
基于 CIE 1931-XYZ 与 CIE 2006-XYZ 色彩空间的光源光谱和色域特性计算

刘昭炆

电子与信息工程学院 信息与通信工程

22215608

liuzhy86@mail2.sysu.edu.cn

摘要

色彩是一种人类大脑的主观感受，不同人所感知的颜色也会有所区别。色彩是一个心理量，人们使用 RGB 模型将其公理化。根据混色原理，RGB 模型可表征所有色彩，但由于 RGB 模型的三刺激值之一 r 存在负值使用不方便，因此对 RGB 系统进行线性变化，得到没有负值的 XYZ 系统。本文将基于 2° 观察视角的 CIE 1931-XYZ 与 CIE 2006-XYZ 色彩空间，对 LED 数据¹做光源光谱和色域特性计算。

本文使用 Python²基本实现了“光源光谱与色域特性计算”题目的四个子目标：光谱图、色品图与最大色域四基色（ABCD），部分借鉴了开源项目 Colour³的思路并按自己的理解实现对应其功能。

1 引言

环境中的可见光（380nm~780nm）可被人视网膜上的锥状细胞感知，然后经过视觉系统传输、处理至大脑，大脑会“想象”出来这些光所组成的色彩。简而言之，感光是一种客观规律，而色彩便是一种主观感受。

人的视网膜上有四种感知光的细胞，包括了三种锥状细胞与一种杆状细胞，三种锥状细胞分别感知红（Red, R），绿（Green, G），蓝（Blue, B）三色，杆状细胞感知黑白（亮度）。三种锥状细胞感知最灵敏的称为三原色，但是这三种颜色并不满足 Grassmann 的混色原理/视觉三基色假说 [1]，不能混出所有可见光范围内的所有颜色。基于人眼三原色与混色原理，国际照明委员会（Commission Internationale de l'Eclairage, CIE）在 1931 年制定了三基色的统一标准，将 700nm、546.1nm、435.8nm 的单色光视为红、绿、蓝三原色，也被称为物理三基色，所有可见光都可由三种颜色混合而来。

¹数据来源: <https://sites.psu.edu/llab/downloads/>

²本文源代码可见于: <https://github.com/AnnLIU15/modern-optics-hw>

³Colour: <https://www.colour-science.org/>

1.1 RGB 色彩空间

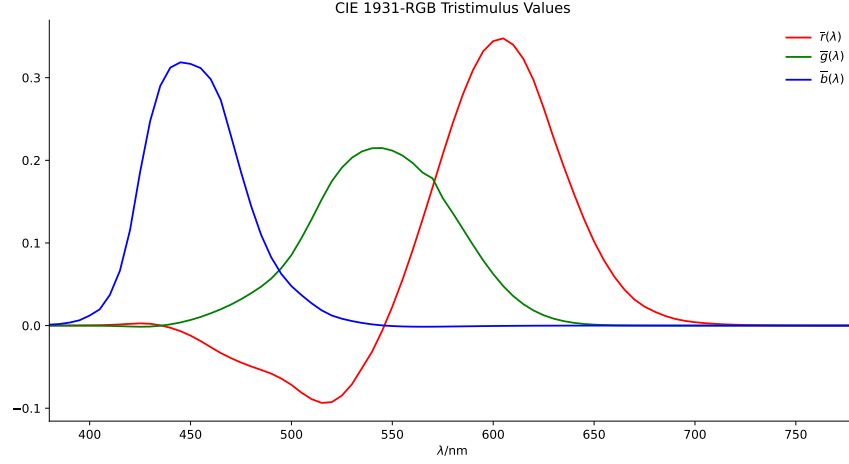


图 1: CIE 1931-RGB 色彩空间色彩匹配函数

从上文我们得知了 RGB 三基色，CIE 在提出 RGB 系统的同时，通过实验确定确定了各个单波长的三刺激值，得到了色彩匹配函数（Color matching function, CMF），如图1所示。色彩匹配函数是视觉系统的固有属性，是一个客观存在的量。我们只需将光谱数据与色彩匹配函数做一个积分、求和(1)，便可以获取其 RGB 相关信息。通过对 RGB 进行归一化(2)，便可以获取到色品坐标 (r, g) ，就能唯一确定一种颜色。

$$\begin{aligned}
 R &= \int \bar{r}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) d\lambda \quad \text{or} \quad R = \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{r}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) \\
 G &= \int \bar{g}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) d\lambda \quad \text{or} \quad G = \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{g}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) \\
 B &= \int \bar{b}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) d\lambda \quad \text{or} \quad B = \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{b}(\lambda) \cdot \psi(\lambda)
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{R}{R + G + B} \\
 g &= \frac{G}{R + G + B} \\
 b &= \frac{B}{R + G + B} = 1 - r - g
 \end{aligned} \tag{2}$$

但是从图1中可以看出 CIE 1931-RGB 色彩空间色彩匹配函数中 r 存在负值，不方便计算以及不符合人类的直观感受，并且由于负值的存在，从 $C = R + G + B$ 的三刺激值中无法直观地理解。为了消除这部分负值的影响以及均匀度的问题，CIE 组织提出了几种由 RGB 空间线性、非线性变换得来的色彩空间，如 XYZ、Lab、Luv。本文基于的题目便是当中的一种线性变换色彩空间—XYZ。

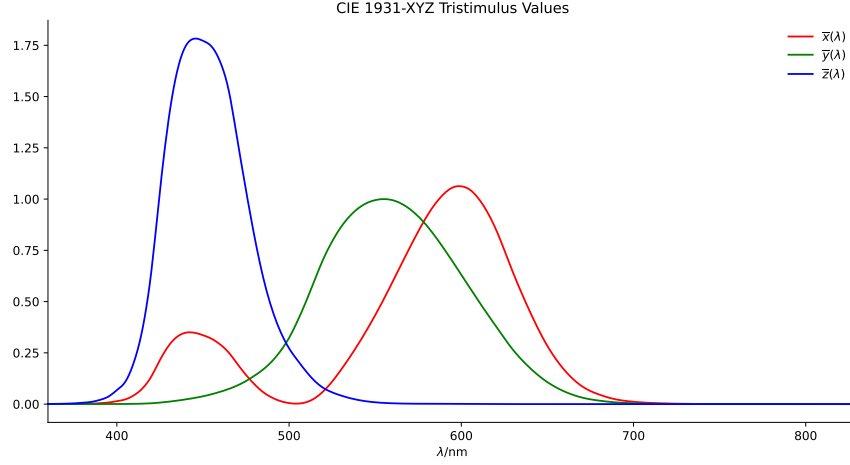


图 2: CIE 1931-XYZ 色彩空间色彩匹配函数

1.2 XYZ 色彩空间

在 CIE 1931-XYZ 色彩空间空间中，虚构了 X（红）、Y（绿）、Z（蓝）三原色，同时解决了亮度叠加（ $C = X + Y + Z$ ）与色彩匹配函数负值问题，色彩匹配函数如图2所示。与 RGB 色彩空间一样，我们只需将光谱数据与色彩匹配函数做一个积分、求和(3)，便可以获取其 XYZ 相关信息，其中 Y 为色光的亮度， k 根据亮度 Y 的需求决定。通过对 XYZ 进行归一化(4)，便可以获取到色品坐标 (x, y) ，也能唯一确定一种颜色。XYZ 色彩空间三刺激值与 RGB 色彩空间三刺激值的线性转换如公式(5)所示。

$$\begin{aligned}
 X &= k \int \bar{x}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) d\lambda \quad \text{or} \quad R = k \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{x}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) \\
 Y &= k \int \bar{y}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) d\lambda \quad \text{or} \quad G = k \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{y}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) \\
 Z &= k \int \bar{z}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) d\lambda \quad \text{or} \quad B = k \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{z}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) \\
 k &= \frac{1}{Y} \left(\frac{100}{Y}, \frac{683}{Y} \right)
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{X}{X + Y + Z} \\
 y &= \frac{Y}{X + Y + Z} \\
 z &= \frac{Z}{X + Y + Z} = 1 - x - y
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{r} \\ \bar{g} \\ \bar{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.41846 & -0.15860 & -0.08283 \\ -0.09117 & 0.25243 & 0.01571 \\ 0.00092 & -0.00255 & 0.17860 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} \tag{5}$$

