

Optisches Pumpen

1. Problemstellung

Bekanntlich besitzen die Elektronenhüllen isolierter Atome eine Reihe scharf definierter Energieniveaus. Während die Niveaus der innersten Schalen unter Beachtung des Paulischen Ausschließungsprinzipes vollständig mit Elektronen besetzt sind, tritt bei den äußeren Niveaus eine temperaturabhängige Besetzung auf. Greift man beispielsweise zwei Zustände mit den Energien W_1 und W_2 heraus ($W_2 > W_1$), dann sind die Besetzungszahlen N_1 bzw. N_2 der beiden Niveaus durch die bekannte Boltzmannsche Gleichung

$$(1) \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{\exp(-W_2/kT)}{\exp(-W_1/kT)} .$$

miteinander verknüpft, sofern sich die Atome bei der absoluten Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befinden. Hierin bedeuten die g_i die sogenannten statistischen Gewichte. Sie geben an, wieviele Zustände zur Energie W_i gehören.

Mit einer Methode, die in der Literatur als **optisches Pumpen** bezeichnet wird, gelingt es nun, Abweichungen von der durch (1) gegebenen Energieverteilung - gelegentlich sogar eine sogenannte Inversion: $N_2 > N_1$ - zu erzeugen. Ist eine solche, nicht-thermische Energieverteilung erst einmal hergestellt, dann können Strahlungsübergänge zwischen den Niveaus induziert werden. Die emittierten oder absorbierten Quanten haben die Energie

$$h\nu = W_2 - W_1 .$$

Diese kann man nun - und darin liegt die Bedeutung des optischen Pumpverfahrens für die Meßtechnik begründet^{*)} - mit hoher Präzision ausmessen insbesondere dann, wenn $h\nu \ll kT$ ist. Das ist beispielsweise der Fall, wenn die Niveauunterschiede $W_2 - W_1$ durch die Hyperfeinstrukturaufspaltung oder durch die Zeeman-Aufspaltung in einem äußeren Magnetfeld bedingt sind.

Aus einer Messung dieser Größen lassen sich nun die Landéschen g -Faktoren und weiterhin die Spins der Elektronenhülle und des Kerns mit großer Genauigkeit errechnen. Es ist das Ziel des im folgenden beschriebenen Experimentes, zumindest einen Teil dieser Größen für die stabilen Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb zu ermitteln. Zunächst sollen jedoch die Zusammenhänge zwischen den Drehimpulsen eines Hüllenelektrons und den zugehörigen magnetischen Momenten rekapituliert werden.

^{*)} Es gibt jedoch heutzutage noch genauere Meßverfahren.

2. Zusammenhänge zwischen Drehimpulsen und magnetischen Momenten in der Elektronenhülle eines Atoms

Mit dem Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle^{*)} ist ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_J$ gekoppelt. Der Zusammenhang zwischen beiden Größen ist gegeben durch

$$(2) \quad \vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J}$$

oder

$$(3) \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad .$$

Hierin bedeuten μ_B das Bohrsche Magneton und g_J den **Landé-Faktor**. Durch g_J wird berücksichtigt, daß sich $\vec{\mu}_J$ aus den magnetischen Momenten des Bahndrehimpulses \vec{L} und des Spins \vec{S} zusammensetzt. Es gilt im einzelnen:

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L}$$

oder

$$(4) \quad |\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

sowie

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S}$$

oder

$$(5) \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)},$$

worin $g_S = 2,00232$ den Landé-Faktor des freien Elektrons bedeutet. Gemäß Abb.1 führt nun das Gesamtmoment^{**)}

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$$

eine Präzessionsbewegung um die \vec{J} -Richtung aus, sodaß sich die zu \vec{J} senkrechte Komponente $\vec{\mu}_\perp$ zeitlich herausmittelt und nur die zu \vec{J} parallele Komponente $\vec{\mu}_J$ als magnetisches Moment des Atoms in Erscheinung tritt. Für diese folgt aus Abb.1

$$|\vec{\mu}_J| = |\vec{\mu}_L| \cos \beta + |\vec{\mu}_S| \cos \alpha$$

und unter Berücksichtigung von (3), (4) und (5)

$$g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \cos \beta + 2,0023 \mu_B \sqrt{S(S+1)} \cos \alpha \quad .$$

Die Anwendung des Kosinussatzes auf das durch \vec{L} , \vec{S} , \vec{J} gebildete Dreieck liefert

^{*)} Die Drehimpulse abgeschlossener Schalen kompensieren sich vollständig. Sie spielen daher für die folgende Betrachtung keine Rolle. Bei allen Alkali-Atomen gibt es nur **ein** Elektron, das einen nicht verschwindenden Drehimpuls besitzt. Dieses trägt dann den Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Hülle.

^{**)} Diese sogenannte **Russel-Saunders-Kopplung** der beiden mag. Momente tritt nur auf, wenn keine zu starken Magnetfelder von außen auf das Atom einwirken. Diese Voraussetzung ist beim vorliegenden Experiment bei weitem erfüllt.

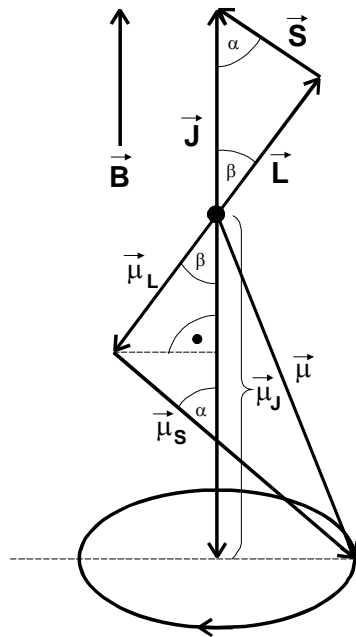


Abb.1 Veranschaulichung der Zusammenhänge zwischen den Drehimpulsen und den magnetischen Momenten eines Valenzelektrons

$$\cos \beta = \frac{|\vec{J}|^2 + |\vec{L}|^2 - |\vec{S}|^2}{2|\vec{J}||\vec{S}|}$$

und

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{J}|^2 + |\vec{S}|^2 - |\vec{L}|^2}{2|\vec{J}||\vec{L}|}$$

Daraus folgt schließlich

$$(6) \quad g_J = \frac{3,0023 J(J+1) + 1,0023 \{S(S+1) - L(L+1)\}}{2J(J+1)}$$

Bringt man das Atom in ein äußeres Magnetfeld \vec{B} , so verändern sich die Energieniveaus bedingt durch die Wechselwirkung des magnetischen Momentes $\vec{\mu}$ mit dem Feld. Die Wechselwirkungsenergie beträgt

$$U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B}$$

Wegen der Präzessionsbewegung von $\vec{\mu}_J$ um die Feldrichtung mittelt sich die zu \vec{B} senkrechte Komponente zeitlich heraus. Für die Energiebilanz spielt also nur die z-Komponente von $\vec{\mu}_J$ ($\vec{z} \parallel \vec{B}$) eine Rolle. Wegen der **Richtungsquantelung** kann diese nur **ganzzahlige** Vielfache M_J des Wertes $g_J \mu_B B$ annehmen. Es ist also

$$(7) \quad U_{\text{mag}} = M_J g_J \mu_B B,$$

wobei die Orientierungsquantenzahl M_J den Wertevorrat $-J, -J+1, \dots, J-1, J$ besitzt. Das Aufspalten eines Energieniveaus in $2J+1$ Unterniveaus beim Anlegen eines Magnetfeldes bezeichnet man als **Zeeman-Effekt**.

3. Der Einfluß des Kernspins auf das Termschema eines Alkali-Atoms

Die als Untersuchungsobjekt vorgesehenen Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb besitzen beide einen von null verschiedenen Kernspin \vec{I} . Die dadurch bedingte Hyperfeinstruktur der Energieniveaus und ihr Einfluß auf die Zeeman-Aufspaltung wurden bisher außer Acht gelassen. Sie sollen aber jetzt berücksichtigt werden.

Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle koppelt -vorausgesetzt, daß von außen einwirkende Magnetfelder hinreichend schwach sind - vektoriell mit dem Drehimpuls \vec{I} des Kerns zum Gesamtdrehimpuls \vec{F} des Atoms: (siehe Abb.2)

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}.$$

Das mit Kernspin gekoppelte magnetische Moment des Kerns stellt sich nun im magnetischen Feld der Elektronenhülle gequantelt ein, wobei die Zahl der so entstehenden

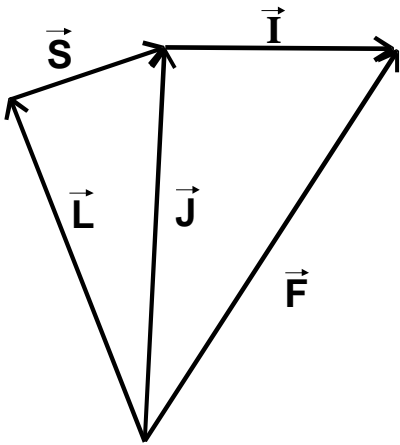


Abb.2 Vektordiagramm sämtlicher Drehimpulse eines Atoms

Hyperfeinstrukturterme gleich $2J+1$ oder $2I+1$ ist, je nachdem ob $J < I$ oder $J > I$ ist.

Sie werden unterschieden durch die Quantenzahl F , die von $I+J$ bis $|I-J|$ laufen kann. In Abb.3 ist ein Beispiel eines Alkali-Atoms ($J = \frac{1}{2}$) mit einem Kernspin von $I = \frac{3}{2}$ dargestellt. Für die Quantenzahl F sind dann die Werte 1 und 2 möglich. Jedes Feinstruktur-Niveau spaltet somit in 2 Hyperfeinstruktur-Niveaus auf.

Legt man zusätzlich ein schwaches äußeres Magnetfeld an, dann spalten sämtliche Hyperfeinstrukturterme noch einmal in $2F+1$ -Zeeman-Niveaus auf, die durch die Quantenzahl M_F , welche von $-F$ bis $+F$ laufen kann, charakterisiert werden (Abb.3).

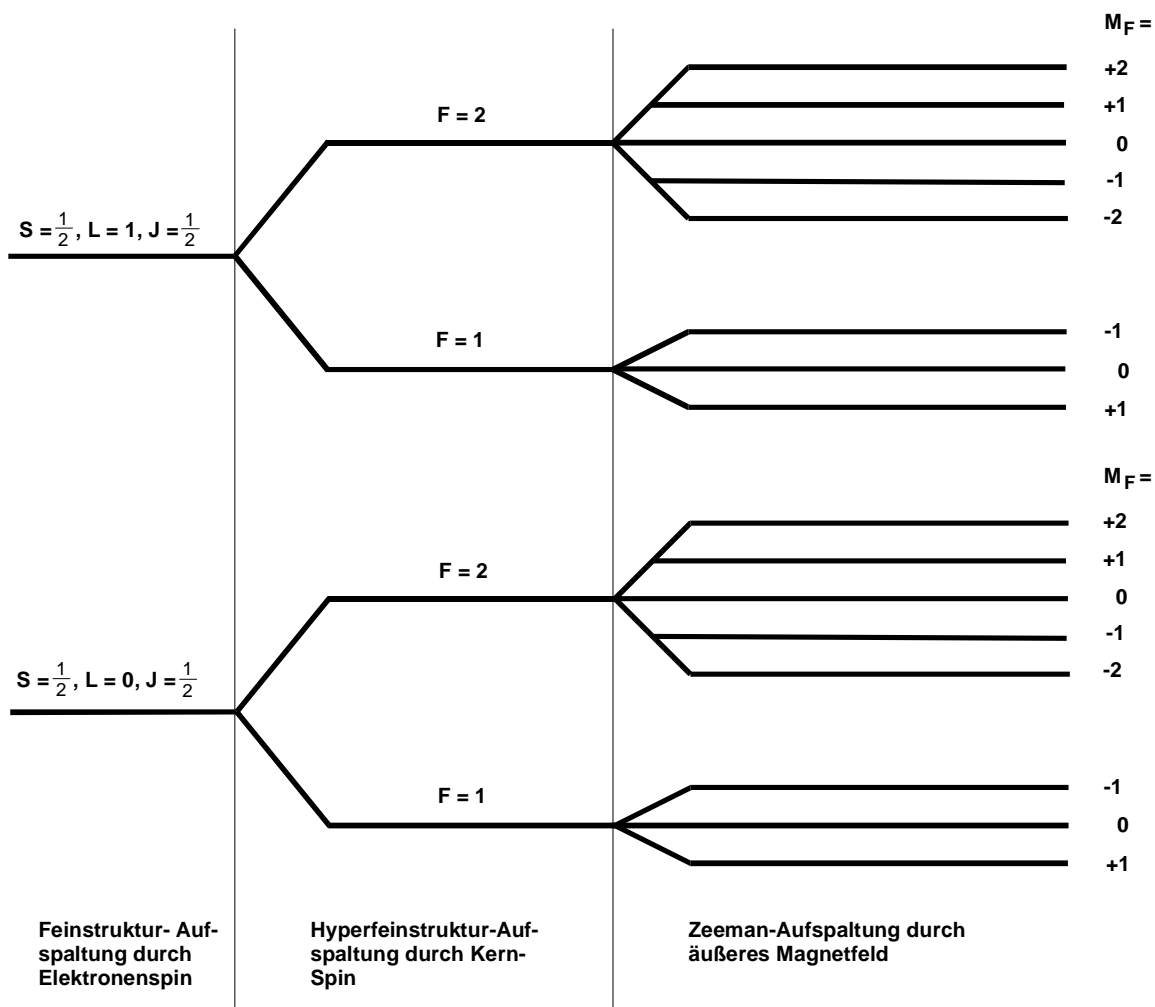


Abb.3 Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus eines Alkali-Atoms mit Kernspin $I = \frac{3}{2}$ für einen ($L = 0$)- und einen ($L = 1$)-Zustand (Aufspaltung nicht maßstäblich; Abstand der Feinstruktur-Niveaus: $\approx 1,5$ eV; Aufspaltung der Hyperfeinstruktur-Niveaus: ca 30 μ eV bei Rb)

Die Energiedifferenz zwischen benachbarten Zeemann-Niveaus beträgt

(8)
$$U_{HF} = g_F \mu_B B.$$

Der Landé-Faktor g_F errechnet sich unter Berücksichtigung des Vektordiagramms in Abb.2 aus dem Ansatz

$$(9) \quad |\mu_F| = \sqrt{F(F+1)} g_F \mu_B$$

wie folgt

$$|\mu_F| = |\mu_J| \cos(\vec{J}, \vec{F}) + |\mu_I| \cos(\vec{I}, \vec{F}) = \mu_B \sqrt{J(J+1)} g_J \cos(\vec{J}, \vec{F}) + \mu_K \sqrt{I(I+1)} g_I \cos(\vec{I}, \vec{F}).$$

(μ_F = Magn. Moment des Atoms, μ_J = Magn. Moment der Elektronenhülle, μ_I = Magn. Moment des Kerns, μ_K = Kernmagneton, g_I = zum Kernspin gehörender Landé-Faktor)

Wegen des großen Massenunterschiedes zwischen Elektron und Nukleon ist $\mu_K \ll \mu_B$. Daher wird der zweite Summand mit μ_K zumeist vernachlässigt; und es folgt durch Anwendung der Kosinussatzes auf das von den Vektoren \vec{J} , \vec{F} und \vec{I} gebildete Dreieck (siehe S.3)

$$(10) \quad \mu_F \approx \mu_B g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2\sqrt{F(F+1)}}.$$

Durch Vergleich von (9) und (10) erhält man schließlich

$$(11) \quad g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}.$$

4. Das Prinzip des optischen Pumpens

Um Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus beobachten zu können, ist es notwendig, zunächst eine nicht thermische Besetzung der Niveaus zu erzeugen. Das ist möglich mit Hilfe des in Kapitel 1 erwähnten optischen Pumpverfahrens. In diesem Kapitel soll der Vorgang zunächst an einem vereinfachten Modell erläutert werden. Sodann werden die vereinfachenden Annahmen wieder aufgehoben und die Vorgänge an einem realen Objekt beschrieben.

