

---

# 编译技术 2020Project2 报告

杨晨阳 #1700012770

袁野 #1700012821

魏安江 #1700012723

王余越 #1700013031

2020 年 6 月 21 日

## 目录

<b>1 技术设计</b>	<b>2</b>
1.1 Motivating example . . . . .	2
1.2 矩阵求导 . . . . .	2
1.3 下标变换 . . . . .	3
1.3.1 求矩阵史密斯标准型 . . . . .	3
1.4 编译知识 . . . . .	4
<b>2 实现流程</b>	<b>4</b>
2.1 Json2IR . . . . .	4
2.2 IR 求导 . . . . .	6
2.3 下标变换 . . . . .	7
2.3.1 求矩阵史密斯标准型 . . . . .	7
2.3.2 使用史密斯标准型求解的例子 . . . . .	10
2.3.3 非线性下标变换的处理 . . . . .	11
2.4 整合 . . . . .	11
<b>3 实验结果</b>	<b>12</b>
<b>4 小组分工</b>	<b>12</b>
<b>5 Bug 提交</b>	<b>12</b>

# 1 技术设计

## 1.1 Motivating example

**本次 project 的目标：**给定表达式  $O = f(I_1, I_2, \dots, I_n)$ 。(( $O, I_i$ ) 是张量或标量,  $f$  表示用其参数构造一个表达式), 已知最终 loss 对于  $O$  的导数  $dO = \frac{\partial \text{loss}}{\partial O}$ , 试求 loss 对于某个输入的导函数, 即  $dI_i = \frac{\partial \text{loss}}{\partial I_i}$ 。要求分析得到的求导表达式为多个赋值语句, 且左侧下标不可有运算。在接下来的部分, 我们使用以下例子解释我们的技术设计:

1.  $C\langle M, N \rangle[i][j] = A\langle M, K \rangle[i][k] * B\langle K, N \rangle[k][j] + 1.0$
2.  $C\langle N, N \rangle[i][j] = A\langle N, N \rangle[i][j] * A\langle N, N \rangle[i][j]$
3.  $C\langle M, N \rangle[i][j] = A\langle M, N \rangle[i+1][j]$
4.  $C\langle M, N \rangle[i][j] = A\langle M - R, N - S \rangle[i+r][j+s] * B\langle R, S \rangle[r][s]$

## 1.2 矩阵求导

首先我们考虑不含下标变换的例子, 如例 1、2。考虑  $\text{loss} = f(C)$  本质上是关于 C 所有 item 的一个多元函数, 其偏导即对所有 item 分别求偏导, 再排列成矩阵。由于我们已知 C 的偏导, 对 A 求偏导时, 可以利用  $dC$ , 根据链法则求导。

例如, 我们想要求例 1 中  $dA[i_0][j_0]$  的值。在所有  $C[i][j] = \sum_k A[i][k] * B[k][j] + 1.0$  的式子中, 只有  $C[i_0][j], \forall j$  含有  $A[i_0][j_0]$  项, 它们的导数为  $B[j_0][j], \forall j$ 。根据链法则, 需要乘上矩阵 C 对应 item 的导数并求和, 即

$$dA[i_0][j_0] = \sum_j dC[i_0][j]B[j_0][j]$$

利用爱因斯坦求和法的标记, 我们得到

$$dA\langle M, K \rangle[i][k] = dC\langle M, N \rangle[i][j] * B\langle K, N \rangle[k][j]$$

对例 2, 我们同样计算可得

$$dA\langle N, N \rangle[i][j] = dC\langle N, N \rangle[i][j] * A\langle N, N \rangle[i][j] + A\langle N, N \rangle[i][j] * dC\langle N, N \rangle[i][j]$$

事实上, 由于每个等式只是标量之间的关系, 我们可以直接用对标量的求导方法进行求导, 再根据链法则乘上对应的输出导数, 进行求和。我们只需要在底层实现对 +、-、\*、/ 以及单个标量的求导, 并在下一步对含有下标变换的例子额外处理即可。

