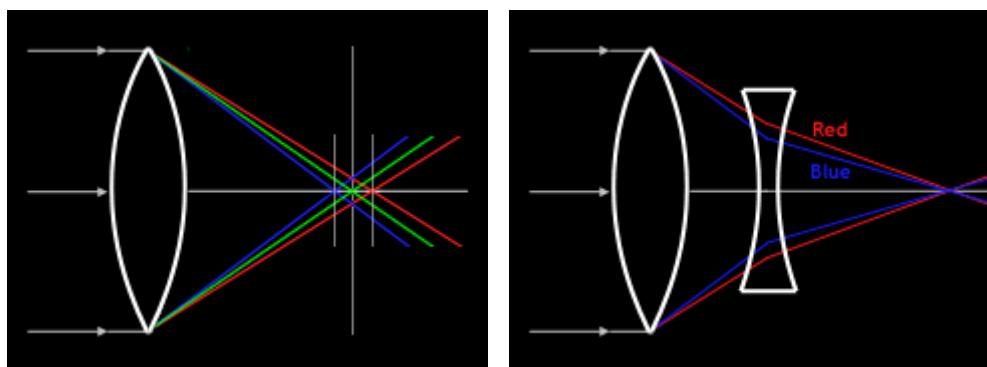


Figura 75. Aberrazione cromatica nella rappresentazione semplificata di un raggio luminoso scomposto in 3 lunghezze d'onda proprie dei colori Rosso, Verde, Blu (a sin.). Compensazione dell'aberrazione cromatica (a destra)

Questo comporta dei fenomeni di aberrazione cromatica che a livello fotografico si traducono in immagini i cui bordi risultano non solo poco netti, ma presentano anche un colore artefatto, di solito tendente al magenta. Questo fenomeno si chiama *color fringing* od anche *purple fringing* poiché la componente rossa è più visibile e viene maggiormente accentuata dal rapporto di ingrandimento dell'obiettivo (più lungo è l'obiettivo, maggiore sarà l'aberrazione).

Questo tipo di aberrazione viene in parte corretta per via ottico (ad esempio possono essere aggiunti gruppi di lenti a valle della lente frontale che compensino, attraverso i propri indici di rifrazione, la deflessione dovuta alla prima lente), in parte attraverso i software di demosaicizzazione, in quanto come già spiegato, le informazioni che cattura il sensore sono parziali, ovvero ogni fotodiodo porta una sola componente colore che non rappresenta il colore reale di quella porzione di immagine.

Un'analisi delle distorsioni nei diversi canali è possibile tuttavia solo se sono disponibili le immagini RAW ovvero le immagini così come vengono acquisite dal sensore senza alcuna modifica da parte dei processori interni alla fotocamera.

Analisi delle distorsioni nei diversi canali di colore RGB

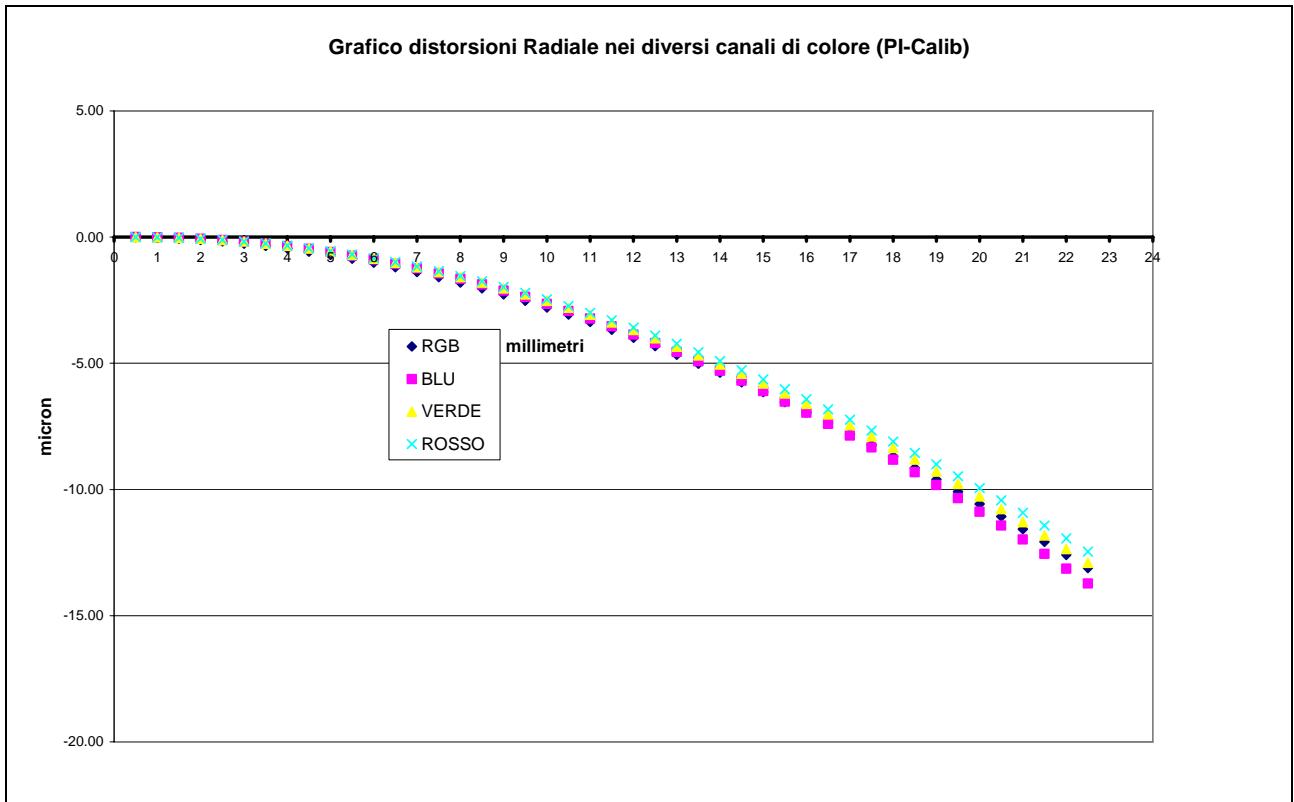


Figura 76. Andamento della distorsione radiale nei diversi canali di colore

Si riportano i valori complessivi di distorsione a 13 mm di distanza dal centro teorico dell'obiettivo per i 3 canali di colore (Rosso, Verde e Blu) oltre al valore RGB, calcolati con il software PI-Calib.

Dal grafico si evince che non vi sono apparentemente differenze particolari tra le distorsioni nei 3 canali RGB (il Blu ha dei valori di distorsione radiale leggermente più piccoli). La motivazione è probabilmente da rintracciare nel modo di costruzione della macchina e nel modo in cui la luce viene suddivisa nei vari canali (attraverso un filtro questa viene interpolata, ovvero non esistono fisicamente tre "lastre" di sensori ognuno in grado di acquisire separatamente nei 3 canali).

distanza radiale	13(mm)
	$\Delta r(\mu\text{m})$
RGB	-4.659E+00
Rosso	-4.564E+00
Blu	-4.921E+00
Verde	-4.686E+00

Tabella 37. Valore della distorsione radiale per i diversi canali di colore

Confronto tra *field calibration* e *self calibration*

Diversi studi (3) sono stati fatti per testare la sensibilità dei vari metodi di calibrazione a cambiamenti nelle condizioni di presa dei fotogrammi o nella variazione delle caratteristiche della macchina, soprattutto per quanto riguarda la lunghezza focale. Ne è risultata una grande sensibilità dei risultati della calibrazione alle condizioni a contorno, per cui la soluzione ottimale sarebbe effettuare la calibrazione ad ogni uso della macchina, senza spegnerla tra una presa e l'altra, senza variare la lunghezza focale.

