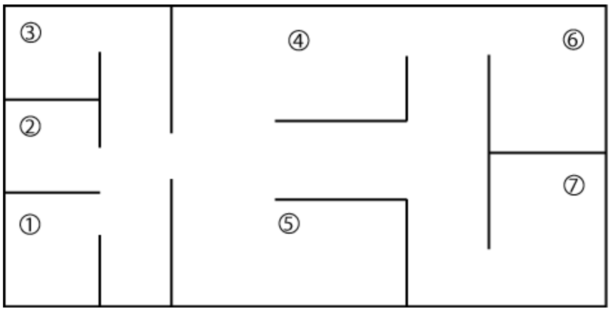
INTRODUCCIÓN

Tipos de arquitecturas de los robots móviles.

MODELOS TRADICIONALES

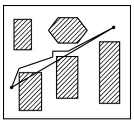
Características

Se tiene representación del medio ambiente



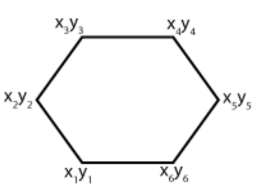
(Objeto mesa (cuarto 1 $x_1y_1, x_2y_2 ... x_ny_n$))

Se planean las acciones y los movimientos del robot.

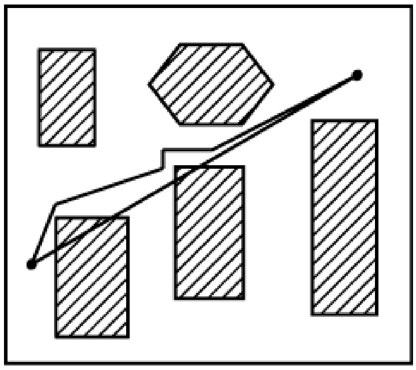


El robot debe llegar de 1 a 6. Dado que el robot conoce el mapa del lugar puede trazar un árbol y encontrar lo mejor ruta (rama de menor peso).

Sin embargo, desconoce los objetos que obstruyen su camino; por lo que no debe descartar las otras ramas.

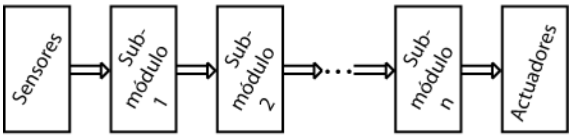


Si se conocen objetos obstáculo, se aproximan a polígonos y se almacenan sus vértices. Si uno intersecta el camino de línea recta entre origen y destino, el robot se desplaza a la esquina más cercana y bordea el obstáculo.



Se tiene una organización serial, si un modulo falla...

Se tiene un grupo de sensores para detectar el medio ambiente



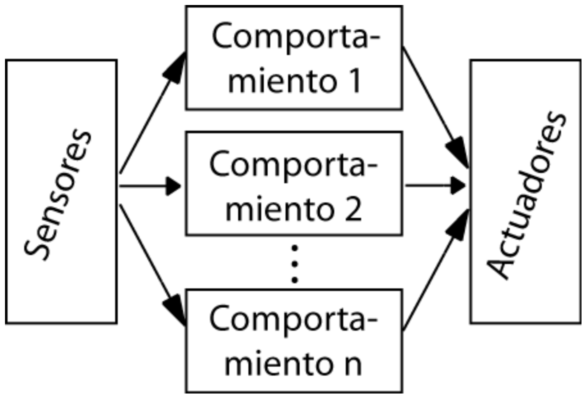
Estructura serial ó jerárquica

Este tipo de sistemas no es adecuado para entornos dinámicos y para robots que presentan errores en el movimiento y sensado.

MODELOS REACTIVOS

Características:

- Basado en el comportamiento de los insectos
- No es necesaria una representación del medio ambiente
- No utiliza planeación de acciones ni de movimiento
- Es adecuado para entornos dinámicos y con errores en el sensado
- Esta basado en comportamientos funcionando en paralelo.



