

TP IMA 203. Méthodes variationnelles

Anissa
EL IDRISI—FEISSEL

1. Débruitage par régularisation quadratique

1. La fonction *resoud_quad_fourier* est utilisée dans la fonction *minimisation_quadratique* pour trouver l'image qui minimise la fonctionnelle E1 en définissant les filtres et les images cibles appropriés, puis en appelant *resoud_quad_fourier* avec ces valeurs.
2. Pour un λ faible l'image obtenue est très nette mais elle est encore très bruitée. A l'inverse, avec un λ élevé, l'image obtenue est débruitée mais elle est en revanche très floue.
3. Après avoir ajouté un bruit d'écart-type $\sigma = 5$, on trouve que $\lambda = 3,193$ afin d'obtenir $\|\tilde{u} - v\|^2 \sim \|u - v\|^2$.
4. Pour minimiser $\|\tilde{u} - u\|^2$, on trouve qu'il faut $\lambda = 1.18$.
On trouve donc qu'avec ces deux méthodes les deux λ optimaux ne sont pas les mêmes, même s'ils restent dans le même ordre de grandeur.

2. Débruitage par variation totale

2.1 Descente de gradient

En utilisant une descente de gradient et en utilisant différentes valeurs pour le pas de descente, on n'atteint pas toujours le même minimum d'énergie. En effet, un pas de descente trop grand peut faire diverger notre algorithme et à l'inverse un pas trop petit peut nécessiter de nombreuses itérations pour faire converger l'algorithme. Cela résulte dans une différence entre les minima d'énergie trouvés par l'algorithme.

2.2 Projection Chambolle

La méthode de Chambolle telle qu'implémentée dans le TP nous renvoie une image solution dont on calcule ensuite l'énergie. On se rend alors compte qu'elle permet d'obtenir une énergie inférieure à celle obtenue par descente de gradient quand on les compare à l'énergie initiale de l'image bruitée. En terme de vitesse, la méthode de Chambolle est plus intéressante que celle du gradient. La méthode de Chambolle est donc plus rapide et plus précise que la méthode de descente de gradient.

3. Comparaison

Avec une image bruitée par un bruit de 25, on trouve que le meilleur paramètre est pour la méthode TV $\lambda = 43,1$ et pour la méthode quadratique $\lambda = 1.18$.
On observe alors que la méthode TV préserve mieux les bords et les détails fins alors que la méthode quadratique nous renvoie une image plus lisse mais plus floue.

4. Déconvolution avec variation totale

4.1 Mise en application

Lorsqu'une image u est multipliée par 255, les gradients ∇u et le champ de vecteurs d , qui représente une approximation de ∇u sont tous les deux multipliés par 255. On a de plus, v qui est multiplié par 255.

Le terme $\|d\|_1 = \sum x \|d(x)\|$ est donc amplifié linéairement par la transformation, car chaque vecteur $d(x)$ est multiplié par 255. Ainsi : $\|d'\|_1 = 255 * \|d\|_1$. De plus, la différence $(d - \nabla u - bn)$ est aussi multipliée par 255. Donc on a :

$$\begin{aligned} E_{\text{split}}(u', d') &= \|Au' - v\|^2 + \lambda \|d'\|_1 + \gamma \|d' - \nabla u' - b'n\|^2 \\ &= \|255 * Au - 255 * v\|^2 + \lambda \|255 * d\|_1 + \gamma \|255 * d - 255 * \nabla u - 255 * bn\|^2 \\ &= 255^2 * \|Au - v\|^2 + 255 * \lambda \|d\|_1 + 255^2 * \gamma \|d - \nabla u - bn\|^2 \end{aligned}$$

On a donc $\lambda' = 255 * \lambda$ et $\gamma' = \gamma / 255^2$, en particulier lorsque $\gamma = 5$, pour maintenir un équilibre entre les deux énergies.