

## STRESZCZENIE PL

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie matematycznych modeli systemów rekomendujących, ich charakterystyka oraz wskazanie praktycznych zastosowań.

Praca składa się z sześciu rozdziałów. Pierwszy rozdział pracy to wstęp, a ostatni posumowanie. Rozdział 2. zawiera wykaz oznaczeń, przypomnienie podstawowych definicji z zakresu algebry liniowej oraz rachunku prawdopodobieństwa i statystyki wykorzystanych w dalszych częściach pracy. W rozdziale 3. przedstawione zostały elementy eksploracji danych stanowiące nieodzowną część systemów rekomendujących. Zaczęto od wstępnego przetwarzania danych oraz definicji i twierdzeń związanych z miarami podobieństwa i technikami redukcji wymiaru ze szczególną uwagą poświęconą rozkładowi według wartości osobliwych. Następnie opisano metody eksploracji danych - algorytmu  $k$  - najbliższych sąsiadów i algorytmu  $k$  -średnich oraz oceny dokładności i jakości modeli. Rozdział 4. opisuje modele tworzenia rekomendacji. Zostały tu zawarte sformułowania definicji związanych z systemami rekomendującymi, informacje dotyczące systemów opartych na treści, filtrowania kolaboratywnego oraz systemów kontekstowych. Rozdział został wzbogacony o algorytmy i przykłady, które pokazują zastosowanie poszczególnych metod. Ostatni rozdział to praktyczne zastosowanie filtrowania kolaboratywnego. W rozdziale tym została umieszczona przykładowa implementacja algorytmu wraz z komentarzami wyjaśniającymi poszczególne kroki.

Istotnym wkładem własnym, który został zaprezentowany w tej pracy to przeanalizowanie modelu SVD, wyprowadzenie warunków równoważnych temu rozkładowi w postaci lematów i ich udowodnienie. Dodatkowo analiza twierdzenia Eckard-Younga i uzupełnienie jego dowodu. Wprowadzono również algorytmy, które uwzględniają elementy obliczeń matematycznych kryjące się pod modelami oraz przedstawiono przykłady zastosowań algorytmów.

## STRESZCZENIE EN

The aim of this thesis is to present mathematical models of recommender systems including their characterization and indication of practical applications.

The thesis consists of six chapters. The first chapter is the introduction and the last summary. Chapter 2. contains a list of markings, basic definitions in the field of linear algebra and the theory of probability and statistics that are used in further parts of the thesis. Chapter 3. presents data mining elements, which are the part of recommender systems. In this part has been included information about preprocessing of data, definitions and theorems related to similarity measures and dimensional reduction techniques. Next, we describing two methods of data mining. It is algorithm  $k$ -nearest neighbors and the  $k$ -means algorithm. The last part of this chapter is connected with accuracy and quality of the models. Chapter 4. describes the models for creating recommendations. In sections of this chapter are included definitions related to recommender systems, information connected with content-based systems, collaborative filtering and context-aware recommender systems. The chapter has been filled with algorithms and examples that show the use of individual methods. The last chapter is it

the practical application of collaborative filtering. This chapter presents an example of the algorithm implementation. An important contribution that was presented in this thesis is analysis of the SVD model and conditions equivalent to it, which are presented in form of lemmas and proved. In addition, analysis of Eckhart-Young's theorem and its proof. There are also introduced algorithms that present elements of mathematical calculations hidden under models and examples illustrating them.