La salida de cada comportamiento debe ser instantánea a partir del momento que hay una entrada.

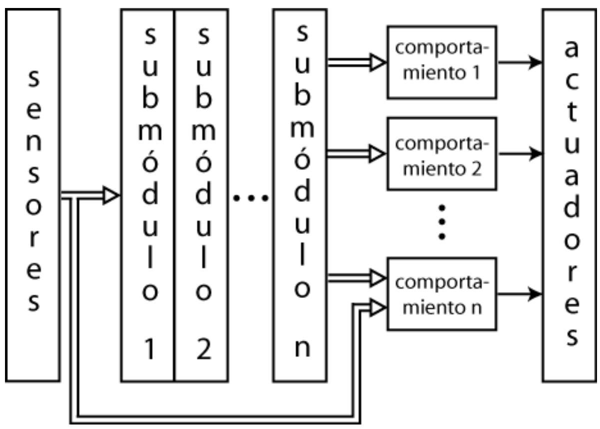
Los comportamientos son independientes entre si.

Por ejemplo si se tienen un grupo de robots en un campo con discos con la siguiente programación:

1. Moverse aleatoriamente hasta 2 o 3
2. Si se encuentra disco y no se porta disco, recoger el disco ->1
3. Si se encuentra disco y se porta disco soltar el disco ->1

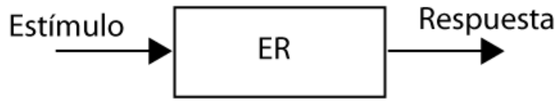
MODELOS HÍBRIDOS

Se combinan las arquitecturas tradicionales y reactivas para suplir las deficiencias de cada una de ellos.

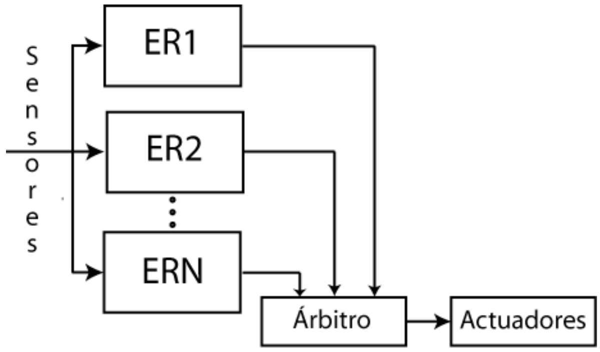


COMPORTAMIENTOS REACTIVOS

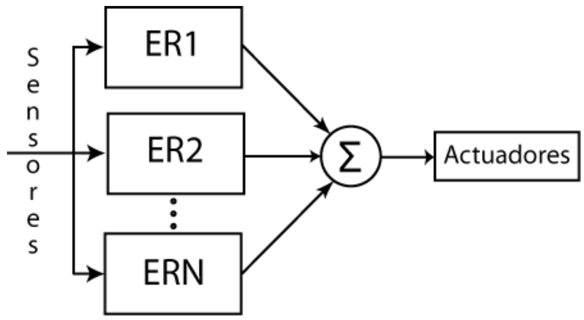
Se manejan mediante diagramas estimulo- respuesta o ER