例如, 例 2 实质上等价于  $c = a * a$ , 对  $a$  求导结果即为  $c = 1 * a + a * 1$ 。由于链法则, 需要在每次运算到  $\frac{\delta a}{a} = 1$  时, 乘上合适的  $dC$  项。在这一例子中,  $\frac{\delta A[i][j]}{A[i][j]}$  即需要乘上  $dC[i][j]$ , 如此便可得到上式计算结果。

当涉及到下标变换时，我们的处理思路依旧一致，只不过需要注意分析求导时涉及的项。在例 3 中，我们试图对  $A[i_0][j_0]$  求导，则需要考虑  $C[i_0 - 1][j_0] = A[i_0][j_0]$  一式，而此时链法则需要乘上的项则为  $C[i_0 - 1][j_0]$ 。而在例 4 中，对  $A[i_0][j_0]$  求导，我们则需要考虑  $C[i_0 - r][j_0 - s] = A[i_0][j_0] * B[r][s]$  等方程，此时链法则需要乘上的项为  $\{C[i_0 - r][j_0 - s]\}$ 。

可以看到，对所有线性的下标变化，我们都可以归结为解线性方程组，而这个问题可以通过求矩阵 Smith 标准型解决，具体算法详见下一部分。

而对于非线性的下标变化，如

$$B\langle 32 \rangle[i] = A\langle 2, 16 \rangle[i//16, i \% 16]$$

我们需要解如下方程：

$$i_0 = i // 16$$

$$j_0 = i \% 16$$

亦即

$$i = 16 * i_0 + s, 0 \leq s < 16$$

$$i = 16 * r + j_0$$

容易反解得到， $i = 16 * i_0 + j_0$ 。

## 1.3 下标变换

### 1.3.1 求矩阵史密斯标准型

在下标变换中，需要求线性方程组的整数解。

考虑如下线性方程组：

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1m}x_m = b_1$$

$$A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2m}x_m = b_2$$

.....

$$A_{n1}x_1 + A_{n2}x_2 + \dots + A_{nm}x_m = b_n$$

$A$  为元素均为整数的  $N \times M$  矩阵， $x_i$  为整数变量，目标  $b_i$  为整数。

原问题可用矩阵简化表达为

$$Ax = b$$

要求出这组线性方程的解集，需要将矩阵  $A$  转化成史密斯标准型。史密斯标准型是一种对角矩阵，形式为

$$S = diag(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_R, 0, \dots, 0)$$

同时史密斯标准型需要满足  $\alpha_i|\alpha_{i+1}$ ,  $1 \leq i < r$   $a|b$  指  $a$  整除  $b$

这个对角矩阵非零  $\alpha$  的个数等于原矩阵  $A$  的秩。对于每一个非零整数矩阵  $A \in \mathbb{Z}^{N \times M}$ , 都存在可逆矩阵  $U \in \mathbb{Z}^{N \times N}$  和  $V \in \mathbb{Z}^{M \times M}$ , 使得

$$S = U A V$$

这个  $S \in \mathbb{Z}^{N \times M}$  就是  $A$  的史密斯标准型。使用史密斯标准型, 原问题可化为

$$S\mathbf{x}' = \mathbf{b}'$$

$$\mathbf{x} = V\mathbf{x}', \mathbf{b}' = U\mathbf{b}$$

定义矩阵  $C \in \mathbb{Z}^{N-R}$ , 其中  $C_{i,j} = U_{R+i,j}$

定义矩阵  $I = VS^\dagger U$ , 其中  $S^\dagger = \text{diag}(1/\alpha_1, 1/\alpha_2, \dots, 1/\alpha_R, 0, \dots, 0)$

经证明, 若  $C\mathbf{b} = 0$  且  $I\mathbf{b} \in \mathbb{Z}^N$  则原方程组有解。特别地, 如果  $A$  满秩, 则有唯一整数解  $\mathbf{x} = I\mathbf{b}$ 。如果  $A$  不满秩, 则有无数整数解  $\mathbf{x}$ , 满足  $\mathbf{x} = I\mathbf{b} + K\mathbf{z}$ , 其中  $\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^{M-R}$ 。

