

ANFÄNGERPRAKTIKUM 2015/2016

V701: Reichweite von α -Strahlung

Durchführung: 14.06.16

1. Abgabe

Clara RITTMANN¹
Anja BECK²

Betreuer:
Max MUSTERMANN

¹clara.rittmann@tu-dortmund.de

²anja.beck@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Alpha-Zerfall	2
1.2	Energieverteilung	2
1.3	Reichweite	2
2	Aufbau und Ablauf des Experiments	4
3	Auswertung	5
3.1	Statistische Formeln	5
3.1.1	Fehlerrechnung	5
3.1.2	Regression	6
3.2	Bestimmung der Mittleren Reichweite von α -Strahlung	7
3.3	Bestimmung der Energie der α -Strahlung	10
3.4	Statistik des radioaktiven Zerfalls	13
4	Diskussion	15

1 Theorie

1.1 Alpha-Zerfall

Beim Alpha-Zerfall zerfällt ein instabiles Atom des Elements X in ein Atom eines anderen Elements Y und einen zweifach positiv geladenen Helium Kern, das Alpha-Teilchen. Die charakteristische Größe bei radioaktiven Zerfällen ist die Halbwertszeit τ , das ist die Zeit, nach der die Hälfte der zu Beginn vorhandenen Atome zerfallen ist. Für die Anzahl N der zu einem Zeitpunkt t noch vorhandenen Atome gilt das Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{\tau}} . \quad (1)$$

1.2 Energieverteilung

Der Alpha-Zerfall kann mit der Reaktionsgleichung



beschrieben werden. Es gelten Impuls- und Energieerhaltung, sodass

$$p_Y = -p_\alpha \quad (3)$$

und

$$E_X = E_Y + E_\alpha \quad (4)$$

$$m_X c^2 = \sqrt{m_Y^2 c^4 + p_Y^2 c^2} + \sqrt{m_\alpha^2 c^4 + p_\alpha^2 c^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{m_Y^2 c^4 + p_\alpha^2 c^2} + \sqrt{m_\alpha^2 c^4 + p_\alpha^2 c^2} \quad (6)$$

ist. Aufgelöst nach p_α gilt dann

$$p_\alpha = c \sqrt{\frac{m_X^2}{4} - \frac{m_Y^2}{2} - \frac{m_\alpha^2}{2} + \frac{(m_Y^2 - m_\alpha^2)^2}{4m_X^2}} \quad (7)$$

Alle Alpha-Teilchen haben demnach dieselbe Geschwindigkeit bzw. Energie. Das Energiespektrum ist diskret mit nur einem Peak.

Es kann allerdings passieren, dass Y nach der Reaktion nicht im Grundzustand, sondern in einem seiner angeregten Zustände Y', Y'', \dots vorliegt. Dann ändert sich in der Reaktionsgleichung und obiger Rechnung $Y \rightarrow Y', Y'', \dots$, sodass je nachdem, in welchem Zustand sich das Atom befindet unterschiedlich schnelle Alpha-Teilchen emittiert werden. Das Spektrum ist nach wie vor diskret, hat aber mehrere Peaks.

1.3 Reichweite

Bei der Bewegung durch Gas verliert ein Alpha-Teilchen Energie durch Ionisierung, Anregung und Dissoziation (Spaltung) von anderen Teilchen oder durch elastisches Stoßen.

Dieser Energieverlust hängt von der Dichte des Gases und der Energie des Teilchens. Ist die Energie groß genug kann der Energieverlust mit der Bethe-Bloch-Gleichung

$$-\frac{dE_\alpha}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{nZ}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right) \quad (8)$$

z : Ladung der Strahlung

v : Geschwindigkeit der Strahlung

n : Teilchendichte im Gas

Z : Ordnungszahl der Teilchen im Gas

I : Ionisierungsenergie des Gases

beschrieben werden.

