BIDET Emilien
DAHMANI Anisse
GROUPE 3

Rapport de projet

Probabilité et Statistiques

Partie probabilité :

Question 1 :

Calcul de la probabilité exacte pour que le joueur ait un full :

Après le turn :

Pour obtenir la probabilité d’avoir un Full après le turn, nous allons modéliser l’expérience par un tirage simultané :
Le nombre total de tirage est caractérisé ainsi : Nous allons tirer une carte pour le milieu parmi les cartes restantes :

$\textit{Cartes restantes} = \textit{Cartes} - \textit{Cartes en main} - \textit{Cartes sur table}$

$\Leftrightarrow \textit{Cartes restantes} = 52 - 2 - 3 = 47$

$$Card(\Omega) = \binom{47}{1}$$

$$\Leftrightarrow Card(\Omega) = 47$$

Soit l’événement : “F : Avoir un full”. Nous voulons que la carte du milieu tirée soit une des cartes parmis celle qui nous font avoir un full et parmis les cartes restantes, celles pouvant nous permettre d'obtenir un full sont les suivantes : 3 ♥ ; 3 ♣ ; 10 ♥ ; 10 ♣, il y en a un total de 4. Ainsi, nous pouvons donc déterminer la cardinalité de l’événement F :

$$Card(F) = \binom{43}{0} \times \binom{4}{1}$$

$$\Leftrightarrow Card(F) = 1 \times 4$$

$$\Leftrightarrow Card(F) = 4$$

La probabilité d’obtenir un full après le turn est donc de :

$$\mathbb{P}(F) = \frac{Card\,(F)}{Card\,(\Omega)}$$

$$\Leftrightarrow \mathbb{P}(F) = \frac{4}{47}$$

Avec cette main, après le turn, la probabilité d’obtenir un full est de $\frac{4}{47}$ (≃ 8.5%).

BIDET Emilien
DAHMANI Anisse
GROUPE 3

Après la river :

Pour obtenir la probabilité d'avoir un Full après la river, nous allons procéder comme précédemment et modéliser l'expérience par un tirage simultané :
Le nombre total de tirage devient donc : Nous allons tirer deux cartes pour le milieu parmi les cartes restantes :

$Cartes\ restantes\ = Cartes\ -\ Cartes\ en\ main\ -\ Cartes\ sur\ table$

$\Leftrightarrow Cartes\ restantes\ = 52 - 2 - 3 = 47$

$$Card(\Omega) = \binom{47}{2}$$

$$\Leftrightarrow Card(\Omega) = 1081$$

Soit l'événement : "F : Avoir un full". Nous voulons que le deux cartes du milieu tirées parmis les cartes restantes permettent au joueur d'obtenir un full. Les combinaisons pouvant nous permettre d'obtenir un full sont les suivantes :

- Une carte quelconque (ni 3 ni 10) + un 3 ou un 10,
- Un 3 + un 10,
- Deux valets.

Nous pouvons donc déterminer la cardinalité de F , qui est la somme des cardinalités de toutes les combinaisons.

$$Card(F) = \binom{43}{1} \times \binom{4}{1} + \binom{43}{0} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} + \binom{45}{0} \times \binom{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow Card(F) = 43 \times 4 + 1 \times 2 \times 2 + 1 \times 1$$

$$\Leftrightarrow Card(F) = 177$$

La probabilité d'obtenir un full après la river est donc de :

$$\mathbb{P}(F) = \frac{Card(F)}{Card(\Omega)}$$

$$\Leftrightarrow \mathbb{P}(F) = \frac{177}{1081}$$

Avec cette main, après la river, la probabilité d'obtenir un full est de $\frac{177}{1081} \simeq 0,164$ $(\simeq 16,4\%)$.

Le résultat est cohérent car la probabilité d'avoir un full à la river est bien supérieur à celle de l'avoir au turn.

BIDET Emilien
DAHMANI Anisse
GROUPE 3

Partie Statistiques :

Question 2 :

Pour déterminer si le joueur A a le profil d'un joueur passif/large, nous allons devoir faire des tests du Chi2. Pour une raison de précision, nous avons décidé de déterminer la moyenne des p-value pour toutes les actions (Raise, Check...).

Soit l'hypothèse nulle : "Le joueur A a le profil d'un joueur passif/large" et l'hypothèse alternative : "Le joueur A n'a pas le profil d'un joueur passif/large". Nous commençons par calculer la p-value de l'action Fold de joueur A, pour cela nous allons d'abord calculer la valeur de test.