## 1.4 编译知识

本次 project 用到的主要知识有: 文法分析中的消除左递归和左公因子 (因为我们使用的 antlr 是 LL parser), 遍历抽象语法树, 添加语义动作构建 SDT (在 json 转 IR, IRMutator 生成求导两步均有用到), 中间代码生成。在 IR 这个抽象层面进行代码变换, 实现求导, 这个过程再次为我们展示了编译技术的魅力。

# 2 实现流程

## 2.1 Json2IR

这部分任务与 project1 相似, 只不过不需要展开循环表达式, 而是保留原始的运算符号, 提供给 mutator 做求导。例如  $A = B * C$  构建出的语法树就为  $\text{MOVE}(A, \text{MUL}(B, C))$ 。核心代码如下:

---

```

1 antlrcpp::Any visitRhsE(projectExprParser::RhsEContext *ctx) override {
2     Expr expr = ctx->children[0]->accept(this);
3     std::pair<std::string, Expr> op_pair = ctx->children[1]->accept(this);
4     if (op_pair.first == "+")
5         return expr;
6     if (op_pair.first == "-")
7         return Binary::make(data_type, BinaryOpType::Add, expr, op_pair.second);
8     else if (op_pair.first == "*")
9         return Binary::make(data_type, BinaryOpType::Sub, expr, op_pair.second);
10    assert (false);
11 }
```

```

12     antlrcpp::Any visitRhsER(projectExprParser::RhsERContext *ctx) override {
13         size_t n = ctx->children.size();
14         if (n == 0)
15             return std::pair<std::string, Expr>("", NULL);
16         std::string op = ctx->children[0]->getText();
17         Expr expr = ctx->children[1]->accept(this);
18         return std::pair<std::string, Expr>(op, expr);
19     }
20     antlrcpp::Any visitRhsI(projectExprParser::RhsIContext *ctx) override {
21         size_t n = ctx->children.size();
22         Expr expr;
23         std::string text;
24         std::pair<std::string, Expr> op_pair;
25         if (n == 2) {
26             expr = ctx->children[0]->accept(this); // should return a var
27             op_pair = ctx->children[1]->accept(this);
28         } else {
29             expr = ctx->children[1]->accept(this);
30             expr = Cast::make(expr->type(), expr->type(), expr);
31             op_pair = ctx->children[3]->accept(this);
32         }
33         if (op_pair.first == "")
34             return expr;
35         if (op_pair.first == "*")
36             return Binary::make(data_type, BinaryOpType::Mul, expr, op_pair.second);
37         else if (op_pair.first == "//" || op_pair.first == "/")
38             return Binary::make(data_type, BinaryOpType::Div, expr, op_pair.second);
39         else if (op_pair.first == "%")
40             return Binary::make(data_type, BinaryOpType::Mod, expr, op_pair.second);
41         else throw (std::invalid_argument("Unknown Error"));
42     }
43     antlrcpp::Any visitRhsIR(projectExprParser::RhsIRContext *ctx) override {
44         size_t n = ctx->children.size();
45         if (n == 0)
46             return std::pair<std::string, Expr>("", NULL);
47         std::string op = ctx->children[0]->getText();
48         Expr expr = ctx->children[1]->accept(this);
49         return std::pair<std::string, Expr>(op, expr);
50     }
51     antlrcpp::Any visitTRef(projectExprParser::TRefContext *ctx) override {
52         visitChildren(ctx);
53         std::string name = ctx->ID()->getText();
54         Expr var = Var::make(data_type, name, idx, shape);
55         idx.clear();
56         shape.clear();
57         if (vars.find(name) == vars.end())
58             vars.insert(std::pair<std::string, Expr>(name, var));
59         return var;

