

Univerzitet u Banjaluci
Elektrotehnički fakultet
Katedra za opštu elektrotehniku
Osnovi digitalne obrade signala

Domaći zadatak 1

Karplus-Strong sinteza zvuka

Objavljen: 13.05.2024. godine

Rok za predaju: 27.05.2024. godine

Karplus-Strong, poznat i kao “digital” (od digitalna gitara) algoritam¹ omogućava jednostavnu sintezu prilično realističnih tonova žičanih instrumenata. Osnovna blok-šema Karplus-Strong sintetizatora je prikazana na Slici 1. Vidimo da se sistem sastoji od linije za kašnjenje dužine N i povratne veze u kojoj se nalazi filter čija je funkcija prenosa $H_d(z)$. U osnovnom algoritmu u povratnoj vezi je jednostavan filter prvog reda

$$H_d(z) = \frac{1 + z^{-1}}{2}. \quad (1)$$

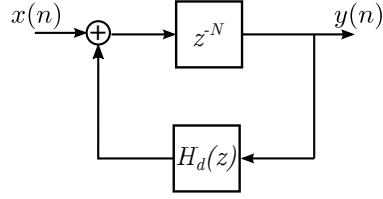
Sistem se pobuđuje uzorkom bijelog šuma dužine N odmjeraka. Možemo primjetiti da se radi o modifikaciji sinteze pomoću talasne tabele (wavetable). Sinteza pomoću talasne tabele u povratnoj vezi ne koristi filter pa se na izlazu periodično ponavlja isti uzorak signala. Sa druge strane, u slučaju Karplus-Strong sinteze u svakom “periodu” se uzorak signala u određenoj mjeri promijeni korištenjem filtra u grani povratne veze čime se dobija kvazi-periodični signal koji zvuči realističnije. Ukupno kašnjenje koje sistem unosi je $N + \frac{1}{2}$ odmjeraka pa je osnovna frekvencija rezultujućeg tona jednaka

$$F_0 = \frac{F_s}{N + \frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Korištenjem (2) je moguće izračunati potrebnu dužinu linije za kašnjenje za željenu osnovnu frekvenciju tona i korištenu frekvenciju odmjeravanja. Međutim, zbog ograničenja da dužina linije za kašnjenje mora biti cijeli broj, frekvencije realizovanih tonova mogu odstupati od željenih.

Nedostatak korištenja usrednjavanja u dvije tačke u grani povratne veze je nemogućnost precizne kontrole nad trajanjem tona. Naime, originalni algoritam generiše visoke tonove koji traju kraće od dubokih tonova. Ovakvo ponašanje je očekivano za žičane instrumente. Međutim, raspon između

¹K. Karplus and A. Strong, “Digital synthesis of plucked string and drum timbres,” *Computer Music Journal*, vol. 7, no. 2, pp. 43-55, 1983.



Slika 1: Osnovna blok-šema Karplus-Strong sintetizatora.

trajanja dubokih i visokih tonova je prevelik tako da visoki tonovi traju vrlo kratko, a duboki neprirodno dugo. Ako se usrednjavanje u dvije tačke zamijeni filtrom čija je funkcija prenosa oblika²

$$H_d(z) = \rho [(1 - S) + Sz^{-1}] . \quad (3)$$

Trajanje tona se sada može kontrolisati pomoću parametara $0 < \rho \leq 1$ i $0 < S < 1$. Vrijednost parametra ρ se može izračunati korištenjem formule

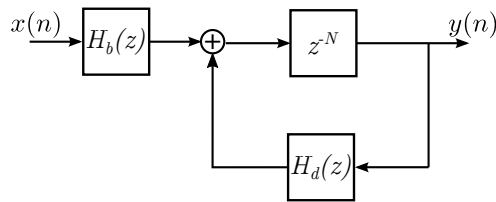
$$\rho = 0.001^{\frac{1}{F_0 t_{60}}} , \quad (4)$$

gdje je F_0 osnovna frekvencija tona, a t_{60} je vrijeme za koje intenzitet tona opadne za 60 dB. Kada je vrijednost parametra $S = \frac{1}{2}$ generisani ton će imati najkraće trajanje, a kada se vrijednost ovog parametra približava 0 ili 1 trajanje tona se produžava.

Utica j mjest a na kojem se žice trzaju može se modelovati filtriranjem ulaznog bijelog šuma češljastim filtrom čija je funkcija prenosa

$$H_b(z) = 1 - z^{-\lfloor \beta N \rfloor} , \quad (5)$$

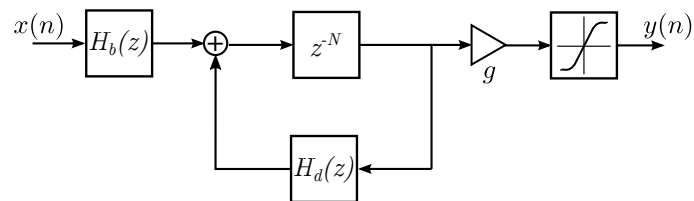
kao što je prikazano na Slici 2. Pozicija na žicama je određena vrijednošću parametra $\beta \in \langle 0, 1 \rangle$.



Slika 2: Karplus-Strong sintetizator sa češljastim filtrom na ulazu.