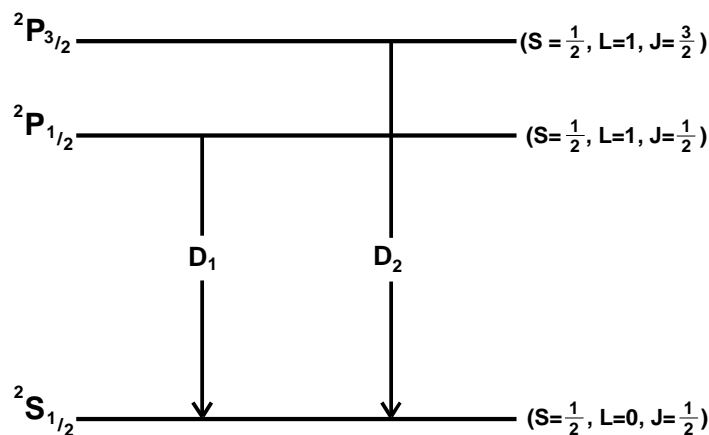


Abb.4 Entstehung der Dublettstruktur in Alkali-Spektren

Man denke sich ein Alkali-Atom, dessen Kern keinen Drehimpuls besitzt. Bekanntlich hat es wegen seines einzelnen Elektrons in der äußersten Schale den Grundzustand $^2S_{1/2}$ und $^2P_{1/2}$ sowie $^2P_{3/2}$ als erste angeregte Zustände. Optische Übergänge zwi-

schen diesen Zuständen ergeben das bekannte D₁-D₂-Dublett (siehe Abb. 4). Hier sind ebenfalls die zu den Zuständen gehörenden Quantenzahlen eingetragen.

Für die beiden Zustände $^2S_{1/2}$ und $^2P_{1/2}$ ist jeweils $J = \frac{1}{2}$. Somit kann in dem vorliegenden Beispiel M_J nur die Werte $-\frac{1}{2}$ und $+\frac{1}{2}$ annehmen. Man bekommt daher im Magnetfeld eine Aufspaltung der beiden Niveaus in jeweils zwei Zeeman-Unterniveaus, wie es in Abb.5

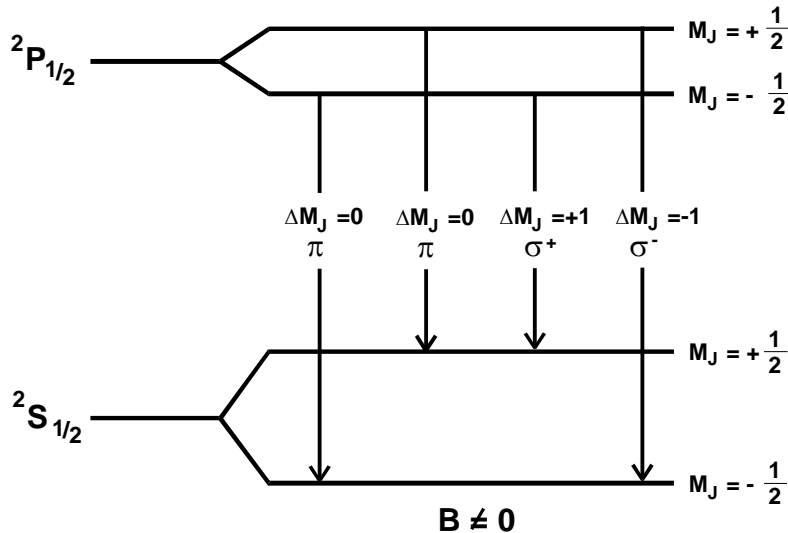


Abb.5 Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus eines hypothetischen Alkali-Atoms (ohne Kernspin) sowie die möglichen Übergänge zwischen diesen Niveaus

angedeutet ist. Es sind jetzt gemäß den **Auswahlregeln** $\Delta M_J = 0, \pm 1$ vier Strahlungsübergänge zwischen den einzelnen Niveaus möglich, die sich durch ihre Energie und durch ihren **Polarisationszustand** unterscheiden. Ein σ^+ -Übergang (mit $\Delta M_J = +1$) entspricht rechtszirkular-polarisiertem Licht, das heißt, der Spin der Lichtquanten steht antiparallel zu ihrer Ausbreitungsrichtung; während beim σ^- -Übergang ($\Delta M_J = -1$) Spin und Ausbreitungsrichtung parallel sind. Bei den π -Übergängen ($\Delta M_J = 0$) wird hingegen linear polarisiertes Licht emittiert und absorbiert. Die Polarisationsrichtung ist dabei parallel zu \vec{B} . Wegen des Dipolcharakters des Strahlungsfeldes erfolgt bei π -Übergängen keine Abstrahlung parallel zu \vec{B} ; senkrecht zu \vec{B} ist die Strahlungsintensität maximal. Dagegen beobachtet man das bei den σ -Übergängen emittierte zirkular-polarisierte Licht ausschließlich in Richtung von \vec{B} . In allen dazu senkrechten Richtungen erscheint es linear polarisiert.

Es möge sich nun ein Dampf bestehend aus den hypothetischen Alkali-Atomen in einer Zelle bei der Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befinden. Außerdem sei ein äußeres Magnetfeld eingeschaltet. Die Atome befinden sich dann im Grundzustand $^2S_{1/2}$, wobei das Niveau mit $M_J = +\frac{1}{2}$ gemäß (1) etwas schwächer besetzt ist als das energieärmere mit $M_J = -\frac{1}{2}$. In diese Zelle werde nun gemäß Abb. 6 rechtszirkular-po-

larisiertes D₁-Licht^{**)} eingestrahlt, das man mit Hilfe eines Polarisationsfilters und einer

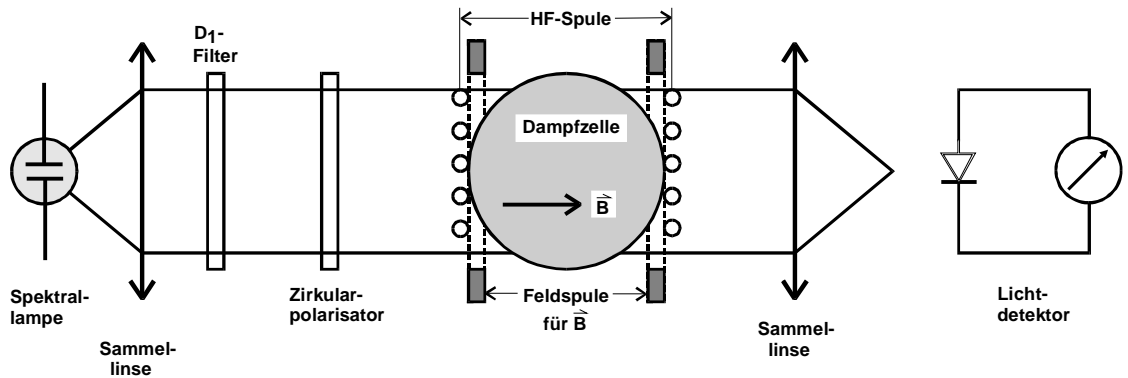


Abb.6 Prinzipieller Versuchsaufbau zur Untersuchung von Übergängen zwischen Zeeman-Niveaus

$\lambda/4$ -Platte aus natürlichem D₁-Licht herstellen kann. In den Dampf-Atomen ist dann wegen $\Delta M_J = +1$ nur der Übergang von $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ nach $^2P_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ möglich (siehe Abb. 7) Der angeregte Zustand $^2P_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ geht durch spontane Emission nach ca. 10^{-8} s wieder in den Grundzustand über.^{****)}

Dabei werden sowohl das $^2S_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ - als auch das $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ -Niveau bevölkert. Da aber aus dem $^2S_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ -Niveau wegen $\Delta M_J = +1$ keine Übergänge in die beiden P-Niveaus erfolgen, reichert sich dieses auf Kosten des energetisch niedrigeren $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ -Niveaus an. Auf diese Weise gelingt es, (wenigstens im Prinzip^{*****)}) den Zustand $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ völlig leer zu pumpen und damit eine totale Umkehr der durch (1) gegebenen, thermischen Besetzungsdichte der beiden S-Energieniveaus zu realisieren. Um die Inversion der Besetzung der beiden $^2S_{1/2}$ -Zustände nachzuweisen, beobachtet man die Intensität des durch die Dampfzelle hindurchtretenden Lichtes mit Hilfe eines Lichtdetektors (Photozelle, Photodiode etc, siehe Abb.6).