```

---

```

60 }
61 antlrcpp::Any visitSRef(projectExprParser::SRefContext *ctx) override {
62     visitChildren(ctx);
63     std::string name = ctx->ID()->getText();
64     Expr var = Var::make(data_type, name, {}, {});
65     if (vars.find(name) == vars.end())
66         vars.insert(std::pair<std::string, Expr>(name, var));
67     shape.clear();
68     return var;
69 }
```

---

## 2.2 IR 求导

对于最底层的变量，当其为所求导对象时，求导后值为 1，且需要乘上对应的输出导数；否则求导后值为 0。我们使用 `is_left` 判断变量是否为右值。

---

```

1 Expr IRMutator::visit(Ref<const Var> op) {
2     if (is_left) {
3         left = Var::make(op->type(), "d" + op->name, op->args, op->shape);
4         set_left = true;
5     } else if (set_left) {
6         if (op->name == grad_to) {
7             if (!grad_set) {
8                 // should rename args later
9                 grad = Var::make(op->type(), "d" + op->name, op->args, op->shape);
10                grad_set = true;
11            }
12            // should be modified later for index transformation
13            // before: args, transformed: new_args
14            std::vector<Expr> new_args;
15            for (auto arg : left.as<Var>()->args) {
16                new_args.push_back(mutate(arg));
17            }
18            return Var::make(left.as<Var>()->type(), left.as<Var>()->name,
19                             new_args, left.as<Var>()->shape);
20        } else {
21            return FloatImm::make(op->type(), 0.0);
22        }
23    }
24    return Var::make(op->type(), op->name, op->args, op->shape);
25 }
```

---

对二元运算，我们使用基础的求导知识，并优化含 0 的乘积项。以乘法为例：

---

```

1 Expr res;
2 Expr new_a = mutate(op->a);
```

```

3   Expr new_b = mutate(op->b);
4   bool zero_flag_l = (new_a.node_type() == IRNodeType::FloatImm);
5   bool zero_flag_r = (new_b.node_type() == IRNodeType::FloatImm);
6   ....
7   case BinaryOpType::Mul: {
8       Expr item1 = Binary::make(op->type(), op->op_type, new_a, op->b);
9       Expr item2 = Binary::make(op->type(), op->op_type, op->a, new_b);
10      if (zero_flag_l && zero_flag_r) {
11          return FloatImm::make(op->type(), 0.0);
12      } else if (zero_flag_l) {
13          res = item2;
14      } else if (zero_flag_r) {
15          res = item1;
16      } else {
17          res = Binary::make(op->type(), BinaryOpType::Add, item1, item2);
18      }
19      break;
20  }

```

---

和下标变换的衔接将于下一部分具体说明。

## 2.3 下标变换

### 2.3.1 求矩阵史密斯标准型

定义如下 matrix 类，包含矩阵乘、元素查找、行列变换等操作

```

1  class matrix {
2  public:
3      int n_rows; //number of rows of the matrix
4      int n_cols; //number of columns of the matrix
5      int* x;      //array to store the content of the matrix
6      matrix(int r,int c);
7      void insert(int _x[]);
8      //use array to assign element values to the matrix
9      void operator=(matrix t);
10     //use another matrix to assign element values to the matrix
11     int& value(int i,int j);
12     //return the (row i, column j) element of matrix
13     bool empty_after(int a,int& row,int& col);
14     //check if there exists non-zero element(i,j) where i>=a or j>=a,
15     //if so, return its row and column as pivot element
16     bool undiv_in_row(int a,int& col);
17     //check if there exists un-divisible element(a,j) where j>a,
18     //if so, return its column
19     bool undiv_in_col(int a,int& row);
20     //check if there exists un-divisible element(i,a) where i>a,