Si riporta un test che confronta i risultati di una *self calibration* e quelli di una *field calibration*. Con il termine *field calibration* si intende una calibrazione effettuata senza ricorrere all'ausilio di griglie; i parametri dell'orientamento interno vengono determinati con gli stessi fotogrammi utilizzati per l'orientamento del blocco. Da un punto di vista del calcolo numerico però la procedura è la stessa della *self calibration* (*bundle adjustment*).

Per calcolare i parametri di orientamento interno della *filed calibration* si è realizzato un progetto utilizzando 6 fotogrammi che riproducono la parte bassa della parete della Forma Urbis, e gli stessi punti di controllo.

Si riportano i risultati relativi ai parametri di orientamento interno ottenuti con la *field calibration* confrontati con quelli della *self calibration*.

Software	Photomodeler	Photomodeler
Parametri	Self calibration	Field calibration
Formule	o tra parentesi	o tra parentesi
	Dirette (Software Canon utilizzato dalla macchina: Dicic III Image processor)	Dirette (Software Canon utilizzato dalla macchina: Dicic III Image processor)
Note	12 immagini Jpg Rotazione macchina Griglia di calibrazione 2D (A0)	6 immagini Jpg No rotazione macchina Parete Forma Urbis
c (mm)	53.2974 (0.021)	54.8131 (0.631)
xp (mm)	11.2032 (0.053)	11.5642 (0.164)
yp (mm)	7.0207 (0.057)	6.7344 (0.054)
k1	-2.962e-005 (4.3e-6)	-1.819e-006 (3.3e-5)
k2	1.437e-008 (3.4e-8)	-9.576e-008 (1.7e-7)
p1	1.081e-005 (8.0e-6)	2.553e-006 (3.9e-5)
p2	-5.356e-005 (8.3e-6)	1.746e-004 (4.0e-5)
dim. sensore (mm)	22.2585(0.005) *14.8336	22.9211(0.301) *14.8336

Tabella 38. Confronto tra *field calibration* e *self calibration*

I risultati della calibrazione per quanto riguarda la lunghezza focale e i parametri di distorsione, nel caso della *field calibration* risultano essere analoghi o peggiori (in genere di un ordine di grandezza) in termini di deviazione standard.

E' probabile quindi che i diversi valori in termini di deviazione standard siano dovuti ad una geometria delle prese non ottimale (l'angolo di convergenza massimo tra alcuni punti è molto piccolo, raramente superiore ai 20°), alla mancanza di prese ruotate di

$\pm 90^\circ$, alla sola presenza di punti naturali e non di mire che permetterebbero una maggiore precisione nella collimazione dei punti sulle immagini.

Da questi risultati, sebbene il σ risulti in genere più grande per la *field calibration*, non è possibile a priori determinare i valori migliori in senso assoluto.

Ad ulteriore conferma del fatto che la *field calibration* risulta meno accurata si sono confrontati i valori della precisione nella determinazione delle coordinate oggetto ottenute con i 2 metodi.

La valutazione della accuratezza dei 2 processi di calibrazione si può effettuare confrontando i residui sui punti di controllo nello spazio oggetto (punti 3D).

Quindi, per valutare l'impatto delle 2 diverse calibrazioni, si sono realizzati 2 progetti utilizzando il medesimo set di 6 fotogrammi (già utilizzato per calcolare i parametri di orientamento interno della *field calibration*) e gli stessi punti di controllo.

Come già detto, nel primo progetto sono stati determinati anche i parametri dell'orientamento interno durante il processo di triangolazione (*field calibration*).

Nel secondo progetto invece tali parametri sono stati inseriti a priori. Questi parametri sono stati ricavati tramite una procedura rigorosa di calibrazione che prevede l'ausilio di una griglia 2D e di immagini ruotate di $\pm 90^\circ$ (*self calibration*).

self calibration					field calibration				
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	(m)	rX	rY	rZ	rXYZ
devst	0.003	0.001	0.002	0.003	devst	0.004	0.002	0.013	0.014
media	0.012	0.005	0.027	0.030	media	0.011	0.005	0.029	0.031
max	0.018	0.008	0.031	0.035	max	0.017	0.014	0.092	0.094
RMSE	0.013	0.005	0.027	0.030	RMSE	0.012	0.005	0.032	0.034

Tabella 39. Valori assoluti relativi ai 2 progetti

self calibration					field calibration				
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	(m)	rX	rY	rZ	rXYZ
devst	0.001	0.004	0.001	0.003	devst	0.011	0.008	0.002	0.013
media	0.018	0.021	0.008	0.029	media	0.019	0.021	0.008	0.030
max	0.022	0.027	0.011	0.034	max	0.074	0.054	0.012	0.092
RMSE	0.018	0.021	0.008	0.029	RMSE	0.022	0.023	0.008	0.033

Tabella 40. Valori relativi ai 2 progetti rototraslati utilizzando i medesimi 3 punti

Analisi dei risultati

I valori della precisione delle coordinate dei punti nello spazio oggetto della *field calibration* sono piuttosto elevati dato che le foto non hanno le caratteristiche tipiche di una *self calibration*, ovvero:

- 1) angoli di convergenza tra lo stesso punto visto da stazioni diverse, superiori a 30°
- 2) fotogrammi ruotati $\pm 90^\circ$
- 3) target fotogrammetrici; inoltre i punti naturali sono di dimensioni molto più piccole (in termini di pixel) dei target

Ciò comporta una calibrazione meno accurata (le deviazioni sono più grandi di un ordine di grandezza almeno) che si riflette nei calcoli della triangolazione dei singoli punti nello spazio oggetto. Da ciò i valori massimi nello spazio oggetto così diversi.

Tuttavia se si vanno ad analizzare le medie e le deviazioni della prima tabella sulle singole componenti (X, Y, Z) si nota che le medie risultano analoghe come pure le deviazioni sulle componenti X ed Y, mentre la deviazione sulla Z (profondità), nel caso della *field calibration* risulta di un ordine di grandezza più grande. Ciò è probabilmente dovuto all'incidenza che hanno gli angoli di convergenza nel determinare la

componente della profondità di ciascun punto (analogamente a quanto succede in fotogrammetria aerea per la quota).

A conferma di ciò, anche nel progetto i cui parametri di orientamento interno sono quelli della *self calibration*, la direzione critica è la Z (in questo caso si nota per il valore massimo che risulta essere elevato), in quanto quando si sono presi i fotogrammi per effettuare la calibrazione con la griglia 2D, la coordinata Z era quella che corrispondeva alla profondità (infatti i fotogrammi sono stati ripresi dall'alto, utilizzando una scala ed un cavalletto). Comunque, il fatto che si sia effettuata una calibrazione robusta (*self calibration*), utilizzando tutti gli accorgimenti del caso (angoli di convergenza grandi e prese ruotate), non elimina del tutto il problema della determinazione, con la stessa precisione con cui si individua lungo le altre componenti, di un punto sulla profondità (che si vede dal valore massimo sulla componente Z), ma ne diminuisce grandemente l'impatto, rendendo più robusto l'intero progetto.

A questo proposito se da un lato le raccomandazioni riguardo il fatto di effettuare la *field calibration* sono comunque da tenere presenti, una *self calibration* garantisce comunque un elevato grado di robustezza del modello fotogrammetrico 3D.

Nel caso dei progetti rototraslati si evidenzia la maggiore robustezza della *self calibration*, la quale presenta sia deviazioni che valori massimi inferiori rispetto a quelli determinati dalla *field calibration*.

Pare quindi emergere il fatto che al variare anche minimo delle condizioni a contorno, la *field calibration* presenta minore capacità di adattamento.