从上一小节我们曾提到，XYZ 是 RGB 经转化而来的，由于本人的仿真所在的操作系统的是 Windows，缺省的色彩模式为 Standard RGB (sRGB)，因此我们将此处的 RGB 默认为 sRGB，XYZ 转 sRGB 还需要一段非线性函数进行校正 (gamma 校正)，sRGB 转 XYZ (Y=1) 如公式(6)所示，XYZ (Y=1) 转 sRGB 如公式(7)所示。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} sR' \\ sG' \\ sB' \end{bmatrix} &= V' = \begin{cases} \frac{V}{12.92} & V \leq 0.04045 \\ \left(\frac{V+0.055}{1.055}\right)^{2.4} & V > 0.04045 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.4124 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sR' & sG' & sB' \end{bmatrix} \\ C_{\text{linear}} = \begin{bmatrix} R' \\ G' \\ B' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3.24062548 & -1.53720797 & -0.49862860 \\ -0.96893071 & 1.87575606 & 0.04151752 \\ 0.05571012 & -0.20402105 & 1.05699594 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} &= \begin{cases} \max(12.92 \cdot C_{\text{linear}}, 0) & C_{\text{linear}} \leq 0.0031308 \\ 1.055(C_{\text{linear}}^{\frac{1}{2.4}}) - 0.055 & C_{\text{linear}} > 0.0031308 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C_{\text{linear}} = \begin{bmatrix} R' \\ G' \\ B' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3.24062548 & -1.53720797 & -0.49862860 \\ -0.96893071 & 1.87575606 & 0.04151752 \\ 0.05571012 & -0.20402105 & 1.05699594 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} &= \begin{cases} \max(12.92 \cdot C_{\text{linear}}, 0) & C_{\text{linear}} \leq 0.0031308 \\ 1.055(C_{\text{linear}}^{\frac{1}{2.4}}) - 0.055 & C_{\text{linear}} > 0.0031308 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

从公式中我们可以知道，理论上存在颜色相同而光谱不同的非纯色光，混色的方法有很多种。

CIE 1931-XYZ 的色彩也是基于人测定的，由于一些较纯的色彩在实际中并不会用到以及新的实验，CIE 提出了 CIE 2006-XYZ 色彩空间，其对 xyz 三刺激值做了一些修正（主要为蓝色），如图3所示。从图中我们可以知道，除蓝色的峰值外，CIE 2006-XYZ 色彩相较于 CIE 1931-XYZ 区别不大。

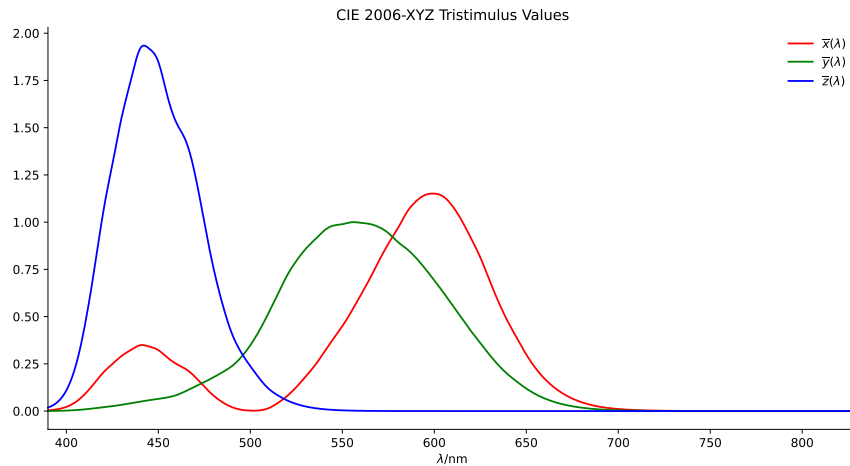


图 3: CIE 2006-XYZ 色彩空间色彩匹配函数

2 光谱功率分布

题目中第一个任务为将给定光谱转换为光谱功率分布图，并以可见光的光谱作为背景板。首先我们实现可见光谱背景，将波长转换为 sRGB 颜色。

2.1 可见光谱的 sRGB 颜色

首先我们知道 XYZ 空间是可以转换为 RGB 空间的，并且由于后面需要画 XYZ 空间的色品图，因此本文的可见光谱的绘制也是由 xyz 空间出发，将单色光的 xyz 数据转化为 sRGB 数据，并作出可见光谱背景。

那么我们首先需要根据波长计算出对应的单色光颜色。我们先考虑一个问题，XYZ 中的绝对大小有意义吗？从公式(3)与公式(4)来看，XYZ 在计算的时候会根据 Y 大小进行缩放，并且 xyz 与 xyY（不计算 z，认为 Y=1）并不关心 XYZ 原本积分与求和得到的绝对值，因此我们可以认为，归一化的光谱是不会影响色品图中 xy 坐标的，故也不会改变颜色。所以我们可以认为，单色光仅在 380~780nm 的波段上的某个波长上有非零值，且改非零值为 1（后续我们将以求和公式计算 XYZ，积分时候为一个冲激函数），后续将 XYZ 进行放缩，令 $Y = 1$ ，如公式(8)所示。

$$\begin{aligned}
 X(\lambda') &= k \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{x}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) = k\bar{x}(\lambda) = \frac{\bar{x}(\lambda)}{\bar{y}(\lambda)} \\
 Y(\lambda') &= k \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{y}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) = k\bar{y}(\lambda) = 1 \\
 Z(\lambda') &= k \sum_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{z}(\lambda) \cdot \psi(\lambda) = k\bar{z}(\lambda) = \frac{\bar{z}(\lambda)}{\bar{y}(\lambda)} \\
 k &= \frac{1}{Y(\lambda')}
 \end{aligned} \tag{8}$$

在 Colour 中，会先对三刺激值进行色度自适应变换（Chromatic adaptation matrix），使用 CAT02 矩阵(9)将 XYZ 值线性变换到 LMS 空间，然后将以 CIE 标准白光 D65 作为参考点的 XYZ 转化为等能白光 E 为参考点的 XYZ，然后再乘上 CAT02 矩阵的逆矩阵回到 XYZ 空间，做一个白光的自适应处理，本文也做了此步，但发现与没做并无明显区别，其完整过程如公式(10)所示，其中三刺激值的维度为 (401, 3)。

$$M_{CAT02} = \begin{bmatrix} 0.7328 & 0.4296 & -0.1624 \\ -0.7036 & 1.6975 & 0.0061 \\ 0.0030 & 0.0136 & 0.9834 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{x'} \\ \overline{y'} \\ \overline{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \\ \overline{z} \end{bmatrix} \cdot ((M_{CAT02})^{-1} \cdot D_{D65}^E \cdot M_{CAT02})^T = \begin{bmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \\ \overline{z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.96621 & -0.04045 & 0.02469 \\ -0.02868 & 1.01863 & 0.01005 \\ 0.00077 & 0.00107 & 1.08721 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

