

# ANFÄNGERPRAKTIKUM 2015/2016

## Grundlagen der Ultraschalltechnik

Durchführung: 31.05.16

Clara RITTMANN<sup>1</sup>  
Anja BECK<sup>2</sup>

*Betreuer:*  
Jessica GARCZARCZYK

---

<sup>1</sup>clara.rittmann@tu-dortmund.de

<sup>2</sup>anja.beck@tu-dortmund.de

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Schallwellen . . . . .	2
2.2	Verfahren der Ultraschallechographie . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Aufbau und Ablauf des Experiments</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Statistische Formeln . . . . .	5
4.1.1	Fehlerrechnung . . . . .	5
4.1.2	Regression . . . . .	6
4.2	Schallgeschwindigkeitsbestimmung mit Echo-Impuls Verfahren . . . . .	7
4.3	Schallgeschwindigkeitsbestimmung mit Durchschallungs-Verfahren . . . . .	9
4.4	Dickebestimmung der Acrylplatten . . . . .	10
4.5	Abmessungen des Augenmodells . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>

## 1 Einleitung

“Der Frequenzbereich oberhalb der [hörbaren Schallwellen] wird Ultraschall genannt“ [US1]. Das wohl bekannteste Einsatzgebiet von Ultraschall-Technik ist die Medizin. Sowohl für diagnostische wie auch für therapeutische Zwecke können dort viele Anwendungen gefunden werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Schallwellen

Schallwellen sind Druckwellen und können sich daher nur in Medien ausbreiten. Sie sind longitudinale Wellen, die durch

$$p(x, t) = p_0 + v_0 Z \cos(\omega t - kx) \quad (1)$$

beschrieben werden. Der Druck  $p$  schwankt demnach mit einer Amplitude von  $v_0 Z$  um den “Grunddruck“  $p_0$ . Die akustische Impedanz  $Z$  ist dabei eine wichtige Materialeigenschaft, die das Produkt der Dichte des Mediums  $\rho$  und der Schallgeschwindigkeit im Medium

$$c = \sqrt{\frac{A}{\rho}} \quad (2)$$

ist. Bei Flüssigkeiten ist die Konstante  $A$  das Inverse Kompressibilität  $\kappa$ , bei Festkörpern ist  $A$  das Elastizitätsmodul  $E$ .

Wird die Ausbreitung im Festkörper genauer betrachtet, kann festgestellt werden, dass die hier auch ein transversaler Anteil vorhanden ist. Das bedeutet, dass die Ausbreitung Richtungsabhängig ist.

Da es sich bei Druckänderungen um Teilchenbewegungen handelt, kommt es zu Energieverlusten (durch Umwandlung in Wärme). Das bedeutet, dass die Intensität bei Ausbreitung in  $x$ -Richtung exponentiell abfällt

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}, \quad \alpha > 0. \quad (3)$$

Da der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  von Luft beispielsweise sehr groß ist, wird üblicherweise ein Kontaktmittel zwischen Schallgeber und Material verwendet. So kann der Energieverlust verringert werden. Nicht zu verhindern ist die Reflexion an einer Grenzfläche zwischen einem Medium mit akustischer Impedanz  $Z_1$  und einem zweiten Medium mit  $Z_2$ . Das Verhältnis von einfallender und reflektierter Welle wird durch den Reflexionskoeffizienten

$$R = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \quad (4)$$

beschrieben. Der transmittierte Anteil ist dann  $T = 1 - R$ .

### 2.2 Verfahren der Ultraschallechographie

Um Medien mit Hilfe von Ultraschall zu untersuchen wird meistens eine der folgenden Methoden verwendet.

**Durchschallungsverfahren (Abbildung 1a)**

Ein Ultraschallsender sendet einen Impuls aus. Die Welle breitet sich durch das Medium aus und wird danach von einem Empfänger detektiert. Befindet sich beispielsweise ein Fremdkörper im Material wird das vom Empfänger in Form einer abgeschwächten Intensität registriert.

**Impuls-Echo-Verfahren (Abbildung 1b)**

Auch hier sendet der Ultraschallsender einen Impuls aus. Die Schallwelle bewegt sich durch das Medium. Hinter dem Medium sollte ein Material mit möglichst kleiner akustischer Impedanz sein, sodass ein Großteil der Welle reflektiert wird. Die Welle läuft zurück und wird vom Sender, der gleichzeitig Empfänger ist, detektiert. Ein Fremdkörper wird dadurch bemerkt, dass die hinlaufende Welle schon an ebendiesem reflektiert wird und somit vor der bis zum Ende gelaufenen Welle am Empfänger ankommt.