Le differenze complessive rimangono comunque nell'ordine di qualche cm (RMSE).

A completamento del confronto tra *self calibration* e *field calibration* ho inserito i parametri di orientamento interno della *field calibration* dentro al progetto di Erdas già utilizzato per confrontare tra loro le altre *self calibration* (Photomodeler, Iwitness e PI-Calib). I risultati sono riportati nella tabella, di nuovo confrontati con quelli della *self calibration* (sia per i punti 3D che per quelli 2D).

Photomodeler								
GCP					CP			
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	rX	rY	rZ	rXYZ
media	0.0028	0.0006	-0.0020	0.004	-0.0065	0.0014	0.0063	0.009
dev.st.	0.0238	0.0040	0.0192	0.031	0.0289	0.0062	0.0197	0.035
dev.st.pop.	0.0232	0.0039	0.0187	0.030	0.0270	0.0058	0.0184	0.033
RMSE	0.0240	0.0041	0.0194	0.031	0.0296	0.0063	0.0207	0.037
Photomodeler (field calibration)								
GCP					CP			
(m)	rX	rY	rZ	rXYZ	rX	rY	rZ	rXYZ
media	0.0037	0.0007	-0.0026	0.005	-0.0075	0.0016	0.0070	0.010
dev.st.	0.0271	0.0042	0.0217	0.035	0.0325	0.0066	0.0231	0.040
dev.st.pop.	0.0264	0.0041	0.0211	0.034	0.0304	0.0062	0.0216	0.038
RMSE	0.0273	0.0043	0.0218	0.035	0.0334	0.0068	0.0242	0.042

Tabella 41. Field Calibration vs Self Calibration - I

Photomodeler					
(mm)	GCP		(mm)	CP	
	x	y		x	y
media	-0.0002	0.0005	media	-0.0003	-0.0003
dev.st.	0.0068	0.0058	dev.st.	0.0087	0.0017
dev.st.pop.	0.0057	0.0049	dev.st.pop.	0.0058	0.0014
RMSE	0.0068	0.0058	RMSE	0.0087	0.0017
Photomodeler (field calibration)					

(mm)	GCP		(mm)	CP	
	x	y		x	y
media	-0.0002	0.0005	media	-0.0002	-0.0003
dev.st.	0.0078	0.0065	dev.st.	0.0093	0.0015
dev.st.pop.	0.0065	0.0054	dev.st.pop.	0.0062	0.0013
RMSE	0.0078	0.0065	RMSE	0.0093	0.0016

Tabella 42. Field Calibration vs Self Calibration - II

Dalla analisi delle 2 nuove tabelle non emergono dati nuovi: la *self calibration* si dimostra effettivamente più robusta della *field calibration*.

Appendice B

Monografia della lastra del Teatro di Marcello

La monografia relativa al solo Teatro di Marcello al fine di esemplificare alcuni dei problemi con cui ci si è dovuti confrontare. Della lastra si riportano:

- 1) inquadramento generale
- 2) rototraslazione locale

Individuazione di:

- 1) fattore di scala
- 2) eventuali scale su pezzi del frammento
- 3) scala massima
- 4) scala minima
- 5) scala media

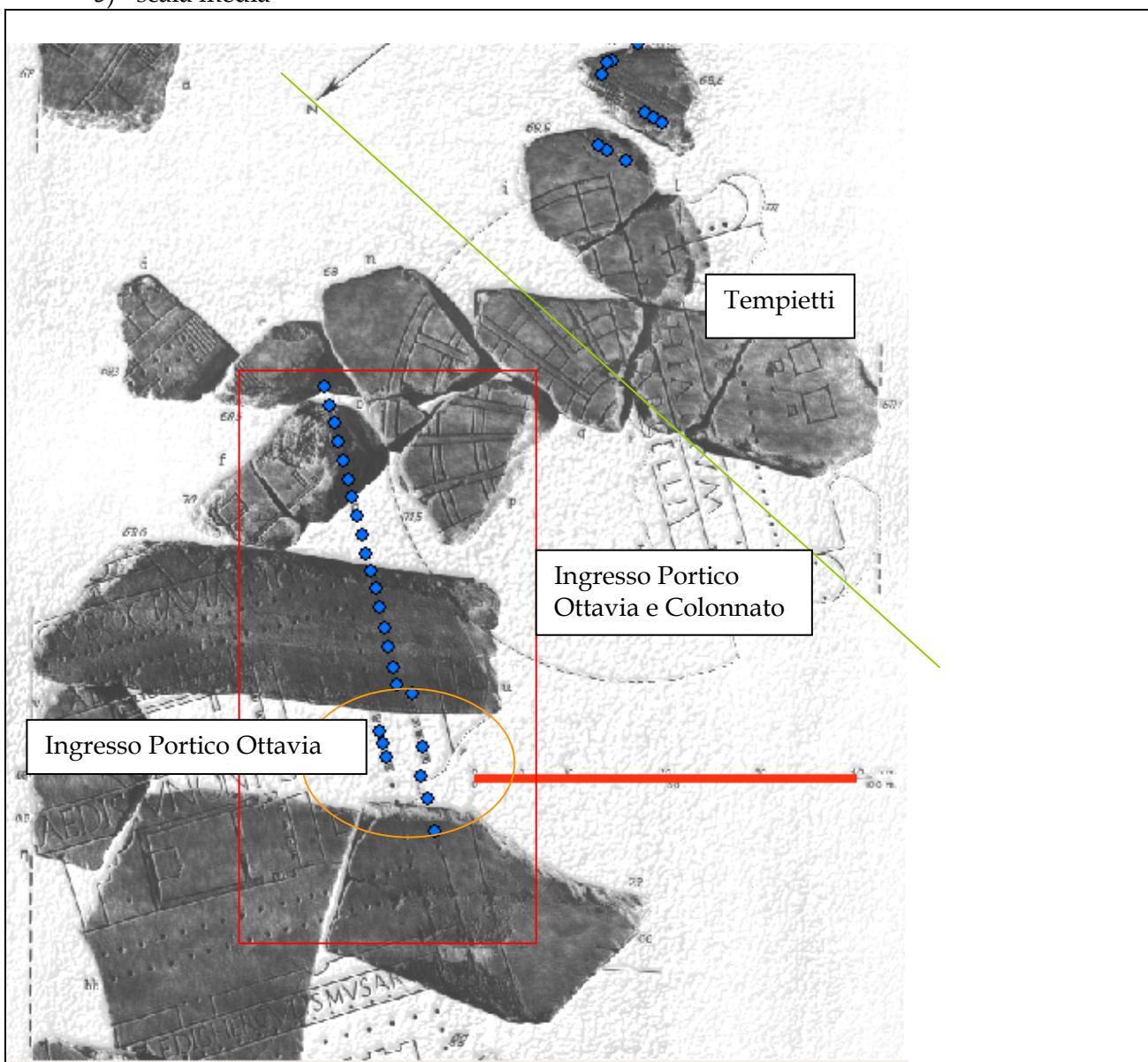


Figura 77. La lastra del Teatro di Marcello suddivisa nelle 3 zone di indagine

Si tratta della lastra n. 29 che comprendeva diversi frammenti .

Sono evidenziati tutti i punti doppi rilevati e quelli effettivamente usati nel calcolo perché di certa attribuzione (si può notare come il numero di possibili punti doppi è elevato e analisi ulteriori possono portare a utilizzare un numero maggiore di punti rispetto a quelli qui utilizzati).