Die Reichweite von Alpha-Strahlung ist definiert als der Abstand R zur Strahlungsquelle, bei dem nur noch die Hälfte der ausgesendeten Strahlung ankommt. Für Strahlung mit hoher Energie, d.h. falls die Bethe-Bloch-Gleichung gilt, ist die Reichweite in einem Gas

$$R = - \int_0^{E_\alpha} \frac{dE_\alpha}{dE_\alpha/dx} . \quad (9)$$

Ist die Energie allerdings kleiner werden empirisch gefundene Kurven verwendet. Später wird

$$R = 3.1 \cdot E_\alpha^{\frac{3}{2}} 10^6 \quad (10)$$

benutzt (E_α in eV). Dieser Zusammenhang ist gültig für $E_\alpha \leq 2.5 \text{ MeV}$ und beliebige Gase. Die Reichweite der Strahlung ist aber proportional zum Druck p , sodass gemessene Längen x_0 durch die effektive Länge

$$x = x_0 \frac{p}{p_0} \quad (11)$$

$$p_0 : \text{Normaldruck } 1013 \text{ mbar} \quad (12)$$

ersetzt werden müssen.

2 Aufbau und Ablauf des Experiments

Der Versuchsaufbau besteht im wesentlichen aus einem evakuierbaren Glaskolben, in dem sich die Strahlungsquelle und ein Detektor mit variablem Abstand befinden. Der Detektor ist ein Halbleiter-Sperrschichtzähler, ein darauf auftreffendes Ion erzeugt Elektronen-Loch-Paare, die einen Strompuls auslösen, der dann mit einem Vielkanalanalysator je nach Stärke detektiert wird. Die Stärke des Strompulses ist proportional zur Energie der Alpha-Teilchen. Die so aufgenommenen Daten werden an einem Computer visualisiert. Zu sehen ist dabei ein Histogramm mit den verschiedenen Channels auf der x-Achse und der jeweiligen Anzahl der Pulse.

Vor Messbeginn sollte der Diskriminator richtig eingestellt werden, damit kann bestimmt werden ab welcher Höhe die Pulse überhaupt gezählt werden. Ist er zu hoch eingestellt, werden relevante, aber niedrige Pulse nicht mehr gezählt. Ist er zu niedrig eingestellt, werden unter Umständen auch kleine Störungen zum Beispiel im Detektor als Pulse gezählt, was das Ergebnis verfälschen würde.

Messung

Zunächst werden Reichweite und Energie der Alpha-Strahlung bestimmt. Dafür wird zwischen Quelle und Detektor ein Abstand von 2.1 cm eingestellt. Für verschiedene Drücke im Glaskolben werden dann für jeweils 2 Minuten die Pulse gezählt. Notiert wird der Channel (als Maß für die Energie) mit den meisten Pulsen und die Zahl der Gesamtpulse. Diese Messung wird für einen zweiten Abstand 3.0 cm wiederholt.

Mit der zweiten Messung soll die statistische Verteilung der Energien bestimmt werden. Dazu wird der Abstand auf 3 cm gelassen und 100-mal die Gesamtzahl der Pulse innerhalb von 10 s aufgenommen.

3 Auswertung

3.1 Statistische Formeln

3.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von N Messungen der Größe x berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i , \quad (13)$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (14)$$

woraus die Standardabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \quad (15)$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} , \quad (16)$$

kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein.

Des weiteren ist die Gaußsche Fehlerfortpflanzung definiert als

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A(x_1, \dots, x_N)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2} . \quad (17)$$

3.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare (x_i, y_i) durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (18)$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (19)$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (20)$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (21)$$

s_y ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2}{n - 2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - b - m x_i)^2}{n - 2} \quad (22)$$