由上式可见，变换矩阵和方阵的区别不大，变换细微，因此不放没有处理的图，依据上述流程先对三刺激值进行白光 D65 到白光 E 的自适应(10)，然后求得 XYZ 值(9)，最后使用变换公式将单色光的 XYZ 转化为 sRGB(7)，结果如图4所示，由于 pdf 等格式有很明显的柱状图显示问题，因此光谱分布这一部分使用 300dpi 的 png 格式文件。

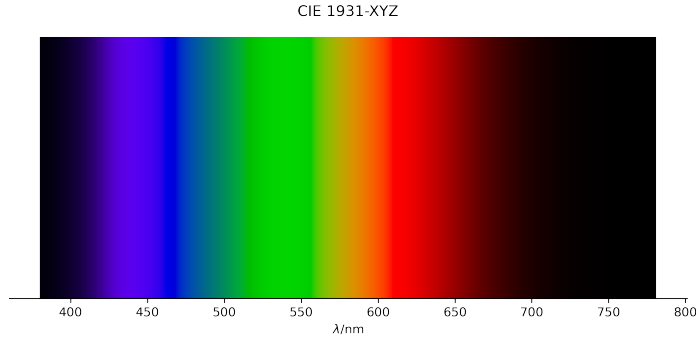


图 4: CIE 1931-XYZ 可见光谱

2.2 光谱功率分布图与分析

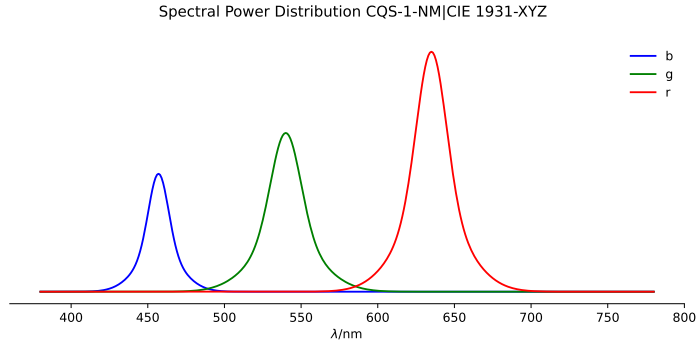


图 5: 基于 CIE 1931-XYZ 的光谱功率分布图 – 无背景

解决了可见光谱的问题，接下来就十分简单了，只需要录入数据，设定好波长范围与归一化的预处理（全局或者每通道归一化），画到图上即可。

本文的 LED 数据来源为宾夕法尼亚州立大学照明实验室 (llab)，具体网址可见首页脚注，本文将 RGB 三色数据提取出来，匹配 CIE 格式 (txt, csv)。最终的谱功率分布图如图5（无背景）、图6（未通道归一化）与图7（通道归一化）所示。大体操作可见于 `utils/get_spd.py` 中的 `get_spd` 函数与 `spd_background` 函数。

如上所示，我们完成了第一个子目标，完成了光谱图的绘制。

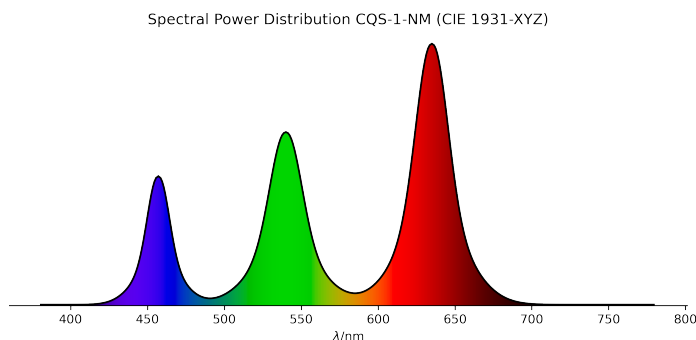


图 6: 基于 CIE 1931-XYZ 的光谱功率分布图

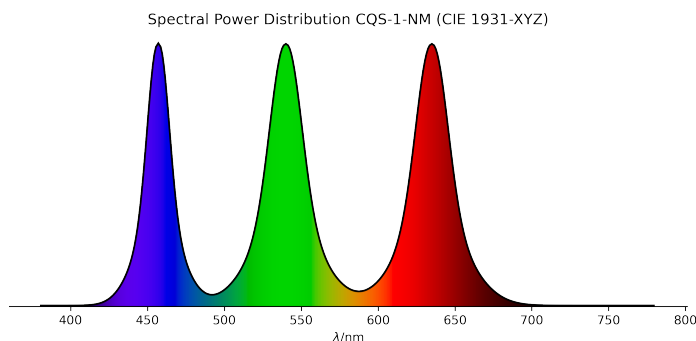


图 7: 基于 CIE 1931-XYZ 的光谱功率分布图 – 通道归一化

3 CIE 1931-XYZ 空间

题目中第二个任务为画出色品图，并在其上面画出 LED RGB 三色灯所组成的色域维度，并与 NTSC 色域进行对比，给出百分比定量结论。首先我们实现色品图，其原理与上一节的一样，将波长单色光转化为范围约束线，坐标转换为 sRGB 颜色，基本流程与上一节大同小异。

3.1 CIE 1931-XYZ 空间 – 色品图

色品图的绘制关键在于限定马蹄的边缘以及图上的每一点，从上一节我们得知可见光 XYZ 值是如何得来的(8)。因此我们得到了每个波长的 XYZ，根据公式(4)我们可以得到每个波长在色品图中的坐标点。如图8所示。

从图中我们获取了两个信息，一是单色光坐标点图不是一个闭合空间，二是可见单色光对应的横纵坐标都是在 $0 \sim 1$ 之间的。针对第一个信息所带来的问题，我们将 380nm 与 780nm 对应的单色光的两点使用一条直线连接起来，最终效果如图9所示。

得到了轮廓，下一步就需要得到轮廓内部的每一个坐标点对应的颜色，由于我们所使用的三刺激值并非一个连续的值，如图8所示，散点图中部分位置有较大的间隔，图9也是线性化，因此获取轮廓内部的坐标点是较为困难的，因此结合上面获取的第二个信息，做一个偷懒的方法，对 $0 \sim 1$ 正方形中的每一个点做一个 xy 转 sRGB 的操作，详细过程为，根据坐标点和 $Y = 1$ 组成 xyY 系统值，根据公式(4)与 xyY 值我们可以