In questa lastra è stato possibile, sulla base dei rilievi effettuati, individuare 3 diverse zone (Ingresso Portico Ottavia, Ingresso e colonnato, Tempietti) su cui effettuare calcoli indipendenti oltre al calcolo sull'intera lastra:

Ci sono stati problemi relativi alla individuazione delle corrispondenze:

la zona dei tempietti è riportata su 2 frammenti adiacenti ma non a contatto e quindi le distanze tra i punti rilevati sui 2 frammenti hanno un margine di incertezza.

La raffigurazione del Portico di Ottavia sulla Forma Urbis non pare corrispondere a quanto ancora presente sul terreno, soprattutto per quanto riguarda il possibile sviluppo del porticato circostante l'ingresso.

La raffigurazione dell'ingresso del Portico di Ottavia è ricostruibile per quanto riguarda l'ingombro complessivo, mentre più difficile è l'attribuzione delle singole colonne.

	punti	scala	sigma zero (m)
Tempietti	4	257	0.82
Portico e Colonnato	punti	scala	sigma
	13	178	1.44
Solo Portico	punti	scala	sigma
	4	286	0.58
Lastra	punti	scala	sigma
	11	270	2.72

Tabella 43. Tabella riassuntiva dei valori di scala e del sigma zero associato per le 3 zone e complessivi

Il sigma zero rappresenta la media degli scarti tra le coordinate terreno misurate e quelle stimate sulla base della rototraslazione, che dà una idea di quanto bene i parametri stimati descrivono la trasformazione.

Si evidenzia perciò che mentre i parametri stimati per la zona dell'ingresso del portico di Ottavia e per quella dei tempietti risultano essere ragionevolmente accurati, il calcolo sulla intera lastra dà risultati meno accurati.

Il numero di punti considerato nei calcoli della scala complessiva della lastra non corrisponde alla somma di tutti i punti utilizzati nei calcoli per le vari zone. Ciò dipende dal fatto che, mentre nei singoli gruppi di punti considerati si è cercato di utilizzare più punti rilevati possibile, nel calcolo complessivo della scala della lastra si è privilegiato l'utilizzo dei punti che hanno residui bassi.

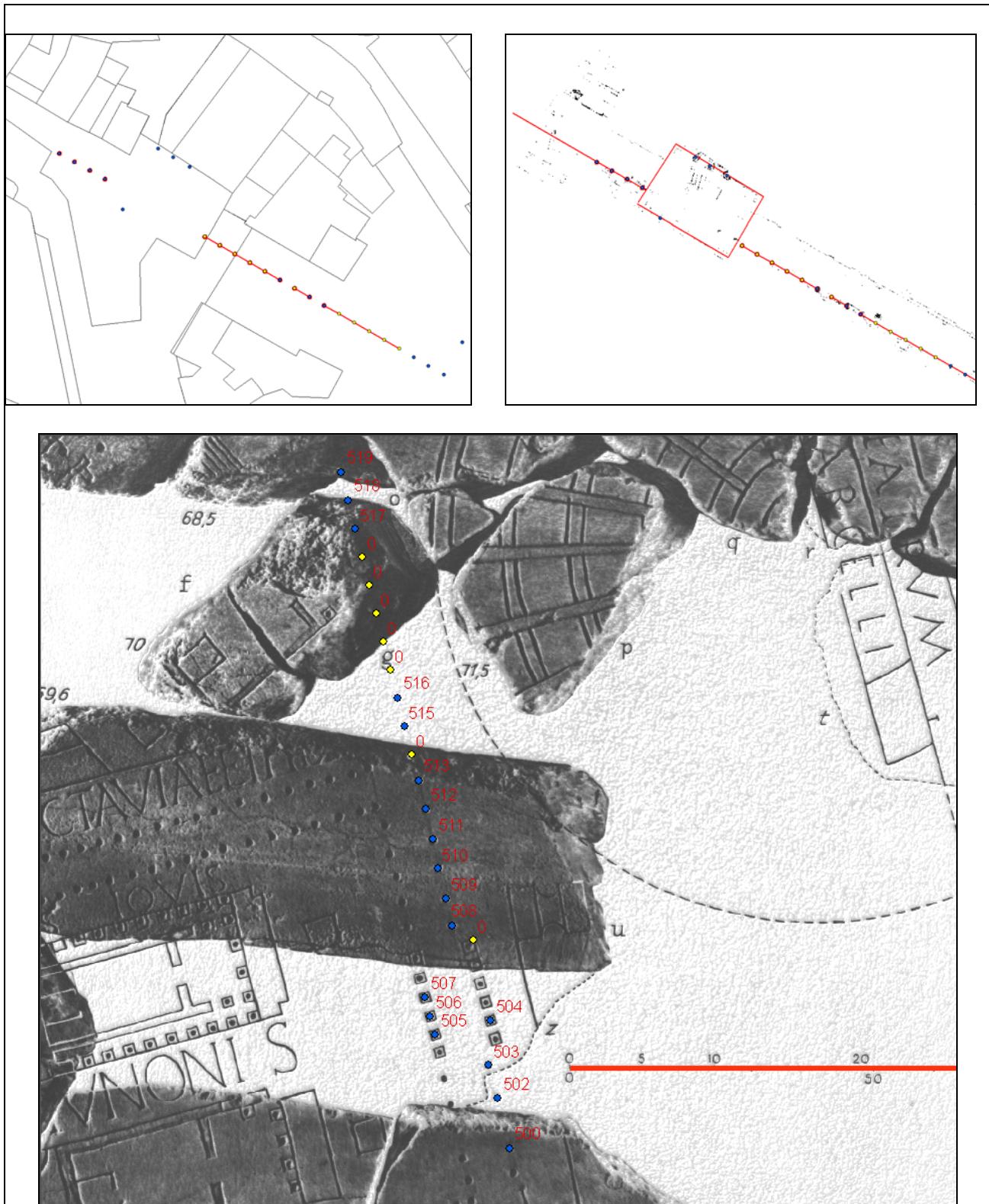


Figura 78. Ipotesi ricostruttiva della zona del Portico di Ottavia. In blu i punti rilevati con TPS/GPS in giallo i punti ipotizzati

Frequenza delle scale

L'analisi del grafico e della tabella mostrano una elevata variabilità della scala con una probabilità notevolmente più alta per il valore 260.

Questo fatto non permette di attribuire con certezza un valore univoco alla scala della lastra.

Le scale ottenute mediante il calcolo del rapporto tra misure lineari effettuate sui frammenti e sul terreno sono riportate in tabella.

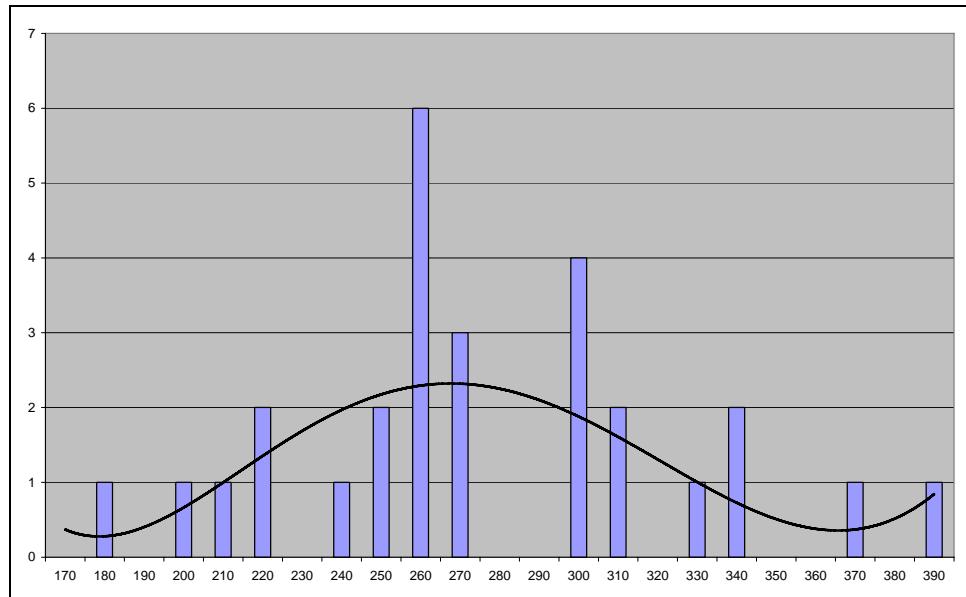


Figura 79. Frequenza delle scale nella lastra del Teatro di Marcello

distanze	28
media	271
max	385
min	177
σ	49.35

Tabella 44. Tabella relativa alla frequenza delle scale nella lastra del Teatro di Marcello

Appendice C

le trasformazioni piane

Senza entrare in una trattazione dettagliata delle trasformazioni piane si descrivono qui brevemente le trasformazioni usate il questo lavoro.