3.2 Bestimmung der Mittleren Reichweite von α -Strahlung

Für zwei Messreihen mit unterschiedlichem Abstand zwischen dem Detektor und dem Strahler wird zunächst die mittlere Reichweite von α -Strahlung bestimmt. Die Abstände betragen

$$x_{0,1} = 2.1 \text{ cm} \quad \text{und} \quad x_{0,2} = 3.0 \text{ cm} .$$

Hierfür wird die Anzahl der Pulse über den effektiven Abstand vom Detektor zur Quelle

$$x = x_0 \frac{p}{p_0} \quad (23)$$

aufgetragen. Die Daten für Messung 1 sind in Tabelle 1 zu finden und in Abbildung 1 dargestellt. Die Ergebnisse der zweiten Messung sind in Tabelle 2 und Abbildung 2 zu sehen. An die linearen Werte wird eine Ausgleichsgerade angelegt und mittels Python die Parameter für Steigung und y-Achsenabschnitt bestimmt

$$y = mx + b \quad . \quad (24)$$

Die Reichweite R_m ist nun gerade die Strecke, bei der die Anzahl der maximal gezählten Pulse P_{\max} auf die Hälfte abgefallen ist

$$R_m = \frac{1}{m} \left(\frac{P_{\max}}{2} - b \right) \quad . \quad (25)$$

Für die erste Messung folgen Werte

$$m_1 = (-103\,885 \pm 10\,926) \frac{1}{\text{cm}} , \quad (26)$$

$$b_1 = 251\,706 \pm 20\,448 , \quad (27)$$

$$R_{m,1} = (1.97 \pm 0.29) \text{ cm} \quad . \quad (28)$$

Und für die zweite Messung ergibt sich

$$m_2 = (-70\,950 \pm 1688) \frac{1}{\text{cm}} , \quad (29)$$

$$b_2 = 251\,706 \pm 20\,448 , \quad (30)$$

$$R_{m,2} = (1.785 \pm 0.062) \text{ cm} \quad . \quad (31)$$

Tabelle 1: Messung 1 (Abstand 2.1 cm)

Druck in mbar	Pulse	effektive Länge in cm
25	93605	0.05
55	92186	0.11
100	92078	0.21
150	91275	0.31
200	91120	0.41
250	89894	0.52
310	89763	0.64
350	89385	0.73
400	89041	0.83
450	87898	0.93
500	86687	1.04
550	86124	1.14
600	85229	1.24
650	83263	1.35
700	83275	1.45
755	80643	1.57
800	76123	1.66
850	70343	1.76
900	61001	1.87
950	48996	1.97
1000	32957	2.07

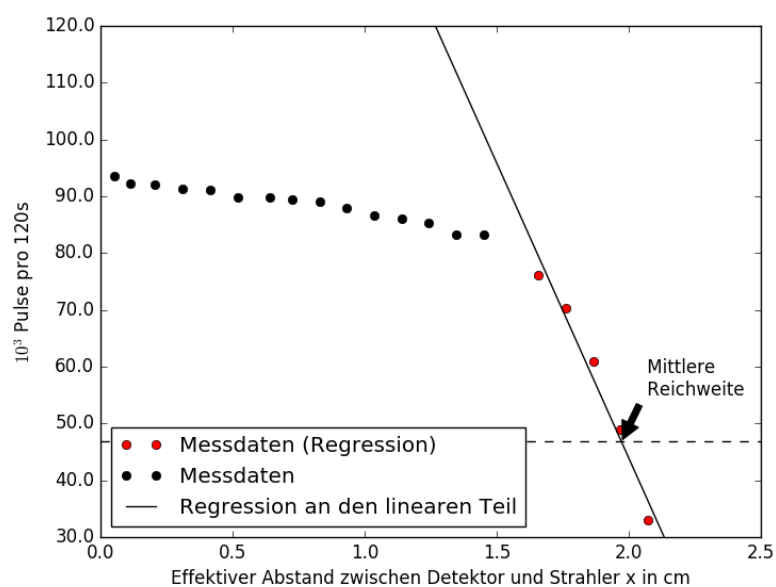
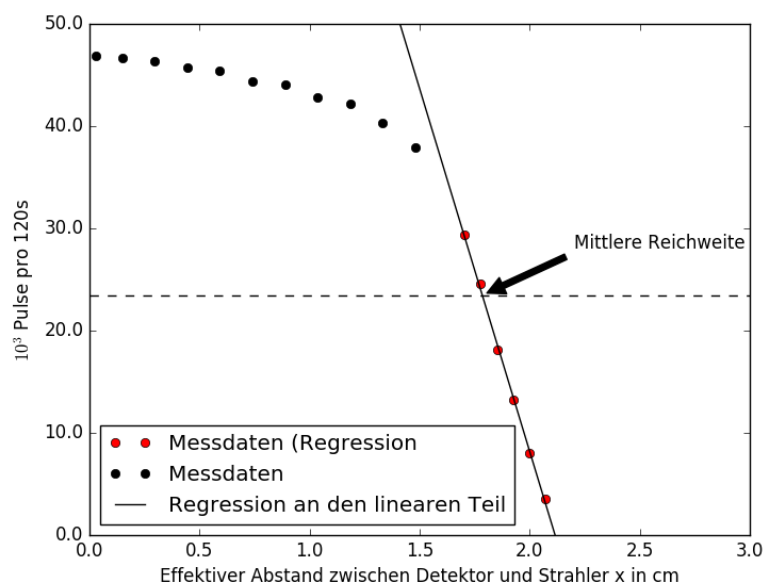
**Abbildung 1:** Messung 1 (Abstand 2.1 cm)