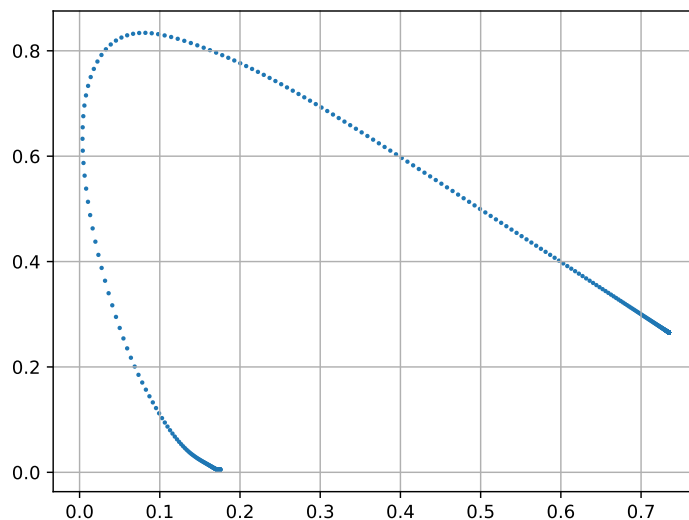


图 8: 基于 CIE 1931-XYZ 的单色光坐标点图

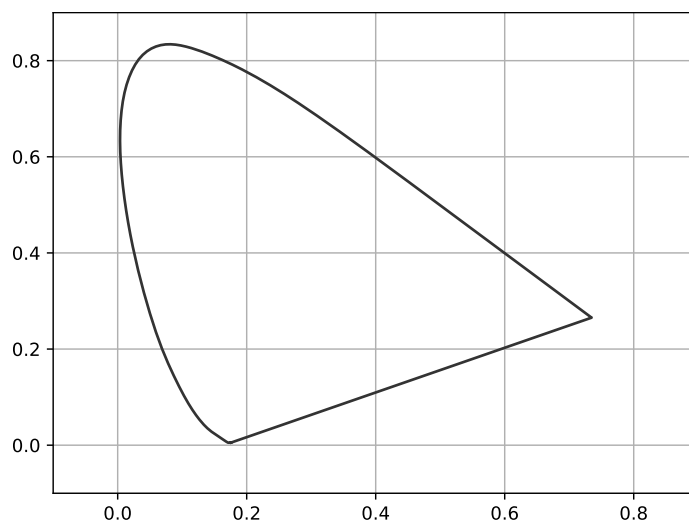


图 9: 基于 CIE 1931-XYZ 的单色光坐标马蹄图

获取到坐标对应的 XYZ 值，接下来就简单了，使用公式(7)将 XYZ 转为 sRGB 值，这个值就是坐标点的颜色，最终效果图如图10所示。

相比与前面光谱而言，我们这里少了一步白光自适应的操作，这里我也是借鉴了 Colour 的思路，它认为 XYZ 的马蹄图中参考白光为 D65，而光谱中的参考白光是 E，需要转换到 D65。因此在马蹄图的绘制中我们也没有做色度自适应的操作（白光自适应）。

下一步就是根据图9中的边缘对图10进行区域限制，再加上一些刻度信息，便可以完成了马蹄图的背景部分了，一个色品图便出现了，效果如图11所示。

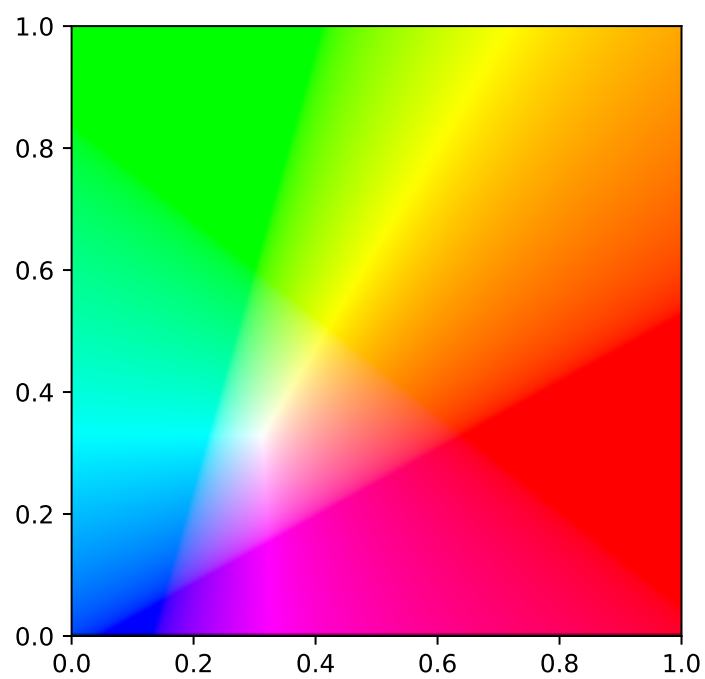


图 10: 基于 CIE 1931-XYZ 的颜色背景图

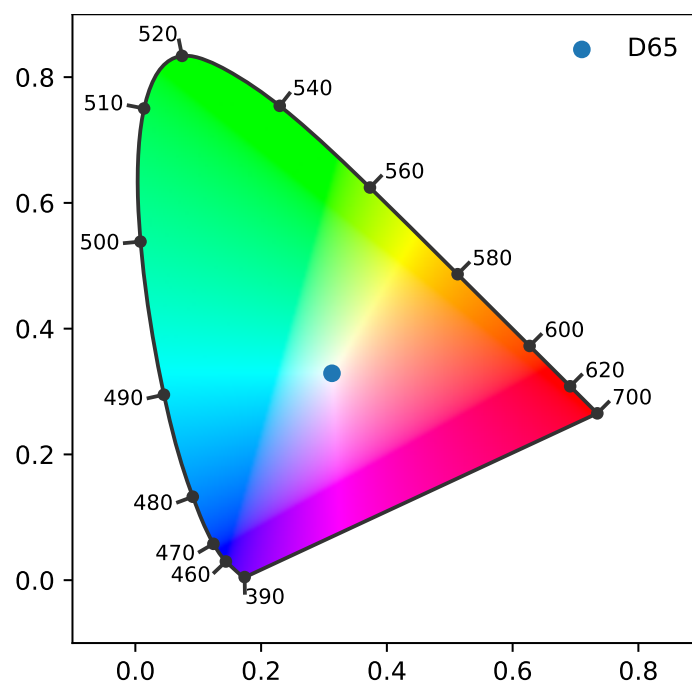


图 11: 基于 CIE 1931-XYZ 的色品图

3.2 绘制 CIE 1931-XYZ 空间色域

数据同上一节一样，接下来的操作也比较简单，只需录入数据，使用使用原始公式求和(3)得到 XYZ，使用公式(4)获取 xy 点以及公式(7)获取 RGB 信息。流程为：

1. 导入光谱数据与三刺激值数据
2. （选做）对三刺激值数据做白光自适应(10)，的光谱数据通道归一化
3. 光谱数据与变换过后的三刺激值数据求和，对 Y 做归一化处理(3)，根据公式(4)获取 xy 点，公式(7)获取 RGB 信息
4. 将 xy 与 RGB 信息对应绘制到图上

