

多传感器融合方法

下面我们先给出离散系统的过程状态方程如下：

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)w(k) \quad (1)$$

其中 $x(k) \in R^n$ 是 k 时刻系统状态， $A(k) \in R^{n,n}$ 为状态转移矩阵， $B(k) \in R^{n,h}$ 是过程噪声分布矩阵， $w(k) \in R^h$ 是过程噪声向量。设系统共有 N 个传感器，测量方程为：

$$y_i(k) = C_i(k)x(k) + v_i(k) \quad (2)$$

其中， $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ， $y_i(k) \in R^m$ 是第 i 个传感器的测量向量， $C_i(k)$ 是相应的测量矩阵， $v_i(k) \in R^m$ 为测量噪声。

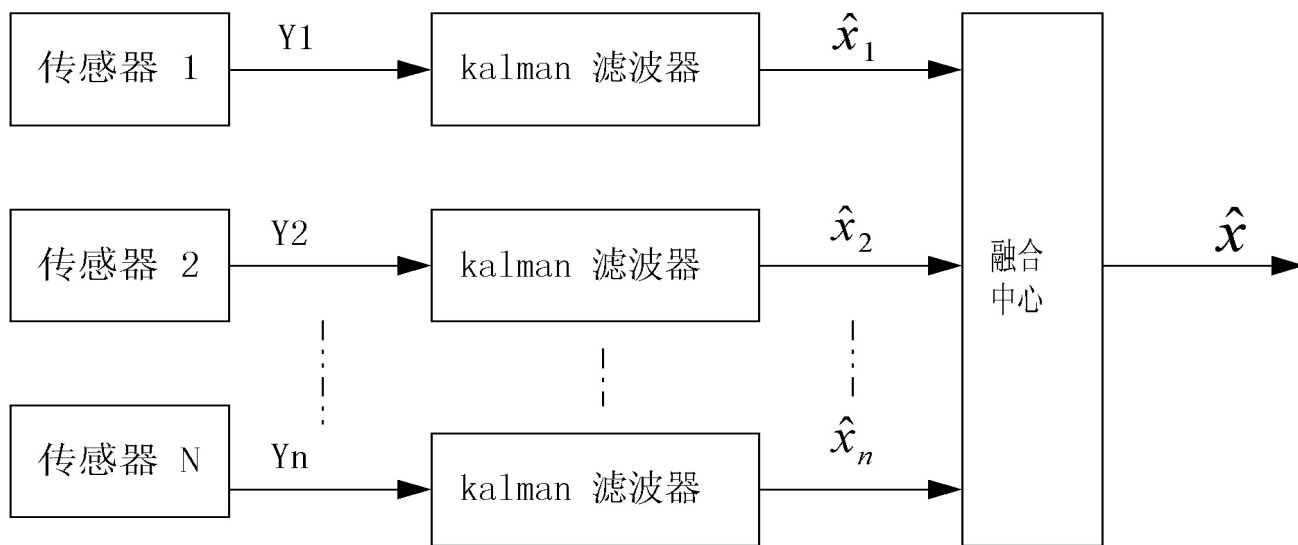


图 1 分布式状态融合估计算法示意图

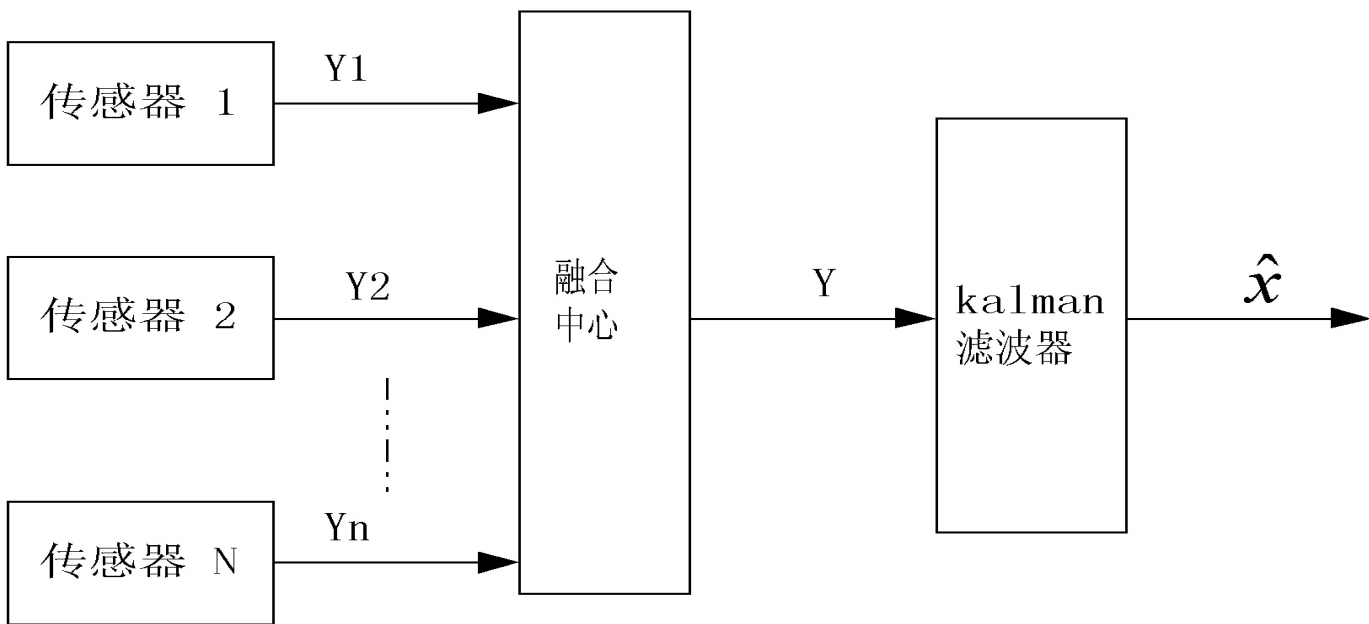


图 2 集中式状态融合估计算法示意图