Tabelle 2: Messung 2 (Abstand 3.0 cm)

Druck in mbar	Pulse	effektive Länge in cm
10	46926	0.03
50	46628	0.15
100	46379	0.30
150	45762	0.44
200	45404	0.59
250	44379	0.74
300	44033	0.89
350	42761	1.04
400	42182	1.18
450	40317	1.33
500	37929	1.48
550	32918	1.63
575	29339	1.70
600	24582	1.78
625	18166	1.85
650	13197	1.92
675	8009	2.00
700	3506	2.07

**Abbildung 2:** Messung 2 (Abstand 3.0 cm)

3.3 Bestimmung der Energie der α -Strahlung

Die Energie der α -Strahlung kann auf zwei verschiedene Arten bestimmt werden. Die empirische Lösung

$$E_{\alpha,\text{emp}} = \left(\frac{R_m}{3.1} \right)^{2/3} \quad (R_m \text{ in mm}) \quad (32)$$

mit Werten aus Kapitel 3.2 liefert

$$E_{\alpha,\text{emp},1} = (3.4 \pm 0.3) \text{ MeV} , \quad (33)$$

$$E_{\alpha,\text{emp},2} = (3.21 \pm 0.07) \text{ MeV} . \quad (34)$$

Der zweite Lösungsweg geht über eine lineare Regression an die Energien bei verschiedenen effektiven Längen. Die Energien sind in „Channel “ angegeben und müssen in MeV umgerechnet werden. Die Energie beim niedrigst möglichen Druck (im optimalen Fall 0 mbar) entspricht 4 MeV. Die umgerechneten Energien sind in Tabelle 3 und 4 dargestellt. Durch den linearen Anteil der Messdaten wird abermals ein Fit gelegt, um aus der Beziehung

$$E_{\alpha,\text{reg}} = -R_m E x = -R_m m \quad (R_m \text{ in cm}) \quad (35)$$

die Energie der α -Teilchen zu erhalten. Für die Plots (Abbildung 3 und 4) folgen die Werte

$$m_1 = (-1.06 \pm 0.04) \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} , \quad (36)$$

$$E_{\alpha,\text{reg},1} = (2.1 \pm 0.3) \text{ MeV} , \quad (37)$$

$$m_2 = (-1.06 \pm 0.04) \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} , \quad (38)$$

$$E_{\alpha,\text{reg},2} = (1.76 \pm 0.08) \text{ MeV} . \quad (39)$$

Tabelle 3: Energien Messung 1 (Abstand 2.1 cm)