```

```

21 //if so, return its row
22 bool empty_in_row(int a,int& col);
23 //check if there exists non-zero element(a,j) where j>a,
24 //if so, return its column
25 bool empty_in_col(int a,int& row);
26 //check if there exists non-zero element(i,a) where i>a,
27 //if so, return its row
28 void swap(int direction,int a,int b);
29 //if direction = 1, swap the a_th and b_th columns
30 //if direction = 0, swap the a_th and b_th rows
31 void alter_row(int row1,int row2,int sigma,int tau,int gama,int alpha);
32 //simutaneously assign row1 := sigma * row1 + tau * row2,
33 //                                row2 := -gama * row1 + alpha * row2
34 void alter_col(int col1,int col2,int sigma,int tau,int gama,int alpha);
35 //simutaneously assign column1 := sigma * column1 + tau * column2,
36 //                                column2 := -gama * column1 + alpha * column2
37 matrix operator* (matrix x);
38 };

```

---

对原矩阵 A 的不同大小右下角子矩阵，寻找非零元作为主元，并逐个消去主元所在行列非对角位置的非零元。当迭代到算法终止时，得到的矩阵 S 满足对角矩阵性质。

```

1 int diagonalize(int a,matrix& S,matrix& U,matrix& V) {
2     int row,col;
3     while(!S.empty_after(a,row,col)) {
4         S.swap(1,a,col);
5         V.swap(1,a,col);
6         S.swap(0,a,row);
7         U.swap(0,a,row);
8
9         while(true) {
10             int changed = false;
11             while(!S.udiv_in_col(a,row)) {
12                 changed = true;
13                 int beta,sigma,tau;
14                 extended_euclidean(S.value(a,a),S.value(row,a),sigma,tau,beta);
15                 int gama = S.value(row,a)/beta;
16                 int alpha = S.value(a,a)/beta;
17                 S.alter_row(a,row,sigma,tau,gama,alpha);
18                 U.alter_row(a,row,sigma,tau,gama,alpha);
19
20             }
21             while(!S.empty_in_col(a,row)) {
22                 changed = true;
23                 int f = S.value(row,a)/S.value(a,a);
24                 S.alter_row(a,row,1,0,f,1);
25                 U.alter_row(a,row,1,0,f,1);
26

```

```

27     }
28     while(!S.udiv_in_row(a,col)) {
29         changed = true;
30         int beta,sigma,tau;
31         extended_euclidean(S.value(a,a),S.value(a,col),sigma,tau,beta);
32         int gama = S.value(a,col)/beta;
33         int alpha = S.value(a,a)/beta;
34         S.alter_col(a,col,sigma,tau,gama,alpha);
35         V.alter_col(a,col,sigma,tau,gama,alpha);
36
37     }
38     while(!S.empty_in_row(a,col)) {
39         changed = true;
40         int f = S.value(a,col)/S.value(a,a);
41         S.alter_col(a,col,1,0,f,1);
42         V.alter_col(a,col,1,0,f,1);
43
44     }
45     if(!changed)
46         break;
47 }
48 a+=1;
49 }
50 return a;
51 }
```

---

要由普通的对角矩阵得到满足史密斯标准型对角元素关系的矩阵，还需要对对角元素求公因子，消元等。不断扫描对角元素并调用对角化函数对矩阵调整，当矩阵对角非零元素全部满足性质  $a_{i,i}|a_{i+1,i+1}$  时，返回所得的标准型及 U,V 矩阵

```

1 void transform(matrixx& S, matrixx& U,matrixx& V) {
2     int a = 0;
3     a = diagonalize(a,S,U,V);
4
5     while(1) {
6         int R = a-1;
7         bool complete = true;
8         for(int a=0;a<=R;a++) {
9             if(S.value(a,a)<0) {
10                 for(int i=0;i<S.n_rows;i++)
11                     S.value(i,a) = -S.value(i,a);
12                 for(int i=0;i<V.n_rows;i++)
13                     V.value(i,a) = -V.value(i,a);
14             }
15             if(a<R && S.value(a+1,a+1)%S.value(a,a)!=0) {
16                 for(int i=0;i<S.n_rows;i++)
17                     S.value(i,a) = S.value(i,a) + S.value(i,a+1);
```

```

18         for(int i=0;i<V.n_rows;i++)
19             V.value(i,a) = V.value(i,a) + V.value(i,a+1);
20         a = diagonalize(a,S,U,V);
21         complete = false;
22         break;
23     }
24 }
25 if(complete==true)
26     break;
27 }
28 }
```