I diversi passaggi effettuati sono tutti riconducibili a trasformazioni piane, poiché come già detto altrove i tre sistemi di riferimento usati possono essere considerati piani con sufficiente approssimazione.

Le trasformazioni piane comunemente usate i cartografia sono in ordine "di complessità":

a) rototraslazioni conformi a 3 parametri (minimo 2 punti);

b) rototraslazioni con variazione di scala isotropa o trasformazione conforme a 4 parametri (minimo 2 punti);

c) rototraslazioni con variazione di scala anisotropa o trasformazione affine particolare a 5 parametri(minimo 3 punti);

d) rototraslazioni con variazione di scala anisotropa e scorrimento angolare o trasformazione affine generale a 6 parametri (minimo 3 punti);

e) rototraslazioni con variazione di scala anisotropa, scorrimento angolare e angoli di convergenza o trasformazione omografica a 7 o 8 parametri (minimo 4 punti);

f) trasformazione bilineare a 8 parametri (minimo 4 punti)

g) trasformazioni polinomiali generiche (il numero minimo die punti dipende dal grado delle equazioni);

Dal punto di vista matematico si tratta di mettere in relazione due insiemi di coordinate piane riferiti agli stessi punti ma misurati in sistemi diversi. Solo usando un numero ben preciso di punti caratteristici di ognuna delle trasformazioni ,le trasformazioni sono esatte, nel senso che le equazioni relative hanno soluzione unica. Normalmente tuttavia, in topografia, si preferisce ricorrere ad un numero maggiore di punti rispetto a quello minimo. In questo modo la soluzione viene stimata con il metodo dei minimi quadrati minimizzando i residui.

La forma matriciale è la più comoda da implementare poiché è possibile usarla anche su normali fogli di calcolo e non richiede, anche per un numero elevato di punti, grandi risorse di calcolo.

In genere aumentando la complessità della trasformazione è possibile relazionare in maniera sempre più accurata i due sistemi di riferimento, nel senso che i residui diminuiscono, ma aumentando il numero di equazioni si introducono parametri il cui significato fisico non è sempre evidente, nel senso che mentre i fattori di scala o gli angoli di rotazione introdotti nelle trasformazioni conformi o affini hanno una precisa relazione con grandezze fisiche che intervengono nella trasformazione, invece i coefficienti introdotti nelle polinomiali hanno un significato puramente matematico.

Per gli scopi di questo lavoro e dopo alcune prove si è deciso di far uso di

1) trasformazione conforme a 4 parametri

2) trasformazione affine generale a 6 parametri

Le due trasformazioni elencate sono infatti sufficienti a descrivere la relazione che intercorre tra i sistemi di riferimento usati con ragionevole accuratezza ma non introducono parametri di significato fisico non chiaro. Inoltre si tratta di trasformazioni che in forma matriciale sono implementabili, come è stato effettivamente fatto, usando un normale foglio di calcolo.

Trasformazione conforme a 4 parametri

Questa trasformazione è conforme nel senso che conserva la forma degli oggetti nei due sistemi di riferimento ma non è equivalente nel senso che gli oggetti vengono ingranditi (o rimpiccioliti) in una misura rappresentata dal fattore di scala λ . La variazione di scale è isotropa nel senso che è la stessa in tutte direzioni.

In forma matriciale la trasformazione assume la forma:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{vmatrix} = \mathbf{t} + \mathbf{R}_\vartheta \begin{vmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{T}_x \\ \mathbf{T}_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{vmatrix}$$

come sistema di equazioni la trasformazione si scrive:

$$\begin{cases} x = T_x + \lambda X \cos \vartheta + \lambda Y \sin \vartheta \\ y = T_y + \lambda X \sin \vartheta + \lambda Y \cos \vartheta \end{cases}$$

I parametri da stimare formano il vettore ξ :

$$\xi = \begin{vmatrix} T_x \\ T_y \\ \vartheta \\ \lambda \end{vmatrix}$$

dove T_x e T_y sono i parametri di traslazione nelle direzioni x e y ,
 ϑ rappresenta il parametro di rotazione e
 λ è il parametro di variazione di scala.

Per effettuare i calcoli con le matrici si pone

$$\begin{aligned} r &= \lambda \cos \vartheta \\ s &= \lambda \sin \vartheta \end{aligned}$$

in questo modo il vettore incognito diventa

$$\xi = \begin{vmatrix} T_x \\ T_y \\ r \\ s \end{vmatrix}$$

e il sistema può essere scritto

$$\begin{cases} x = T_x + rX + sY \\ y = T_y + rY + sX \end{cases}$$

ovvero in forma matriciale

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ 0 & 1 & \mathbf{Y} & -\mathbf{X} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{T}_x \\ \mathbf{T}_y \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{s} \end{vmatrix}$$

Il sistema può essere risolto algebricamente utilizzando almeno 2 punti doppi o meglio con il metodo dei minimi quadrati usando 3 o più punti doppi.

Una volta risolto il sistema l'angolo di rotazione e il fattore di scala si trovano con le formule:

$$\theta = \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{s} \right)$$

$$\lambda = \sqrt{r^2 + s^2}$$

Trasformazione affine generale a 6 parametri

Questa trasformazione presenta 6 parametri poiché oltre ai fattori di traslazione nelle due direzioni e all'angolo di rotazione compaiono due diversi fattori di scala e un angolo di scorrimento che rende conto di uno scorrimento angolare o sbandamento. Si tratta come si è già detto di parametri ancora legati a fattori fisici ben individuabili.

In forma matriciale la trasformazione assume la forma

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_x \\ T_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \operatorname{tg}\gamma \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{vmatrix}$$

come sistema di equazioni la trasformazione si scrive:

$$\begin{cases} x = T_x + \lambda(\cos\theta - \operatorname{sen}\theta \operatorname{tg}\gamma)X + \lambda(\operatorname{sen}\theta + \cos\theta \operatorname{tg}\gamma)Y \\ y = T_y - (\mu \operatorname{sen}\theta)X + (\mu \cos\theta)Y \end{cases}$$

I parametri da stimare formano il vettore ξ :

$$\xi = \begin{vmatrix} T_x \\ T_y \\ \theta \\ \lambda \\ \mu \\ \gamma \end{vmatrix}$$

dove T_x e T_y sono i parametri di traslazione nelle direzioni x e y ,

θ rappresenta il parametro di rotazione e

λ e μ sono i parametri di variazione di scala nelle due direzioni

γ rappresenta il parametro di scorrimento angolare

Per effettuare i calcoli con le matrici si pone

$$r = \lambda(\cos\theta - \operatorname{sen}\theta \operatorname{tg}\gamma)$$

$$s = \lambda(\operatorname{sen}\theta + \cos\theta \operatorname{tg}\gamma)$$

$$u = -\mu \operatorname{sen}\theta$$

$$v = \mu \cos\theta$$

in questo modo il vettore incognito diventa

$$\xi = \begin{vmatrix} Tx \\ Ty \\ r \\ s \\ u \\ v \end{vmatrix}$$

e il sistema può essere scritto

$$\begin{cases} x = T_x + rX + sY \\ y = T_y + uY + vX \end{cases}$$

ovvero in forma matriciale

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{X} & \mathbf{Y} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{T}_x \\ \mathbf{T}_y \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{s} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{vmatrix}$$

Il sistema può essere risolto algebricamente utilizzando almeno 3 punti doppi o meglio con il metodo dei minimi quadrati usando 4 o più punti doppi.