**Abbildung 1:** Prinzipielle Darstellung der Verfahren, mit denen Materialien mit Hilfe von Ultraschall untersucht werden können

Bei beiden Verfahren kann die Länge des untersuchten Körpers mit Hilfe von

$$L = c \cdot \Delta t \quad (5)$$

bestimmt werden, wenn die Schallgeschwindigkeit des Mediums bekannt ist. Wichtig ist dabei, dass die Durchlaufzeit  $\Delta t$  die Zeit ist, die vergeht, bis die Strecke  $L$  zurückgelegt wird, beim Impuls-Echo-Verfahren wird in der gemessenen Zeit allerdings die Strecke  $2L$  zurückgelegt.

### 3 Aufbau und Ablauf des Experiments

Im Versuch wird der Ultraschall mit einem Ultraschallechoskop erzeugt und auf einem Rechner visualisiert. Das Computerprogramm zeigt die detektierte Spannung in Abhängigkeit von der Zeit. Wird die Schallgeschwindigkeit des Mediums dort eingetragen, kann auch die Tiefe des betrachteten Körpers angezeigt werden. Als Kontaktmittel zwischen verschiedenen Körpern bzw. den Körpern und den Ultraschallsonden wird Wasser oder Ultraschallgel verwendet.

Im ersten Versuchsteil werden **Zylinder aus Acrylglas** verwendet. Zunächst werden ihre Höhen mit einer Schieblehre ermittelt. Danach wird für einen Zylinder die Reflexionsamplitude ermittelt. Schließlich wird die Durchlaufzeit einiger Zylinder(-kombinationen) sowohl mit der Impuls-Echo- als auch mit der Durchschallungsmethode gemessen.

Im zweiten Teil sollen Mehrfachechos detektiert werden. Dafür wird ein Zylinder auf zwei unterschiedlich dicke **Acryl-Glas-Quader** gestellt. Hierbei treten an jeder Grenzfläche Reflexionen auf, sodass Wellen an der Sonde ankommen, die mehrfach reflektiert wurden. In der Anzeige im Computerprogramm sollen die Mehrfachreflexionen in den Quadern angezeigt werden. Durch den Zylinder werden die Peaks der Mehrfachreflexionen in der Zeit verschoben, sodass sie besser unterscheidbar sind. Mit Hilfe des Computerprogramms wird diese Anzeige zwei Mal fouriertransformiert, um ein glatteres Bild zu erhalten.

Zuletzt wird das **Modell eines menschlichen Auges** mit der Impuls-Echo-Methode vermessen. Dabei ist darauf zu achten, dass die Bauteile verschiedene Schallgeschwindigkeiten haben.

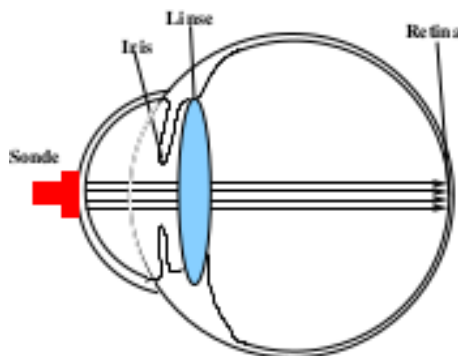


Abbildung 2: Verwendetes Modell des Auges

## 4 Auswertung

### 4.1 Statistische Formeln

#### 4.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von  $N$  Messungen der Größe  $x$  berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (6)$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (7)$$

woraus die Standardabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \quad (8)$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}, \quad (9)$$

kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein.

Des weiteren ist die Gaußsche Fehlerfortpflanzung definiert als

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial A(x_1, \dots, x_N)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (10)$$

### 4.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare  $(x_i, y_i)$  durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (11)$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (12)$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (13)$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} . \quad (14)$$

$s_y$  ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2}{n - 2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - b - m x_i)^2}{n - 2} \quad (15)$$

## 4.2 Schallgeschwindigkeitsbestimmung mit Echo-Impuls Verfahren

In diesem Experiment stehen vier Zylinder unterschiedlicher Höhe zur Verfügung, die mit Hilfe der Ultraschallsonde vermessen werden. Zunächst wird die Höhe mit einer Schieblehre bestimmt (siehe Tabelle 1).

