

ANFÄNGERPRAKTIKUM 2015/2016

Das Geiger-Müller-Zählrohr

Durchführung: 28.06.16

1. Abgabe

Clara RITTMANN¹
Anja BECK²

Betreuer:
Christian EBBERG

¹clara.rittmann@tu-dortmund.de

²anja.beck@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Aufbau	2
1.2	Funktionsweise	2
2	Aufbau und Ablauf des Experiments	5
3	Auswertung	6
3.1	Statistische Formeln	6
3.1.1	Fehlerrechnung	6
3.1.2	Regression	7
3.2	Zählrohr-Charakteristik	8
3.3	Zeit bis zur Nachentladung	10
3.3.1	Bestimmung der Totzeit	11
3.3.2	Freigesetzte Ladungen pro Impuls	11
4	Diskussion	13

1 Theorie

1.1 Aufbau

In Abbildung 1 ist der Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohrs zu sehen. Es besteht aus einer Anode und einer Kathode, die zusammen einen Zylinderkondensator bilden. Das Elektrische Feld ist radialsymmetrisch

$$E(r) = \frac{U}{r \ln\left(\frac{r_k}{r_a}\right)} . \quad (1)$$

In Abbildung 1 fallen die Teilchen durch das Eintrittsfenster von links in das Zählrohrvolumen ein. Es ist mit Edelgas gefüllt, das durch die Strahlung ionisiert werden soll. Da Strahlung stark mit Materie wechselwirkt sollte das Eintrittsfenster, wie in der Abbildung eingezeichnet, aus einem „dünnwandigen Material mit Atomen niedriger Ordnungszahl“ [V703] (Mylar-Folie) bestehen. Alternativ könnte die Kathode auch aus einer Drahtspirale bestehen durch dessen Windungen sich die Teilchen bewegen können.

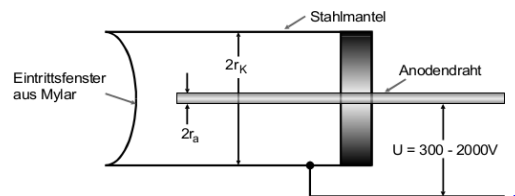


Abbildung 1: Grundsätzlicher Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohrs [V703]

1.2 Funktionsweise

Ein geladenes Teilchen, das in das Zählrohr eindringt, ionisiert die Gasatome. Dabei verliert es jedes Mal einen (sehr kleinen) Teil seiner Energie und bewegt sich solange weiter fort, bis seine gesamte Energie aufgebraucht ist. Bei jeder Ionisation entstehen ein Elektron und ein positiv geladener Atomrumpf. Die Anzahl dieser Ionenpaare ist proportional zur ursprünglichen Teilchenenergie.

Die Elektronen

Was nach der Ionisation mit den Elektronen geschieht, hängt von der angelegten Spannung ab. Es können die nachfolgenden Bereiche, die in Abbildung 2 dargestellt sind, unterschieden werden.

- I** Ist die Spannung klein, reicht die Beschleunigung des elektrischen Felds nicht aus, um die Elektronen bis zur Anode zu bringen. Die meisten rekombinieren vorher mit den Atomrümpfen. Mit ansteigender Spannung sinkt die Rekombinationswahrscheinlichkeit schnell ab.
- II** Irgendwann ist die Spannung so groß, dass quasi alle Elektronen den Draht erreichen. Dann ist der zwischen Anode und Kathode fließende Strom proportional zu Energie und Intensität der Strahlung. In diesem Bereich kann man das Rohr auch als Ionisationskammer bezeichnen.