Fold	Valeur de la main			
Valeur	[0; 0.3]	]0.3; 0.6]	]0.6; 0.8]	]0.8; 1]
Fréquence	19%	15%	10%	2%
Effectifs observés	22	27	8	4
Effectifs attendus	$61 \times 19\% \approx 12$ 12	$61 \times 15\% = 9$ 9	$61 \times 10\% \approx 6$ 6	$61 \times 2\% \approx 1$ 1

Nous pouvons donc calculer Y^2 pour déterminer la p-value :

$$Y^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

$$\Leftrightarrow Y^2 = \frac{(22-12)^2}{12} + \frac{(27-9)^2}{9} + \frac{(8-6)^2}{6} + \frac{(4-1)^2}{1}$$

$$\Leftrightarrow Y^2 = 54$$

On connaît Y^2 donc on peut calculer p-value à partir de la formule en sachant que X^2 suit une loi à 3 degré de liberté :

BIDET Emilien
DAHMANI Anisse
GROUPE 3

`1-scipy.stats.chi2(54, df=3) = 1.12e-11` $= 1.12 \times 10^{-11}$

$\Leftrightarrow\ p - value = 1.12 \times 10^{-11}$

Pour les autres actions restantes, le schéma est répété :

	Valeur de la main			
	[0; 0.3]	]0.3; 0.6]	]0.6; 0.8]	]0.8; 1]
Fold	$p - value = 1.12 \times 10^{-11}$			
Fréquence	19%	15%	10%	2%
Effectifs observés	22	27	8	4
Effectifs attendus	12	9	6	1
Check	$p - value = 1.17 \times 10^{-4}$			
Fréquence	62%	39%	24%	22%
Effectifs observés	35	28	9	1
Effectifs attendus	45	28	18	16
Call	$p - value = 6.93 \times 10^{-5}$			
Fréquence	17%	40%	52%	55%
Effectifs observés	11	11	10	4
Effectifs attendus	6	14	19	20
Raise	$p - value = 1.68 \times 10^{-19}$			
Fréquence	2%	6%	14%	21%
Effectifs observés	2	6	39	35
Effectifs attendus	2	5	11	17

Ensuite, on calcule la moyenne de 4 différents p-value par action :

$$Moyenne\ de\ p - value = \frac{1.12\times10^{-11}+1.17\times10^{-4}+6.93\times10^{-5}+1.68\times10^{-19}}{4} \approx 4.66 \times 10^{-5}$$

Nous trouvons une p-value de 4.66×10^{-5}, ce qui est bien inférieur à 95%, nous pouvons dire que nous rejetons l'hypothèse que le joueur A est passif/large.

Question 3 :

Pour déterminer le profil d'un joueur en fonction de ces précédents coups, nous allons devoir effectuer des tests statistiques du Chi2.
Pour chaque profil (Passif/large, Passif/serré…), nous allons calculer la p-value moyenne, elle correspondra à la p-value moyenne des actions (Fold, Call…), qui elle correspondra à la p-value entre le profil courant, l'action courante et les données du joueur.
Ce qui se modélise par deux boucles "For" imbriquées, d'abord pour chaque profil puis pour chaque action nous allons calculer la p-value entre la fréquence du profil et la fréquence observé du joueur.
A la fin du traitement, on obtient donc un tableau avec pour chaque profil, la p-value qui lui est associé, on décrète donc que le profil du joueur le plus probable est celui qui a la p-value la plus proche de 1.

```
Joueur A : Agressif/serré
Joueur B : Agressif/serré
Joueur C : Passif/serré
Joueur D : Passif/large
Joueur E : Agressif/large
Joueur F : Passif/large
```

Il est donc probable que les joueurs correspondent aux profils suivants mais on ne peut pas être en être assuré. De plus, si le joueur est éloigné de tous les profils, la fonction renverra le profil le plus probable, ce qui pourrait se résoudre avec un test sur la p-value maximal pour voir si oui ou non il est cohérent de ne pas rejeter cette hypothèse.

Nous pourrions maintenant améliorer nos calculs de probabilités en effectuant du multi-threading et pourquoi pas combiner la partie statistique et la partie probabilité pour avoir un assistant capable de nous conseiller sur ce que l'on doit faire à un instant T.
Ce mini projet était super intéressant, un peu court, nous sommes restés sur notre faim pour le côté programmation mais sinon c'est vraiment chouette de passer par ce genre de cas concret !