Una volta risolto il sistema l'angolo di rotazione e il fattore di scala si trovano con le formule:

$$\vartheta = \arctg\left(\frac{-u}{v}\right)$$

$$\lambda = \sqrt{r^2 + s^2} \cos \gamma$$

$$\mu = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\gamma = \arcsen\left(\frac{s}{\sqrt{r^2 + s^2}}\right) - \vartheta$$

Appendice D

Il laser scanner terrestre

L'introduzione sul mercato di strumenti capaci di acquisire migliaia di punti di uno spazio tridimensionale in pochi secondi, ha aggiunto nuove prospettive al rilievo metrico.

Accanto ai laser scanner aerei, basati essenzialmente sulla misura diretta della distanza lungo una direzione nota, sono stati proposti nuovi strumenti per le applicazioni terrestri basati su diversi principi di funzionamento. Se gli strumenti basati sul principio della misura diretta, possono essere considerati come una sorta di stazione totale, gli strumenti basati sull'intersezione in avanti, che utilizzino una o due camere digitali, possono esser considerati come particolari strumenti fotogrammetrici.

La vera novità consiste nel dover gestire uno strumento, che in modo del tutto autonomo, acquisisce punti senza alcun criterio; ne scaturisce il problema del dettaglio, in quanto alcuni punti saranno in abbondanza dove non servono e ne mancheranno laddove invece sono indispensabili per descrivere in modo appropriato le discontinuità della forma che si vuole rilevare.

Nelle applicazioni terrestri, ed in particolare nel rilievo degli oggetti architettonici ed archeologici, le cose sono più complesse rispetto alle applicazioni prettamente topografiche/cartografiche volte generalmente alla sola descrizione della superficie fisica terrestre, dell'edificato e delle infrastrutture; infatti le discontinuità presenti (si pensi ad esempio a quanto è articolato un fregio architettonico) sono assai numerose. Inoltre, mentre nelle applicazioni cartografiche (tramite laser scanner aereo) le accuratezze disponibili soddisfano in modo esaustivo anche le esigenze di cartografie a scala molto piccole (almeno fino a 1:1000), nelle applicazioni architettonico-civile-ambientale-geodetico, (tramite laser scanner terrestri), si opera con strumenti la cui precisione non sempre risponde alle esigenze del prodotto da rilevare e/o monitorare.

Il rilevatore si trova ad operare in un contesto in cui non può controllare il processo di acquisizione punto per punto (come avviene nella restituzione fotogrammetrica o nel rilievo topografico), ma deve piuttosto gestire una grande mole di dati in fase di post processamento.

I dati derivanti dagli strumenti laser scanner, sono diversi da quelli topografici e fotogrammetrici, non tanto per la modalità di acquisizione, quanto per il fatto che il rilievo delle forme avviene attraverso la costruzione di una nuvola di punti e non tramite il rilievo dei soli punti notevoli. Da qui l'esigenza di elaborare nuove tecniche di trattamento dei dati al fine di gestire grandi quantità di dati e di elaborarli tramite l'interpolazione di superfici tridimensionali.

La grande novità introdotta dalla ampia diffusione dei laser scanner è soprattutto legata alla possibilità di realizzare in maniera assai rapida un rilievo molto accurato e di forma pienamente tridimensionale, cosa che fino a pochi anni fa risultava assai difficile e onerosa sia in termini di tempo che di costi.

Poiché sono diverse le tecniche utilizzate per misurare gli elementi geometrici necessari alla determinazione delle coordinate tridimensionali dei punti acquisiti, si sono differenziati i i laser scanner terrestri rispetto agli altri strumenti di rilievo metrico, considerando le modalità con le quali operano. In tale ambito, uno strumento laser scanner è un qualsiasi dispositivo, che operando su una qualsiasi porzione fisica dell'oggetto, è in grado di acquisire le coordinate tridimensionali di punti in modo semi-automatico, creando una nuvola di punti di elevata densità e in tempo reale. In alcuni casi, i laser scanner possono registrare la riflettività in corrispondenza di ogni punto geometricamente acquisito.

I laser scanner terrestri, possono operare come strumenti stabili in posizioni fisse per il controllo di linee di produzione, il monitoraggio dei movimenti e delle deformazioni, il rilievo di alta precisione; oppure come strumenti mobili montati su treppiedi per il rilevo di oggetti vicini (da pochi centimetri a un chilometro) allo strumento.

Dal punto di vista del principio di acquisizione dei dati, i laser scanner terrestri, possono essere distinti in due categorie:

- 1) *scanner distanziometrici*;
- 2) *scanner triangolatori*

Laser scanner distanziometrici

I laser scanner distanziometrici, possono essere facilmente paragonati alle stazioni totali topografiche. La misura della posizione tridimensionale del punto, avviene infatti in coordinate sferiche. Per ogni punto acquisito sono misurati un angolo azimutale (orizzontale), un angolo zenitale (verticale) ed una distanza inclinata. Per tale motivo, spesso, sistemi a scansione laser terrestri sono considerati quali stazioni totali ad elevata automazione.

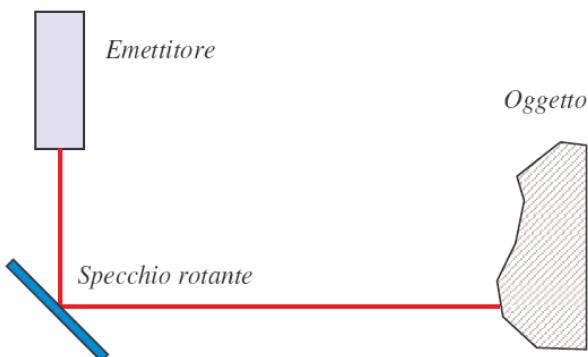


Figura 80. Schema di funzionamento laser scanner terrestre distanziometrico.

I laser scanner distanziometrici in genere, sono dotati di distanziometri laser ad impulso (che misurano quindi un tempo di volo) in quanto permettono di effettuare misure molto velocemente (circa 10'000 pti/sec) con precisioni elevate (dell'ordine dei 5 - 10 mm). La portata massima oggi raggiungibile con un sensore laser di classe 1 (quindi non pericoloso per la vista), è di circa 800 m. Se la distanza viene invece misurata per differenza di fase, lo strumento è più lento, ma più preciso e la portata di acquisizione diminuisce.

Differenze tra stazione totale e laser scanner

Esiste una sostanziale differenza tra i rilevamenti topografici con stazione totale e le acquisizioni laser scanner.

Quando si effettua un rilievo topografico classico, sono misurate le coordinate di punti particolari appartenenti all'oggetto, che devono essere ben riconoscibili all'occhio e che definiscono in genere la sagoma dell'oggetto stesso (come ad esempio spigoli, fessure...).

Nel caso di un rilievo laser scanner, invece, non vi è alcuna possibilità di scegliere i punti da rilevare. E' possibile generalmente definire solo l'area che si vuole acquisire e la densità di punti desiderata. Definiti tali parametri, l'acquisizione è completamente automatica. Il risultato del rilevamento è una nuvola di punti molto densa, ma con gli stessi distribuiti in modo casuale sull'oggetto.