**Tabelle 1:** Höhe der im Experiment verwendeten Zylinder

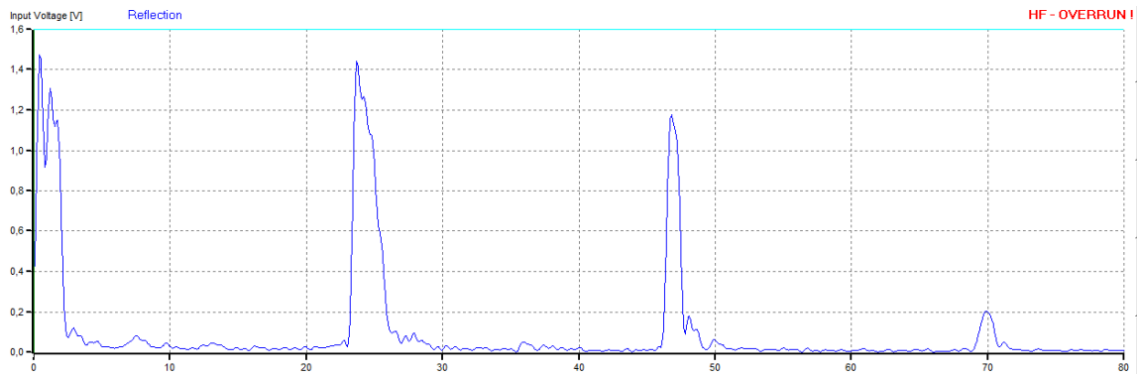
Zylinder	Höhe in mm
1	31.10
2	61.50
3	80.45
4	120.75

Mit diesen Zylindern und zwei Kombinationen aus ihnen wird eine Laufzeitmessung durchgeführt. Das Signal für den kleinsten Zylinder ist in Abbildung 3 zu sehen. Aus der gemessenen Höhe  $s$  und der Laufzeit  $t$  kann die Schallgeschwindigkeit  $c$  im Medium – Acryl bestimmt werden. Problematisch ist die Grenzfläche und das Kontaktmittel zwischen Sonde und Zylinder. Eine lineare Ausgleichsrechnung aller Messdaten (siehe Tabelle 2) mit Hilfe von Python liefert einen genaueren Wert für  $c$  und zusätzlich die Dicke  $b$  der Anpassungsschicht. Der Plot ist in Abbildung 4 dargestellt.

$$s = \frac{1}{2} ct + b \quad (16)$$

$$c = (2693 \pm 73) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (17)$$

$$b = (0.8 \pm 2.4) \text{ mm} \quad (18)$$

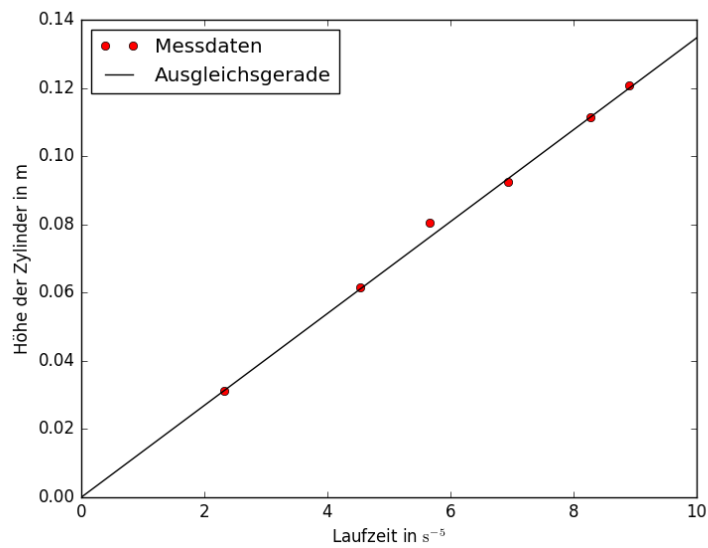


**Abbildung 3:** Reflexion am Zylinder (33.1 mm)



**Tabelle 2:** Laufzeiten des Echo-Impuls Verfahren

Laufzeit in $s^{-5}$	Zylinderhöhe in mm
2.33	31.10
4.53	61.50
6.93	92.60
5.66	80.45
8.91	120.75
8.28	111.55