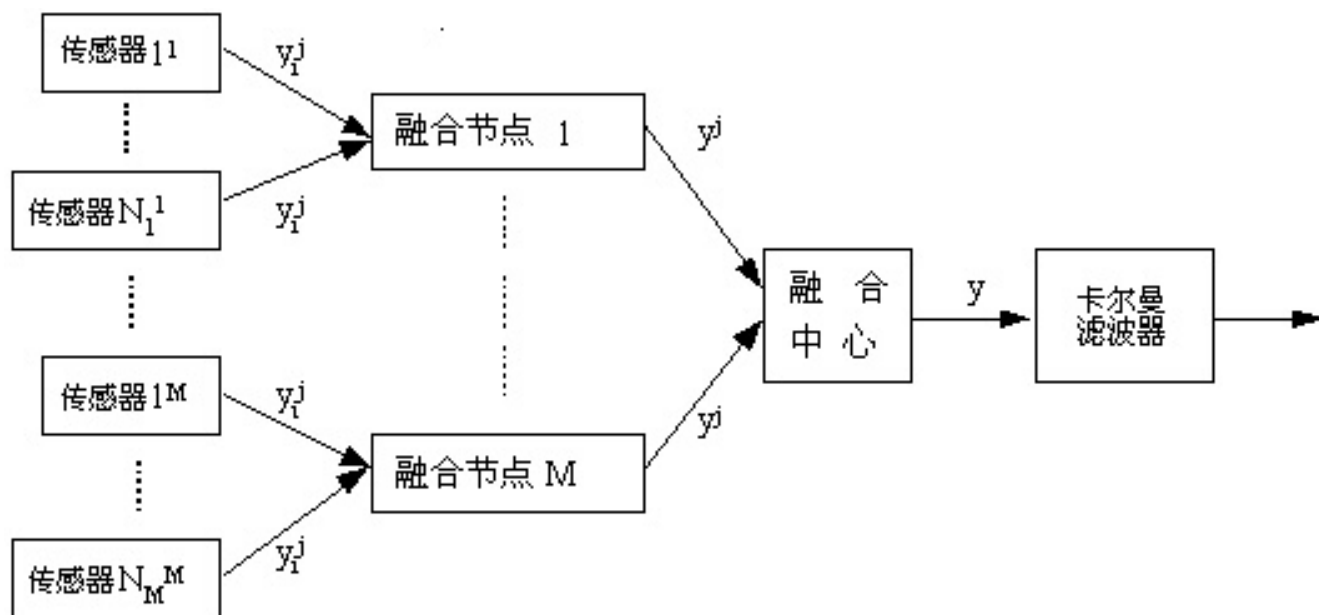


图 3 多级式集—集式状态融合估计算法示意图

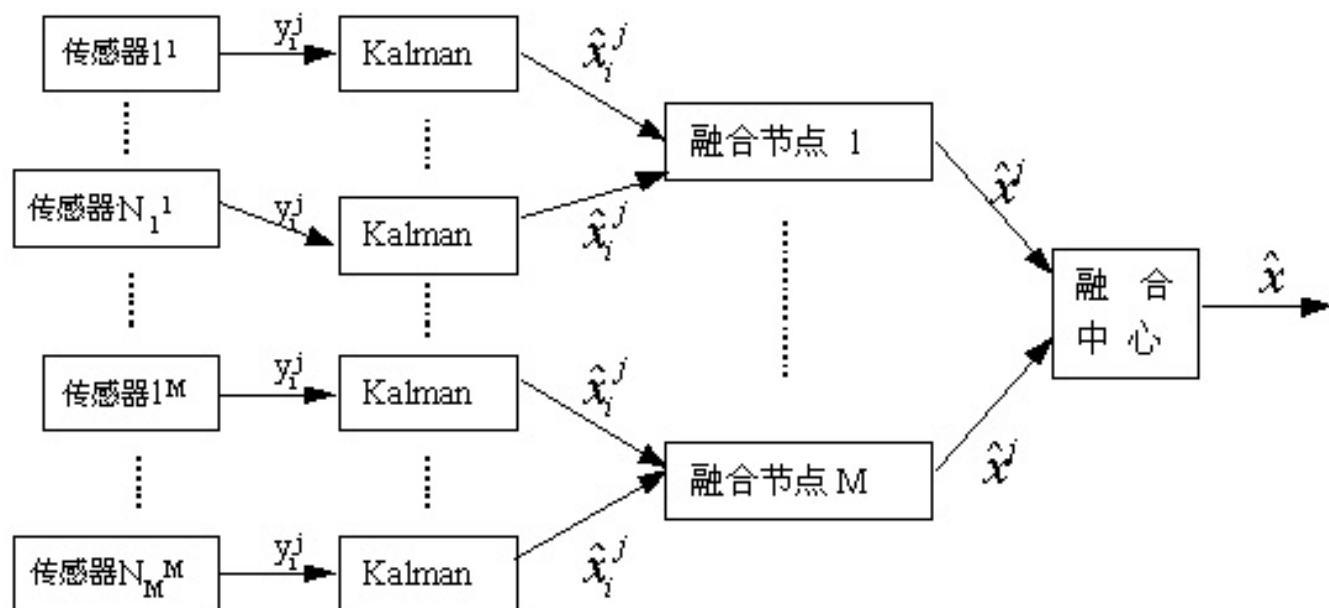


图 4 多级式分一分式状态融合估计算法示意图

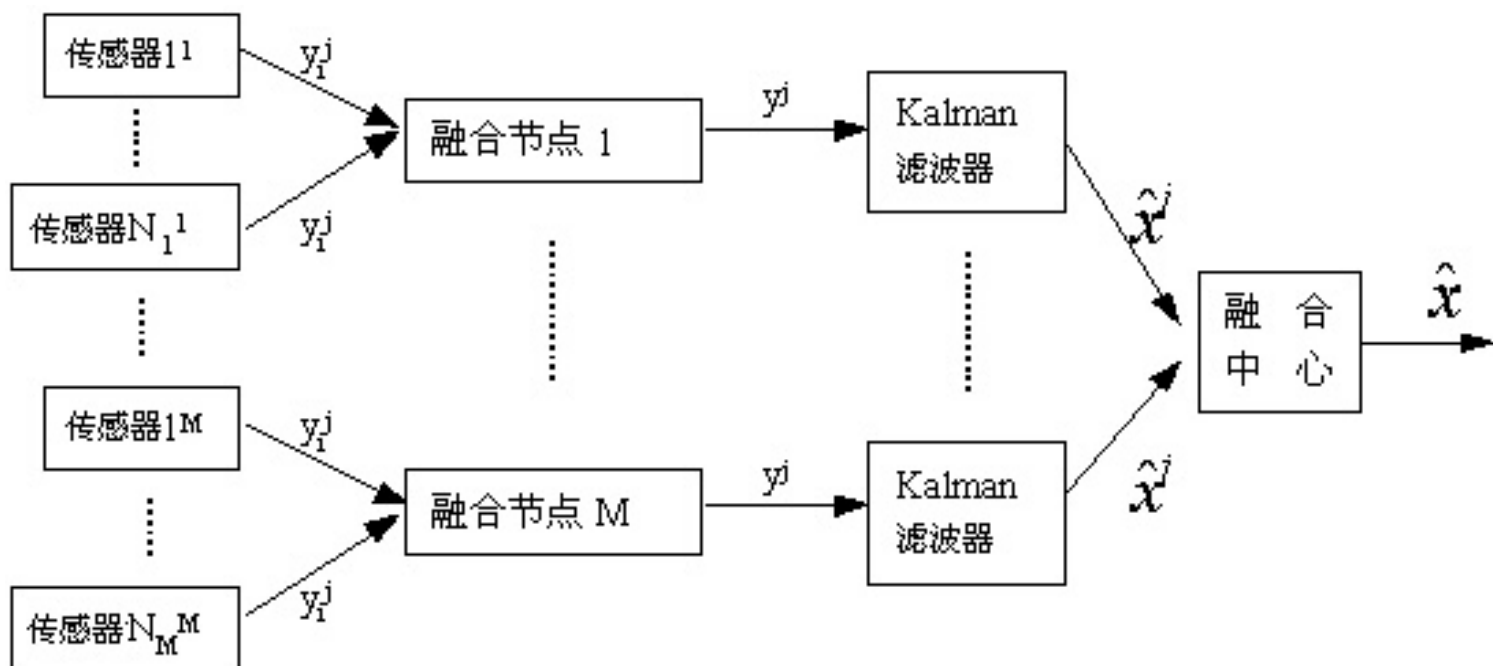


图 5 多级式集一分式状态融合估计算法示意图

测量融合算法

(1) 测量融合方法 I

此类融合算法形式十分直观，直接把测量方程列写成如下的向量形式，然后利用 Kalman 滤波进行估计。

$$y(k) = y^{(I)}(k) = [y_1^T(k), y_2^T(k), \dots, y_N^T(k)]^T$$

$$C(k) = C^{(I)}(k) = [C_1^T(k), C_2^T(k), \dots, C_N^T(k)]^T$$

$$R^{(I)}(k) = \text{block diag} [R_1(k), R_2(k), \dots, R_N(k)]$$

下面我们来推导利用 Kalman 滤波进行估计的结果。我们先来求滤波增益 $K(k)$,