Non è detto che siano sempre rilevati tutti i punti che classicamente sono invece misurati con le tecniche di topografia classica.

Per comprendere meglio quanto appena detto, si definisce in breve la stazione totale.

La stazione totale non è altro che un teodolite elettronico (strumento ottico a cannocchiale per la misura degli angoli azimutali e zenithali, utilizzato per rilievi geodetici e topografici) comprendente all'interno della sua struttura un distanziometro. Vi è la possibilità, quindi, di leggere direttamente su un display sia la distanza che le misure angolari effettuate. Non è raro l'utilizzo della stazione totale in abbinamento con un prisma (sia per aumentarne la portata che la

accuratezza); sebbene oggi esistano in commercio stazioni totali ad inseguimento dei prismi, generalmente l'utilizzo di una stazione totale richiede almeno 2 persone (una allo strumento e una come canneggiatore). Diversamente (almeno in teoria), l'utilizzo di un laser scanner necessita di un solo operatore.

Laser scanner triangolatori

I laser scanner triangolatori, sono strumenti che per la misurazione della posizione di punti, utilizzano il principio dell'intersezione in avanti. Si tratta di strumenti di forma allungata o a tubo, dotati di un diodo emettitore ed uno ricevitore posizionati agli estremi dello strumento stesso. Il segmento che unisce i due diodi è chiamato base e la sua dimensione non può superare alcuni limiti pratici di maneggevolezza (1 m circa). Da ciò ne consegue, ovviamente, un limite nella portata dello strumento.

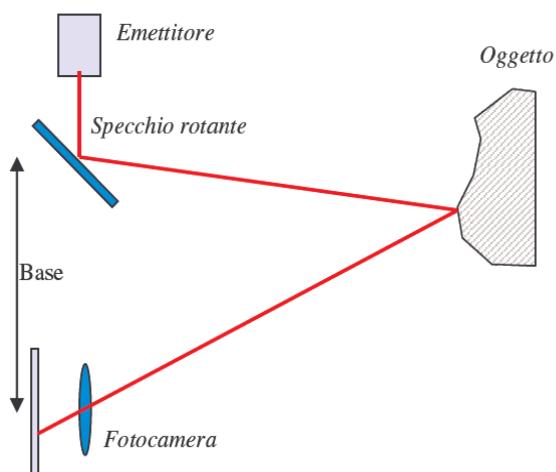


Figura 81. Schema di funzionamento laser scanner terrestre triangolatore

Per la determinazione della posizione del punto acquisito, sono misurati due angoli (l'angolo che si forma tra il raggio emesso e la base dello strumento, e l'angolo che si forma tra il raggio riflesso e la base) essendo già nota la base (distanza tra i 2 diodi, emettitore e ricevitore).

Tale geometria di acquisizione consente di ottenere precisioni molto elevate (sub-millimetriche) portate limitate (dell'ordine di qualche metro) e tempi d'acquisizione mediamente elevati.

Laser scanner terrestre RIEGL LMS-Z210ii

Lo scanner LMS-Z210ii può essere dotato di una fotocamera reflex calibrata, esterna e solidale con lo strumento. Le ottiche intercambiabili possono fornire i dettagli di un'immagine ad alta risoluzione da correlare all'informazione geometrica della nuvola di punti acquisiti. Inoltre, lo strumento ha un supporto per l'antenna GPS che permette di acquisire i dati già nel sistema di coordinate globali.

Lo strumento non è fornito di memoria interna e deve essere collegato ad un computer esterno (di solito un portatile) per lo scarico in tempo reale dei dati e una loro prima visualizzazione; inoltre anche le prime operazioni, preparatorie del rilievo vero e proprio (inquadratura della zona da rilevare, visibilità tra stazioni, passo della griglia $\theta\text{-}\phi$) vengono effettuate tramite il computer.

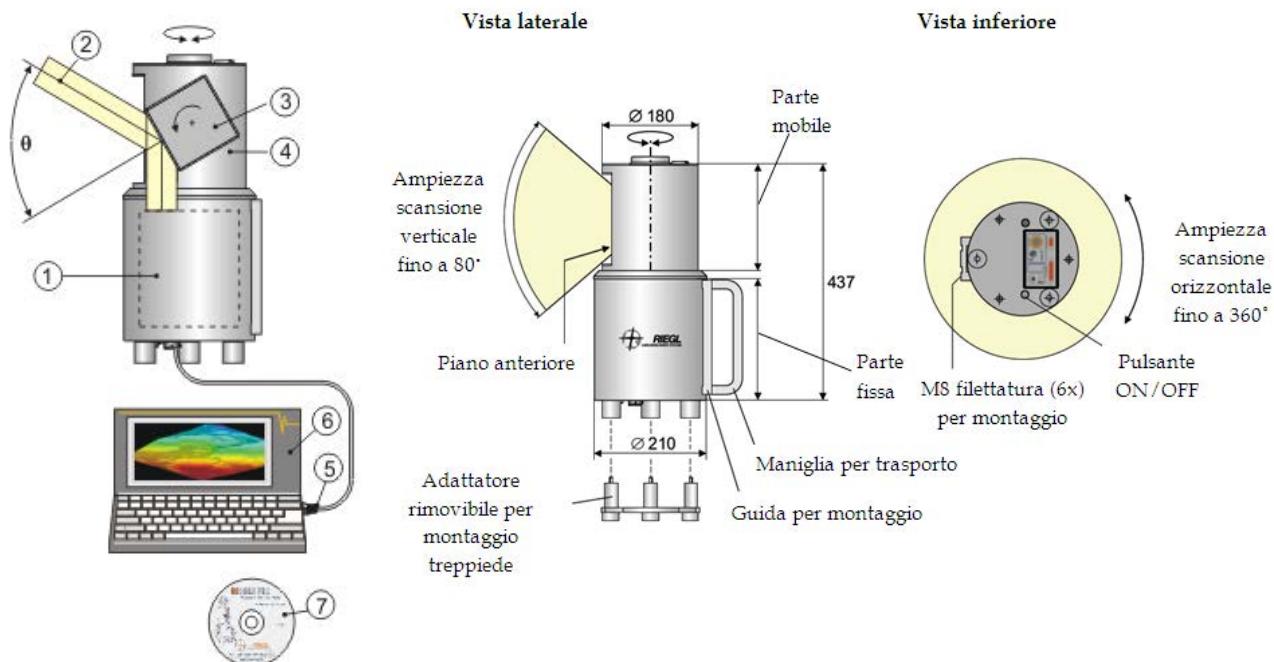


Figura 82. Costituenti e dimensioni del laser scanner Riegl LMS-Z210ii

La figura illustra le parti principali del laser scanner e le sue funzionalità basilari.

(1) Il telemetro elettronico del laser scanner è ottimizzato al fine di soddisfare le esigenze di alta velocità e di lungo raggio di scansione (ripetizione veloce del laser, rapidità di elaborazione del segnale, dati ad alta velocità di interfaccia)

(2) La deflessione verticale o linea di scansione del raggio laser, è realizzata da un poligono (3) con un determinato numero di superfici riflettenti.

(5) Il capo ottico viene utilizzato per la scansione orizzontale, detta anche cornice di scansione, e può ruotare completamente di 360°.

I dati della scansione (range, angoli, ampiezza del segnale) vengono trasmessi ad un computer portatile (6) attraverso il protocollo TCP/IP interfaccia Ethernet (5).

(7) Il software RISCAN PRO, permette all'operatore di eseguire un gran numero di operazioni, tra cui la configurazione del sensore, l'acquisizione, la visualizzazione, la manipolazione e l'archiviazione dei dati. Tale software può girare su Windows XP e 2000 SP2.