Vor Beginn des Pumpvorganges wird das einfallende D₁-Licht von den Atomen weitgehend absorbiert. Sie gehen dabei vom $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ -Zustand in den angeregten Zustand $^2P_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ über. Mit zunehmender Entleerung des $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ -Niveaus wird die Wahrscheinlichkeit einer Absorption immer geringer, sodaß die Transparenz

^{**) Da das eingestrahlte Licht von einer normalen Spektrallampe stammen soll, ist seine Energieverteilung infolge der thermischen Dopplerverbreiterung bei weitem breiter als die Zeeman-Aufspaltung. Die für den in Abb.7 eingezeichneten Übergang notwendige Energie steht also zur Verfügung.}

^{****) Spontane Übergänge zwischen $^2P_{1/2}, M=+\frac{1}{2}$ und $^2P_{1/2}, M=-\frac{1}{2}$ sowie zwischen den S-Niveaus sind praktisch unmöglich (siehe dazu Kap.5).}

^{*****) Durch Zusammenstöße der Gasatome untereinander oder mit den Atomen in der Zellenwand können die Elektronenspins umklappen und damit wieder vom $^2S_{1/2}, M=+\frac{1}{2}$ - in den $^2S_{1/2}, M=-\frac{1}{2}$ -Zustand übergehen. Dieser störende Effekt läßt sich zurückdrängen, wenn man die Dampfzelle in Abb.6 zusätzlich mit einem Puffergas füllt. Besonders geeignet sind hierfür Edelgase wegen ihrer kugelsymmetrischen Gestalt im S-Zustand.}

der Zelle im Laufe der Zeit zunimmt. Sie nähert sich asymptotisch dem Wert 1, wenn es

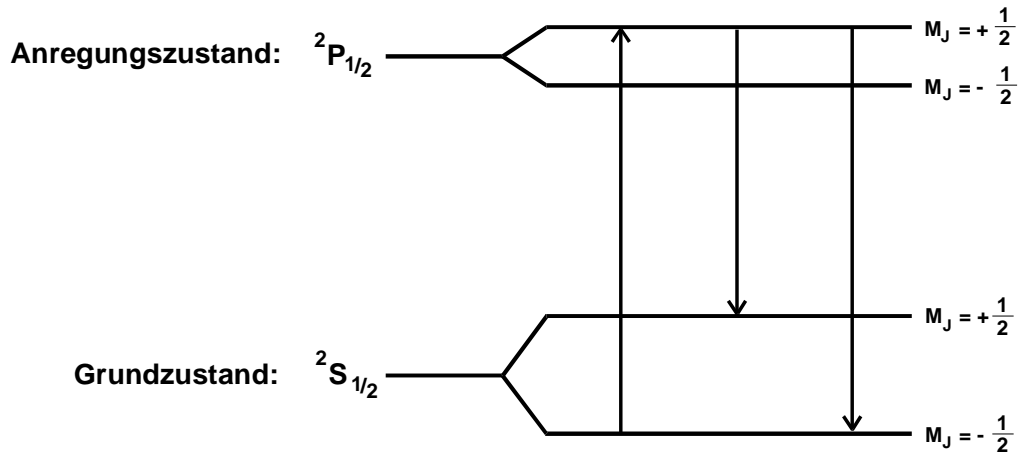


Abb. 7 Mögliche Übergänge im hypothetischen Alkali-Atom bei Einstrahlung von rechtszirkular-polarisiertem Licht

gelingt, das $2S_{1/2}$, $M_J = -\frac{1}{2}$ -Niveau völlig leer zu pumpen (siehe Abb. 8).

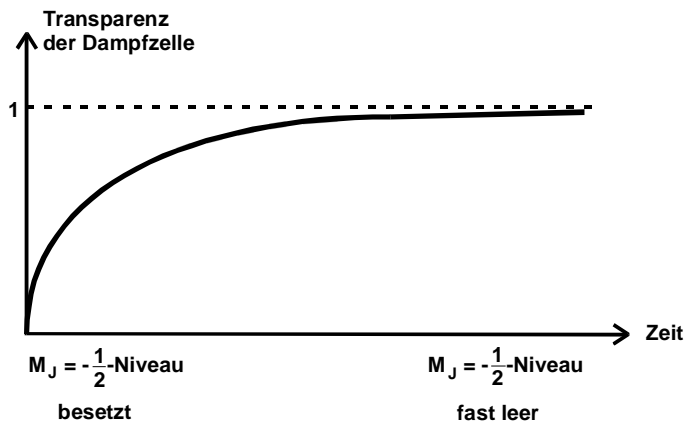


Abb. 8 Transparenz einer Alkali-Dampfzelle in Abhängigkeit von der Zeit bei Einstrahlung von rechtszirkular-polarisiertem Licht (idealisierte Kurve)

5. Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung

Das Pumpverfahren kann man nun, wie bereits in Kap.1 angedeutet, zu Präzisionsmessungen der Zeeman- (und auch der Hyperfeinstruktur-) Aufspaltung benutzen. Es werden hierbei Methoden der Hochfrequenz-Spektroskopie angewandt. Zum Verständnis des Meßvorganges muß zunächst diskutiert werden, auf welche Weisen ein angeregtes Atom wieder in den Grundzustand (oder allgemein in einen weniger angeregten Zustand) übergehen kann. Grundsätzlich sind hier zwei Prozesse zu unterscheiden: die **spontane** und die **induzierte** Emission von Lichtquanten. Im ersteren emittiert das angeregte Atom ein Photon, ohne daß Einflüsse von außen wirksam werden. Beim zweiten muß erst ein Photon eingestrahlt werden, bevor eine Emission eintritt (siehe Abb. 9a + b). Seine Energie muß genau dem Unterschied der beiden Niveaus entsprechen, zwischen denen der Übergang stattfindet. Man bekommt damit zwei Photonen, die in Energie, Ausbreitungsrichtung und Polarisation übereinstimmen.

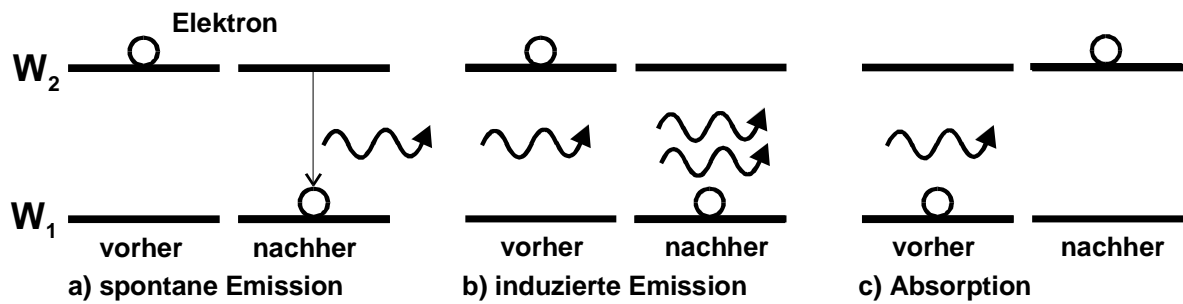


Abb.9 Die verschiedenen Übergangsmöglichkeiten eines Elektrons zwischen zwei Energieniveaus