已知 $K(k) = P(k|k)C^T(k)R^{-1}(k)$, 将 $C(k)$ 和 $R(k)$ 代入后得到

$$K(k) = P(k|k)C^T(k)R^{-1}(k) = [K_1(k), K_2(k), \dots, K_N(k)]$$

$$K_i(k) = P(k|k)C_i^T(k)R_i^{-1}(k)$$

则我们估计 Kalman 滤波器可以得到如下的更新估计及向前一步预测估计

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + \sum_{i=1}^N K_i(k)[y_i(k) - C_i(k)\hat{x}(k|k-1)]$$

测量融合方法 I 总结如下

$$\hat{x}(k | k) = \hat{x}(k | k - 1) + \sum_{i=1}^N K_i(k) [y_i(k) - C_i(k) \hat{x}(k | k - 1)]$$

$$\hat{x}(k | k - 1) = A(k - 1) \hat{x}(k - 1 | k - 1)$$

$$K_i(k) = P(k | k) C_i^T(k) R_i^{-1}(k)$$

估计方差为

$$P^{-1}(k | k) = P^{-1}(k | k - 1) + \sum_{i=1}^N C_i^T(k) R_i^{-1}(k) C_i(k)$$

$$P(k | k - 1) = A(k - 1) P^T(k - 1 | k - 1) A(k - 1) + B(k - 1) Q(k - 1) B^T(k - 1)$$

(2) 测量融合方法 II

该方法融合中心的融合规则基于线性估计原理，现将 N 个测量进行融合得到融合后的测量，然后再利用 Kalman 进行估计。

首先，将来自各个传感器的测量向量用线性均方估计进行融合：

$$y(k) = y^{(II)}(k) = \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) y_i(k)$$

$$C(k) = C^{(II)}(k) = \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) C_i(k)$$

$$R(k) = R^{(II)}(k) = \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) \right]^{-1}$$