- III** Die Elektronen werden auf dem Weg zum Draht immer stärker beschleunigt. Es gibt einen Spannungswert, ab dem ihre Energie groß genug ist, um ihrerseits wieder Atome durch Stöße zu ionisieren (Stoßionisation). Die Zahl der Ionisationen steigt lawinenartig an, man spricht hierbei von einer Townsend-Lawine. Die Ladungsmenge $Q = n \cdot e$, die pro einfallendem Strahlungsteilchen am Draht ankommt, ist nun ausreichend groß, um einen messbaren Stromimpuls zu verursachen. Da Q und somit auch der Strompuls nach wie vor proportional zur Energie (und Intensität) der Strahlung ist, spricht man von einem Proportionalzählrohr.
- IV** Die Spannung ist schließlich so groß, dass die Energie der Elektronen ausreicht, um durch inelastisches Stoßen die Atome anzuregen, die deshalb UV-Photonen emittieren. Die Photonen haben genug Energie, um Atome zu ionisieren. Da sie allerdings elektrisch neutral sind können sie sich auch senkrecht zum elektrischen Feld bewegen. Die Ionisationslawinen finden nun nicht mehr nur lokal, sondern im gesamten Volumen des Zylinders statt. Die am Draht ankommende Ladung Q ist jetzt nur noch proportional zur Intensität, nicht mehr zur Energie der Strahlung. Da der durch Q verursachte Strom so groß ist, dass er leicht detektiert werden kann, ist dieser Bereich gut für die Intensitätsmessung von Strahlung geeignet. Hier ist auch der eigentliche Arbeitsbereich des Geiger-Müller-Zählrohrs.

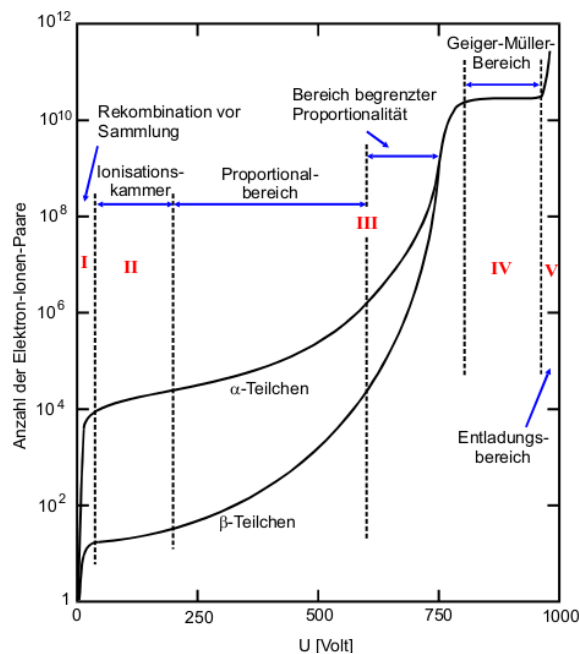


Abbildung 2: Anzahl der durch Ionisation frei gewordene Elektronen in Abhängigkeit von der angelegten Spannung

Die Atomrümpfe

Die Ionen können aufgrund ihrer großen Masse nicht so schnell zur Kathode wandern, wie die Elektronen zum Draht. Durch ihre positive Ladung schwächen sie das elektrische Feld ab, sodass es für eine Zeit T nicht mehr zu Stoßionisationen kommen kann. Das heißt es

kann keine Elektronenlawine und keine Photonen-Emissionen geben und ein einfallendes Teilchen kann nicht detektiert werden. Deshalb wird T auch Totzeit genannt.

Die Ionen bewegen sich zur Kathode und die effektive Feldstärke steigt an. Es beginnt die Erholungszeit T_E , in der wieder Elektronenlawinen möglich sind. Allerdings werden die Ionen an der Zylinderwand nicht nur neutralisiert, sondern lösen auch durch Stoß Elektronen aus der Metalloberfläche aus. Diese Sekundärelektronen werden beschleunigt und ionisieren Atome, sodass erneut mehrere Impulse detektiert werden, die aber nicht von Strahlung verursacht wurden. Dieser Vorgang wird als Nachentladung bezeichnet.

Durch Zugabe von Alkoholdampf in das Zählrohr können die Nachentladungen gemindert werden. Dann stoßen die ionisierten Atomrümpfe auf ihrem Weg zur Kathode mit den Alkoholmolekülen und da die Ionisierungsenergie des Alkohols kleiner ist, als die der Ionen, werden die Alkoholmoleküle ionisiert. Sie wandern statt den Atomrümpfen zur Kathode und werden dort neutralisiert. Ihre Energie reicht nicht aus um noch ein Elektron aus der Kathode zu schlagen, sondern geht in die Molekülschwingung. Ist die angelegte Spannung allerdings zu hoch, kommt es auch bei den Alkoholmolekülen zu zahlreichen Nachentladungen, die in eine Dauerentladung über gehen und durch den ständig fließenden hohen Strom das Zählrohr zerstören (Bereich **V** in Abb. 2).