最终效果如图12所示。

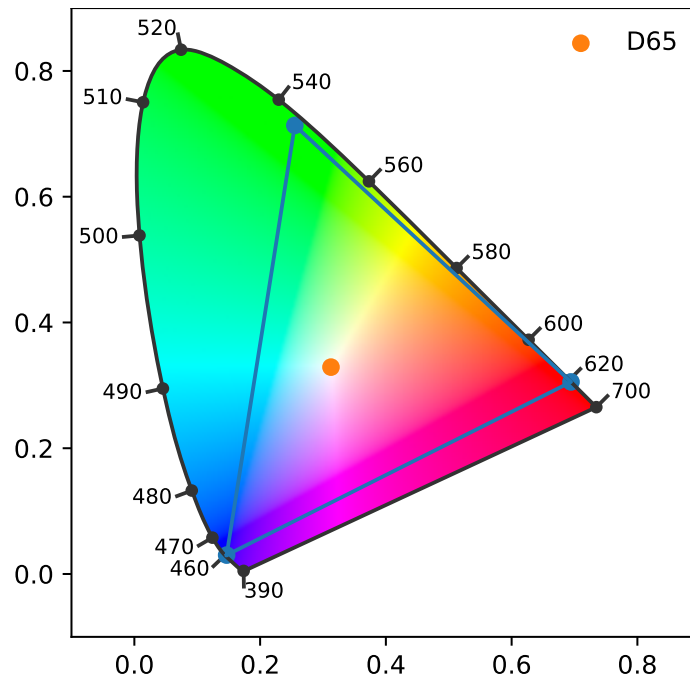


图 12: LED 色域

美国国家电视标准委员会（National Television Standards Committee, NTSC）在 1952 年制定了彩色电视广播标准，包括了 NTSC 色域的定义，NTSC 色域在 XYZ 色彩空间中，为 RGB 三色的坐标为 $R_{xy} = (0.630, 0.340)$ 、 $G_{xy} = (0.310, 0.595)$ 、 $B_{xy} = (0.155, 0.070)$ 。本文第二个子目标需要给出以 NTSC 为基准定量结论，因此我们需要一个计算面积的方式，考虑到第四个基色的实验，本文使用鞋带公式 [2] 作为不定形状多边形的计算方式，携带公式如(11)所示。

$$\begin{aligned}
A &= \left| \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i + y_{i+1})(x_i - x_{i+1}) \right| \\
&= \frac{1}{2} |(y_1 + y_2)(x_1 - x_2) + \cdots + (y_n + y_1)(x_n - x_1)|
\end{aligned} \tag{11}$$

根据面积计算后，可得图13。

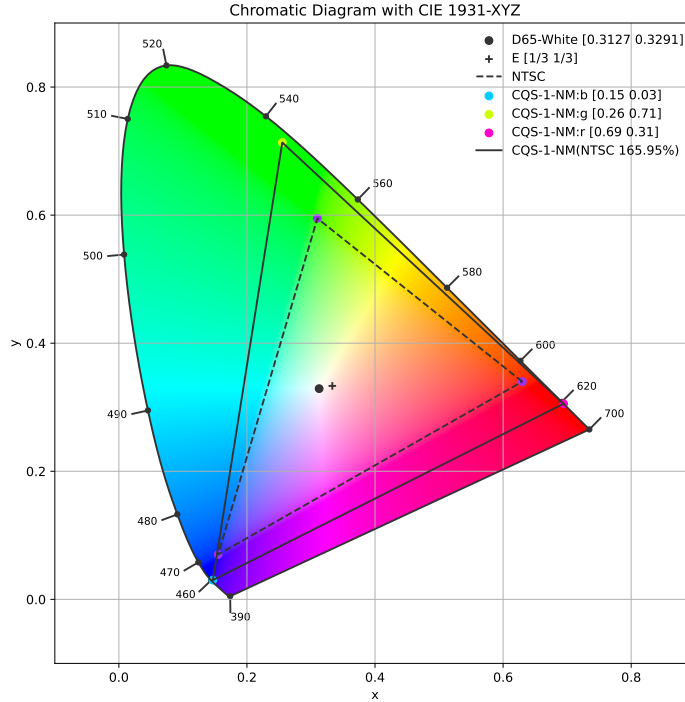


图 13: CIE 1931-XYZ 色彩匹配函数下的 LED 色域与 NTSC 色域

从图中我们可以获知，我们的 RGB LED 灯组成的色域是“NTSC 165.95%”的，就此我们完成了第二个子目标--基于 CIE 1931-XYZ 空间色品图与色域定量计算。

4 CIE 2006-XYZ 空间

题目中第三个任务为使用 CIE 2006-XYZ 色彩空间的色彩匹配函数（三刺激值）替换掉 CIE 1931-XYZ 的色彩匹配函数。重新画出色品图以及比较。画色品图的流程基本与上一节一样，对 CIE 2006-XYZ 380~389nm 的 xyz 值缺失采用 0 填充。

4.1 CIE 2006-XYZ 空间 – 色品图

CIE 2006-XYZ 空间的色品图绘制与 CIE 1931-XYZ 空间上的绘制完全一致，只是三刺激值有所改变。如图2与3所示，色彩匹配函数大同小异，其结果估计也相近。2006 与 1931 的色彩匹配函数得到的马蹄图轮廓区别如图14所示。

从图中我们可以知道 CIE 2006 的马蹄图的面积为 0.3255，比 CIE 1931 的马蹄图，主要差异在于左下角填 0 处（间接导致直线偏离），从三刺激值图中我们也可以看出蓝

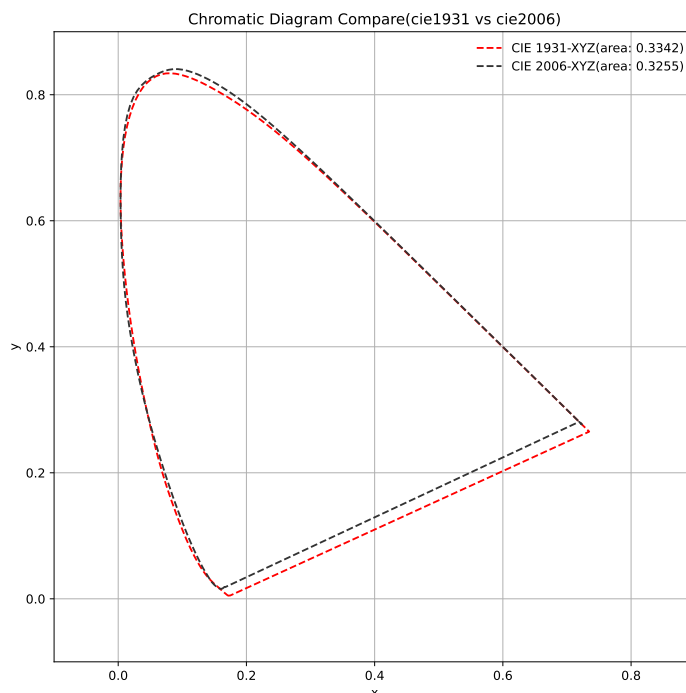


图 14: 两种色彩匹配函数的轮廓比较图

色光更集中了，蓝色“缺了一块”，绿色区域稍有变动，总体改变不大，由于我们使用的转 sRGB 的公式并没有发生变化，因此底色背景是没有区别的。

4.2 绘制 CIE 2006-XYZ 空间色域

与图13绘制步骤相同我们可以获得 CIE 2006-XYZ 空间的色品图与色域，结果如图15所示，乍得一看与 CIE 2006-XYZ 区别不大，相比于 CIE 1931-XYZ 而言仅仅是蓝光和绿光的坐标点在横坐标中移动了 0.1，色域范围发生了相对较大的变化，从“NTSC 165.95%”转变为“NTSC 159.39%”，但我感觉主要的原因是 NTSC 制定的时候是通过 CIE 1931-XYZ 的色彩匹配函数确定的，而我们并没有 NTSC 的红绿蓝三色的标准光谱，这个 NTSC 色域的数据点没有重新计算而是直接迁移到 CIE 2006-XYZ，因此造成了色域定量表示的误差。我觉得并没有太大的区别。接下来我按照第三个子目标的前半要求将这两个结果绘制在同一张图上，并以 CIE 1931-XYZ 的色品图作为背景（也可以绘制在 CIE 2006-XYZ），结果如图16所示。