Spontane und induzierte Emission können im Prinzip nebeneinander ablaufen. Welcher von beiden Prozessen jeweils überwiegt, hängt im wesentlichen von der Energie

$$h\nu = W_2 - W_1$$

der emittierten Photonen ab, wie im folgenden gezeigt werden soll: Man denke sich eine große Zahl von Gasatomen, von denen sich N_2 im energetisch höheren Zustand W_2 und N_1 im Zustand W_1 befinden mögen. Das Gas stehe im Gleichgewicht mit seiner Temperaturstrahlung bei der Temperatur T . Die Anzahl der spontanen Emissionen der Atome pro Zeiteinheit ist nun

$$n_{\text{spont}} = N_2 A_{21} \quad ,$$

wenn mit A_{21} die Übergangswahrscheinlichkeit für spontane Emission bezeichnet wird. Daneben können induzierte Übergänge auftreten, die durch Temperaturstrahlungsquanten der Frequenz ν hervorgerufen werden. Die Zahl pro Zeiteinheit durch induzierte Emission in den Zustand W_1 übergehenden Atome ist proportional zur Dichte $u(\nu)$ dieser Quanten und der Anzahl N_2 der Atome im Zustand W_2 . Der zugehörige Proportionalitätsfaktor wird als **Einstein-Koeffizient** B_{21} der induzierten Emission bezeichnet. Es ist also

$$n_{\text{ind}} = N_2 B_{21} u(\nu) \quad .$$

Ebenso können die Temperaturstrahlungsquanten (der Frequenz ν) aber auch von Atomen im Zustand W_1 absorbiert werden (Abb. 7c). Die Zahl der Absorptionsakte pro Zeiteinheit ist dann, wenn B_{12} den Einstein-Koeffizienten der Absorption darstellt:

$$n_{\text{abs}} = N_1 B_{12} u(\nu) \quad .$$

Im thermodynamischen Gleichgewicht bleibt die mittlere Besetzungszahl eines jeden Niveaus konstant, daher muß die Zahl der Übergänge von W_1 nach W_2 gleich denen von W_2 nach W_1 sein; es muß also gelten

$$n_{\text{spont}} + n_{\text{ind}} = n_{\text{abs}}$$

oder

$$(12) \quad N_2 A_{21} + N_2 B_{21} u(\nu) = N_1 B_{12} u(\nu) \quad .$$

Sind die Zustände W_2 und W_1 nicht entartet, ist also $g_1 = g_2 = 1$, dann ist

$$(13) \quad B_{21} = B_{12} \quad .$$

Für die Übergangswahrscheinlichkeit A_{21} folgt somit aus (12) und (13)

$$(14) \quad A_{21} = B_{12} u(\nu) \left(\frac{N_1}{N_2} - 1 \right) .$$

Da hier die induzierte Emission durch Temperaturstrahlung hervorgerufen wird, ist für $u(\nu)$ die Plancksche Formel für die Strahlung des schwarzen Körpers einzusetzen:

$$u(\nu) = \frac{8\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

und zwar für die Frequenz

$$\nu = \frac{W_2 - W_1}{h} .$$

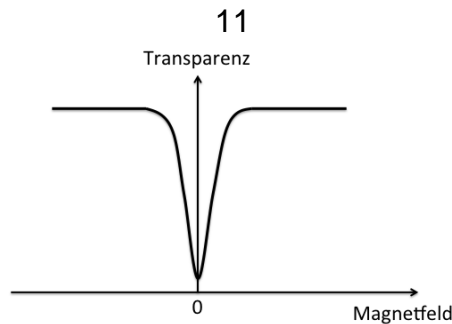
Das Besetzungsverhältnis N_1/N_2 in (14) ist durch die Boltzmann-Gleichung (1) festgelegt. Damit erhält man für A_{21}

$$(15) \quad A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3 .$$

Der Einstein-Koeffizient B_{21} der induzierten Emission hängt nur von der Gestalt der Wellenfunktion der beiden Zustände mit den Energien W_1 und W_2 ab. Er kann also hier als konstant betrachtet werden. Damit entnimmt man aus (15) eine ν^3 -Abhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeit für die spontane Emission. Dieser Vorgang spielt somit nur bei höheren Frequenzen eine Rolle. Ein Zahlenbeispiel soll diesen Sachverhalt veranschaulichen: Im Experiment treten Übergänge zwischen dem Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand des Rb-Atoms auf. Hierbei werden Quanten mit einer Frequenz von ca 380 THz emittiert oder absorbiert. Andererseits werden durch Einstrahlung von Hochfrequenz Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus erzeugt, deren Frequenz in der Größenordnung 1 MHz liegt. Das Verhältnis der Übergangswahrscheinlichkeit für die spontane Emission bei diesen beiden Frequenzen beträgt somit nach (15) $A_{21}(380 \text{ THz})/A_{21}(1 \text{ MHz}) = 5,5 \cdot 10^{25}$. Spontane Emissionen spielen also im Energiebereich der Zeeman-Niveaus keine Rolle. Hier tritt praktisch nur induzierte Emission auf.

Die Erscheinung der induzierten Emission kann nach dem soeben angestellten Überlegungen dazu benutzt werden, um die Abstände zwischen den Zeeman-Niveaus mit großer Genauigkeit auszumessen.

Bevor wir aber solche Resonanzen betrachten diskutieren wir vorerst das Verhalten um Magnetfeld Null. Dabei wird das Magnetfeld langsam um Wert Null verfahren und die Entwicklung der transmittierten Intensität beobachtet.



Das Verhalten kann dadurch verstanden werden, dass beim Nullfeld keine Zeeman Aufspaltung stattfindet und somit das optische Pumpen nicht möglich ist. Das Nullfeld-Signal stellt somit eine einfache Möglichkeit das Erdmagnetfeld in dem gemessenen Gasvolumen zu bestimmen und zu kompensieren. Dafür stellt man die Nullfeld-Linie durch die Einstellung der Spulenströme auf eine minimale Linienbreite ein und liest das dafür benötigte Magnetfeld in allen Raumrichtungen ab.

Als nächstes legt man an die Dampfzelle in Abb.6 ein frequenzvariables Hochfrequenzfeld (weiter RF) an. Beim Verfahren des Magnetfeldes erzeugt man durch den Pumpvorgang zunächst eine Inversion der Besetzungszahlen in den S-Niveaus. Sobald dieser Zustand erreicht ist, wird es an der Transparenz der Dampfzelle für das D₁-Licht zu erkennen sein. Wenn das Magnetfeld den Wert

$$h\nu = g_J \mu_B B_m \Delta M_J$$

oder

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e g_J} \nu$$

erreicht hat, setzt die induzierte Emission ein und das $^2S_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ -Niveau wird entleert. Damit kann aber das eingestrahlte σ^+ -Licht wieder absorbiert werden; denn das $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$ -Niveau ist jetzt (zum Teil) wieder gefüllt. Die Transparenz der Dampfzelle wird also im Resonanzfalle abnehmen, wie es in Abb.10 skizziert ist.

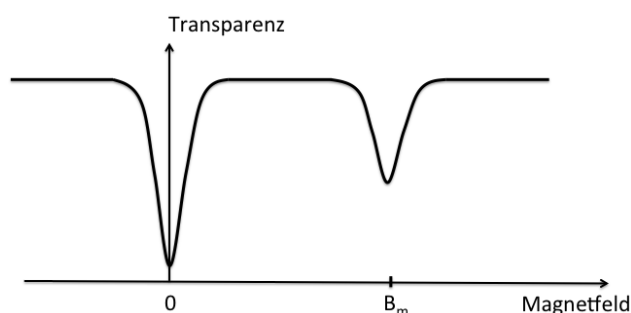


Abb.10 Transparenz einer Alkali-Dampfzelle für rechtszirkular-polarisiertes Licht in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei angelegten Hochfrequenzfeld (idealisierte Kurve).

Durch die Einstrahlung **zirkular polarisierten** Lichtes gelingt es also, die Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus mit hoher Genauigkeit auszumessen^{*)}. Wollte man die Zeeman-Aufspaltung über die Energieänderung der emittierten Lichtquanten messen, brauchte man unter den hier vorliegenden Versuchsbedingungen einen Spektralapparat mit einer Auflösung von $\lambda/\Delta\lambda > 10^8$. Reale Geräte erreichen jedoch nur Werte von der Größenordnung 10^5 . Selbst wenn es solch eine Apparatur gäbe, wäre eine Messung nicht möglich, da durch die Dopplerverbreiterung der Spektrallinien infolge der Brownschen Molekularbewegung der Gasatome eine Energieunschärfe von ca 10^{-5} bis 10^{-6} entsteht. Man ist also weit davon entfernt, mit rein optischen Methoden das vorliegende Meßproblem lösen zu können. Erst die Hochfrequenz-Spektroskopie gestattet es, in den erforderlichen Auflösungsbereich vorzustoßen.