Charakteristik

Als Charakteristik eines Zählrohrs bezeichnet man die Abhängigkeit der registrierten Elektronen am Draht in Abhängigkeit von der angelegten Spannung, bei konstanter Strahlungsintensität. Das in Abbildung 3 eingezeichnete Plateau ist ein Maß für die Güte des Zählrohrs. Je flacher und länger, desto besser, jedoch ist eine Steigung von Null ein Ideal, das aufgrund von Nachentladungen selbst mit Alkoholdampf nicht erreichbar ist.

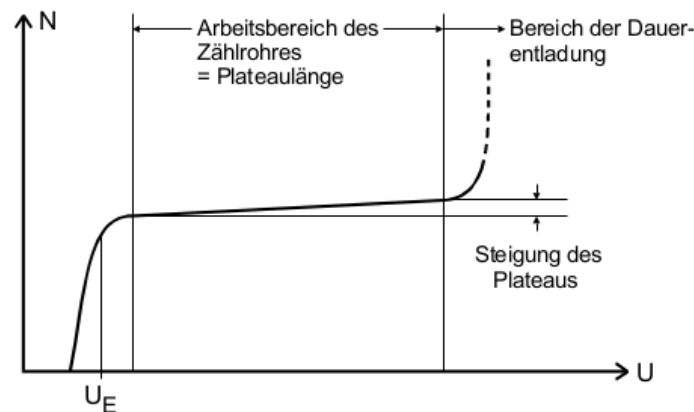


Abbildung 3: Charakteristik eines Zählrohrs

2 Aufbau und Ablauf des Experiments

Abbildung 4 zeigt den schematischen Aufbau der verwendeten Versuchsanordnung. Als Strahlungsquelle wird Thallium 204, ein Beta-Strahler verwendet. Der Zähler zählt die Pulse pro 10 s.

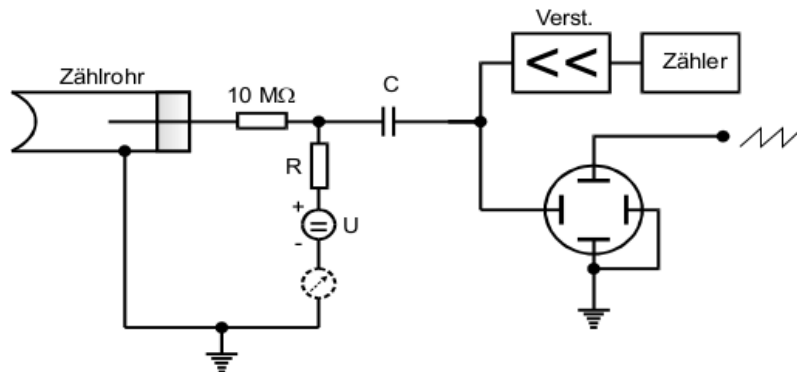


Abbildung 4: Versuchsaufbau

Messung

Zunächst wird die **Charakteristik** des Zählrohrs in einem Bereich von 0 – 700V aufgenommen. Die Intensität der Strahlung sollte dafür nicht zu hoch sein, da sonst wesentliche Totzeitkorrekturen gemacht werden müssten.

Zur Bestimmung der **Nachentladung** wird ein Oszilloskop verwendet, das die Strompulse über der Zeit anzeigt. Im Zählrohr wird eine Spannung U 350 V eingestellt, sodass kaum Nachentladungen auftreten. Die Strahlungsintensität wird dann soweit verringert, dass nur ein einziger von einem β -Teilchen stammender Puls zu sehen ist. Die Spannung wird dann auf etwa 700 V erhöht. Nun können die Nachentladungen am Oszilloskop, als weitere Impulse gesehen werden. Die Differenz zwischen Teilchen-Peak und Nachentladungs-Peak wird abgelesen.