4.3 多种对比

我从欧司朗 OSRAM⁴也找到了 RGB 三色光的灯泡数据，但是由于水平与时间的双不足，我不太清楚它和 llab 是否是同一种光源技术，在此我们假设它们是不同的光源技术（因为数据太难找了，我只找到这几个能用的）。

⁴<https://www.osram.com/apps/downloadcenter/os/?path=%2Fos-files%2FOptical+Simulation%2FLED%2F>

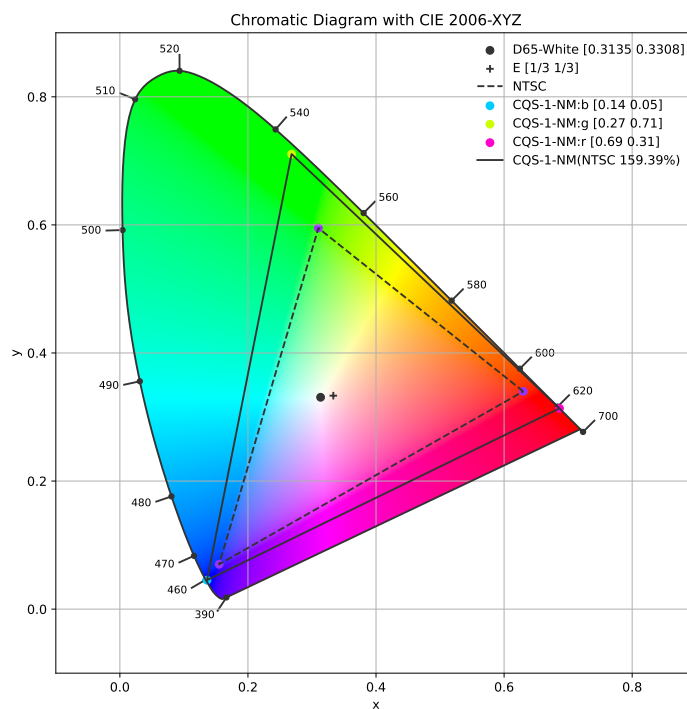


图 15: CIE 2006-XYZ 色彩匹配函数下的 LED 色域与 NTSC 色域

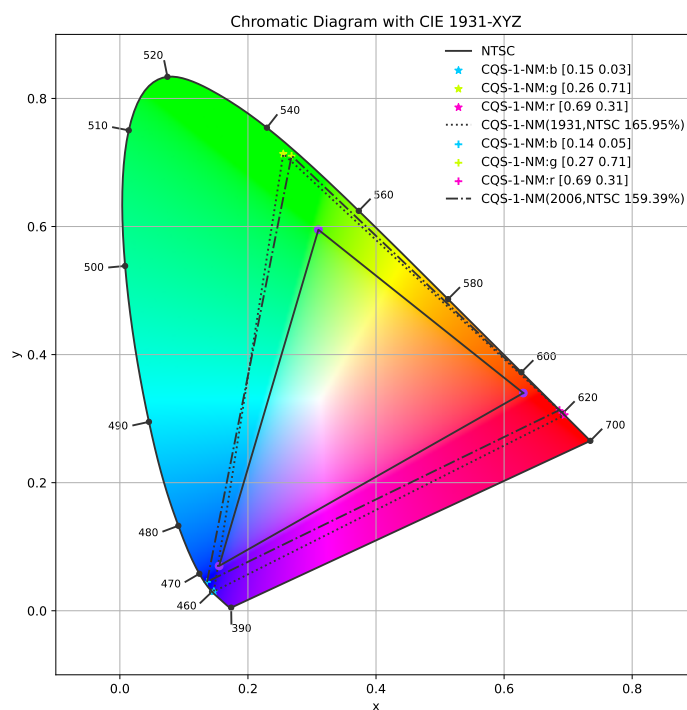


图 16: CIE 1931-XYZ 与 CIE 2006-XYZ 色彩匹配函数下的色域对比

首先我们选择 OSCONIQ 的两个系列的彩色 LED 灯，型号分别为 P2226⁵与 P3030⁶系列。

P2226 选用了 GD_DASPA2 作为蓝色灯、GR_DASPA2 作为红色灯、GT_DASPA2 作为绿色灯。相对光谱分布（通道归一化）如图17所示。

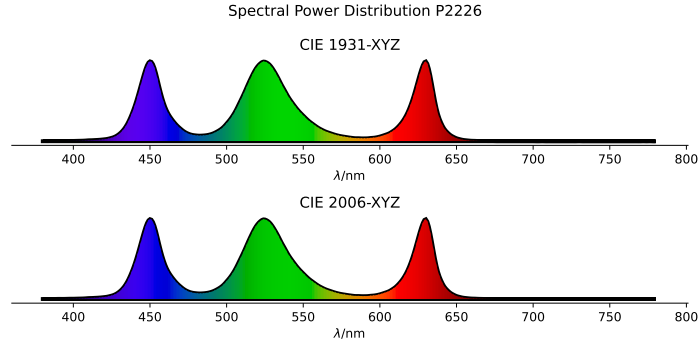


图 17: P2226 相对光谱分布图

P3030 选用了 GD_DASPA2 作为蓝色灯、GR_DASPA2 作为红色灯、GT_DASPA2 作为绿色灯。相对光谱分布（通道归一化）如图18所示。

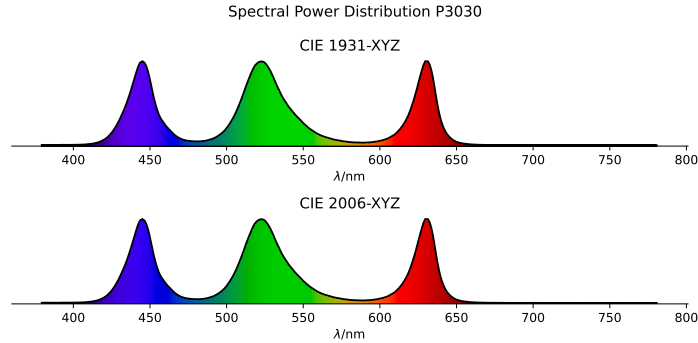


图 18: P3030 相对光谱分布图

由于 P2226 和 P3030 数据是以 2nm 为间隔的，为了方便统一处理，本文使用了三次样条插值进行处理，对部分光谱非固定间隔的进行了固定间隔化。结果如图19所示。

从图中我们可以得知，两种色彩匹配函数表现的效果基本类似，圈定的范围重合度很高。从图上我们可以得到一个结论，3 种 LED 的色域绿色都会向着左下角偏移（深绿），蓝色都会向着深蓝偏移（右下），红色基本不变，这是因为在 2006 版的色彩匹配函数中蓝色 \bar{z} 更集中了，导致蓝绿色在积分的时候 Z 值会更大，从而影响坐标，对 R 光而言较为远离影响不大。