O bien



O bien

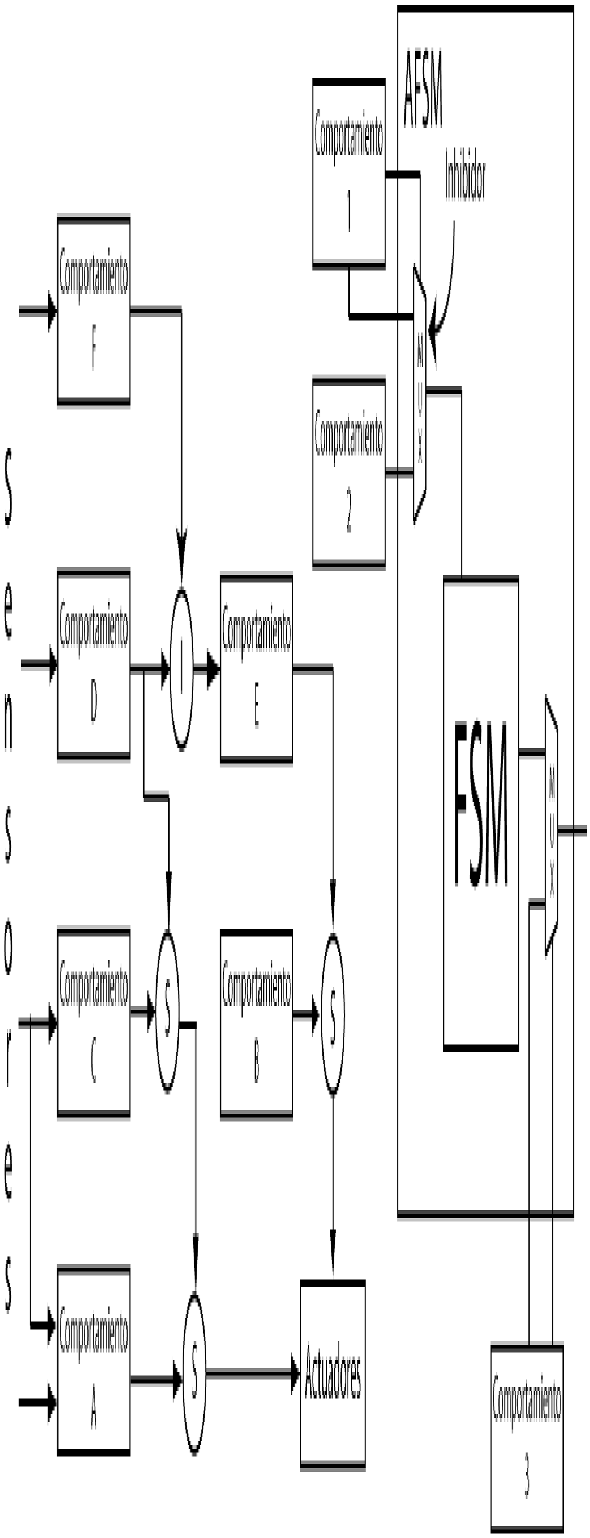


Inteligencia espontánea: los robots hacen algo que no sabrán que estaban haciendo.

En un robot que tiene varios comportamientos coordinados por un agente, todos los comportamientos deben ofrecer una salida por ciclo de reloj, es decir, un comportamiento debe dar salida inmediata.

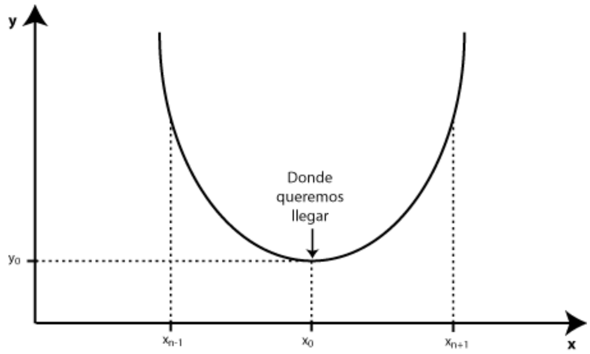
Ronald Brooks propone

Tenemos entonces:



CAMPOS POTENCIALES

El destino se determina por un capo potencial de atracción y los obstáculos como campos potenciales de repulsión.



$$x_n = f(x_{n-1}) = x_{x-1}\delta \frac{dy}{dx}$$

Por ejemplo para una parábola $y = y_0 + (x - x_0)^2$

$$\frac{dy}{dt} = 2(x - x_0), \quad si \quad \delta = ½$$
$$\Rightarrow x_{n-1} = -½(2(x_{n-1} - x_0)) = x_0$$
$$llegamos\ en\ un\ paso$$

Esta técnica se conoce como: descendiendo por la pendiente más pronunciada o steppest descent.