Die **Totzeit** kann ganz ähnlich bestimmt werden. Die Intensität wird so groß wie möglich gewählt. Die Differenz zwischen Beginn des Teilchen-Peaks und Beginn des Nachentladungs-Peaks wird abgelesen.

Zusätzlich wird die **Totzeit** mit Hilfe einer zweiten Quelle gemessen. Es wird dazu zunächst die Pulse, die eine Quelle abgibt. Dann die Pulse, die zwei Quellen zusammen emittieren und dann die zweite einzeln. Da die Summe der beiden einzelnen Messungen größer ist, als die der gemeinsamen Messung muss die Totzeit eine relevante Rolle spielen.

Zuletzt wird die **freigesetzte Ladung pro Teilchen** gemessen. Hierfür werden wieder Impulse in einem Zeitintervall gezählt und zudem wird der dabei fließende Strom auf dem Ampère-Meter abgelesen.

3 Auswertung

3.1 Statistische Formeln

3.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von N Messungen der Größe x berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (2)$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (3)$$

woraus die Standardabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \quad (4)$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}, \quad (5)$$

kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein.

Des weiteren ist die Gaußsche Fehlerfortpflanzung definiert als

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A(x_1, \dots, x_N)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (6)$$

3.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare (x_i, y_i) durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (7)$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (8)$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (9)$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (10)$$

s_y ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2}{n - 2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - b - m x_i)^2}{n - 2} \quad (11)$$

3.2 Zählrohr-Charakteristik

Für die Zählrohr-Charakteristik werden in Zeitintervallen von $\Delta t = 10$ s Impulse (Counts) N für verschiedene angelegte Spannungen gemessen. Die Zählrate Z entspricht der Anzahl der Pulse pro Sekunde. Der Fehler der statistischen Poisson-Verteilung ist

$$\sigma_N = \sqrt{N}$$

$$\Rightarrow \sigma_Z = \sqrt{N}/\Delta t \quad .$$

Die Messdaten (siehe Tabelle 1) sind in Abbildung 5 dargestellt.

Tabelle 1: Daten der Zählrohr-Charakteristik

U / V	Z / Counts/s	ΔZ / Counts/s	U / V	Z / Counts/s	ΔZ / Counts/s
0.00	0.00	0.00	330.00	524.90	7.24
50.00	0.00	0.00	340.00	546.30	7.39
100.00	0.00	0.00	350.00	542.10	7.36
150.00	0.00	0.00	360.00	559.20	7.48
200.00	0.00	0.00	370.00	540.20	7.35
250.00	0.00	0.00	380.00	551.30	7.42
300.00	0.00	0.00	400.00	560.60	7.49
303.00	0.00	0.00	450.00	551.20	7.42
305.00	0.00	0.00	500.00	561.00	7.49
306.00	0.00	0.00	550.00	557.80	7.47
307.00	0.00	0.00	600.00	563.20	7.50
308.00	0.00	0.00	620.00	576.40	7.59
309.00	273.50	5.23	650.00	581.00	7.62
310.00	482.80	6.95	670.00	617.10	7.86
320.00	517.00	7.19	700.00	611.50	7.82