Bisher wurden der Einfachheit halber nur Atome mit verschwindendem Kernspin betrachtet. Die Verallgemeinerung auf Atome mit $I > 0$ soll nun erfolgen. Es treten zwar keine grundsätzlich neuen Phänomene auf. Jedoch ist jetzt die Aufspaltung in Unterniveaus erheblich vielfältiger. Die Vorgänge sollen an dem in Abb. 3 dargestellten Beispiel ($I = 3/2$) erläutert werden. Man strahlt beispielsweise rechtzirkular-polarisiertes D_1 -Licht ein und erzeugt damit Übergänge zwischen dem Grundzustand ($L = 0, J = 1/2$) und dem angeregten Zustand Grundzustand ($L = 1, J = 1/2$). Da das Licht aus einer Spektrallampe stammt, ist seine Energie-Verteilung durch den Doppler-Effekt der emittierenden Gasatome so breit, daß die gesamte Hyperfeinstruktur- **und** Zeeman-Aufspaltung der Feinstruktur-Niveaus bei weitem überdeckt wird, sodaß vom Energieangebot her Übergänge zwischen allen Niveaus möglich wären. Wegen der zirkularen Polarisation des einfallenden Lichtes muß bei den Übergängen jedoch die Auswahlregel $\Delta M_F = +1$ erfüllt sein. Damit ist vom Grundzustand $F = 2, M_F = +2$ **keine** Emission möglich, da im angeregten Zustand kein Niveau mit $M_F = +3$ existiert. Die Besetzungszahl dieses Niveaus kann also beim Pumpen nicht abnehmen - im Gegenteil, sie wird sogar zunehmen, da durch spontane Emission Übergänge aus Niveaus mit $M_F = +2$ und $+1$ in dieses Niveau möglich sind. Es gelingt also auch hier, durch Einstrahlung zirkular-polarisierten Lichtes eine nicht-thermische Besetzung der Grundzustandsniveaus zu erzeugen.

Strahlt man nun RF-Quanten der Energie (8) ein, so verschwindet die Besetzungsinversion wieder, was sich in zuvor erwähnter Weise durch die Abnahme der Transmission der Dampfzelle bemerkbar macht.

^{*)} Bei der hier vorgestellten Apparatur erreicht man etwa 1%, da sich das B-Feld nicht genauer messen läßt. Präzisionsapparaturen erreichen dagegen Meßgenauigkeiten von 10^{-6} %.

6. Quadratischer Zeeman-Effekt

Wird die Flußdichte B des Magnetfeldes vergrößert, müssen Terme höherer Ordnung von B bei der Berechnung der Übergangsenergie U_{HF} aus (8) berücksichtigt werden. Man bekommt sie, wenn man die Lösungen der Eigenwertgleichung

$$\mathbf{H}\psi = U\psi$$

ermittelt, wobei der Hamilton-Operator \mathbf{H} auch die Spin-Bahn Wechselwirkung und die Wechselwirkung der magnetischen Momente $\vec{\mu}_J$ und $\vec{\mu}_I$ mit dem äußeren Magnetfeld erfassen muß^{*)}. Die Näherung von der Ordnung B^2 für einen Übergang von M_F nach M_F-1 hat, wie hier ohne Ableitung angegeben werden soll^{**)}, die Gestalt

$$(16) \quad U_{HF} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{Hy}} - \dots ,$$

wobei ΔE_{Hy} die Hyperfeinstrukturaufspaltung zwischen den Niveaus zwischen F und $F+1$ bedeutet. Man erkennt, daß jetzt die Zeeman-Energie von der Quantenzahl M_F abhängig wird (sog. **Quadratischer Zeeman-Effekt**). Bei mittleren und höheren B -Feldern treten also beim Vorliegen einer Hyperfeinstruktur Zeeman-Übergänge mit etwas unterschiedlichen Energien auf. Gleichung (16) wird in der Literatur als **Breit-Rabi-Formel** bezeichnet.

7. Transiente Effekte

Bis jetzt haben wir uns mit einem Gleichgewichtszustand, wo RF für sehr lange Zeit eingeschaltet war, beschäftigt. In diesem Kapitel betrachten wir das Verhalten eines gepumpten Systems, wo RF schnell ein- und ausgeschaltet wird. Wobei das Magnetfeld und RF-Frequenz auf einen Resonanz eingestellt sind. Im Bereich der schwachen Magnetfelder ist die resonante Frequenz gegeben durch:

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = g_f \frac{\mu_0}{h} B_0.$$

Definiert man ein gyromagnetisches Verhältnis:

$$\gamma = g_f \frac{\mu_0}{h},$$

so wird die Larmor-Frequenz zu:

$$\omega_0 = \gamma B_0.$$

^{*)} Bei größeren Werten von B bricht beispielsweise die Drehimpulskopplung zwischen \vec{J} und \vec{I} auf (sog. Paschen-Back-Effekt), die bisher immer als gegeben betrachtet wurde.

^{**) Näheres hierzu: siehe z. B. R. Benumof, *Optical Pumping Theory and Experiments*}

Abbildung 11 zeigt ein Vektordiagramm vom Spin \mathbf{F} und Magnetfeld, die für das Experiment relevant sind, an. Vektor \mathbf{B}_{RF} stellt das angelegte RF-Magnetfeld dar, das zum statischen Feld \mathbf{B} senkrecht gerichtet ist. Wir nehmen an, dass die Amplitude des RF-Feldes viel kleiner als der des statischen Feldes ist. Das Problem wird klassisch behandelt.

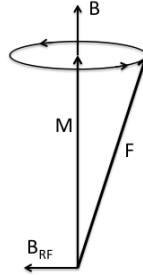


Abb. 11 Vektor \mathbf{F} und seine Präzession um \mathbf{B} . \mathbf{B}_{RF} ist RF-Magnetfeld.

Man versetzt sich jetzt in ein Koordinatensystem, das sich um \mathbf{B} rotiert. Die Bewegungsgleichung dafür lautet:

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \gamma \mathbf{F} \times \mathbf{B}.$$

Ein linear oszillierendes Magnetfeld kann man als eine Kombination aus zwei zirkularen entgegengesetzten Magnetfeldern darstellen. Wenn man sich dabei wiederum in das sich um \mathbf{B} mit ω drehendes Koordinatensystem versetzt, dann:

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \omega \times \mathbf{F},$$

oder

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = \gamma \mathbf{F} \times \mathbf{B} + \mathbf{F} \times \omega = \gamma \mathbf{F} \times \left(\mathbf{B} + \frac{\omega}{\gamma} \right) = \gamma \mathbf{F} \times \mathbf{B}_{\text{eff}},$$

wo

$$\mathbf{B}_{\text{eff}} = \mathbf{B} + \frac{\omega}{\gamma}.$$

In einem sich drehendem Koordinatensystem wird das Effekt durch die Addition von Magnetfeld $\frac{\omega}{\gamma}$ zu dem konstanten Magnetfeld \mathbf{B} beschrieben.