$\bar{q}_n = [x_n, y_n]$ La posición del robot

$$\bar{q}_n = \bar{q}_{n-1} - \delta \bar{f}\left(\bar{q}_{n-1}\right)$$

Donde $\bar{f}\left(\bar{q}_{n-1}\right)$ es un vector de fuerzas unitario en la dirección del gradiente

$$\bar{f}(\bar{q}) = \frac{\bar{F}(\bar{q})}{\left|\bar{F}(\bar{q})\right|}$$

Donde

$$\bar{F}(\bar{q}) = \nabla U(\bar{q}) = \left[\frac{\partial u}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\hat{j}\right]$$

El gradiente del campo potencial

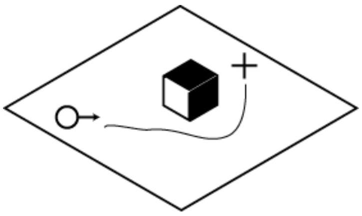
Donde

$$u(\bar{q}) = U_{atraccion}(\bar{q}) + U_{repulsion}(\bar{q})$$

Los campos potenciales atractivos y repulsivos y

$$\bar{F}(\bar{q}) = \bar{F}_{atr}(\bar{q}) + \bar{F}_{rep}(\bar{q})$$

Las fuerzas de atracción y repulsión



CAMPOS POTENCIALES ATRACTIVOS

$\bar{q} = (x, y)$ Es la posición del robot

$\bar{q}_{dest}$ @ Posición del punto al que queremos llegar

$$\bar{F}_{atr}(\bar{q}) = \varepsilon_1(\bar{q} - \bar{q}_{dest})$$

Siempre que

$$\left|\bar{q} - \bar{q}_{dest}\right| \quad d_i$$

Para

$$\left|\bar{q} - \bar{q}_{dest}\right| > d_i$$

$$U_{atr}(\bar{q}) = \varepsilon_2 \left|\bar{q} - \bar{q}_{dest}\right|$$

Ó bien

$$U_{atr}(x, y) = \varepsilon_2 \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right)^{1/2}$$

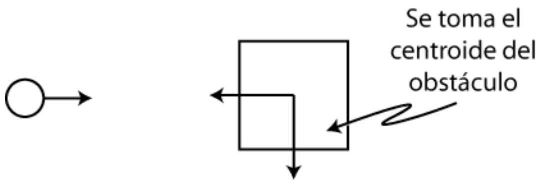
$$\frac{\partial U_{atr}(x, y)}{\partial x} = \frac{\varepsilon_2 2(x - x_0)}{2\sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2}}$$

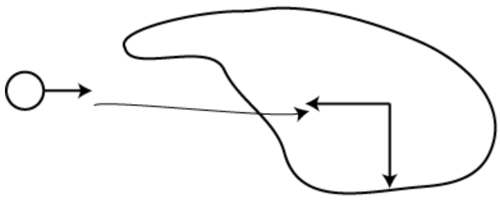
$$\frac{\partial U_{atr}(x, y)}{\partial y} = \frac{\varepsilon_2 (y - y_0)}{\sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2}}$$

$$\nabla U_{atr}(x, y) = \frac{\varepsilon_2 \left((x - x_d) + (y - y_d) \right)}{\sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2}}$$

$$= \frac{\varepsilon_2 (\bar{q} - \overline{q_d})}{\left|\bar{q} - \bar{q}_d\right|} = F_{atr}(\bar{q})$$

CAMPOS POTENCIALES REPULSIVOS





Sin embargo para cuerpos muy grandes, esto no necesariamente se cumple puesto que aunque la distancia robot - centroide del obstáculo sea grande, una porción del obstáculo puede encontarse cerca del robot.

