ANFÄNGERPRAKTIKUM 2015/2016

Biegung elastischer Stäbe

Durchführung: 03.11.15

Clara RITTMANN[1]
Anja BECK[2]

Betreuer:
Max MUSTERMANN

[1] clara.rittmann@tu-dortmund.de
[2] anja.beck@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

[1] Wärmetransport ist eine Folge von Temperaturgefällen. Wärme strebt vom warmen Reservoir zum kalten. Das geschiet durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung. In diesem Versuch geht es um die Wärmeleitung in Metallen durch Phononen und frei bewegliche Elektronen – Beiträge durch die Konvektion und Wärmestrahlung werden vernachlässigt.
Für einen Stab der Querschnittsfläche A mit der Wärmeleitfähigkeit κ ist die Änderung der Wärme Q in einer Zeitspanne abhängig von der Temperaturänderung bezüglich des Abstandes der Orte, an denen die Temperatur gemessen wurde

$$\mathrm{d}Q = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} \mathrm{d}t \quad . \tag{1}$$

Die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung beschreibt die räumliche und zeitliche Entwicklung der Temperatur

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho \cdot c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad , \tag{2}$$

die von den Materialeigenschaften Wärmeleitfähigkeit κ, Dichte ρ und spezifische Wärme c abhängt. Der Faktor $\frac{\kappa}{\rho \cdot c}$ stellt dar, wie schnell die Temperaturausbreitung erfolgt und wird auch Temperaturleitfähigkeit genannt.
Die Lösung der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung ist abhängig von der Form des Stabes und den Anfangsbedingungen d.h. der Art der Wärmezufuhr. Wird der Stab an einem Ende periodisch erwärmt und abgekühlt, entsteht eine Temperaturwelle $T(x,t)$ entlang des Stabes

$$T(x,t) = T_{\mathrm{max}} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}\right) \cdot \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}\right) \quad . \tag{3}$$

Die Wärmeleitfähigkeit kann aus dem Amplitudenverhältnis einer näher an der Wärmequelle gelegenen Messung A_{nah} und einer um Δx weiter entfernten Messung A_{fern} bestimmt werden

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln\left(A_{\mathrm{nah}}/A_{\mathrm{fern}}\right)} \quad . \tag{4}$$

Die Zeitdifferenz der Amplituden ist Δt.

[1] nach: Anleitung zu V204: Wärmeleitung, Anfängerpraktikum TU Dortmund WS 2015/16, http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V204.pdf

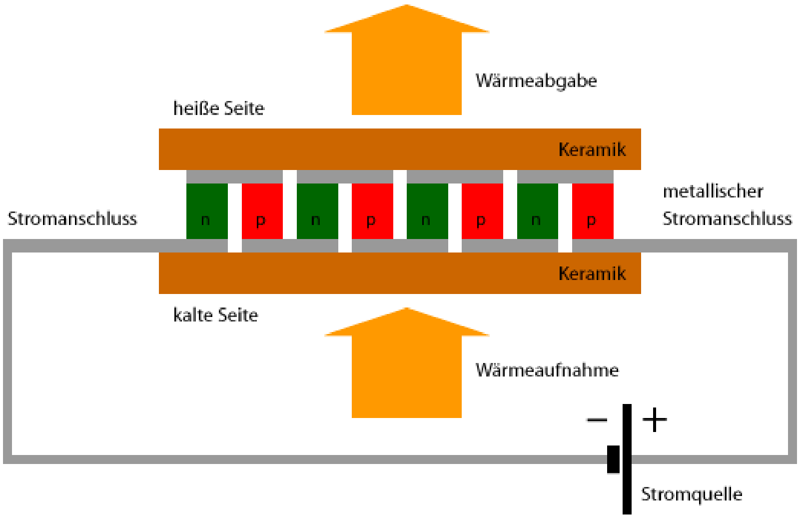

Abbildung 1: Peltier-Element[2]

Zum Erwärmen der Stäbe wurde ein **Peltier-Element** verwendet. Das Peltier-Element heizt nach dem Anlegen einer Spannung auf der einen Seite und kühlt auf der anderen, sodass es sowohl als Wärme- als auch als Kältequelle verwendet werden kann. In einem Peltier-Element sind abwechselnd n- und p-dotierte Halbleiter verbaut und an Lötstellen miteinander verbunden. Elektronen, die sich in den Halbleitern bewegen haben unterschiedliche Energieniveaus. Wenn das Elektron von dem n-dotierten auf den p-dotierten Halbleiter trifft, nimmt es ein höheres Energieniveau an und muss dazu Energie aus der Umgebung aufnehmen – die Lötstelle kühlt ab. Trifft das Elektron wieder auf den n-dotierten Halbleiter gibt es Energie ab und die Lötstelle wird heißer.

2 Aufbau und Ablauf des Experiments

In diesem Experiment wurde die Wärmeleitung von vier Metallstäben gemessen: Ein Stab war aus Aluminium, einer aus Edelstahl und zwei mit verschiedenen Querschnitten aus Kupfer. Die Stäbe wurden zeitgleich mit einem Peltier-Element erhitzt bzw. gekühlt. Die Temperatur der Stäbe wurde jeweils an zwei Stellen eines Stabes mit Thermoelementen gemessen und in einem Datenlogger gespeichert.
Als erstes wurden die Stäbe einfach nur erhitzt, um den Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ des Messingstabes zu bestimmen. Hierzu wurden die Temperaturkurven sowie die Temperaturdifferenzen der Thermoelemente mit Hilfe des Datenloggers erstellt und ausgedruckt.
In weiteren Messungen wurde periodisch geheizt und gekühlt. Für Messing und Aluminium wurde die Messung bei einer Periode von 80 s durchgeführt und für Edelstahl bei 200 s. Es wurde für jeden Stab eine Grafik mit den Temperaturkurven beider Thermoelemente erstellt.

[2]Quelle: https://www.energie-lexikon.info/img/peltier-element.png

3 Auswertung

3.1 Statistische Formeln

3.1.1 Fehlerrechnung

Im folgenden wurden Mittelwerte von N Messungen der Größe x berechnet

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} x_i \tag{5}$$

sowie die Varianz

$$V(x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} (x_i - \bar{x})^2 \tag{6}$$

woraus die Standartabweichung folgt

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}. \tag{7}$$

Die Standartabweichung des Mittelwertes, kürzer auch Fehler des Mittelwertes genannt, bezieht noch die Anzahl der Messungen mit ein. Mehr Messungen führen zu einem kleineren Fehler

$$\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}. \tag{8}$$

3.1.2 Regression

Nachfolgend wird eine lineare Regression für Wertepaare (x_i, y_i) durchgeführt. Dafür müssen die Steigung

$$m = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{9}$$

und der y-Achsenabschnitt

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{10}$$

berechnet werden. Den jeweiligen Fehler erhält man mit

$$s_m^2 = s_y^2 \cdot \frac{n}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \tag{11}$$

$$s_b^2 = s_y^2 \cdot \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}{n \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \ . \tag{12}$$

s_y ist hierbei die Abweichung der Regressionsgeraden in y-Richtung.

$$s_y^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\Delta y_i)^2}{n-2} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - b - mx_i)^2}{n-2} \tag{13}$$

4 Diskussion