

Werden Daten von selbst fehlerlos übertragen oder gespeichert? Diese Frage taucht immer auf, wenn man eine fehlerhafte Datei bekommt. Nein, Daten werden nicht von selbst fehlerfrei übertragen, denn es steckt meistens ein Fehlerkorrektursystem dahinter, dass Dateien auf Fehlerlosigkeit überprüft und diese Entsprechend korrigiert. Eine dieser Fehlerkorrektursysteme ist, das von Richard W. Hamming erfundene Fehlerkorrektursystem mit dem Namen Hamming-Code. Dieser Code besitzt zwei verschiedene Aufgaben, die eine ist Fehlererkennung und die andere ist Fehlerkorrektur. Dies wird in der digitalen Signalverarbeitung und Nachrichtenbereich für die Kanalkodierung verwendet. Hamming-Code wird üblicherweise bis heute in ECC-RAMs (Error Correction Code) verwendet.

Was bringt uns nun das Kennenlernen von Hamming-Code?

Möglicherweise werden Daten bei der Übertragung oder Speicherung beschädigt werden, dies kann in Form von Bit-Flip erfolgen, in dem eine binäre 1 zu einer 0 wird oder umgekehrt. Zur Vermeidung dieser Fehler kommen Fehlerkorrekturcodes wie der Hamming-Code zum Einsatz. Wobei das Herausfinden von Fehlern durch das Hinzufügen von Paritätsbits (Ein Paritätsbit ist ein einzelnes Bit, das verfolgt, ob die Anzahl der Einsen ungerade oder gerade ist.) zu den zu übertragenden Daten erfolgt. Hamming-Code kann Einzelbitfehler korrigieren und auch bis zu Zweibitfehler erkennen, sodass ein Nachrichtenwort fehlerlos übertragen oder gespeichert werden kann. Paritätsbits werden an eine Bitfolge als LSB und immer an die Stellen mit der Potenz  $2^x$  angehängt.

Wie wird der Hamming-Code aufgebaut?

Hamming-Code verwendet einen Blockparitätsmechanismus. Die Daten werden in Blöcke unterteilt, und dem Block wird Parität hinzugefügt.

Um den Hamming-Code manuell zu erstellen sollte man folgende Schritte vorgehen:

Es sei  $u$  ein Nachrichtenwort mit den Bits  $u_0$   $u_1$   $u_2$  und  $u_3$ . Um den Hamming-Code daraus zu erzeugen, sollte man wie folgt vorgehen:

1. Berechnung der Anzahl der Paritätsbits (in dem Fall 3, weil wir nur vier Bits zu Verfügung haben.)
2. Darstellung der Summe der Paritätsbits und Nachrichtenbits durch einen Vektor  $V$ .

$V_0$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

3. Nummerierung der Positionen des Vektors.

$V_0$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
1	2	3	4	5	6	7

4. Reservierung der Positionen an den  $2^n$  Stellen für die Paritätsbits.

$V_0$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
1	2	3	4	5	6	7

5. Markierung der restlichen Positionen für die Nachrichtenbits.

		$u_0$		$u_1$	$u_2$	$u_3$
$V_0$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
1	2	3	4	5	6	7

6. Berechnung der Paritätsbits: Dafür wandelt man die Positionsnummer der Nachrichtenbits  $u_i$  um und addiert die umgewandelten Werte miteinander ohne Übertrag wie folgt:

$$\begin{array}{r}
 (u_0 * \text{bin}(3)) \\
 (u_1 * \text{bin}(5)) \\
 (u_2 * \text{bin}(6)) \\
 \oplus (u_3 * \text{bin}(7)) \\
 \hline
 \text{x1 x2 x3}
 \end{array}$$

**Hinzufügen der Paritätsbits an den  $2^n$  Stellen des Vectors.**

Am Ende erhält man ein Hamming-Codewort bestehend aus folgender Datensequenz:

**x1**    **x2**     $u_0$     **x3**     $u_1$      $u_2$      $u_3$

Die Fehlererkennung geht auch nach den gleichen Schema, wo man dabei zwei Fälle unterscheidet:

- Fall 1: Angenommen, der Empfänger hat den Code 0011001, dann wird der Code wie folgt auf Fehlerlosigkeit überprüft: An der dritten, vierten und siebten Stelle ist eine 1 enthalten. Mit der Positionsnummer dieser Stellen wird dann eine XOR-Operation durchgeführt:

$$\begin{array}{r}
 0 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 0 \ 0 \\
 \oplus 1 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

Wir sehen, dass 0 0 0 herausgekommen ist, d.h. der Code wurde fehlerlos übertragen.

- Fall 2: Angenommen, der Empfänger hat den Code 0011001, dann wird der Code wie folgt auf Fehlerlosigkeit überprüft: An der dritten, vierten und siebten Stelle ist eine 1 enthalten. Mit der Nummer dieser Stellen wird dann eine XOR-Operation durchgeführt:

$$\begin{array}{r}
 0 \ 1 \ 0 \\
 0 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 0 \ 0 \\
 \oplus 1 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 0
 \end{array}$$

Wir sehen, dass 0 1 0 herausgekommen ist, d.h. der Code wurde manipuliert und zwar an der zweiten Stelle (010).

- Man kann auch den Hamming-Code mit der Generatormatrix generieren. Die Erstellung des (7,4)Hamming-Codes des Nachrichtenwortes 1010 erfolgt durch die Multiplikation der

Nachrichtenantwort mit der Generatormatrix wie folgt:  $v = u * G$  (Ein Beispiel finden Sie in den Slides)

- Es ist auch möglich die Kontrollmatrix zu verwenden, um ein empfangene Datenbits zu auf Fehlerlosigkeit zu Überprüfen. Dafür multipliziert man die Nachrichtenbits mit der Kontrollmatrix:
  1. falls 0 herauskommt: Nachricht wurde fehlerlos übertragen.
  2. sonst wird die Positionsnummer der Bits, an denen ein Bit-Flip stattgefunden hat, als Ergebnis herauskommen.

Das Hamming-Code verstärkt unsere Interesse daran, die weiteren Fehlerkorrektursysteme zu kennenlernen und diese entsprechend anwenden und vielleicht später entwickeln zu können, um die Daten fehlerlos zu speichern und zu übertragen.