下面给出利用 Kalman 滤波进行估计的算法如下：

$$\hat{x}(k | k) = \hat{x}(k | k - 1) + K(k) \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) [y_i(k) - C_i(k) \hat{x}(k | k - 1)]$$

$$\hat{x}(k | k) = A(k - 1) \hat{x}(k - 1 | k - 1)$$

$$K(k) = P(k | k) \left\{ \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) C_i(t) \right\}^T \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t)$$

$$P(k | k - 1) = A(k - 1) P(k - 1 | k - 1) A^T(k - 1) + B(k - 1) Q(k - 1) B^T(k - 1)$$

$$P^{-1}(k | k) = P^{-1}(k | k - 1) + \left\{ \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) C_i(t) \right\}^T \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) C_i(t)$$

从上述融合规则可知，若 $R_i(k)$ 及 $C_i(k)$ 的矩阵行数、列数不同，该融合规则无法实现，所以该算法不适合 $R_i(k)$ 及 $C_i(k)$ 的矩阵行数、列数不同的异类传感器系统。

算例 9.1 假设两个传感器的测量方程分别为 $y_i(k) = C_i(k)x(k) + v_i(k)$

$i=1,2$, $y_i(k) \in R^m$ 是第 i 个传感器的测量向量， $C_i(k)$ 是相应的测量矩阵，

$v_i(k) \in R^m$ 为测量噪声，其方差为 $R_i(k)$ ，其中， $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}$ ，

$R_1 = 2$ ， $R_2 = 5$ 。请设计测量融合的算法，并计算稳态估计方差，比较其大小。

作业：下面通过两个测量融合方法对比试验得到仿真结果，我们采用广泛使用的如下运动目标与传感器模型：

$$x(k) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(k-1) + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} v(k)$$

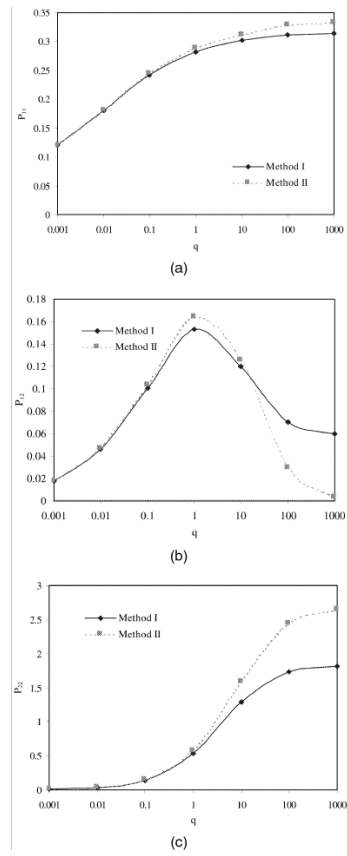
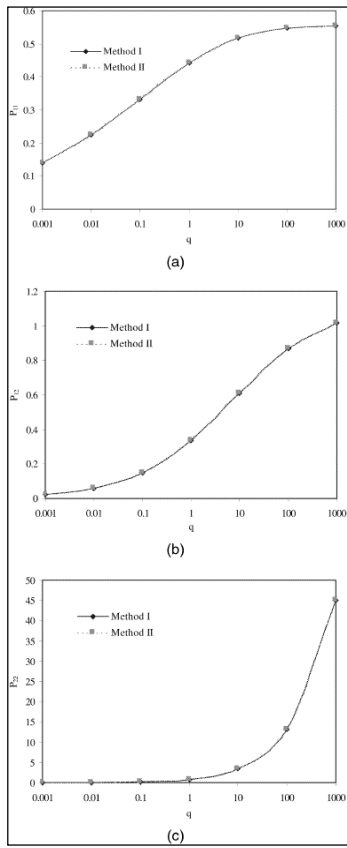
$$y_j(t) = C_j x(t) + w_j(t) \quad j=1, 2$$

采样时间 $T=1$ ， $v(t)=N(0, q)$ ， $w_j(t)=N(0, R_j)$ 。考虑两种情况。

情况 1： 两个传感器有相同的测量矩阵 $C_1 = C_2 = [1 \ 0]$ 。

情况 2： 两个传感器测量矩阵不同， $C_1 = [1 \ 0]$ $C_2 = [1 \ 0.5]$ 。两个情况分别考虑

$R_1 = R_2$ 和 $R_1 \neq R_2$ 。



$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix}$$

两种测量融合方法的性能分析

当相同的初始状态 $P^{(I)}(0|0) = P^{(II)}(0|0)$, $\hat{x}^{(I)}(0|0) = \hat{x}^{(II)}(0|0)$, 且 $C_1 = C_2 = \dots C_N$, 两种测量融合方法功能等价, 且方法 II 的计算量小。这个结果可以推广到 N 个传感器。