---

### 2.3.2 使用史密斯标准型求解的例子

首先，我们给出原矩阵的例子。它对应于 case6。当我们识别出待求导的下标是中含有二元表达式的时候，比如这里的  $p+r$  和  $q+s$ ，那么我们会为它们分别重命名为  $z_0$  和  $z_1$ ，由于  $B$  是求导对象，它被放到等式左侧  $dB[n][c][z_0][z_1]$  之后，下标就不再带有二元式了。此时，我们为它建立一个矩阵，记录这样的对应关系，譬如矩阵的第三行、第四行分别代表着  $z_0 = p + r$ ,  $z_1 = q + s$ 。

$$A[n][k][p][q] = B[n][c][p + r][q + s] * C[k][c][r][s];$$

- 首先构造 transform matrix: 它是从  $n, c, p, r, q, s$  变换到  $n, c, p+r, q+s$  的矩阵。其中， $z_0, z_1$  是重命名变量。我们希望通过这个矩阵，能反解  $n, c, p, r, q, s$  的结果。注意到两边维度并不对应，所以我们需要之后在等式左边的  $Y$  中引入新的变量。

$$\begin{array}{lll} [[n], & [[1, 0, 0, 0, 0, 0], & [[n], \\ [c], & [0, 1, 0, 0, 0, 0], & [c], \\ [z_0], & [0, 0, 1, 1, 0, 0], & [p], \\ [z_1]] & [0, 0, 0, 0, 1, 1]] & [r], \\ & & & [q], \\ & & & [s]] \end{array}$$

接下来，我们调用 2.3.1 节的求解史密斯标准型的算法

Smith标准型算法的计算结果

$$\begin{array}{ll} A = [[1, 0, 0, 0, 0, 0], & U = [[1, 0, 0, 0], \\ & [0, 1, 0, 0], \\ & [0, 0, 1, 0], \\ & [0, 0, 0, 1], \\ & [0, 0, 0, 1, 1]] & [0, 0, 1, 0], \\ & [0, 0, 0, 1]] & [0, 0, 0, 1]] \\ \\ V = [[1, 0, 0, 0, 0, 0], & U * A * V = [[1, 0, 0, 0, 0, 0], \\ & [0, 1, 0, 0, 0, 0], \\ & [0, 0, 1, 0, 0, 0], \\ & [0, 0, 0, 1, 0, 0], \\ & [0, 0, 0, 1, 0, -1], \\ & [0, 0, 0, 0, 1, 0], \\ & [0, 0, 0, 1, 0, -1], \\ & [0, 0, 0, 0, 1, 0], \\ & [0, 0, 0, 0, 0, 1]] & [0, 0, 0, 1, 0, 0]] \end{array}$$

之后，我们需要从数学上的计算结果，得到 Index 之间的对应关系，从而进行下标变换。但是由于维度上的不对应，我们需要引入 2 个新的变量  $r_0, r_1$ 。

## 变量对应

- 首先将左边的Y进行扩展，引入新变量r0, r1。接着使用扩展后Y与U, V矩阵得到变量之间的对应关系。

$$X = \begin{bmatrix} [n], \\ [c], \\ [p], \\ [r], \\ [q], \\ [s] \end{bmatrix} \quad \longleftrightarrow \quad VY' = \begin{bmatrix} [[1, 0, 0, 0, 0, 0], & [n], \\ [0, 1, 0, 0, 0, 0], & [c], \\ [0, 0, 1, 0, -1, 0], & [z0], \\ [0, 0, 0, 0, 1, 0], & [z1], \\ [0, 0, 0, 1, 0, -1], & [r0], \\ [0, 0, 0, 0, 0, 1]] & [r1] \end{bmatrix}$$