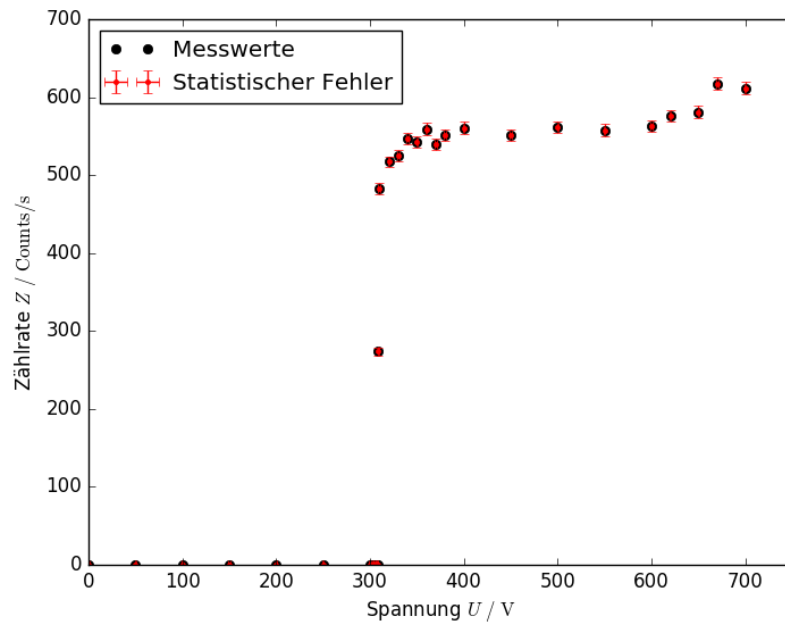


Abbildung 5: Alle Messdaten Zählrohr-Charakteristik

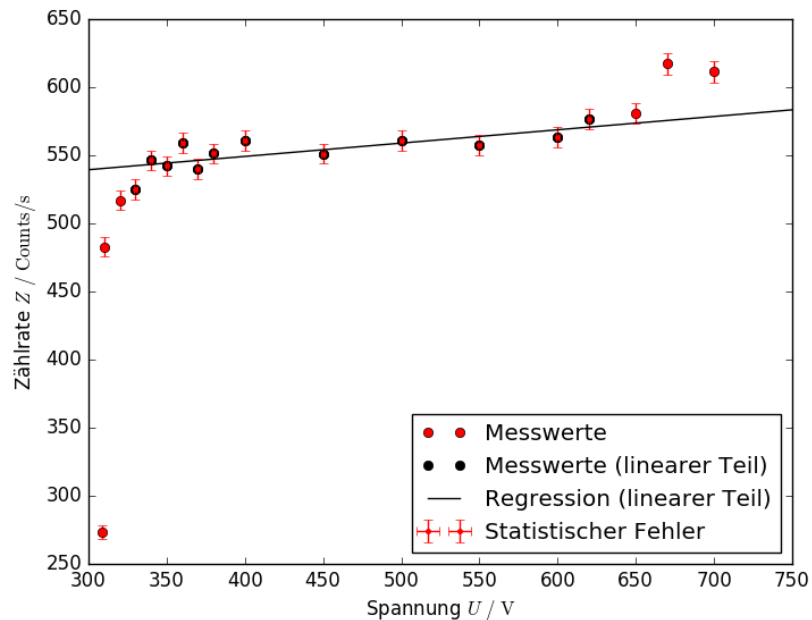


Abbildung 6: Regression an den linearen Anteil der Messdaten der Zählrohr-Charakteristik. Die ausgenommenen Datenpunkte sind rot gekennzeichnet und die Daten, die in der Regression berücksichtigt sind, schwarz.

Die Steigung des Plateaus wird mit Hilfe einer Regression an den linearen Teil der Messdaten (siehe Abbildung 6) ermittelt. Die Regression und Fehlerrechnung wird mit Hilfe der Pythonversion 3.5.1 durchgeführt. Für die Regressionsvorschrift

$$Z = m \cdot U + b \quad (12)$$

folgen die Fit-Parameter

$$m = (0.10 \pm 0.03) \frac{1}{\text{V s}} \quad , \quad (13)$$

$$b = (510 \pm 12) \frac{1}{\text{s}} \quad . \quad (14)$$

Die Steigung s soll nun in $\%/100 \text{ V}$ angegeben werden.

$$s = 100 \cdot \frac{Z_2 - Z_1}{Z_A} \cdot \frac{\%}{100 \text{ V}} \quad (15)$$

Hierbei entspricht Z_A dem Wert der linearen Regression an der Stelle U_A , der Mitte des Plateaus, Z_1 dem Wert an der Stelle $U_A - 50 \text{ V}$ und Z_2 dem Wert zu $U_A + 50 \text{ V}$.

