

FORTGESCHRITTENEN-PRAKTIKUM SS 2017

Elektronenspinresonanz

Durchführung: 10.05.17

Anja BECK¹
Clara RITTMANN²

Betreuer:
Matthias MUSTERMANN

¹anja.beck@tu-dortmund.de

²clara.rittmann@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Magnetisches Moment – Herleitung	2
1.2	Aufspaltung der Energieniveaus in einem Magnetfeld	4
2	Aufbau und Ablauf des Experiments	5
2.1	Hochfrequenz-Methode	5
2.2	Aufbau des Versuchs	5
2.3	Messung	5
3	Auswertung	7
4	Diskussion	9

Ziel des Versuchs ist die Berechnung des Landé-Faktors des freien Elektrons mittels der Elektronen-Spin-Resonanz-Methode und die Bestimmung der Flussdichte des Erdmagnetfeldes.

Die theoretische Betrachtung und die Beschreibung von Aufbau und Durchführung orientieren sich eng an der Versuchsanleitung [1]. Alle Berechnung und Plots werden mit Python 3.6 durchgeführt bzw. erstellt, zum Fitten wird die Funktion *curve_fit* verwendet.

einheitliche
schreibweise
elektronenspin-
resonanz

1 Theorie

Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen der Elektronen-Spin-Resonanz erläutert. Hierzu ist vor allem die Herleitung des magnetischen Moments in Folge des Bahndrehimpulses und Spins sowie die Aufspaltung der Energieniveaus in einem Magnetfeld in Abhängigkeit des magnetischen Momentes wichtig.

1.1 Magnetisches Moment – Herleitung

Das magnetische Moment ist das Produkt aus einem Kreisstrom und der umlaufenden Fläche. Um die Teilchenströme eines Atoms zu berechnen betrachtet man die Wellenfunktionen eines Atoms in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ)

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r) \Theta_{l,m}(\theta) \Phi_m(\phi) \quad . \quad (1)$$

Relevant sind die Hauptquantenzahl $n \in \mathbb{N}$, die Bahndrehimpulsquantenzahl $l = \frac{k}{2}, k \in \mathbb{N}$ und die Orientierungsquantenzahl $m \in (-l, -l+1, \dots, l)$. Alle Anteile der Wellenfunktion sind normiert und es gilt

$$\Phi_m(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\phi} \quad \text{und} \quad R_{n,l}(r), \Theta_{l,m}(\theta) \in \mathbb{R} \quad .$$

Nur der azimutale Anteil der Wellenfunktion trägt zur Teilchenstromdichte \vec{S} bei, da alle anderen Anteile rein reellwertig sind

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2im_0} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) = \frac{\hbar R^2 \Theta^2 m}{m_0 2\pi r \sin \theta} = \vec{S}_\phi \quad . \quad (2)$$

Die elektrische Stromdichte j_ϕ (Strom I pro Fläche f) folgt aus der Teilchenstromdichte

$$j_\phi = \frac{dI_\phi}{df} = -e_0 S_\phi \quad . \quad (3)$$

Mit geometrischen Überlegungen (siehe Abb. 1) erhält man das magnetische Moment μ_z des Elektrons in z -Richtung als Produkt des Kreisstroms I_ϕ und der umlaufenden Fläche $F(\theta)$

$$d\mu_z = F(\theta) dI_\phi = (\pi r^2 \sin^2 \theta) \left(\frac{\hbar R^2 \Theta^2 m}{m_0 2\pi r \sin \theta} r d\theta dr \right) \quad (4)$$

$$\Rightarrow \mu_z = \int_0^\infty \int_0^\pi F(\theta) j_\phi r d\theta dr \quad (5)$$