Channel	Energie in MeV	effektive Länge in cm
583	4.000	0.05
559	3.835	0.11
532	3.650	0.21
527	3.616	0.31
511	3.506	0.41
496	3.403	0.52
486	3.334	0.64
472	3.238	0.73
448	3.074	0.83
448	3.074	0.93
439	3.012	1.04
428	2.937	1.14
400	2.744	1.24
391	2.683	1.35
384	2.635	1.45
359	2.463	1.57
335	2.298	1.66
288	1.976	1.76
271	1.859	1.87
255	1.750	1.97
255	1.750	2.07

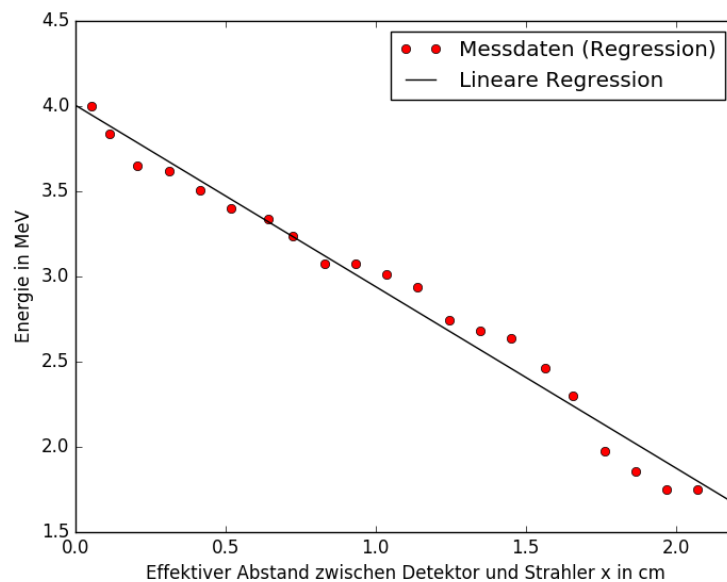
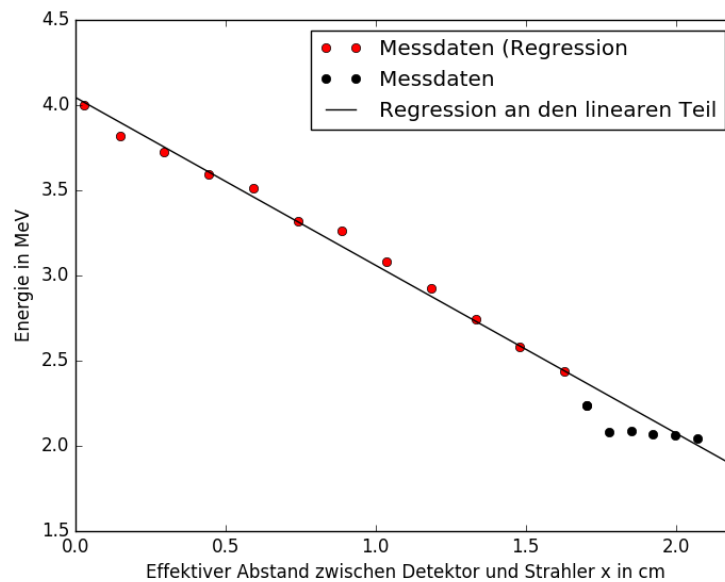
**Abbildung 3:** Energie der Messung 1 (Abstand 2.1 cm)

Tabelle 4: Energien Messung 2 (Abstand 3.0 cm)

Channel	Energie in MeV	effektive Länge in cm
582	4.000	0.03
556	3.821	0.15
542	3.725	0.30
523	3.595	0.44
511	3.512	0.59
483	3.320	0.74
475	3.265	0.89
448	3.079	1.04
426	2.928	1.18
399	2.742	1.33
376	2.584	1.48
355	2.440	1.63
326	2.241	1.70
303	2.082	1.78
304	2.089	1.85
301	2.069	1.92
300	2.062	2.00
297	2.041	2.07