$$U_A = 490.0 \text{ V} \quad Z_A = (558 \pm 17) \frac{1}{\text{s}} \quad (16)$$

$$U_1 = 440.0 \text{ V} \quad Z_1 = (553 \pm 16) \frac{1}{\text{s}} \quad (17)$$

$$U_2 = 540.0 \text{ V} \quad Z_2 = (563 \pm 18) \frac{1}{\text{s}} \quad (18)$$

Aus diesen Werten folgt eine Steigung von

$$s = 1.8 \pm 0.4 \frac{\%}{100 \text{ V}} \quad . \quad (19)$$

3.3 Zeit bis zur Nachentladung

Die Zeit bis zur Nachentladung wird auf dem Oszilloskop abgelesen. Bei einer Spannung von 350 V werden

$$t = (70 \pm 10) \mu\text{s} \quad (20)$$

gemessen und bei einer Spannung von 700 V

$$t = (70 \pm 10) \mu\text{s} \quad . \quad (21)$$

Der Wert schwankte sehr stark und eventuell ist der Fehler sogar noch größer einzuordnen.

3.3.1 Bestimmung der Totzeit

Die Totzeit T wird auf zwei Arten bestimmt: Mit Hilfe einer Probe und dem Oszilloskop und mit Hilfe der Zählraten zweier Proben.

Das Ablesen am Oszilloskop liefert bei einer Spannung von 700 V eine Totzeit von

$$T = (30 \pm 10) \mu\text{s} \quad . \quad (22)$$

Für die Messung mit zwei Proben gilt

$$T = \frac{Z_1 + Z_2 - Z_{1+2}}{2Z_1Z_2} \quad . \quad (23)$$

Bei einer Messzeit von 60 Sekunden wurden folgende Impulszahlen gemessen. Der Fehler entspricht wieder der Poisson-Statistik:

$$\begin{aligned} N_1 &= 14\,866 \pm 122 \\ N_{1+2} &= 31\,548 \pm 178 \\ N_2 &= 17\,281 \pm 141 \end{aligned}$$

Mit $Z = N/60\text{ s}$ folgt daraus eine Totzeit von

$$T = (70 \pm 29) \mu\text{s} \quad . \quad (24)$$

3.3.2 Freigesetzte Ladungen pro Impuls

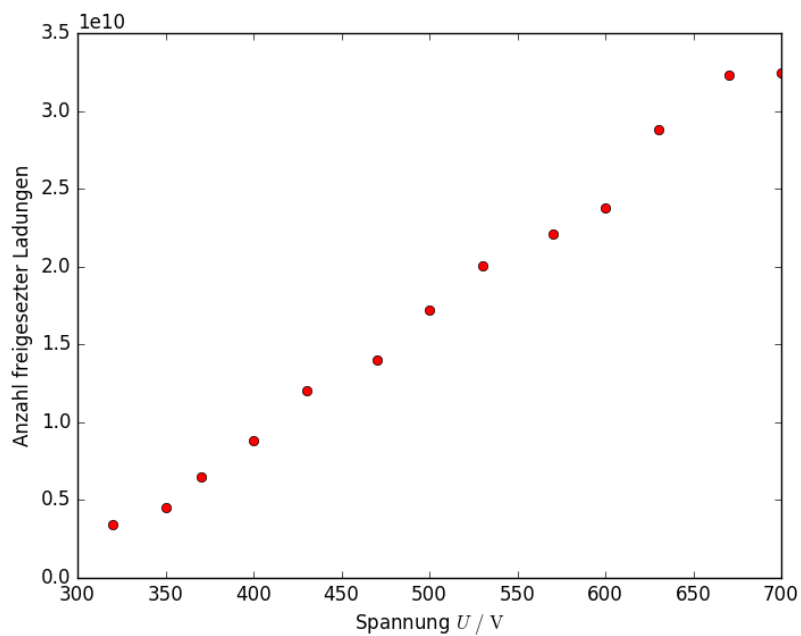
In einer letzten Messung wird zusätzlich zu der Anzahl der Impulsen N der Strom I gemessen, um herauszufinden, wie viele Elektronen mit der Elementarladung $e \approx -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ durch ein Strahlungsteilchen freigesetzt werden. Die Messzeit beträgt 10 Sekunden. Mit $Q = I \cdot t$ folgt:

$$\frac{\text{Elektronen}}{\text{Count}} = \frac{Q}{e \cdot \text{Counts}} = \frac{I \cdot t}{e \cdot \text{Counts}} \quad . \quad (25)$$

Die errechneten Werte sind in Tabelle 2 dargestellt. Der lineare Zusammenhang zwischen der angelegten Spannung und den registrierten Ladungen ist in Abbildung 7 ersichtlich.

