Anfängerpraktikum 2015/2016

# Biegung elastischer Stäbe

Durchführung: 03.11.15


Clara Rittmann[1]
Anja Beck[2]

*Betreuer:*
Max Mustermann

[1] clara.rittmann@gmail.com
[2] anja.beck@tu-dortmund.de

# Inhaltsverzeichnis

**1 Theorie** **2**

**2 Aufbau und Ablauf des Experiments** **3**

**3 Auswertung** **4**
3.1 Statistische Formeln . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4
3.1.1 Fehlerrechnung . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4
3.1.2 Regression . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

**4 Diskussion** **6**

# 1 Theorie

[1] Bei identischen Temperaturdifferenzen gibt nicht jedes Material die selbe Wärmemenge ab. In einem Schwimmbad friert man schneller als an der Luft. Im Winter berührt man ungern Gegenstände aus Metall, während es unproblematisch ist, welche aus Plastik anzufassen. Zwischen der Temperaturdifferenz $\Delta T$ und der Änderung der Wärmemenge $\Delta Q$ besteht linearer Zusammenhang

$$\Delta Q = m \cdot c_k \cdot \Delta T \tag{1}$$

mit der Masse $m$ und dem Proportionalitätsfakor $c_k$, der sogenannten spezifischen Wärmekapazität. Die spezifische Wärmekapazität eines Mols wird als Molwärme $C$ bezeichnet. Ist das Volumen konstant und wird keine zusätzliche Arbeit von Außen am System verrichtet, so ist die Änderung der Wärme identisch zur Änderung der inneren Engie $U$

$$C_\mathrm{V} = \left(\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}\right)_{\mathrm{V\,=\,const}} = \left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T}\right)_{\mathrm{V\,=\,const}} \quad . \tag{2}$$

Die innere Energie ist mit der kinetsichen Energie $E_\mathrm{kin}$ wie folgt verknüpft

$$U = 2 \cdot \frac{R}{k} \cdot E_\mathrm{kin} \tag{3}$$

mit der Boltzmankonstante $b = 1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ und der Gaskonstante $R = 8.314\,\mathrm{J/(mol\,K)}$. Nach dem Äquipatitionstheorem ist die kinetische Energie pro Freiheitsgrad

$$E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot T \tag{4}$$

und somit die innere Energie

$$U = 3 \cdot R \cdot T \quad . \tag{5}$$

Hieraus ist direkt das Dulong-Petitsche Gesetz abzulesen. Es besagt, dass alle Elemente die selbe Atomwärme haben

$$C_\mathrm{V} = 3 \cdot R \quad . \tag{6}$$

Dieses Gesetz erweist sich in der Praxis in vielen Fällen als richtig. Es gilt aber nicht mehr für kleine Temperaturen oder Elemtene mit niedrigem Atomgewicht. Eine Erklärung dafür stammt aus dem Quantenmechanik. Energien können nicht in beliebig kleinen Beträgen aufgenommen werden, sondern in gequantelten Portionen zu diskteten Zeiten mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten. Das Dulong-Petit-Gesetz ist lediglich ein Spezialfall für hohe Energien d.h. Temperaturen.

[1] nach: Anleitung zu V201: Das Dulong-Petitsche Gesetz, Anfängerpraktikum TU Dortmund WS 2015/16, http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V201.pdf

# 2 Aufbau und Ablauf des Experiments

Ziel der Durchführung ist es die spezifischen Wärmekapazitäten zweier Proben (Blei und Graphit) und daraus die spezifschen Wärmekapazitäten zu bestimmen, um das Dulong-Petit'sche Gesetz zu überprüfen. Es ist es schwer realisierbar ein System bei konstantem Volumen zu halten. Allgemein wird unterschieden zwischen Wärmeänderungen bei konstantem Volumen $V$ und Wärmeänderungen bei konstantem Druck $P$. Sie lassen sich überführen, wenn der lineare Ausdehnungskoeffizient $\alpha$, das Kompressionsmodul $\kappa$, das Molvolumen $V_0$ und die aktuelle Temperatur $T$ begannt sind

$$C_\mathrm{P} - C_\mathrm{V} = 9 \cdot \alpha^2 \cdot \kappa \cdot V_0 \cdot T \quad . \tag{7}$$

In ein Mischungskaloriemeter wurde immer die gleiche Menge Wasser mit Gewicht $m_\mathrm{W}$ und der Temperatur $T_\mathrm{W}$ gefüllt. Die Probe der Masse $m_k$ wurde in einem Wasserbad auf möglichst hohe Temperaturen $T_k$ erhitzt und dann in das Mischungskaloriemeter gehalten. Die Probe gab Wärme an das Wasser ab, bis sich nach einiger Zeit die Mischungstemperatur $T_\mathrm{m}$ einstellte. Graphit wurde nur einmal, Blei vierfach gemessen. Alle Temperaturen wurden mit einem Thermometer gemessen.
Aus der Tatsache, dass die von der Probe abgegebene Wärme, der vom Wasser und dem Mischungskaloriemeter (g) aufgenommenen entspricht, lässt sich die spezifische Wärmekapazität des Probekörpers berechnen

$$c_k = \frac{(c_\mathrm{w} m_\mathrm{w} + c_\mathrm{g} m_\mathrm{g})(T_\mathrm{m} - T_\mathrm{W})}{m_k (T_k - T_\mathrm{m})} \tag{8}$$

Die spazifische Wärme von Wasser ist $c_\mathrm{W} = 4.18\,\mathrm{J/(g\,K)}$ Die Wärme, die das Mischungskaloriemeter aufnimmt, wird in einer separaten Messung bestimmt. In das Kaloriemeter wird hierzu aus zwei Bechergläsern $x$ und $y$ Wasser gefüllt. $x$ hat Raumtemperatur und $y$ wurde erhitzt. Auch hier stellt sich einem Mischungtemperatur $T_\mathrm{m}$ ein. Die gesuchte Größe ist

$$c_\mathrm{g} m_\mathrm{g} = \frac{c_\mathrm{w} m_\mathrm{y} (T_\mathrm{y} -_\mathrm{m}) - c_\mathrm{w} m_\mathrm{x} (T_\mathrm{m} - T_\mathrm{x})}{T_\mathrm{m} - T_\mathrm{x}} \tag{9}$$

# 3 Auswertung

## 3.1 Statistische Formeln

### 3.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von N Messungen der Größe $x$ berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} x_i \tag{10}$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{\mathrm{N}} (x_i - \bar{x})^2 \tag{11}$$

woraus die Standartabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \tag{12}$$

Die Standartabweichung des Mittelwertes, kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein. Mehr Messungen führen zu einem kleineren Fehler

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}. \tag{13}$$

### 3.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare $(x_i, y_i)$ durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{14}$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{15}$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{16}$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \ . \tag{17}$$

$s_y$ ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\Delta y_i)^2}{n-2} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - b - m x_i)^2}{n-2} \tag{18}$$

# 4 Diskussion