$$\left|\bar{q}-\bar{q}_{obs}\right| \leq d_0$$

$$U_{rep}(\bar{q}) = \frac{1}{2}\eta\left(\frac{1}{\left|\bar{q}-\bar{q}_{obs}\right|}-\frac{1}{d_0}\right)^2$$

$$U_{rep}(x,y) = \frac{1}{2}\eta\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x_{obs})^2+(y-y_{obs})^2}}-\frac{1}{d_0}\right)^2$$

$$\frac{\partial U_{rep}(x,y)}{\partial x} = \eta\left(\frac{1}{d_0}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_{obs})^2+(y-y_{obs})^2}}\right)\left(\frac{x-x_{obs}}{\left((x-x_{obs})^2+(y-y_{obs})^2\right)^{3/2}}\right)$$

$$\frac{\partial U_{rep}(x,y)}{\partial y} = \eta\left(\frac{1}{d_0}-\frac{1}{\sqrt{(x-x_{obs})^2+(y-y_{obs})^2}}\right)\left(\frac{y-y_{obs}}{\left((x-x_{obs})^2+(y-y_{obs})^2\right)^{3/2}}\right)$$

$$\nabla U_{rep}(\bar{q}) = -\eta\left(\frac{1}{\left|\bar{q}-\bar{q}_{obs}\right|}-\frac{1}{d_o}\right)\left(\frac{1}{\left|\bar{q}-\bar{q}_{obs}\right|^2}\right)\left(\frac{\bar{q}-\bar{q}_{obs}}{\left|\bar{q}-\bar{q}_{obs}\right|}\right)$$
$$= \bar{F}_{rep}(q)$$

Fuerza de repulsión del obstáculo k

$$\bar{F}_{rep}(\bar{q}) = 0 \quad si \quad \left|\bar{q}-\bar{q}_{obs}\right| > 0$$

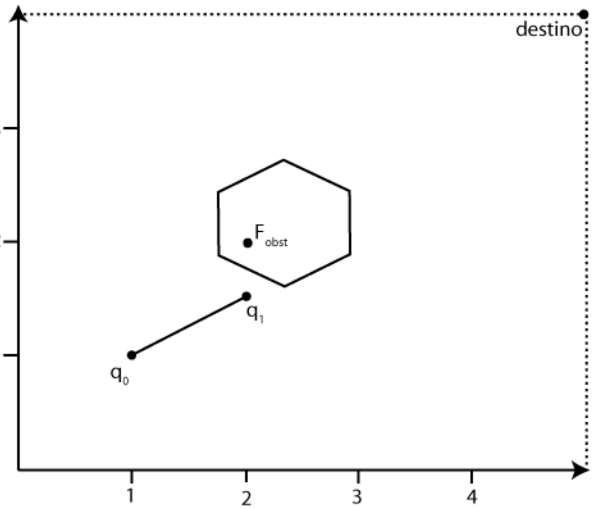
$$\bar{F}(\bar{q}) = \bar{F}_{atr}(\bar{q}) + \sum_{i=1}^{n}\bar{F}_{rep}(\bar{q})$$

Luego

$$f(\bar{q}) = \frac{\bar{F}(\bar{q})}{\left|\bar{F}(\bar{q})\right|}$$

$$\bar{q}_{i+1} = \bar{q}_i - \delta_i \bar{f}(q_i)$$

Ejemplo:



$$\bar{q}_0 = (1,1),\ \bar{q}_{obs} = (2,2),\ \bar{q}_{dest} = (5,4)$$

$$d_0 = 5 \quad \varepsilon_1 = 1, \quad \eta = 2, \quad \delta_0 = 1, \quad \delta_1 = 10$$

$$\bar{F}_{atr}(\bar{q}_0) = \bar{F}_{atr}(1,1) = \varepsilon_1(\bar{q}_0 - \bar{q}_{dest})$$
$$= 1((1,1)-(5,4)) = (-4,-3)$$

$$\bar{F}_{rep}(\bar{q}_0) = -2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{(-1,-1)}{\sqrt{2}}\right)$$
$$= (0.3585, 0.3585)$$