⁵<https://www.osram.com/apps/downloadcenter/os/?path=%2Fos-files%2FOptical+Simulation%2FLED%2FOSCONIQ%2FOSCONIQ+P%2FOSCONIQ+P2226%2F>

⁶<https://www.osram.com/apps/downloadcenter/os/?path=%2Fos-files%2FOptical+Simulation%2FLED%2FOSCONIQ%2FOSCONIQ+P%2FOSCONIQ+P3030%2F>

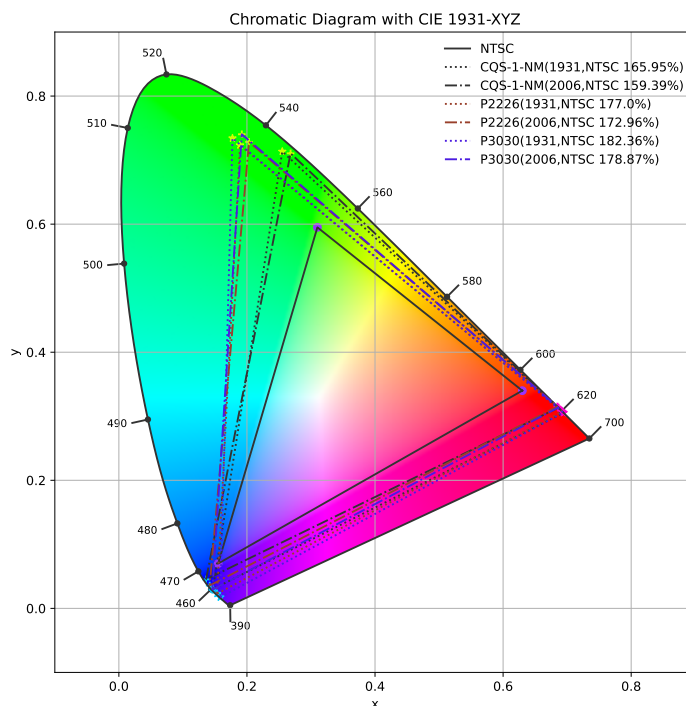


图 19: 三种 LED 在两种色彩匹配函数中的色域对比

从图中我们同时可以知道从 1931 转到 2006，llab 和 P3030 的 LED 的色域都减小了一点，P2226LED 的色域反而增大了。我们观摩三个 LED 的相对光谱图7,17,18可以知道，llab 和 P3030 相对于 P2226 来说更远离 2006-XYZ 的蓝色峰值，导致组成色域的蓝色点更接近其他两点，导致面积变小，色域定量范围变小，而 P2226 是更接近 2006-XYZ 蓝色峰值，因此色域变大，但影响都不大。总得来说这两种色彩匹配函数在实际应用中并没有很大的区别，只是蓝光处有些许影响。

5 色域最大化 – 第四个基色

从前面的色品图中我们可以看到 RGB 三色光所组成的色域，很明显的是，在此基础上再加上一个合适的单色光，必定会有更大的色域，由于时间不够，本文只对 llab 的数据进行探究，采用蓝色的光谱进行“位移”，视为新的单色光。本节以 CIE 1931-XYZ 色品图与色彩匹配函数作为探究前提。

5.1 预搜寻--人工感知

首先我们对色域三角形的三条边进行延拓，如图20所示。

从图上我们可以看到，左侧的空隙较大，若讨论单色光必定在 460nm 至 530nm 之间的单色光。即便讨论的不是单色光，直觉上第四个光源要使得色域最大化，应该要在蓝绿色分界线上，比如说靠近 500~510nm 的单色光的光谱直觉上会得到最大的色域。做研究不能只靠直觉，还得拥有数据，因此我们将在下一小节“复制平移”一个蓝色光源视为“第四色”，探究最大色域范围。

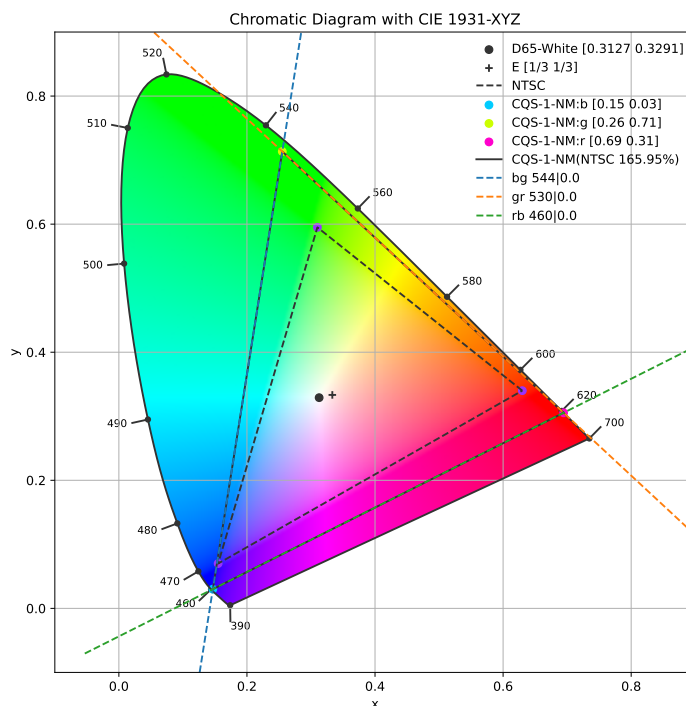


图 20: CIE 1931-XYZ 色彩匹配函数下 LED 色域三角形延展

5.2 程序搜寻--计算面积

本小节的下的蓝光的中心波长为 457nm，两个半功率点分别位于为 451nm 与 463nm，因此我们最大蓝移为 451nm→380nm，最大红移为 463nm→780nm。蓝移部分有 71 个点，红移部分有 317 个点，将这些点绘制到色品图上，如图21所示。

从图上我们可以得知，由于 llab 的 LED 数据较为纯净，平移后的结果比较靠近纯色光，在蓝移区基本贴近（需要放大看，这幅图有点吵眼睛）纯色光组成的马蹄边界。红移区需要到 560nm 后才基本贴近。由于第四个色出现的位置和面积计算有一些关联，比如说 530nm~544nm 的线段，若第四个色取自于这里，则得忽略绿色，进行新三角形的计算，而红色处在 gr 和 rb 交界上，蓝色也在 bg 和 rb 交界上，则可忽略这个问题，除了上面说的绿色特殊位置，都可以认为是一个四边形的计算，这些四边形和三角形的计算都可以由鞋带公式解决，以下部分操作部分由人工设置，非完全自适应。后续操作流程如下所示。

1. 计算特殊区域三角区，得到该三角区范围为 534~542nm（平移后的中心），详细请见 `scripts/plot_sd4_findP.py` 文件。
2. 根据区域分段计算面积（采用鞋带公式计算三角形与四边形的面积），然后保存在一个数组中
3. 寻找这个数组中的最大元素，找到对应的 xy
4. 根据 xy 值转到 xyY 系统再转 XYZ 系统再转 sRGB 得到对应颜色