**Abbildung 4:** Energie der Messung 2 (Abstand 3.0 cm)

3.4 Statistik des radioaktiven Zerfalls

Aus 100 Messdaten wird eine Verteilung der Pulse erstellt, die innerhalb zehn Sekunden gemessen werden. Das Histogramm ist in Abbildung 5 dargestellt. An das Histogramm wird mit Hilfe von Python eine Gauß- und eine Poissonkurve genähert, wie in Abbildung 6 zu sehen ist. Die Wertepaare stehen in Tabelle 5. Die Gaußkurve hat die Form

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} . \quad (40)$$

Wobei μ dem Erwartungswert und σ der Varianz der Verteilung entspricht. In diesem Falle ist

$$\mu = 3716 \pm 20 , \quad (41)$$

$$\sigma = 144 \pm 17 . \quad (42)$$

Die Poissonverteilung ist gegeben durch

$$P_{\lambda}(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} . \quad (43)$$

Es ist darauf zu achten, dass k ganze Zahlen sein müssen, also die x -Werte gerundet werden. Für λ erhält man

$$\lambda = 3703 \pm 20 . \quad (44)$$

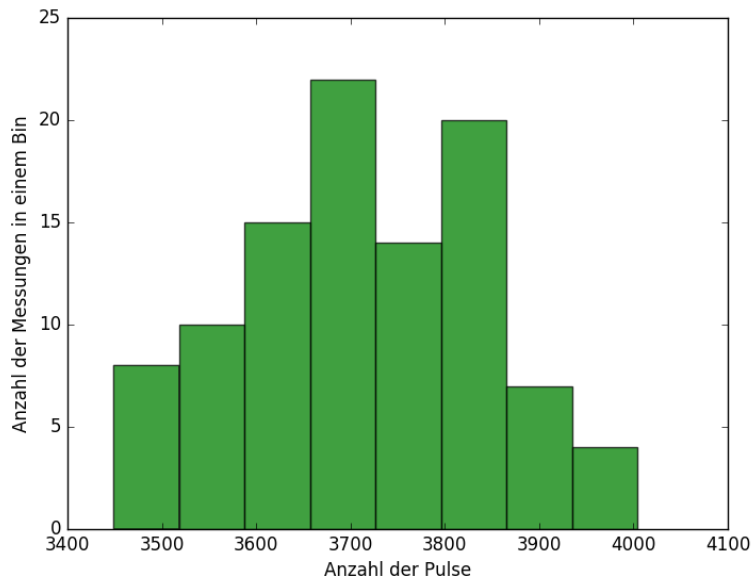


Abbildung 5: 100 Messungen für die Dauer von 10 Sekunden

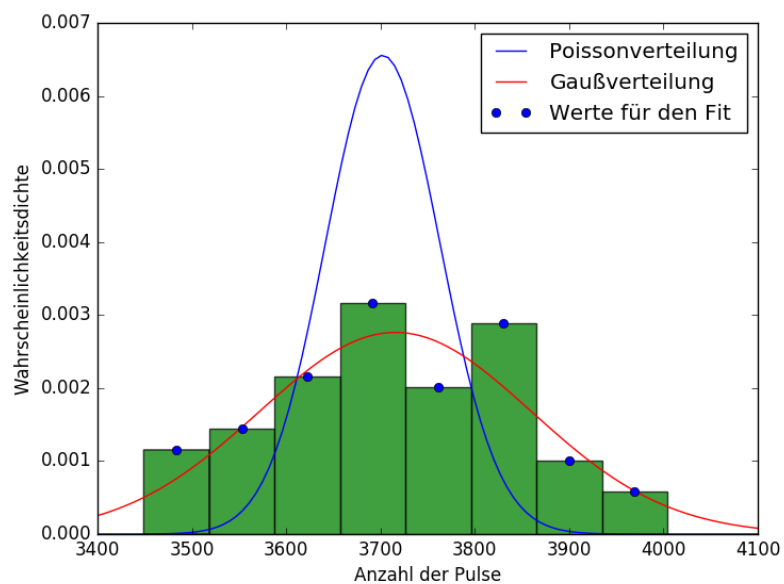


Abbildung 6: 100 Messungen für die Dauer von 10 Sekunden

Tabelle 5: Werte für den Fit (siehe Abbildung 6)