**Abbildung 4:** Laufzeiten des Echo-Impuls Verfahrens über die Höhe der Zylinder aufgetragen

### 4.3 Schallgeschwindigkeitsbestimmung mit Durchschallungs-Verfahren

Bei dem Durchschallungs-Verfahren wird die selbe Rechnung wie in Kapitel 4.2 durchgeführt. Es muss allerdings berücksichtigt werden, dass das Ultraschallsignal nur einmal durch den Körper geht

$$s = ct + b \quad (19)$$

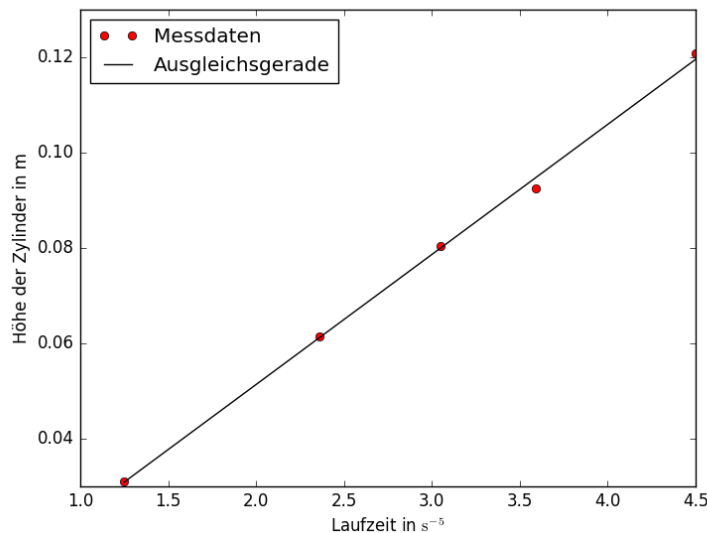
Hier ist lediglich ein anderer Wert für die Anpassungsschicht zu erwarten, da auf beiden Seiten Grenzflächen liegen. Die Daten der Regression sind in Tabelle 3 und der Plot in Abbildung 5 dargestellt. Das Ergebnis ist

$$c = (2728 \pm 59) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad (20)$$

$$b = (-3.2 \pm 1.9) \text{ mm} \quad . \quad (21)$$

**Tabelle 3:** Laufzeiten des Durchschall-Verfahren

Laufzeit in $s^{-5}$	Zylinderhöhe in mm
2.33	31.10
4.53	61.50
6.93	92.60
5.66	80.45
8.91	120.75
8.28	111.55



**Abbildung 5:** Laufzeiten des Durchschall-Verfahrens über die Höhe der Zylinder aufgetragen

#### 4.4 Dickebestimmung der Acrylplatten

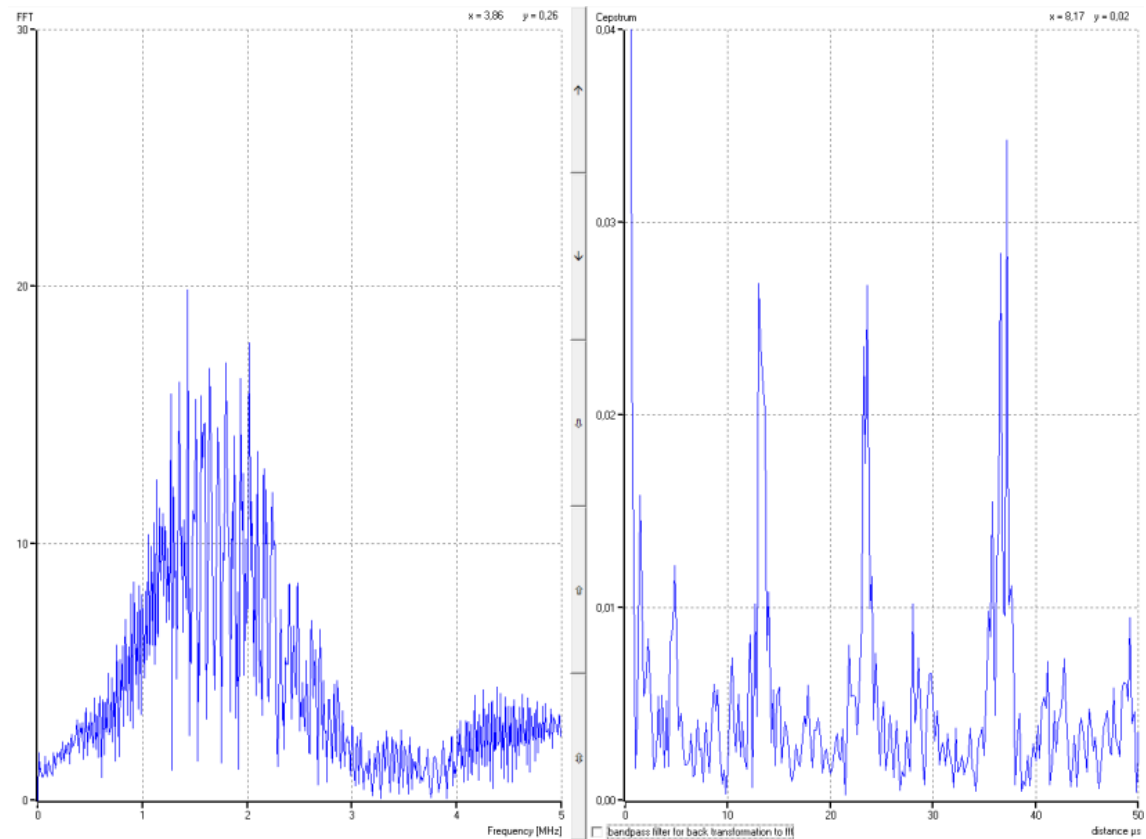
Zur Bestimmung der Dicke zweier aufeinander liegender Acrylplatten wird das Impuls-Echo Verfahren verwendet und zusätzlich der kleine Zylinder zwischen Sonde und Platten angeordnet. Die Schallgeschwindigkeit in Acryl ist aus den vorherigen Kapiteln bekannt. für eine höhere Genauigkeit soll hier der Mittelwert verwendet werden