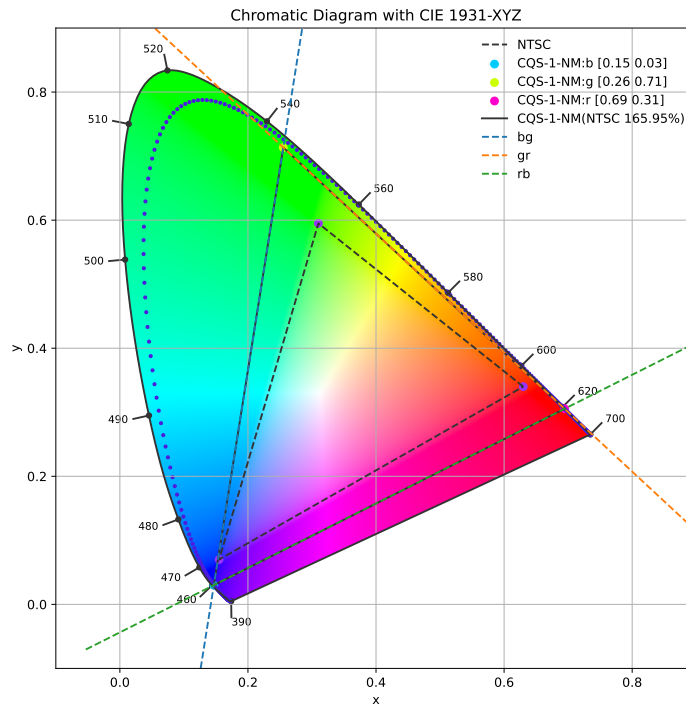


图 21: 蓝色 LED 平移

5. 画出该光功率谱，并查阅相关资料获取该 RGB 值的颜色名称

以上计算的完成为穷尽法，详情请见文件 `scripts/plot_sd4_final.py`。我们发现，红移 51nm 后得到以 508nm 为中心的光的面积最大，为 0.24164，RGB 值为 #00FF6B（归入 0~255 后取四舍五入），即 $(r, g, b) = (0, 255, 107)$ 也符合我们前面的直觉。该颜色的光谱图22如所示。

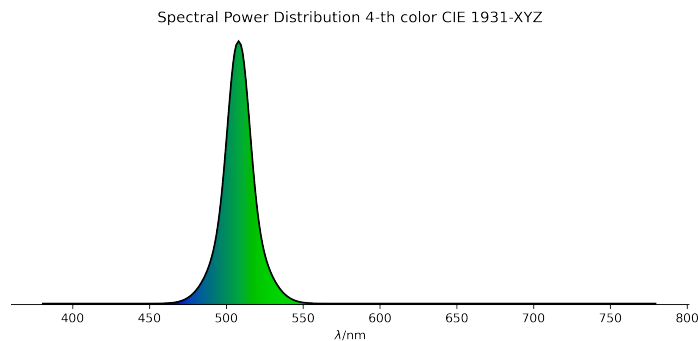


图 22: 第四光源的光谱图（CIE 1931-XYZ）

处理后得到的最大面积色域与色品图如图所示23所示。

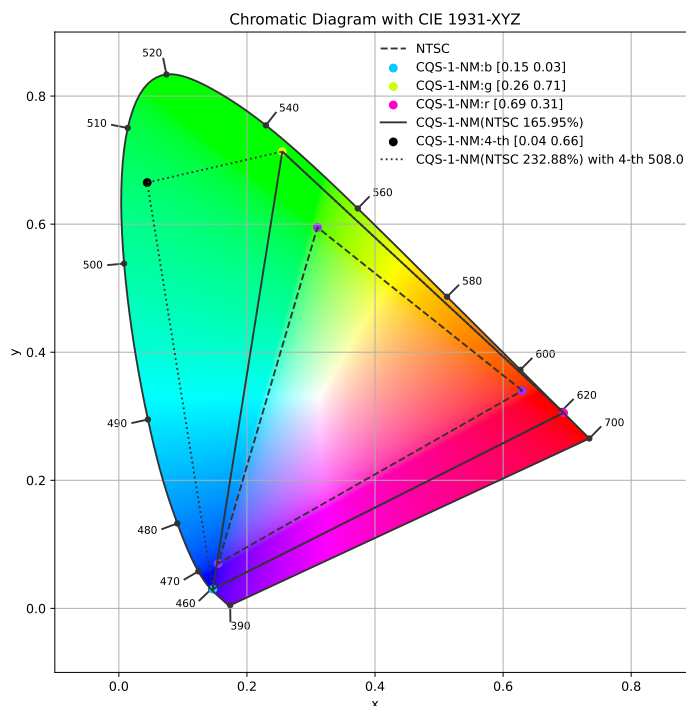


图 23: 第四光源的光谱图 (CIE 1931-XYZ)

5.3 结论

我们从上面了解到该颜色光的 RGB 为 $(r, g, b) = (0, 255, 107)$, 换为 16 进制为 #00FF6B, 这种颜色的名字没有确切定义⁷, 类似于春绿色 (Spring Green, #00FF7F), 本文暂称其为类春绿色。我们认为加上类春绿色的光源将会令 lab 数据的色域范围最大。由于时间问题, 本文不讨论 P2226 与 P3030 的情况。由于该部分完成的较为急迫, 代码相对繁杂且冗余过多。

6 总结

由于自身并非做光学相关的领域, 研究领域也与光没有很直接的联系, 对光学的了解甚微, 出于好奇选择了这门课。光学基础薄弱一时间难以明白前几个题目的思路, 因此选择这个不需要过多的光学知识与背景的题目作为期末作业。

本题目的四个子目标本文都基本完成, 对有了色度学更深的认知与理解, 明白了成色的原理以及一些色度的概念与定义, 在第三个子目标中分析较为欠缺, 第四个子目标中完成度较低, 设置较为粗糙。总体来说达到了自身满意的水平, 毕竟在开始做的时候只知道 RGB 与存在混色原理, 对其他东西一窍不通, 最后做出了一个差强人意的结果, 感觉已经达到预期水准。最后吐槽以下, RGB 三基色 LED 灯珠的数据真的太难找了, 本次作业的一半的有效工作时间都在找数据与找数据的路上, 由于相关知识的欠缺与渠道的阻塞, 费劲千辛万苦才找到了原始数据, 虽然不清楚其是否标准, 但起码比从图

⁷<https://www.htmlcsscolor.com/hex/00FF6B>

像中扣要合理，曾几何时我想过从论文中的 QLED 图扣下来，后面也因为找到勉强能用的数据才就此罢休。本文主要使用了宾夕法尼亚州立大学 llab 的数据，也从中获取到了很多 xyz 计算的思路。本文中部分图是 jupyter (ipynb) 中保存的，可能 py 后缀的文件中没有直接对应的功能，需要部分的修改才能重新。

本次大作业让我学会了很多的色度学知识，虽然这些知识对我未来的研究学习可能并没有很明显的帮助，但是本次大作业拓展了我对色度、色域相关的认知，对我日后生活有较大的帮助，因为可以更懂得如何评价一个显示器、设备的好坏，不易买到不合适产品。最后，感谢老师们的教导，让我对光学了解更多了。虽然由于前置知识的欠缺大部分内容听不太懂，但也增广了见识。

参考文献

- [1] GRASSMANN H. Zur theorie der farbenmischung[J]. Annalen der Physik, 1853, 165(5): 69–84.
- [2] BRADEN B. The surveyor's area formula[J]. The College Mathematics Journal, 1986, 17(4): 326–337.