Wir betrachten jetzt das RF-Feld, das aus zwei entgegengesetzten Drehungen besteht, wo einer von beiden sich mit $-\omega$ dreht, siehe Abb. 12. Das effektive Magnetfeld ist gegeben durch:

$$|B_{\text{eff}}| = \left[\left(B - \frac{\omega}{\gamma} \right)^2 + H_{\text{rf}}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{a}{\gamma},$$

wo

$$a = \left[(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma B_{\text{RF}})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\omega_0 B_{\text{RF}}}{B} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

und

$$\omega_0 = \gamma B_0, \cos \theta = \frac{\omega_0 - \omega}{a}.$$

Im Resonanzfall ist $\omega = \omega_0$, $\cos \theta = 0$, **und** $\theta = 90^\circ$

Somit:

$$a = \frac{\omega_0 B_{\text{RF}}}{B} \text{ und } |B_{\text{eff}}| = \frac{\omega_0 B_{\text{RF}}}{\gamma B} = \gamma B \frac{B_{\text{RF}}}{\gamma B} = B_{\text{RF}}$$

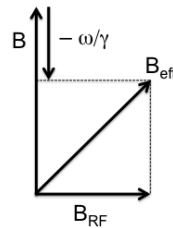


Abb. 12 Magnetfeld im rotierenden Koordinatensystem.

Im rotierenden Koordinatensystem präzediert \mathbf{F} mit Larmor-Frequenz um $\mathbf{B}_{\text{RF}} = \mathbf{B}_{\text{eff}}$. Die Larmor-Frequenz ist in diesem Fall $\nu = \gamma B_{\text{RF}}$, was in einer Periode von $T = 1/\gamma B_{\text{RF}}$ resultiert. Daraus folgt, dass bei einem resonanten RF-Magnetfeld eine Relation zwischen den Perioden der Isotope gilt: $\frac{T_{87}}{T_{85}} = \frac{\gamma_{85}}{\gamma_{87}}$.

8. Beschreibung der benutzten Apparatur und des Meßvorganges

Der grundsätzliche Aufbau der Meßapparatur ist bereits in Abb.6 zu erkennen. In der nebenstehenden Abb. 13 ist die Apparatur noch einmal dargestellt; jedoch sind hier einige zusätzliche Details eingezeichnet, auf die im Folgenden näher eingegangen werden soll.

Das von der Lichtquelle erzeugte Licht wird kollimiert und durch ein Interferenzfilter^{*)} geschickt, welches nur die D₁-Linie des Rb-Spektrums ($\lambda = 794,8 \text{ nm}$) durchlässt. Anschließend wird aus dem unpolarisierten Licht mittels einer Kombination aus einem Po-

^{*)} Zur Wirkungsweise eines Interferenzfilters siehe z.B. V 46, Anhang

larisationsfilter und einer $\lambda/4$ -Platte^{**)} zirkular-polarisiertes Licht^{***)} erzeugt, welches auf die Dampfzelle fällt. Diese kann durch einen kleinen Ofen geheizt werden, um einen optimalen Rb-Dampfdruck zu erzeugen. Der Ofen sollte ca $\frac{1}{2}$ h vor Beginn der Messungen eingeschaltet werden. Das durch die Dampfzelle hindurchtretende Licht wird schließlich auf ein Si-Photoelement fokussiert, welches über einen Linearverstärker an einen Oszillographen angeschlossen ist. Schwankungen in der Lichtintensität führen somit zur Y-Auslenkung des Elektronenstrahls im Oszillographen.

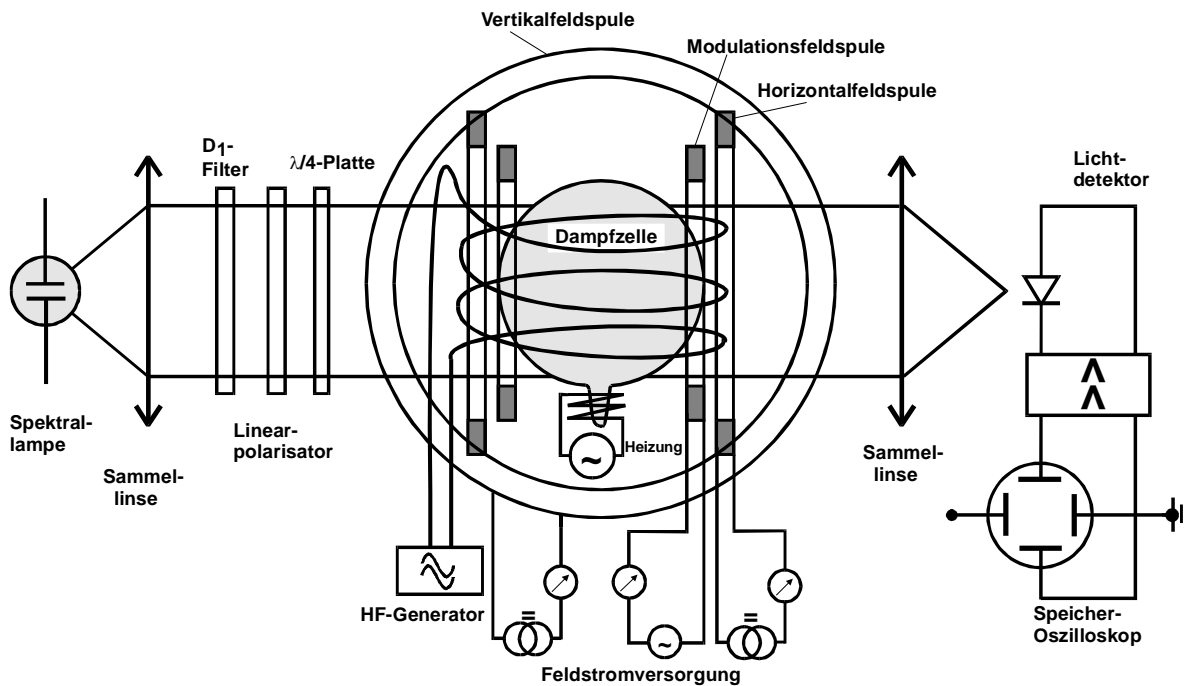


Abb. 13 Schematische Darstellung der kompletten Meßapparatur (von oben gesehen)

Der Versuchsaufbau verfügt über drei Helmholtz-Spulenpaare, von denen zwei zur Erzeugung von horizontalen Feldern aufeinander aufgewickelt sind: Sweep-Spule und Horizontalfeld-Spule. Die Sweep-Spule hat einen mittleren Radius von $R = 16.39$ cm und eine Windungszahl N von 11 Windungen je Spule. Bei Horizontalfeld-Spule ist $R = 15.79$ cm und $N = 154$. Die Vertikalfeld-Spule hat $R = 11.735$ cm und $N = 20$.

Alle drei Spulen können über das Kontrollgerät separat angesteuert werden. Das Kontrollgerät ermöglicht ein langsames Variieren des Sweep-Spulenstroms. Dafür muss ein Startwert, eine Amplitude und eine Dauer für einen Durchlauf am Gerät gewählt werden.

Der maximale Spulenstrom durch die Sweep- und Vertikalfeld-Spulen beträgt 1 A. Mit den Potentiometern kann der Strom relativ genau (1 Umdrehung = 0.1 A) variiert

^{**)} Zur Wirkungsweise einer $\lambda/4$ -Platte siehe z.B. Bergmann, Schäfer, Lehrb. d. Exp. Physik, Bd. III

^{***)} Welcher der beiden zirkularen Polarisationszustände erzeugt wird, hängt davon ab, in welcher Richtung der Polarisator durchstrahlt wird.

werden. Bei der Horizontalfeld-Spule beträgt der Maximalstrom 3 A und 1 Umdrehung am Potentiometer = 0.3 A.

Da Spulen-Feldstärken mit der des Erdfeldes vergleichbar sind, muß letztere bei den Messungen berücksichtigt werden. Insbesondere stört die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes, da der Lichtstrahl horizontal verläuft. Man muß sie daher vor Beginn der Messung durch ein vertikal verlaufendes Magnetfeld kompensieren. Zusätzlich dreht man die gesamte Meßapparatur um eine vertikale Achse, bis der Lichtstrahl (bzw. die Feldrichtung des Horizontalfeldes) genau in Nord-Süd-Richtung verläuft. Damit steht die Horizontalkomponente entweder parallel oder antiparallel zum Feld der Horizontalfeldspule. Durch diese Maßnahme läßt sich der Einfluß der Horizontalkomponente des Erdfeldes in einfacher Weise bei der Auswertung der Ergebnisse berücksichtigen.