由此得到： $p = z0 - r0, r=r0, q = z1 - r1, s = r1$   
 $dB[n, c, z0, z1] = dA[n, k, z0-r0, z1-r1] * C[k, c, r0, r1]$

我们将上述对应的关系存放在 map 中，之后遍历到对应的 index 节点后，使用相应的 mutator 将对应下标进行替换，比如将原来的 p 和 q 分别替换了 z0-r0 和 z1-r1，将原来的 r 和 s 替换成了新的 r0 和 r1。当前版本的代码仍有一些需要改进的地方，比如现在只支持变换后的矩阵中一行最多 1 个 1 和一个-1 或者只有一个 1 其他全是 0 的情况。接着我们将对应的变量进行减法 ( $z0-r0, z1-r1$ )，生成一个新的 index 变量，或是一一对应的 (n,c,r,s)，放入 map 中与待替换的变量对应。从 case6 来看，整个过程是自动化的，但是需要说明的是，由于时间所限，目前由待求导表达式到变换矩阵的建立过程还不够通用，比如无法处理下标中有整数相乘的例子比如  $B[2*n, c*3]$ ，由于测试样例的缺少，也无法保证每种线性变换都能把矩阵建立正确，或许以后有机会可以重新设计相关数据结构，将矩阵的建立、与原始变量的替代这一复杂的过程适用于更多、更广的样例。

### 2.3.3 非线性下标变换的处理

由于史密斯标准型仅能解决线性变换的例子，所以针对 case8 中含有整除运算和取模运算的情况，我们的解决方案是在 IR 节点处直接进行变换操作，不再交给通用求解器求解。我们目前只支持整除符号和取模运算的除数相等的情况，具体的下标变换方式在 1.2 节已经进行了详细描述。

## 2.4 整合

代码的整合主要是将不同模块的接口对接起来，在通过 IRMutator 对原式进行求导后，将生成的求导后的式子打印出来，并传递给 project1 的部分展开循环，得到最终的表达式。

### 3 实验结果

10 个 case 全部通过。对应的 commit SHA 为 ef35be945c65c191a6d73ae8f7b0e0a7b4bc6e78

```
[ 97%] Building CXX object project1/CMakeFiles/test1.dir/kernels/kernel_case6.cc.o
[ 97%] Building CXX object project1/CMakeFiles/test1.dir/kernels/kernel_case7.cc.o
[ 98%] Building CXX object project1/CMakeFiles/test1.dir/kernels/kernel_case8.cc.o
[ 98%] Building CXX object project1/CMakeFiles/test1.dir/kernels/kernel_case9.cc.o
[100%] Building CXX object project1/CMakeFiles/test1.dir/kernels/kernel_example.cc.o
[100%] Linking CXX executable test1
[100%] Built target test1
david@ubuntu:~/Desktop/CompilerProject/build$ cd project2
david@ubuntu:~/Desktop/CompilerProject/build/project2$ ./test2
Random distribution ready
Case 1 Success!
Case 2 Success!
Case 3 Success!
Case 4 Success!
Case 5 Success!
Case 6 Success!
Case 7 Success!
Case 8 Success!
Case 9 Success!
Case 10 Success!
Totally pass 10 out of 10 cases.
Score is 15.
david@ubuntu:~/Desktop/CompilerProject/build/project2$ git rev-parse HEAD
ef35be945c65c191a6d73ae8f7b0e0a7b4bc6e78
david@ubuntu:~/Desktop/CompilerProject/build/project2$ █
```

### 4 小组分工

- 杨晨阳：基本的 IRMutator/求导器，以及 IRPrinter 的改造。
- 袁野：json 到 IR 的转换，solution 代码整合。
- 魏安江：整体思路构建、实现下标变换。
- 王余越：输入任意矩阵，求史密斯标准型 ( $S = U \times A \times V$ )

### 5 Bug 提交

我们小组发现了一处 bug，并提交了相应的 Pull Request: <https://github.com/pku-compiler-design-spring/CompilerProject-2020Spring/pull/4>