Position des Bins (Gauß)	Position des Bins (Poisson)	Höhe des Bins
3483.69	3484	0.0012
3553.06	3553	0.0014
3622.44	3622	0.0022
3691.81	3692	0.0032
3761.19	3761	0.0020
3830.56	3831	0.0029
3899.94	3900	0.0010
3969.31	3969	0.0006

4 Diskussion

In diesem Versuch wird lediglich der Druck und die Distanz zwischen Probe und Detektor abgelesen, während die restlichen Observablen – Anzahl der Pulse und die Energie (angegeben in „Channel“) – vom Computer ausgewertet werden. Die größte Ungenauigkeit ist folglich beim Ablesen des Druckes und der Distanz zu erwarten. Die analoge Anzeige des Druckmessers hat nie den Nullpunkt erreicht, was für einen systematischen Fehler spricht. Dies schlägt sich in den Energiewerten nieder, da bei der Umrechnung von „Channel“ in Elektronenvolt davon ausgegangen wird, dass die Energie 4 MeV bei 0 bar ist. Die Anzahl der Pulse sollte sehr genau sein, da der Diskriminator (siehe Kapitel 2) entsprechend eingestellt wird.

Die **mittlere Reichweite** der α -Strahlen kann mit Hilfe der linearen Regression im Rahmen der soeben diskutierten Ungenauigkeiten bestimmt werden.

Die **Energie** der α -Strahlung wird auf zwei Arten bestimmt. Die empirische Formel liefert hier höhere Werte als dieses, die mittels linearer Regression bestimmt werden (siehe Tabelle 6). Die Abweichungen sind signifikant und liegen zirka bei 150 %.

Tabelle 6: Energie der α -Strahlung

	Empirisch bestimmt	Bestimmung durch Regression
Abstand 2.1 cm	$(3.4 \pm 0.3) \text{ MeV}$	$(2.1 \pm 0.3) \text{ MeV}$
Abstand 3 cm	$(3.21 \pm 0.07) \text{ MeV}$	$(1.76 \pm 0.08) \text{ MeV}$

Das **Histogramm** im letzten Versuchsteil zeigt eine große Varianz der gemessenen Anzahl an Pulsen von ungefähr 5 %. Eigenartig ist, dass Bin 5 höher ist als Bin sechs. Entgegen unserer Erwartung approximiert offensichtlich die Gaußglocke das Histogramm besser als die Poissonverteilung (siehe 6). Dies kann von vielen Faktoren wie der Anzahl der Ereignisse oder der Varianz abhängen.

Abbildungsverzeichnis

1	Messung 1 (Abstand 2.1 cm)	8
2	Messung 2 (Abstand 3.0 cm)	9
3	Energie der Messung 1 (Abstand 2.1 cm)	11
4	Energie der Messung 2 (Abstand 3.0 cm)	12
5	100 Messungen für die Dauer von 10 Sekunden	13
6	100 Messungen für die Dauer von 10 Sekunden	14

Tabellenverzeichnis

1	Messung 1 (Abstand 2.1 cm)	8
2	Messung 2 (Abstand 3.0 cm)	9
3	Energien Messung 1 (Abstand 2.1 cm)	11
4	Energien Messung 2 (Abstand 3.0 cm)	12
5	Werte für den Fit (siehe Abbildung 6)	14
6	Energie der α -Strahlung	15