$$= -\frac{e_0 \hbar}{2m_0} m = \mu_B m \quad . \quad (6)$$

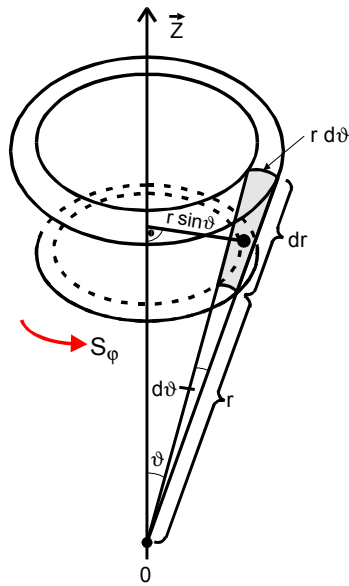


Abbildung 1: Geometrische Betrachtung des Flächenelements $df = r dr d\theta$ und der umlaufenen Fläche $F(\theta) = \pi r^2 \sin^2 \theta$ [1]

Alle auftretenden Naturkonstanten werden zum Bohrschen Magneton μ_B zusammengefasst, sodass das magnetische Moment nur noch von der Orientierungsquantenzahl abhängt

$$\mu_B = (9.274\,015 \pm 0.000\,003) \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad . \quad (7)$$

Die Herleitung berücksichtigt lediglich den Bahndrehimpuls des freien Elektrons. Der Landé-Faktor g wird eingeführt, um den Spin mit einzubeziehen und um das magnetische Moment eines gebundenen Elektrons oder ganz anderem Teilchens auszurechnen.

$$\mu_z = g\mu_B m \quad (8)$$

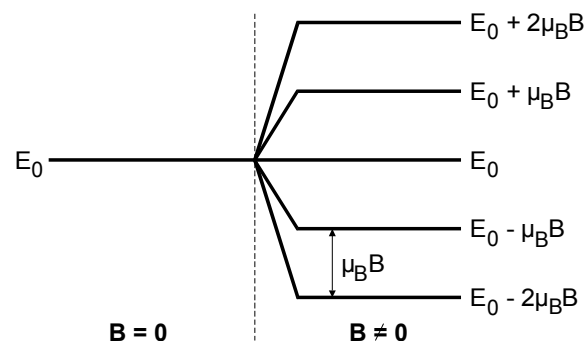
Für das Elektron (Fermion) ist $m = \pm \frac{1}{2}$ und die Spinkorrektur beträgt $g_S = 2$. quelle für g

1.2 Aufspaltung der Energieniveaus in einem Magnetfeld

Ein magnetisches Moment \vec{M} in einem homogenen Magnetfeld \vec{B} trägt eine potentielle Energie je nach der Ausrichtung relativ zu den Magnetfeldlinien

$$E_{\text{mag}} = \vec{M} \cdot \vec{B} \quad . \quad (9)$$

Wenn das magnetische Moment parallel zu den Magnetfeldlinien ausgerichtet ist spaltet sich die Energie in $2l + 1$ mögliche Energieniveaus auf. In Abb 2 ist dies für den Fall $l = 2 \Rightarrow m = (-2, -1, 0, 1, 2)$ dargestellt. Der Effekt ist auch als Zeeman-Effekt bekannt. Das zugehörige Experiment ist der Stern-Gerlach Versuch.



sollten wir den stern-gerlach auch nochmal erklären? ich finde das gehört eigentlich nicht zu unserem versuch

Abbildung 2: Zeeman-Effekt: Aufspaltung der Energieniveaus in einem Magnetfeld in Abhängigkeit der Orientierungsquantenzahl [1]

2 Aufbau und Ablauf des Experiments

Es gibt verschiedene Möglichkeiten das magnetische Moment zu messen. In diesem Versuch wird die Hochfrequenzmethode verwendet, die in diesem Kapitel erklärt wird. Danach wird der gesamte Aufbau des Experiments und die Durchführung der Messung beschrieben.