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} = (2711 \pm 47) \frac{\text{m}}{\text{s}} . \quad (22)$$

Die Laufzeitdifferenzen können hier besser im Cepstrum (siehe Abbildung 6) als im Originalbild abgelesen werden. Sie sind in Tabelle 4 dargestellt.

**Tabelle 4:** Laufzeiten zur Berechnung der Dicke der Acrylplatten

	Laufzeit in $\mu\text{s}$
1. Maximum	13.5
2. Maximum	22.74
3. Maximum	35.7



**Abbildung 6:** Fast Fourier Transformation und zugehöriges Cepstrum

Die Dicke der ersten Platte  $h_1$  ergibt sich aus der Laufzeitdifferenz des ersten und zweiten Maximums und die Dicke der zweiten  $h_2$  aus dem zweiten und dritten Maximum.

$$h_1 = \frac{1}{2} c (22.74 - 13.5) \mu\text{s} = (1.25 \pm 0.02) \text{ cm} \quad (23)$$

$$h_2 = \frac{1}{2} c (35.7 - 22.74) \mu\text{s} = (1.75 \pm 0.03) \text{ cm} \quad (24)$$

#### 4.5 Abmessungen des Augenmodells

Bei der Bestimmung der Maße des Augenmodells (siehe Abbildung 2) mit Hilfe der Echo-Impuls Methode sind neben den Laufzeiten die unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten zu beachten:

$$\text{Linse: } c_L = 2500 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (25)$$

$$\text{Glaskörperflüssigkeit: } c_{\text{GK}} = 1410 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (26)$$

Die Laufzeiten in Abbildung 7 sind in Tabelle 5 zu finden. Der Abstand von der Sonde zur Linse berechnet sich mit Hilfe des ersten Maximums

$$a_1 = \frac{1}{2} \cdot c_{\text{GK}} \cdot 11.6 \mu\text{s} = 8.2 \text{ mm} \quad . \quad (27)$$

Die Dicke der Linse ergibt sich auch der Laufzeitdifferenz des ersten und zweiten Maximums

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot c_L \cdot (16.6 - 11.6) \mu\text{s} = 6.3 \text{ mm} \quad . \quad (28)$$

Um den Abstand von der Linse zur Retina zu berechnen werden das zweite und vierte Maximum verwendet. Das dritte Maximum entsteht aus der Doppelbrechung in der Linse und ist für die Rechnung irrelevant

$$a_3 = \frac{1}{2} \cdot c_L \cdot (73.9 - 16.6) \mu\text{s} = 40.3 \text{ mm} \quad . \quad (29)$$

Das Auge hat somit im Gesamten eine Länge von

$$a = a_1 + a_2 + a_3 = 54.8 \text{ mm} \quad . \quad (30)$$

**Tabelle 5:** Laufzeiten zur Berechnung der Abmessungen des Auges

	Laufzeit in $\mu\text{s}$
1. Maximum	11.6
2. Maximum	16.6
3. Maximum	23.5
4. Maximum	73.9