Tabelle 2: Messung zur Bestimmung der freigesetzten Ladungen pro Impuls

U / V	N	$I / \mu\text{A}$	$e \cdot 10^9$
320	2710	0.15	3.45
350	2777	0.20	4.50
370	2872	0.30	6.52
400	2831	0.40	8.82
430	2861	0.55	12.00
470	2896	0.65	14.01
500	2896	0.80	17.24
530	2799	0.90	20.07
570	2825	1.00	22.09
600	2891	1.10	23.75
630	2819	1.30	28.78
670	3089	1.60	32.33
700	3075	1.60	32.48

**Abbildung 7:** Die Anzahl der registrierten Ladungen pro einfallendem Elektron der β -Strahlung in Abhängigkeit der angelegten Spannung

4 Diskussion

In diesem Versuch ist es schwierig, die Genauigkeit der Messungen zu bestimmen, da sowohl die Totzeit und als auch die Nachentladungszeit gerätspezifische Größen sind. Sie können nicht mit Literaturwerten verglichen werden. Die in diesem Versuch berechnete Steigung des Plateaus des Geiger-Müller-Zählrohrs soll möglichst gering sein. Sie ist auch recht klein, was gute Zählrohre auszeichnet:

$$s = 1.8 \pm 0.4 \frac{\%}{100 \text{ V}} \quad . \quad (26)$$

Die Nachentlagungszeit ist für $V = 350 \text{ V}$ ebenso wie für $V = 700 \text{ V}$ gerade

$$t = (70 \pm 10) \mu\text{s} \quad . \quad (27)$$

Wobei es sehr schwierig war, die Zeitdifferenz am Oszilloskop abzulesen. Die schwankte sehr stark. Vermutlich ist der Fehler hier sogar etwas zu gering gewählt.

Die im nächsten Versuchsteil bestimmte Nachentladungszeit wird auf zwei verschiedene Wege ermittelt. Am Oszilloskop abgelesen ist die Zeit T_1 und mit Hilfe zweier Proben berechnet ist die Zeit T_2 . Die Werte unterschieden sich voneinander, haben aber zumindest dieselbe Größenordnung

$$T_1 = (30 \pm 10) \mu\text{s} \quad , \quad (28)$$

$$T_2 = (70 \pm 29) \mu\text{s} \quad . \quad (29)$$

Pro einreffendes Elektron der β -Strahlung werden zirka 10^{10} geladene Teilchen freigesetzt. Die Anzahl der freigesetzten Ladungen ist proportional zu Spannung (siehe Abbildung 7). Gerade bei dieser Messung liegt eine hohe Ungenauigkeit vor. Der gemessene Strom schwankte trotz konstanter angelegter Spannung sehr stark. Trotzdem ist ein qualitativer Zusammenhang gut erkennbar.

Abbildungsverzeichnis

1	Grundsätzlicher Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohrs [V703]	2
2	Anzahl der durch Ionisation frei gewordene Elektronen in Abhängigkeit von der angelegten Spannung	3
3	Charakteristik eines Zählrohrs	4
4	Versuchsaufbau	5
5	Alle Messdaten Zählrohr-Charakterisitk	9
6	Regression an den linearen Anteil der Messdaten der Zählrohr-Charakterisitk. Die ausgenommenen Datenpunkte sind rot gekennzeichnet und die Daten, die in der Regression berücksichtigt sind, schwarz.	9
7	Die Anzahl der registrierten Ladungen pro einfallendem Elektron der β - Strahlung in Abhängigkeit der angelegten Spannung	12

Tabellenverzeichnis

1	Daten der Zählrohr-Charakteristik	8
2	Messung zur Bestimmung der freigesetzten Ladungen pro Impuls	12