CALCULADORA DE CAMPO ELÉCTRICO EN SISTEMAS CON SIMETRÍA INSUFICIENTE

Maria Jose Jaimes Gelves CC 1094247691
Orly de Jesús Rivera Cruz CC 1137977500

Descripción del problema

En electrostática, el análisis del campo magnético generado por una distribución de carga depende en gran medida de la simetría del sistema. Para distribuciones con simetría esférica, cilíndrica o planar se puede integrar analíticamente la ecuación de Coulomb o utilizar la Ley de Gauss.
Sin embargo, cuando el sistema carece de una simetría espacial clara, el cálculo del campo eléctrico se vuelve extremadamente complejo e incluso inviable analíticamente.
Este problema limita la capacidad de comprender y predecir el comportamiento del campo eléctrico en situaciones reales, puesto que en muchos casos de la realidad se ausenta esta simetría ideal.
Para abordar esta limitación, se propone desarrollar un programa en Python que permita modelar y visualizar el campo eléctrico de sistemas con diversas geometrías, principalmente aquellas que no presentan una geometría clara. Este enfoque permitirá evitar el uso de integrales imposibles de resolver analíticamente, y ofrecerá una representación gráfica clara de la magnitud y dirección del campo eléctrico.
Este problema cobra vital importancia en el diseño de dispositivos electromagnéticos, y en el análisis de sistemas físicos complejos en micro y nano escala. Además, aporta herramientas visuales útiles para el aprendizaje y análisis de conceptos fundamentales de la Física.

Ecuaciones relevantes:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r^2}\,\hat{r} \qquad (1)$$

$$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} \qquad (2)$$

$$dL = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \qquad (3)$$

$$\hat{r} = cos(\theta_x)\hat{\imath} + cos(\theta_y)\hat{\jmath} + cos(\theta z)\hat{k} \qquad (4)$$

Objetivo General:

Analizar el comportamiento del campo eléctrico en sistemas que carecen de simetría suficiente, mediante la representación de líneas de campo generadas a partir de distribuciones arbitrarias de carga.

Objetivos específicos:

1. Interpolar las líneas de campo por medio de la simulación de trayectorias de partículas puntuales bajo la acción de campo.
2. Desarrollar una función computacional en Python que permite calcular el vector campo eléctrico en cualquier punto del plano, dada la configuración arbitraria del sistema.
3. Construir una malla numérica que permita calcular y visualizar el potencial eléctrico en cada punto del espacio simulado.

Conceptos a aplicar

Integración, Derivación e Interpolación.

Para describir el campo eléctrico en todos los puntos del plano y/o espacio de un sistema se divide la fuerza eléctrica dada por la Ley de Coulomb (1) entre una carga de prueba, tomando un diferencial de carga entre la distancia al cuadrado (2), para poder integrar en coordenadas cartesianas lo tomaremos como se muestra en la ecuación (3), de esta manera obteniendo una forma general para el campo eléctrico obteniendo sus direcciones con sus cosenos directores (4) que se calculan por medio de las distancias entre los puntos y el punto indicado.
Una vez obtenido el campo eléctrico en el plano y/o espacio, se puede simular la trayectoria de una carga de prueba dejando que actúe su fuerza para después frenar de golpe para evitar que gane momentum, así obtenemos posiciones las cuales van por las líneas de campo asociadas al sistema.

Metodología

Para abordar el cálculo del campo eléctrico en sistemas sin simetría clara, se desarrollará un programa en Python utilizando principalmente las bibliotecas NumPy, Matplotlib, SciPy y SymPy. Inicialmente, se define la geometría del sistema a estudiar, particularmente un cable cuya forma se representará como una función de “x” en un intervalo finito. Luego, se calcula su diferencial de longitud de curva para obtener el diferencial de carga. Para ello, se intentará obtener la derivada analítica de la función mediante SymPy. Si no es posible, se usará derivación numérica con SciPy. Una vez obtenida la derivada, se puede calcular (2), el cual se usa como base para encontrar el campo eléctrico en cada punto del espacio, utilizando (1) se intentara resolver esta integral de forma analítica con SymPy, sin embargo, debido a su geometría en la mayoría de casos será necesario integrar numéricamente utilizando SciPy.

Con el campo eléctrico definido, se simula la trayectoria de la partícula de prueba en pasos de tiempo muy pequeños. Estas trayectorias permiten obtener puntos a lo largo de las líneas de campo eléctrico, que luego serán suavizadas mediante algún método de interpolación. Además, se hará una matriz de puntos coordenados para calcular el potencial eléctrico en cada uno de ellos. Al aprovechar la vectorización de los datos, se podrá integrar sobre la matriz y obtener directamente una malla numérica del potencial.
Es importante tener en cuenta que el uso de métodos analíticos produce errores más bajos, en sistemas de geometría compleja suele ser necesario recurrir a métodos numéricos, los cuales pueden presentar errores por cancelaciones sustractivas o redondeos. No obstante, dichos errores no son tan significativos como para invalidar el modelo.

Resultados esperados

Esperamos graficar varias líneas de campo equiespaciadas de cada sistema que indiquen si salen o entran en determinadas regiones del sistema, para visualizar el comportamiento general del campo
Se espera obtener una gráfica del sistema con los datos de la matriz del potencial eléctrico, visualizados directamente sobre los puntos previamente definidos.
Se planea acoplar las gráficas del campo eléctrico con las del potencial eléctrico, mostrando de forma simultánea la relación entre las líneas de campo y los valores del potencial.

Referencias:

Zemansky, M. W., Young, H. D., & Freedman, R. A. (2009). *Física universitaria con física moderna, Vol. 2* (12ª ed.). Pearson Educación.

- Capítulo 21, Sección 21.3: **Ley de Coulomb** (p. 716); Sección 21.4: **El campo eléctrico y las fuerzas eléctricas** (p. 721); 21-6: **Líneas de campo eléctrico** (p. 733)
- Capítulo 23, Sección 23.1: **Energía potencial eléctrica** (p. 780)

Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable* (7ª ed.). Cengage Learning.

- Capítulo 2, Sección 2.7: **Derivadas y razones de cambio** (p. 140)
- Capítulo 5, Sección 5.2: **La integral definida** (p. 378)
- Capítulo 7, Sección 7.7: **Integración aproximada**(p.488)
- Capítulo 8, Sección 8.1: **Longitud de arco** (p. 522)