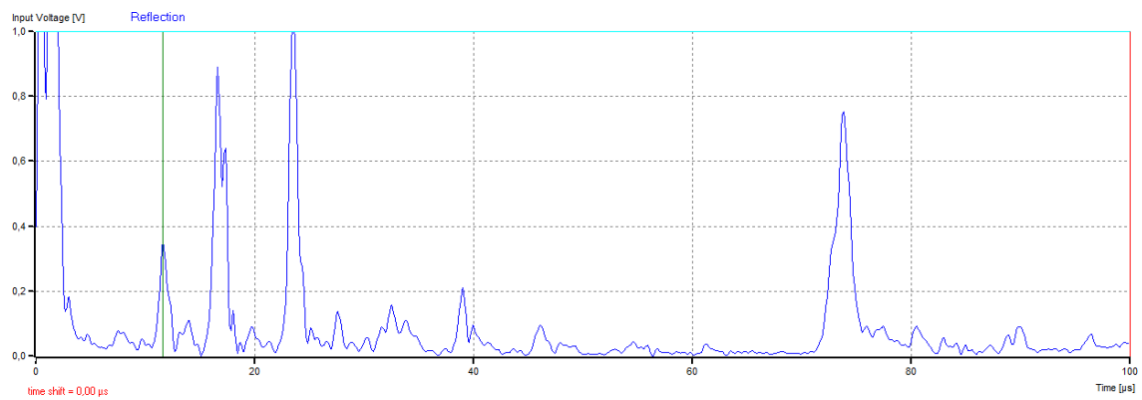


Abbildung 7: Reflexionen am Augenmodell

## 5 Diskussion

Die hier gemessene Schallgeschwindigkeit für Acryl kommt sehr nahe an den Literaturwert<sup>1</sup> heran. Die Durchschallungs Methode liefert etwas genauere Ergebnisse (siehe Tabelle 6). Leider ist die Bestimmung der Dicke der Acrylplatten vergleichsweise schlecht. Die ausgerechneten Werte zeigen große Abweichungen von den mit der Schieblehre bestimmten Werten (siehe Tabelle 7). Das könnte daran liegen, dass die Anpassungsschicht ebenso wie die Wasserschicht zwischen den Platten nicht in der Rechnung berücksichtigt werden. Die Schallgeschwindigkeit in Wasser ist geringer als in Acryl, was dazu führt, dass die errechnete Dicke größer ist als die reelle.

Auch die ausgerechneten Dicken der Anpassungsschichten sind so fehlerbehaftet, dass sie kaum aussagekräftig sind. Allerdings ist zu erkennen, dass beim Durchschallungs-Verfahren die Schicht zirka doppelt so dick ist. Das entspricht der Erwartung, da auf beiden Seiten des Zylinders eine Kontaktmittelschicht ist.

**Tabelle 6:** Schallgeschwindigkeit in Acryl

	Literaturwert in m/s	Gemessener Wert in m/s	Abweichung
Echo-Impuls	2730	2693	−1.35 %
Durchschallung	2730	2728	0.07 %

**Tabelle 7:** Schichtdicke der Acrylplatte

Schieblehre	Ultraschall	Abweichung
6.1 mm	12.5 mm	104.9 %
11.85 mm	17.5 mm	47.7 %

<sup>1</sup><http://www.olympus-ims.com/de/ndt-tutorials/thickness-gage/appendices-velocities/>

## Abbildungsverzeichnis

1	Prinzipielle Darstellung der Verfahren, mit denen Materialien mit Hilfe von Ultraschall untersucht werden können . . . . .	3
2	Verwendetes Modell des Auges . . . . .	4
3	Reflexion am Zylinder (33.1 mm) . . . . .	7
4	Laufzeiten des Echo-Impuls Verfahrens über die Höhe der Zylinder aufgetragen . . . . .	8
5	Laufzeiten des Durchschall-Verfahrens über die Höhe der Zylinder aufgetragen	9
6	Fast Fourier Transformation und zugehöriges Cepstrum . . . . .	10
7	Reflexionen am Augenmodell . . . . .	12

## Tabellenverzeichnis

1	Höhe der im Experiment verwendeten Zylinder . . . . .	7
2	Laufzeiten des Echo-Impuls Verfahren . . . . .	8
3	Laufzeiten des Durchschall-Verfahren . . . . .	9
4	Laufzeiten zur Berechnung der Dicke der Acrylplatten . . . . .	10
5	Laufzeiten zur Berechnung der Abmessungen des Auges . . . . .	11
6	Schallgeschwindigkeit in Acryl . . . . .	13
7	Schichtdicke der Acrylplatte . . . . .	13