Često korišten nelinearni gitarski efekat u rok muzici je overdrajv koji se postiže korištenjem pojačavača sa simetričnim zasićenjem. Statička karakte-

²D. A. Jaffe and J. O. Smith, "Extensions of the Karplus-Strong plucked string algorithm," *Computer Music Journal*, vol. 7, no. 2, pp. 56-69, 1983.



Slika 3: Blok šema Karplus-Strong sintetizatora sa kontrolom trajanja tona, pozicije trzanja žica i overdrajv nelinearnim efektom na izlazu.

ristika ovog nelinearnog efekta je data jednačinom

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{3}, & x \leq -1 \\ x - \frac{x^3}{3}, & -1 < x < 1 \\ \frac{2}{3}, & x \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

Konačna blok šema sintetizatora je data na Slici 3.

Zadaci

1. Odrediti funkciju prenosa za sistem prikazan na Slici 1.
2. Nacrtati amplitudnu i faznu karakteristiku sistema za sintezu tona A iz četvrte oktave čija je frekvencija 440 Hz i frekvenciju odmjeravanja od 48 kHz. Frekvencijsku osu označiti u Hercima. Polazeći od znanja o obliku spektra pobudnog signala (bijeli šum), komentarisati zašto je ovaj sistem pogodan za sintezu tonova.
3. Napisati funkciju u Pythonu koja, korištenjem Karplus-Strong algoritma, generiše ton zadate frekvencije (u Hercima) i trajanja (u sekundama) za datu frekvenciju odmjeravanja (u Hercima).
4. Testirati funkciju iz prethodne tačke na primjeru generisanja tona A iz četvrte oktave. Koristiti frekvenciju odmjeravanja od 48 kHz. Reprodukovati ton. Trajanje tona treba da bude 1 sekunda. Nacrtati talasni oblik generisanog signala (kao kontinualni signal) sa vremenskom osom označenom u sekundama. Nacrtati amplitudni spektar generisanog signala sa frekvencijskom osom označenom u Hercima.
5. Napisati kod u Pythonu koji, korištenjem funkcije iz tačke 3, generiše C-dur ljestvicu. Frekvencije tonova i formulu za njihovo izračunavanje možete naći na https://en.wikipedia.org/wiki/Piano_key_frequencies. Reprodukovati generisani signal i sačuvati ga u WAV fajlu. Kolike su stvarne frekvencije tonova ljestvice generisanih realizovanim sintetizatorom?

6. Napisati funkciju u Pythonu kojom je implementiran Karplus-Strong sintetizator sa filtrom u grani povratne sprege kojim je moguće kontrolisati trajanje tona. Pored zadate frekvencije tona, njegovog trajanja i frekvencije odmjeravanja, ulazni argumenti ove funkcije treba da budu i parametri t_{60} i S iz (3) i (4).
7. Demonstrirati uticaj parametara t_{60} i S na trajanje tonova C-dur ljestvice.
8. Položaj trzalice na žicama se može kontrolisati tako što se kao pobudni signal ne koristi bijeli šum već signal dobijen filtriranjem bijelog šuma češljastim FIR filtrom čija je funkcija prenosa (5). Modifikovati funkciju iz tačke 6 tako da se ulazni signal prvo filtrira češljastim FIR filtrom. Parametar β treba da bude dodatni ulazni argument ove funkcije, pored već postojećih.
9. Demonstrirati uticaj vrijednosti parametra $\beta \in \{0.01, 0.1, 0.5, 0.9\}$ na tonove C-dur ljestvice.
10. Modifikovati funkciju iz tačke 8 tako da uključuje implementaciju overdrajv efekta sa pojačanjem g koje se može zadati kao ulazni argument.
11. Na tonovima C-dur ljestvice demonstrirati overdrajv efekat sa pojačanjem $g = 1000$ prije nelinearnosti (6).
12. Napisati funkciju koja korištenjem neke od funkcija iz tačaka 6, 8 ili 10 generiše akord koji se sastoji od tonova zadatih frekvencija. Akord na gitari se može posmatrati kao niz tonova odsviranih istovremeno uz malo kašnjenje početaka pojedinih tonova.
13. Korištenjem sintetizatora realizovanog u nekoj od tačaka 6, 8 ili 10 odsvirati kompletnu kompoziciju. Mogući primjeri su kompozicije sa <http://arcadetones.emuunlim.com/>, ali možete izabrati i sopstvenu.

Detalji predaje radova: Nakon završetka kompletnog projekta, najkasnije do navedenog roka, predaje se Jupyter Notebook koji sadrži programski kod i tekst sa svim važnim detaljima o projektovanju i implementaciji vašeg sintetizatora:

- Izvedene analitičke izraze,
- Grafike generisanih signala,
- Amplitudne i fazne karakteristike filtara, odnosno spektre signala,
- Analizu dobrih strana i nedostataka,

- Prijedloge poboljšanja,
- Uputstvo za upotrebu,
- Ovaj dokument treba da bude obrađen na računaru.

Način rada i ocjenjivanje: Zadatak se radi individualno. Međusobne konsultacije između studenata i sa predmetnim nastavnikom i asistentom su dozvoljene, ali svaki student treba da preda originalno rješenje. U slučaju prepisivanja odgovarajući radovi će biti ocijenjeni sa nula poena.

Oprema: Za rad na ovom zadatku studentima je na raspolaganju računarska oprema u Laboratoriji za digitalnu obradu signala.

Predmetni nastavnik i asistent