Capítulo 1

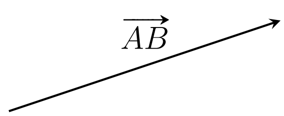
Álgebra Vetorial e Geometria Analítica

Para iniciar os estudos de Álgebra Linear, é interessante apresentar, inicialmente, conceitos básicos para visualizar e estruturar o conhecimento. Nesse sentido, entender vetores na perspectiva geométrica, ou seja, no plano ($\mathbb{R}^2$) ou no espaço ($\mathbb{R}^3$), é mais intuitivo em um primeiro contato. Nos próximos capítulos, em especial no capítulo 3, a definição de vetores será ampliada para outros espaços vetoriais, com um maior nível de abstração.

1.1 Álgebra Vetorial

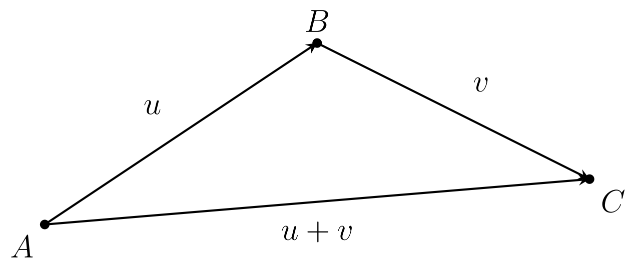
Definição 1.1.1. ***Vetores (geometricamente)*** *são objetos matemáticos que possuem módulo, direção e sentido.*

Usualmente, um vetor é representado por segmentos de retas orientados equipolentes, ou seja, que apresentam mesmo tamanho, direção e sentido.



Note que, pela definição, um vetor não possui "origem fixa"e pode ser representado por diferentes segmentos de reta orientados.

Definição 1.1.2. *Sejam u e v vetores representados por $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$, respectivamente. A* ***soma de vetores*** *$u+v$ é definida como o vetor representado pelo segmento de reta orientado $\overrightarrow{AC}$*



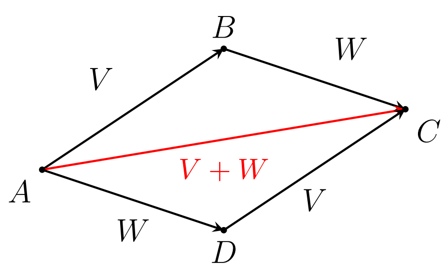
Proposição 1.1.3. *Sejam V, W e U vetores. A soma de vetores segue as seguintes propriedades:*

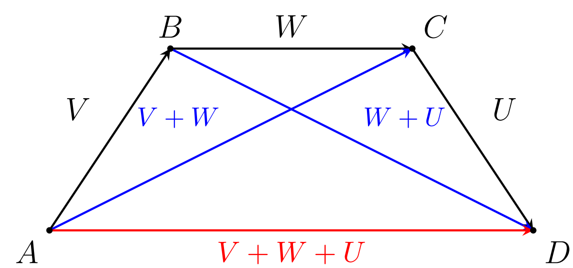
i) $V + W = W + V$ *(comutatividade)*

ii) $V + (W + U) = (V + W) + U$ *(associatividade)*

iii) $\exists$ *vetor* $\bar{0}$, *tal que* $V + \bar{0} = V$ *(existência do elemento neutro/vetor nulo)*

Abaixo seguem ilustrações das propriedades i) e ii).





Definição 1.1.4. *Seja V um vetor. Seu* ***simétrico****, denotado por $-V$, é o vetor tal que*

$$V + (-V) = \bar{0}$$

Definição 1.1.5. *Sejam V e W vetores. A* ***diferença** W **menos** V* *é definida como*

$$W - V = W + (-V)$$

Definição 1.1.6. *Sejam $V \neq \bar{0}$ um vetor e $\alpha \neq 0$ um escalar (ou seja, um número real). A* ***multiplicação do vetor** V **por um escalar** α*, *denotada por αV, é definida pelo vetor tal que:*

i) seu módulo é $|\alpha| * |V|$, onde $|V|$ é o módulo de V;

ii) a direção é a mesma de V;

iii) tem sentido de V se $\alpha > 0$, e sentido de $-V$ se $\alpha < 0$.

1.2 Geometria Analítica

1.3 Matrizes como Vetores