Die Resonanzstelle läßt sich nun auf folgende Weise beobachten. Bei festgehaltener RF-Frequenz kann man die Horizontalfeldstärke langsam verändern und dabei die Transmission der Dampfzelle beobachten. Zu diesem Zwecke besitzt die Apparatur ein weiteres Helmholtz-Spulenpaar, mit dem ein horizontales Modulationsfeld erzeugt werden kann, das sich dem vorhandenen Horizontalfeld überlagert, sog. RF-Spule. Beim Erreichen der Resonanzfeldstärke nimmt die Transmission der Dampfzelle stark ab. Das entstehende Signal kann, falls die Modulationsfrequenz ν hinreichend niedrig ist, mit einem XY-Oszilloskop in Abhängigkeit von der Sweep-Feldstärke aufgezeichnet werden. Die Gestalt des Resonanzsignales hängt von den eingestellten Parametern ab. Ein typisches Beispiel ist in Abb.10 wiedergegeben.

9. Meßprogramm und Auswertung

- a) Man justiere den Strahlengang so ein, dass die auf den Lichtdetektor einfallende Intensität maximal ist. Dazu sind alle „Gain“-Knöpfe am Hauptblock („Gain“, „Gain Multiplier“ und „Meter Multiplier“) auf 1 zu stellen. Zeitkonstante rechts unten auf dem Hauptblock auf 100ms setzen. Danach platziert man erst nur die beiden Linsen im ungefähren Fokusabstand und justiert sie nach Signalstärke am Galvanometer. Wenn der Pfeil am Galvanometer rechts am Anschlag liegt, DC-Offset im Uhrzeigersinn drehen, bis sich der Pfeil wieder bewegt. Danach weitere optischen Elemente einsetzen und den optischen Aufbau mit der schwarzen Decke zudecken.
- b) Potenziometer für die Vertikal- und Horizontal-Spule und Start-Feld für die horizontale „Sweep“-Spule sind auf Null zu drehen. „Range“ auf Maximum. Unteren Schalter für die „Sweep“-Spule auf „Continuous“ und oberen auf „Start“ setzen. Zeit für die Periode auf 2 Sekunden stellen. „Recorder“-Ausgang der Horizontal-„Sweep“-Spule an Kanal 1 und die Dioden-Spannung „Detector amplifier output“ an Kanal 2 des Oszilloskops mit BNC-Kabeln anschließen. Oszilloskop durch [Display]->

[Format]->[XY] Knöpfe umstellen. Beide Kanäle sollen in DC-Kopplung eingestellt sein. Es soll ein Leuchtpunkt von „Start“ bis zum „Range“ der „Sweep“-Spule am Oszilloskop durchlaufen. Setzen Sie den „Gain“ auf 20, „Gain Multiplier“ auf x10 und „Meter multiplier“ auf x2.

Es sollte jetzt ein sehr breiter Peak zu sehen sein. Dieser soll schmaler gemacht werden, indem die Erdmagnetfelder kompensiert werden. Benutzen Sie dazu die Vertikal-Spule und die Orientierung des Tisches im Raum in horizontaler Ebene.

- c) Man messe die Stärke des gesamten Horizontalfeldes (Sweepfeld+Horizontalfeld) bei induzierter Emission in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz für beide Rb-Isotope. Die Frequenzen an der RF-Spule sollen zwischen 100 kHz und 1 MHz in Schritten von 100 kHz variiert werden. Um die RF-stimulierten Resonanzen zu sehen, schließt man einen Frequenzgenerator an den Eingang „RF Amplifier input“ an. „RF Amplifier Gain“ auf 2 stellen. Man legt eine Sinus-Spannung mit 100 kHz und einer Amplitude von 4 V an.

Um die Resonanzpositionen auszulesen, stellt man den Schalter „Start/Reset,“ auf „Reset“ und dreht den Potenziometer „Start field“ bis zur Resonanzstelle. Der Strom kann am Potentiometer abgelesen werden, 1 Umdrehung = 0.1 V = 0.1 A (auch wegen $R=1\ \Omega$).

Bei Frequenzen höher als 200-300kHz muss man zusätzlich ein horizontales Feld anlegen („Horizontal magnetic field“), um den Sweep-Feld-Bereich auf die Resonanzen zu verschieben.

- d) Man berechne aus c) die Horizontalkomponente des lokalen Erdmagnetfeldes sowie die Landéschen g_F -Faktoren der beiden Rb-Isotope, die zu den beobachteten Übergängen gehören.
- e) Man ermittle aus den errechneten g_F -Werten die Kernspins für den ^{85}Rb - und den ^{87}Rb -Kern.
- f) Man fertige einen Ausdruck eines typischen Signalbildes an (Abfotografieren oder mit dem Oszilloskop speichern).
- g) Man ermittle das Isotopenverhältnis aus der beobachteten Amplituden der Resonanzen bei 100 kHz. Wie stark weicht es von dem von der Natur gegebenem Verhältnis ab?
- h) Man schätze die Größe des quadratischen Zeeman-Effektes bei den hier verwendeten B-Feldern ab. (Hyperfeinstrukturaufspaltung des Grundzustandes bei ^{87}Rb : $4,53 \cdot 10^{-24}$ Joule, ^{85}Rb : $2,01 \cdot 10^{-24}$ Joule)
- i) Man stellt die Frequenz wieder auf 100 kHz ein, geht auf „Reset“ bei der „Sweep“-Spule und stellt das Magnetfeld mit Hilfe des „Start field“-Potenziometers auf die erste Resonanzstelle. Jetzt nimmt man einen zweiten Funktionsgenerator hinzu und gibt eine Rechteckspannung mit 5 Hz und 0-5 V (TTL-Signal) auf den „Input RF Modulation“-Anschluss. Mit einem zusätzlichen BNC-Kabel legt man das Signal auf Kanal 1 des Oszilloskops. Das Oszilloskop ist in den „YT“-Modus zu stellen ([Display]->[Format]->[YT]). Die horizontale Zeitskala ist anzupassen und der Trigger

auf Kanal 1 zu stellen. Die Zeitkonstante auf dem Hauptblock soll jetzt auf „min“ gestellt werden.

Die ansteigende Kurve kann aufgenommen und mit einer Exponentialfunktion gefittet werden. Es ist ratsam zuvor eine Mittelungsfunktion des Oszilloskops zu verwenden um die zusätzliche Modulation wegzumitteln. Benutzen Sie dafür [Aquire]->[Mittelwert]. Man kann die Aufnahme mit dem Knopf [Stop] rechts oben auf dem Oszilloskop stoppen und dann speichern oder abfotografieren. Danach auf die andere Flanke der RF-Modulation umstellen (Trigger von positiv auf negativ umschalten). In die Oszillation reinzoomen. Man bestimme die Perioden der Oszillationen als Funktion der RF-Amplitude. Am besten verändert man die Amplitude mit dem Funktionsgenerator, der 100 kHz anlegt, im Bereich von 0.5 V bis 10 V mit 1 V Schritten. Die Perioden können mit Hilfe der [Cursor]-Funktion des Oszilloskops oder durch Abfotografieren und Ablesen bestimmt werden. Zur Auswertung plottet man die Periode (T) gegen die RF-Amplitude (in V) auf und fittet diese mit einer Hyperbel-Funktion: $y=a+b/(x-c)$. Dies für beide Isotope durchführen und dann $b(^{87}\text{R})/b(^{85}\text{R})$ berechnen. Der theoretische Wert beträgt 1.5.

10. Literatur

- E. Lüscher, Experimentalphysik III 2. Teil, BI-Bd. 117
- T.R. Carver, Optical Pumping, Science, 141, p.599 (1963)
- R.A. Bernheim, Optical Pumping An Introduction, (1965)
- A.R. Bloom, Optical Pumping, Sci.Am. Oct. 1960, p. 72
- R. Benumof, Optical Pumping Theory and Experiments (1963)
- R.L. de Zafra, Optical Pumping, Am.J.Phys. 28, p.648 (1960)
- H. Kopfermann, Über optisches Pumpen an Gasen, Sitzungsber. d. Heidelberger Akad. d. Mathw.-Natw. Klasse, 3.Abh. p.69 (1960)