2.1 Hochfrequenz-Methode

Die Hochfrequenz-Methode basiert auf der Aufspaltung der Energieniveaus, wenn ein magnetisches Moment in ein Magnetfeld gebracht wird. Es entstehen für Elektronen (Spin $\frac{1}{2}$) zwei Zustände, wobei der Zustand mit niedrigerer Energie E_0 im thermodynamischen Gleichgewicht bei Raumtemperatur stärker besetzt ist als der Zustand mit der höheren Energie E_1 . Elektronen können durch Energiezufuhr von E_0 in E_1 gebracht werden. Die Energie wird durch ein elektromagnetisches Feld bereitgestellt. Damit ein Übergang möglich ist, müssen das Magnetfeld und die Frequenz ν des elektromagnetischen Feldes aufeinander abgestimmt sein, sodass die Resonanzbedingung

$$\Delta E = h\nu = g\mu_B B \quad (10)$$

erfüllt ist (siehe Abb. 3). Dabei klappen die Spins um.

Für Magnetfelder mit einer Stärke von einigen mT liegt die Resonanzfrequenz im hochfrequenten Bereich mit ungefähr 100 MHz und für Felder mit der Magnetfeldstärke einiger T im Mikrowellen Bereich.

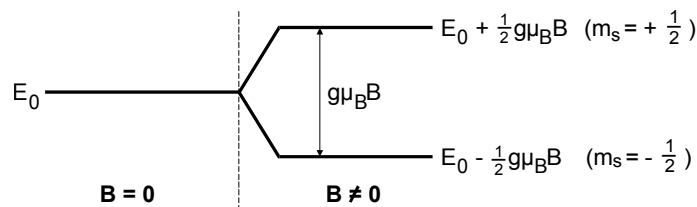


Abbildung 3: Energieniveaus des Elektrons [1]

2.2 Aufbau des Versuchs

2.3 Messung

Es werden für fünf verschiedene Frequenzen die Resonanzen gemessen, indem die Stärke des Magnetfeldes variiert wird. Um optimale Messergebnisse zu erzielen müssen für jede Messung die Geräte aufeinander abgestimmt werden. Wichtig ist, dass beim Einstellen immer globale Extrema gesucht werden.

1. Der gewünschte **Frequenzbereich** wird ausgewählt und die Geräte darauf eingestellt.
2. Die Frequenz des **Überlagerungssignals** wird so eingestellt, dass sie zirka um 552kHz von der Eingangsfrequenz abweicht. Das Ausgangssignal soll so groß wie möglich sein.

3. Die **Brückenschaltung** wird zunächst über die Einstellung C_{grob} und dann über C_{fein} und R_{Abgleich} so angepasst, dass das Ausgangssignal minimiert wird. Der Signalverstärker muss ausgeschaltet sein. Dazu wird bei einem Wert des Ausgangssignals von knapp über 0,065V der Verstärker so eingestellt, dass die Spannung wieder ein Maximum einnimmt. Minimiert wird dann wieder mit Hilfe des Einstellungen von C_{fein} und R_{Abgleich} .
4. Um die charakteristische **Lorentz-Kurve** (siehe Abb. 4) zu erhalten, muss das Ausgangssignal ein wenig erhöht werden durch die Veränderung von R_{Abgleich} .
5. Der **X-Y-Schreiber** wird so eingestellt, dass es die Kurve komplett aufnimmt.
6. Der X-Y-Schreiber wird für jede Messung einzeln kalibriert, indem für fünf Werte in X-Richtung die Stromstärke notiert wird.