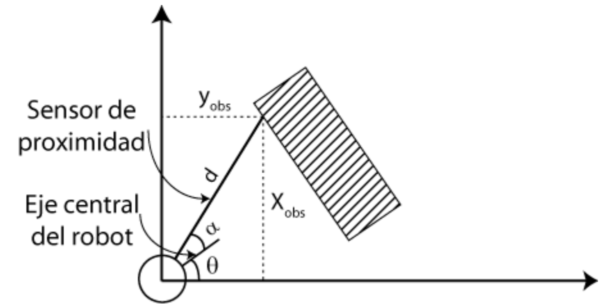
$$\bar{F}(\bar{q}) = (-4,-3) + (0.3585, 0.3585)$$
$$= (-3.64, -2.64)$$

$$f(\bar{q}) = \frac{(-3.64,-2.64)}{\left|4.4985\right|} = (-0.8091, -0.5868)$$

$$q_1 = q_0 - \delta_0 \bar{f}(\bar{q}_0) = (1,1) + (-0.8091, -0.5868)$$
$$q_1 = (1.8091, 1.5868)$$

Encontrar los siguientes tres puntos de posicionamiento del robot. Obtenga q_2, q_3 y q_4

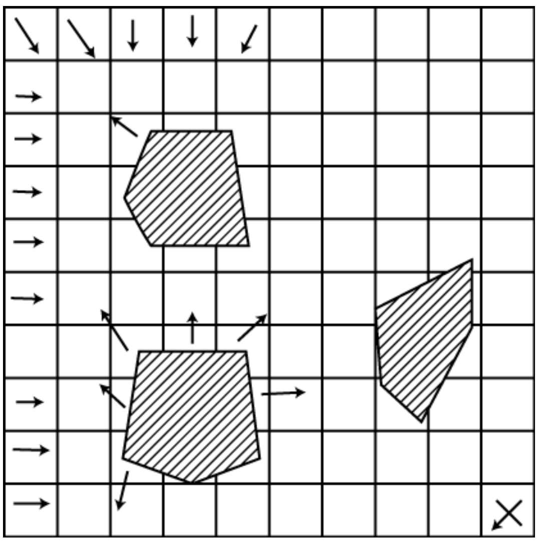
CAMPOS POTENCIALES USANDO SENSORES DE PROXIMIDAD



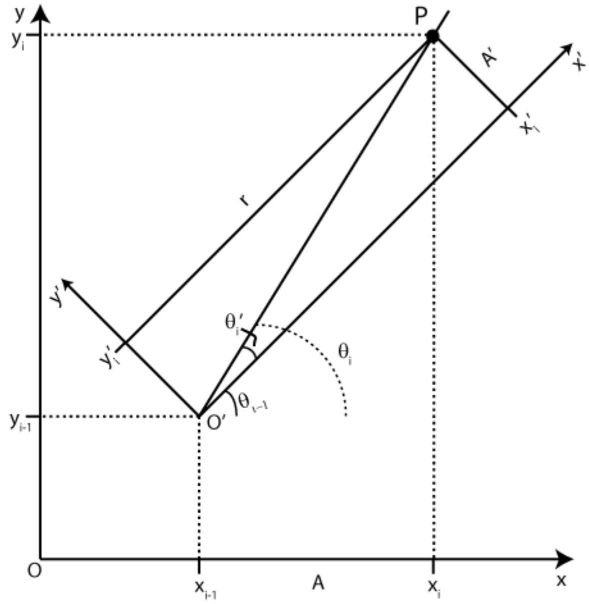
Es el ángulo que determina hacia donde mira el robot respecto a su posición alfa es el ángulo del sensor respecto a la orientación del robot.

