Anfängerpraktikum 2015/2016

Versuch

Durchführung: TT.MM.JJ

Clara Rittmann[1]
Anja Beck[2]

Betreuer:
Max Mustermann

[1] clara.rittmann@gmail.com
[2] anja.beck@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

[1] Der Lock-In-Verstärker hilft beim Messen stark verrauschter Signale. Er besteht aus den Bauteilen: Bandpassfilter, Phasenverschieber, Signalmischer und ein Tiefpass, der als Integrierglied verwendet wird. Durch die richtige Anordnung der Bauteile kann eine Konfiguration erzielt werden, die eine viel höhere Güte hat als ein einfacher Bandpassfilter d.h. die Frequenzen werden genauer heraus gefiltert.
Das verrauschte Messsignal U_{sig} setzt sich aus vielen verschiedenen Schwingungen unterschiedlicher Frequenz zusammen. In einem Bandpassfilter werden die Anteile der Rauschfrequenz herausgenommen, die weit von der Frequenz des Signals abweichen.
Danach wird eine Rechteckspannung gleicher Frequenz als Referenzsignal U_{ref} erzeugt und mit dem Signal gemischt, genauer multipliziert. Das Rechtecksignal wird im Folgenden durch seine Fourierreihe dargestellt. Sind die beiden gemischten Signale

$$U_{sig} = U_0 \sin(\omega t) \quad \text{und} \tag{1}$$

$$U_{ref} = \frac{4}{\pi}\left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega t) + ...\right) \tag{2}$$

in Phase, so entsteht ein Signal:

$$U_{out} = \frac{2}{\pi}U_0\left(1 - \frac{2}{3}\cos(2\omega t) - \frac{2}{15}\cos(4\omega t) - \frac{2}{35}\cos(6\omega t)\right) \quad . \tag{3}$$

Über einen Tiefpass erhält man eine Gleichspannung mit der selben Spannung

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} \quad . \tag{4}$$

Sind das Mess- und das Referenzsignal zueinander um den Winkel ϕ phasenverschoben, wird die Gleichspannung geringer und errechnet sich nach:

$$U_o ut = \frac{2}{\pi}U_0 \cos(\phi) \quad . \tag{5}$$

[1] nach: Anleitung zu V103: Biegung elastischer Stäbe, Anfängerpraktikum TU Dortmund WS 2015/16, http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V103.pdf

2 Aufbau und Ablauf des Experiments

3 Auswertung

3.1 Statistische Formeln

3.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von N Messungen der Größe x berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} x_i \ , \tag{6}$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} (x_i - \bar{x})^2 \tag{7}$$

woraus die Standardabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \tag{8}$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \ , \tag{9}$$

kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein.

3.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare (x_i, y_i) durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{10}$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{11}$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{12}$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \ . \tag{13}$$

s_y ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\Delta y_i)^2}{n-2} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - b - m x_i)^2}{n-2} \tag{14}$$

4 Diskussion