Bibliografia: *Forma Urbis*

- Bellori, G. P. (1673) *Fragmenta vestigi veteris Romae ex lapidibus Farnesianis nunc primum in lucem ediat cum notis, Roma*
- Carettoni, G. et alii (1960) *La pianta marmorea di Roma antica. Forma urbis Romae* (Roma 1960).
- Castagnoli, F (1985) "Un nuovo documento per la topografia di Roma antica", *Studi Romani* 33 (1985) 205-211
- Cecamore, C. (2002) "Le Curiae Veteres sulla Forma Urbis Marmorea e il pomerio romuleo secondo Tacito", *Römische Mitteilungen* 109 (2002) 43-58
- Coarelli(1985) *Il foro romano Roma*
- Coarelli, F. (1992) "Aedes Fortis Fortunae, Naumachia Augusti, Castra Ravennatum. La via Campana Portuensis e alcuni edifici adiacenti nella Pianta Marmorea Severiana", *Ostraka* 1 (1992) 39-54
- Codex Vaticanus Latinus* 3439, f. 13-23
- Cozza, L (1990) "Adonaea nella Pianta marmorea severiana", *Analecta Romana Instituti Danici* 19 (1990) 233-237
- Gatti, G. (1989) *Topografia ed edilizia di Roma antica*, Roma.
- Insalaco, A (2003) "Rilettura di un gruppo di frammenti della Forma Urbis" in A. Englen (ed.), *Caelius 1: Santa Maria in Domnica, San Tommaso in Formis e il Clivus Scauri* a cura di A. Englen pp 106-112 (Rome)
- Jordan, H (1874) *Forma Urbis Romae Regionum XIII* (Berlin 1874).
- Koller D., Levoy M. "Computer Aided Reconstruction and New matches in the Forma Urbis Romae" Conferenza "Formae Urbis Romae" Istituto Archeologico Germanico Roma 2004
- Lanciani , R (1893) *Forma Urbis Romae* (Milano 1893-1901).
- Lanciani, R (1899) "I nuovi frammenti della Forma Urbis." *Bullettino della Commissione Archeologica Comunale di Roma* 27 (1899) 3-21
- Lugli, P. M. (1992) "Considerazioni urbanistiche sulla Pianta Marmorea del Foro della Pace", *Bollettino di Archeologia* 16-18 (1992) 19-31
- Manacorda, D (2002) "Un nuovo frammento della Forma Urbis e le calcare romane del Cinquecento nell'area della Crypta Balbi", *Mélanges de l'Ecole Française de Rome, Antiquité* 114.2 (2002) 693-715
- Meneghini, R & Santangeli Valenzan, R. (2006) *Formae Urbis Romae: nuovi frammenti di piante marmoree dallo scavo dei Fori Imperiali*, Roma
- Reynolds, D. W. (1996) *Forma Urbis Romae: The Severan Marble Plan and the Urban Form of Ancient Rome* (PhD Diss. University of Michigan, 1996).
- Richardson, L. (1976) "The evolution of the Porticus Octaviae." *American Journal of Archaeology* 80 (1976) 57-64
- Rodriguez Almeida, E. (1981) *Forma Urbis Marmorea. Aggiornamento Generale* 1980 (Roma 1981).
- Rodríguez Almeida, E. (2002) *Formae Urbis Antiquae: le mappe marmoree di Roma tra la Repubblica e Settimio Severo* (Roma 2002).
- Staccioli, R. A. (1961) "Terme Minori e Balnea nella Documentazione della 'Forma Urbis'." *Archeologica Classica* 13 (1961) 92-102

Tucci, P. L. (2001) "Nuove acquisizioni sulla Basilica dei Santi Cosma e Damiano." *Studi Romani* 49.3-4 (2001) 275-293.

Tucci, P. L. (2004) "Eight fragments of the Marble Plan of Rome shedding new light on the Transtiberim" *Papers of the British School at Rome* 72 (2004) 185-202

Tuck, S. L. (2000) "A new identification for the 'Porticus Aemilia'." *Journal of Roman Archaeology* 13 (2000)

Bibliografia Calibrazione

- Brown, D. C (1971) "Close Range camera calibration", *Photogrammetric Engineering*, 37(8):855-866
- Caprile B., Torre V. (1990) "Using Vanishing Points for Camera Calibration", *The International Journal of Computer Vision*, 4(2):127-140
- Clarke T. A., Fryer J. G. "The development of camera calibration methods and models", *The Photogrammetric Record* 16(91): 51-66
- Gonzalez J. I. et alii (2007) "Comparative Analysis of Calibration Methods for a Static Camera" in *Computer Aided System Theory Eurocast 2007*, Berlino
- Gruen A., Beyer H.A. (2001) "System calibration through self-calibration", *Calibration and Orientation of Cameras in Computer Vision*. Springer Series in Information Sciences 34
- Guerchouce R., Coldefy F.(2007) "Camera Calibration Methods Evaluation Procedure for Images Rectification and 3D reconstruction" *The 5th International Conference on Computer Vision Systems*, Bielefeld
- Habib A. F. et alii "New Approach for Calibrating off-the-shelf Digital Cameras" *Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium* part A:144-149
- Hall E. L., Tio J.B.K., McPherson C. A., Sadjadi F. A.(1982) "Measuring curved surfaces for robot vision" *Computing Journal* 15: 42-54
- Jun Sik, Ho Won, In So (2002): "A Camera calibration method using Concentric circles for vision application" *The 5th Asian Conference on Computer Vision (ACCV)*, Melbourne. pp. 515-520
- Lili Ma, Yang Quan Chen, Kevin L. Moore: "A New Analytical Radial Distortion Model for Camera Calibration"
- Matsukoa et alii (2002) "A Study on Calibration of Digital Camera" *Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium* part B:176-183
- Meng X., Li H., Hu Z. (2003)"A New Easy Camera Calibration Technique Based on Circular Points" *Pattern Recognition* 5(36): 1155-1164
- Merchant et alii(2004) "USGS/OSU Progress with digital camera in situ calibration methods" XX *ISPRS Congress Istanbul*
- OM Technical Brief (www.optical-metrology-centre.com)
- Peipe J., Tecklenburg W.(2006) " Photogrammetric camera calibration software - A comparison" *Proceedings of the ISPRS Commission VI Symposium* Dresda
- Perko et alii (2005) "Geometrical Accuracy of Bayer Pattern Images" *WSCG Short papers* 117-120
- Psang D. Lin, Chi K. Sung (2007) "Comparing two new camera calibration methods with traditional pinhole calibrations" *Opt. Express* 15:3012-3022 .
- Remondino F., Fraser C. (2006) "Digital camera calibration methods: considerations and comparisons", *Proceedings ISPRS Commission V Symposium*, Dresda
- Salvi J., Armanguè X., Battle J. (2002) "A comparative review of camera calibrating methods with accuracy evolution", *Pattern Recognition* vol 35: 1617-1635
- Sun W.,Coperstock J. R.(2005) "Requirements for camera calibration: Must Accuracy Come with a High Price?" *Application of Computer Vision* 1(5-7): 356-361

Tsai, R. Y (1987) "A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine metrology using off-the-shelf cameras and lenses", *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(4): 323-344

Weng, J., Cohen, P. and Herniou, M., (1992) Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 14(10):965-980

Wiggenhagen (2002) "Calibration of Digital Consumer Cameras for Photogrammetric Applications" *IntArcPhRS, Comm III* vol 34 part B 301-304

Zhang, Z., 2000: A flexible new technique for camera calibration,1 Technical Report Microsoft ResearchMSR-TR-98-71

