technische universität dortmund

fakultät physik

Anfängerpraktikum 2015/2016

Versuch

Durchführung: TT.MM.JJ

Clara Rittmann[1]
Anja Beck[2]

Betreuer:
Max Mustermann

[1]clara.rittmann@gmail.com
[2]anja.beck@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

Ein LC-Schwingkreis besteht aus einer Spule mit der Induktivität L und einem Kondensator mit der Kapazität C. Die Spule speichert ein magnetisches Feld und der Kondensator ein elektrisches. In dem Schwingkreis wechseln sich beide Felder periodisch ab mit der Folge, dass sich der Stromfluss mit gleicher Periode umkehrt. Zwei LC-Schwingkreise können durch einen weiteren Kondensator C_K gekoppelt werden (siehe Abbildung (Anleitung 2)).
Der Stromfluss in beiden einzelnen gekoppelten Kreisen wird durch die Kirchhoffschen Regeln bestimmt.

$$I_\text{K} = I_1 - I_2 \tag{1}$$
$$U_\text{1C} + U_\text{1L} + U_\text{K} = 0 \tag{2}$$
$$U_\text{2C} + U_\text{2L} + U_\text{K} = 0 \tag{3}$$

Die gekoppelten Differentialgleichungen für beide Schwingkreise folgen mit

$$U_\text{C} = \frac{1}{C}\int I \mathrm{d}t \quad \text{und} \quad U_\text{L} = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}x} \quad . \tag{4}$$
$$\text{1. DGL:} \quad L\frac{\mathrm{d}^2 I_1}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{C}I_1 + \frac{1}{C_\text{K}}(I_1 + I_2) = 0 \tag{5}$$
$$\text{2. DGL:} \quad L\frac{\mathrm{d}^2 I_2}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{C}I_2 - \frac{1}{C_\text{K}}(I_1 + I_2) = 0 \tag{6}$$

Die Lösungen sind abhängig von den Anfangsamplituden I_{10} des erstem Schwingkreises und I_{20} des zweiten Schwingkreises, sowie den Frequenzen ν^+ und ν^-.

$$I_1(t) = \frac{1}{2}(I_{10} + I_{20})\cos\bigl(2\pi\nu^+ t\bigr) + \frac{1}{2}(I_{10} - I_{20})\cos\bigl(2\pi\nu^- t\bigr) \tag{7}$$
$$I_2(t) = \frac{1}{2}(I_{10} + I_{20})\cos\bigl(2\pi\nu^+ t\bigr) - \frac{1}{2}(I_{10} - I_{20})\cos\bigl(2\pi\nu^- t\bigr) \tag{8}$$

Die Frequenzen sind

$$\nu^+ = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{und} \tag{9}$$
$$\nu^- = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_\text{K}}\right)^{-1}}} \quad . \tag{10}$$

Nun werden wichtige Spezialfälle dieses komplexen Verhaltens beschrieben. Die zwei **Fundamentalschwingungen** zeichnen sich dadurch aus, dass die Anfangsamplituden I_{10} und I_{20} gleich groß sind ($|I_{10}| = |I_{20}|$). Sind beide Schwingkreis in Phase ($I_{10} = I_{20}$) schwingen sie mit der Frequenz $\nu+$. Sind die Schwingkreise um eine halbe Periode phasenverschoben ($I_{10} = -I_{20}$) schwingen sie mit der etwas höheren Frequenz $\nu-$.
Das Phänomen der **Schwebung** tritt auf, wenn einer der Kreise stimuliert wird bzw. eine Anfangsamplitude hat und der andere Kreis keine Anfangsamplitude aufweist

und die Frequenzen ν^+ und ν^- nahezu übereinstimmen.

$$I_1 = I_{10} \cos\big(\pi(\nu^+ + \nu^-)t\big) \cdot \cos\big(\pi(\nu^+ - \nu^-)t\big) \tag{11}$$
$$I_2(t) = I_{10} \sin\big(\pi(\nu^+ + \nu^-)t\big) \cdot \sin\big(\pi(\nu^+ - \nu^-)t\big) \tag{12}$$

Es entsteht eine Schwingung (siehe Abbildung (Abb.3)) mit den Frequenzen der einzelnen Schwingkreisen

$$\nu = \pi(\nu^+ + \nu^-) \tag{13}$$

und einer Schwebungsfrequenz von

$$f = 2\pi(\nu^+ + \nu^-) \quad . \tag{14}$$

Es handelt sich um einen periodischen Energieaustausch zwischen den beiden Schwingkreisen mit der Schwebungsfrequenz.

Entweder ich habe einen großen Denkfrehler, oder die Anleitung ist an dieser Stelle falsch und verstauch die Frequenz mit der Winkelgeschwindigkeit?! Es geht um Formel (12) und (13) in Vergleich mit dem Fließtext oben auf Seite 302.

2 Aufbau und Ablauf des Experiments

Ein Schaltkreis wie in Abbildung (VERWEIS) dargestellt ist die Grundlage für alle Messungen. Die Als erstes müssen die Frequenzen der beiden Schwingkreise aufeinander abgestimmt werden, da eine der Kapazitäten variabel ist.
Die Schwebung wird untersucht, indem einer der beiden Schwingkreise mit einem einzelnen Impuls (bzw. Rechteckimpuls mit einer viel kleinerer Frequenz als der Schwing- und Schwegunsfrequenz) angeregt wird. Es sollen die Maxima der Schwingung innerhalb einer Schwebungsperiode für verschiedene Kapazitäten des Kondensators C_{K} auf einem Oszilloskop beobachtet werden.
Des weiteren werden die Frequenzen der Fundamentalschwingungen auf zwei Methoden bestimmt. Zuerst wird der Erreger durch eine Sinusspannung ersetzt und mit Hilfe von Lissajous-Figuren festgestellt, für welche Frequenzen bei Variation der Erregerfrequenz beide Schwingkreise um die Phasen 0 und π verschoben sind. Bei der zweiten Methode erzeugt man ein kontinuierliches Frequenzspektrum und zeichnet den Stromverlauf des rechten Schwingkreises über die Zeit auf. Wenn der Strom ein Maximum einnimmt, ist die Frequenz gerade $\nu+$ oder ν^-.

3 Auswertung

3.1 Statistische Formeln

3.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von N Messungen der Größe x berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} x_i \ , \tag{15}$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} (x_i - \bar{x})^2 \tag{16}$$

woraus die Standardabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \tag{17}$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \ , \tag{18}$$

kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein.

3.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare (x_i, y_i) durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{19}$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{20}$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{21}$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \ . \tag{22}$$

s_y ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta y_i)^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - b - mx_i)^2}{n-2} \tag{23}$$

4 Diskussion