如果 $C_1 \neq C_2 \neq \dots C_N$, 方法 I 利用所有的原始测量信息, 所以能提供更好的估计。另外, 如果传感器不同, 方法 II 可能根本无效 (如果 c_i c_j 大小不同)。基于以上理论, 当 $C_1 = C_2 = \dots C_N$ 应该选择方法 II, 否则选择方法 I 更好。

Track-to-Track 融合算法

(1) 基于各传感器的测量 $y_i(k)$ ，用 Kalman 滤波器估计状态 $\hat{x}_i(k|k)$ ：

$$\hat{x}_i(k|k) = \hat{x}_i(k|k-1) + K_i(k)[y_i(k) - C_i(k)\hat{x}_i(k|k-1)]$$

其中：

$$\hat{x}_i(k+1|k) = A(k-1)\hat{x}_i(k-1|k-1)$$

$$K_i(k) = P_i(k|k)C_i^T(k)R_i^{-1}(k)$$

$$P_i(k|k-1) = A(k-1)P_i(k-1|k-1)A^T(k-1) + B(k-1)Q(k-1)B^T(k-1)$$

$$P_i^{-1}(k|k) = P_i^{-1}(k|k-1) + C_i^T(k)R_i^{-1}(k)C_i(k)$$

(2) 下面推导基于线性估计原理将 $\hat{x}_i(k|k)$ 进行融合的方法

$$\hat{x}_f = \hat{x}_i + (P_i - P_{ij})(P_i + P_j - P_{ij} - P_{ji})^{-1}(\hat{x}_j - \hat{x}_i)$$

估计方差为:

$$P_f = P_i - (P_i - P_{ij})(P_i + P_j - P_{ij} - P_{ji})^{-1}(P_i - P_{ji})$$

这里，为书写方便，将 $\hat{x}_i(k|k)$ 及 $\hat{x}_j(k|k)$ 简写成 \hat{x}_i 及 \hat{x}_j ，假设 $i \neq j$ 。 $P_{ij}(k|k)$ 按如下两式递推：

$$P_{ij}(k|k-1) = A(k-1)P_{ij}(k-1|k-1)A^T(k-1) + B(k-1)Q(k-1)B^T(k-1)$$

$$P_{ij}(k|k) = [I - K_i(k)C_i(k)]P_{ij}(k|k-1)[I - K_j(k)C_j(k)]^T$$

分布式最优融合算法

(1) 同分布式次优融合算法求出 $\hat{x}_i(k|k)$ 。

(2) 进行融合。

$$\hat{x}(k|k) = P(k|k) \left\{ P^{-1}(k|k-1) \hat{x}(k|k-1) + \sum_{i=1}^N [P_i^{-1}(k|k) \hat{x}_i(k|k) - P_i^{-1}(k|k-1) \hat{x}_i(k|k-1)] \right\}$$

其中估计方差为：

$$P^{-1}(k|k) = P^{-1}(k|k-1) + \sum_{i=1}^N [P_i^{-1}(k|k) - P_i^{-1}(k|k-1)]$$

$P_i(k|k)$ 及 $P_i(k|k-1)$ 为第 i 个传感器的估计方差，同上。

总结：

集中式

$$y(k) = y^{(I)}(k) = [y_1^T(k), y_2^T(k), \dots, y_N^T(k)]^T \quad \hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + \sum_{i=1}^N K_i(k)[y_i(k) - C_i(k)\hat{x}(k|k-1)]$$

$$y(k) = y^{(II)}(k) = \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(k) y_i(k) \quad \hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k) \left[\sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N R_i^{-1}(t) [y_i(k) - C_i(k)\hat{x}(k|k-1)]$$

分布式

$$\hat{x}_f = \hat{x}_i + (P_i - P_{ij})(P_i + P_j - P_{ij} - P_{ji})^{-1}(\hat{x}_j - \hat{x}_i)$$

$$\hat{x}(k|k) = P(k|k) \{ P^{-1}(k|k-1) \hat{x}(k|k-1) + \sum_{i=1}^N [P_i^{-1}(k|k) \hat{x}_i(k|k) - P_i^{-1}(k|k-1) \hat{x}_i(k|k-1)] \}$$

作业：

实现文档中的 GPS 仿真实例的 “track to track 融合方法” 或 “最优融合估计方法” 的其中一个。

要求：

1. 给出 Matlab 程序。
2. 写出文档对结果进行说明。