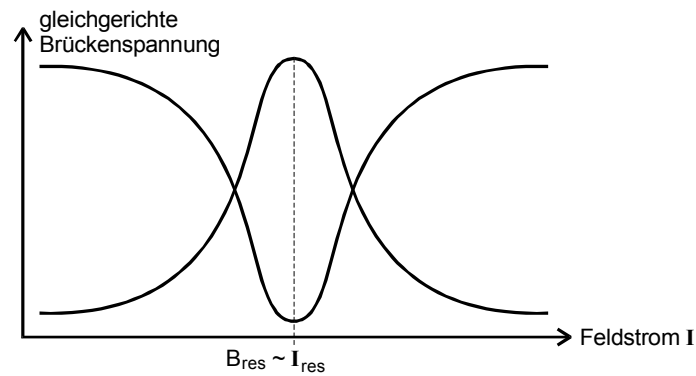


Abbildung 4: Gesuchte Resonanzkurve (Lorentz-Kurve) [1]

Tabelle 1: Stromstärke I_1, I_2 beim Auftreten des Maximums für verschiedene Anregungsfrequenzen ν

ν in MHz	I_1 in mA	I_2 in mA
10.588	232 ± 5	307 ± 5
15.970	357 ± 9	407 ± 5
20.560	453 ± 9	546 ± 4
23.870	587 ± 10	633 ± 10
29.420	717 ± 10	787 ± 8

Tabelle 2: Bei der Regression verwendete Werte

ν in MHz	B in mT
10.588	0.66 ± 0.06
15.970	0.44 ± 0.09
20.560	0.81 ± 0.09
23.870	0.4 ± 0.1
29.420	0.6 ± 0.1

3 Auswertung

$$B_{\text{Erde}} = (0.59 \pm 0.04) \text{ mT}$$

$$g = 2.30 \pm 0.29$$

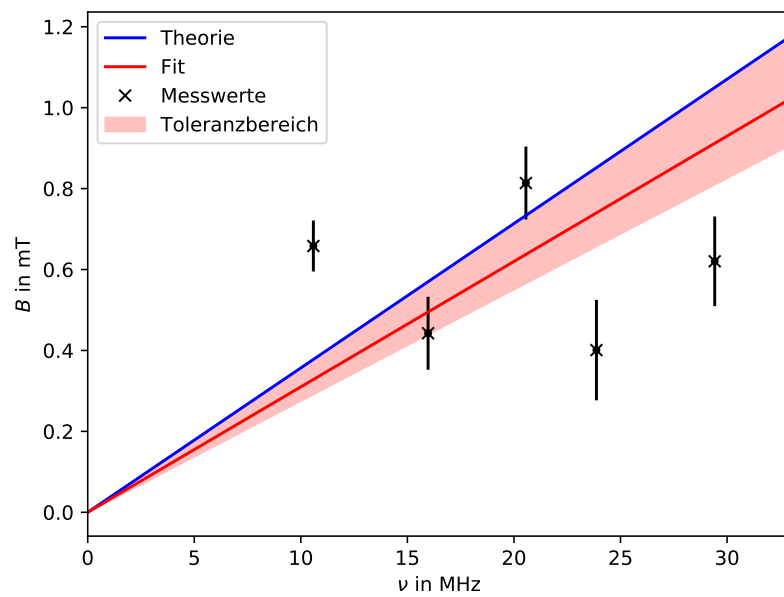





Abbildung 5: Fit zur Bestimmung des Landefaktors

4 Diskussion

Todo list

	einheitliche schreibweise elektronen-son-resonanz/elektronen-spin-resonanz	2
	quelle für g	3
	sollten wir den stern-gerlach auch nochmal erklären? ich finde das gehört eigentlich nicht zu unserem versuch	4

Abbildungsverzeichnis

1	Geometrische Betrachtung	3
2	Zeeman-Effekt	4
3	Energieniveaus des Elektrons [1]	5
4	Resonanzkurve	6
5	Fit zur Bestimmung des Landefaktors	8

Tabellenverzeichnis

1	Stromstärke I_1, I_2 beim Auftreten des Maximums für verschiedene Anregungsfrequenzen ν	7
2	Bei der Regression verwendete Werte	7

Literaturverzeichnis

- [1] *Versuch V28: Elektronenspin-Resonanz*. Fortgeschrittenen-Praktikum, TU Dortmund.