D es la distancia reportada por el sensor al obstáculo.

$$x_{obs} = d\cos(\theta + \alpha)$$
$$y_{obs} = dsen(\theta + \alpha)$$
$$\bar{q} - \bar{q}_{obs} = (0,0) - (x_{obs}, y_{obs}) = (-x_{obs}, -y_{obs})$$



Cuando se conoce la posición de los objetos se puede almacenar en una matriz el campo de repulsión. Esto requiere de un procesador más potente.



Dados (x_{i-1}, y_{i-1}) para llegar al punto (x_i, y_i) se desea saber el ángulo que el robot debe girar para llegar a su destino, o bien el desplazamiento.

$$x_i = \overline{OA} = x_{i-1} + r\cos(\theta_{i-1} + \theta_i)$$
$$y_i = \overline{AP} = y_{i-1} + rsen(\theta_{i-1} + \theta_i)$$

$$x_i = x'_i \cos\theta_{i-1} - y'_i\, sen\theta_{i-1} + x_{i-1}$$
$$y_i = x'_i\, sen\theta_{i-1} - y'_i \cos\theta_{i-1} + y_{i-1}$$

Esto para un sistema omnidireccional.

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i-1} & sen\theta_{i-1} & 0 \\ -sen\theta_{i-1} & \cos\theta_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ \theta'_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ \theta_{i-1} \end{bmatrix}$$

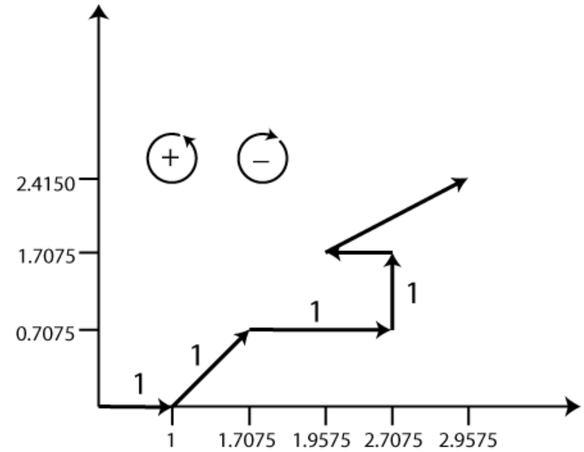
Despejando, robot omnidireccional

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ \theta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i-1} & sen\theta_{i-1} & 0 \\ -sen\theta_{i-1} & \cos\theta_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_{i-1} \\ y_i - y_{i-1} \\ \theta_i - \theta_{i-1} \end{bmatrix}$$

En el caso de un sistema /robot no omnidireccional, las ecuaciones son las mismas, pero la matriz se despeja y queda como sigue:

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ \theta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & sen\theta_i & 0 \\ -sen\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_{i-1} \\ y_i - y_{i-1} \\ \theta_i - \theta_{i-1} \end{bmatrix}$$

Ejemplo:



$tiempo \quad i = 1$

$x_0 = 0,\ y_0 = 0,\ \theta_0 = 0$

$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ \theta_1 = 0$

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}\right)$$

Terminar ejercicio

Caso 1. Robot no omnidireccional

$x'_1 = 1\cos 0 + 0 sen 0 = 1$

$y'_1 = sen 0 - 0\cos 0 = 0$

$\theta'_1 = 0$

$i = 2$

$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ \theta_1 = 0$

$x_2 = 1.7075,\ y_2 = 0.7075,\ \theta_2 = 45$

$x'_2 = 0.7075\cos 45^\circ + 0.7075 sen 45^\circ = 1$

$y'_2 = -0.7075 sen 45^\circ + 0.7075\cos 45^\circ = 0$

$\theta'_2 = 45^\circ$

$i = 3$

$x_2 = 1.7075,\ y_2 = 0.7075,\ \theta_2 = 45^\circ$

$x_3 = 2.7075,\ y_3 = 0.7075,\ \theta_3 = 0$

$x'_3 = 1\cos 0 + 0 sen 0 = 1$

$y'_3 = -1 sen 0 + 0\cos 0 = 0$

$\theta'_3 = -45^\circ$

Caso 2. Robot omnidireccional

$tiempo \quad i = 1$

$x_0 = 0,\ y_0 = 0,\ \theta_0 = 0$

$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ \theta_1 = 0$

$x'_1 = 1\cos 0 + 0 sen 0 = 1$

$y'_1 = -sen 0 - 0\cos 0 = 0$

$\theta'_1 = 0$

$i = 2$

$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ \theta_1 = 0$

$x_2 = 1.7075,\ y_2 = 0.7075,\ \theta_2 = 45^\circ$

$x'_2 = 0.7075\cos 0 + 0.7075 sen 0 = 0.7075$

$y'_2 = -0.7075 sen 0 + 0.7075\cos 0 = 0.7075$

$\theta'_2 = 45^\circ$

$i = 3$

$x_2 = 1.7075,\ y_2 = 0.7075,\ \theta_2 = 45^\circ$

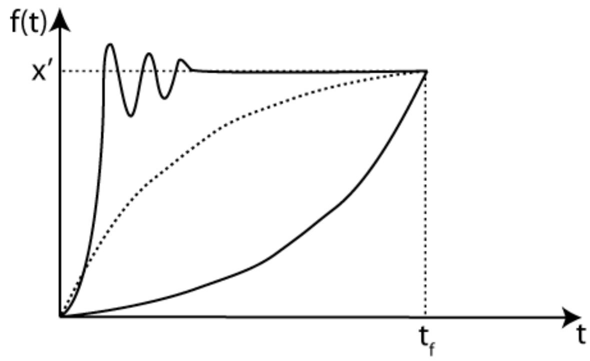
$x_3 = 2.7075,\ y_3 = 0.7075,\ \theta_3 = 0$

$x'_3 = 1\cos 45^\circ + 0 sen 45^\circ = 0.7075$

$y'_3 = -1 sen 45^\circ + 0\cos 45^\circ = -0.7075$

$\theta'_3 = -45^\circ$

TRAYECTORIAS



Posición inicial

$f(0)=0$

$f(t_f)=x'_i$

Velocidades iniciales y finales

$f'(0)=0$

$f'(t_f)=0$

Posición: $f(t)=a_o+a_1t+a_2t^2+a_3t^3$

Mínimo de orden tres para controlar la aceleración

Velocidad: $f'(t)=a_1+2a_2t+3a_3t^2$

Aceleración: $f''(t)=2a_2+6a_3t$

$$f(t)=a_o+a_1t+a_2t^2+a_3t^3$$

$$f'(t)=a_1+2a_2t+3a_3t^2$$

$$f''(t)=2a_2+6a_3t$$

Condiciones lineales para encontrar las constantes:

$$f(0)=0=a_0$$

$$x'_i=a_0+a_1t_f+a_2{t_f}^2+a_3{t_f}^3$$

$$f'(0)=0=a_1$$

$$f'(t_i)=0=a_1+2a_2t_f+3a_3{t_f}^2$$

$\Rightarrow$ $a_2=\dfrac{3x_i}{{t_f}^2}$

$a_3=\dfrac{-2x_i}{{t_f}^3}$

4 ecuaciones con 4 incógnitas

$$f(t)=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3=\frac{3x_i}{t_f^2}t^2-\frac{2x_i}{t_f^3}t^3$$

$$\dot{f}(t)=a_1+2a_2t+3a_3t^2=\frac{6x_i}{t_f^2}t-\frac{6x_i}{t_f^3}t^2$$

$$\ddot{f}(t)=2a_2+6a_3t=\frac{6x_i}{t_f^2}-\frac{12x_i}{t_f^3}t$$

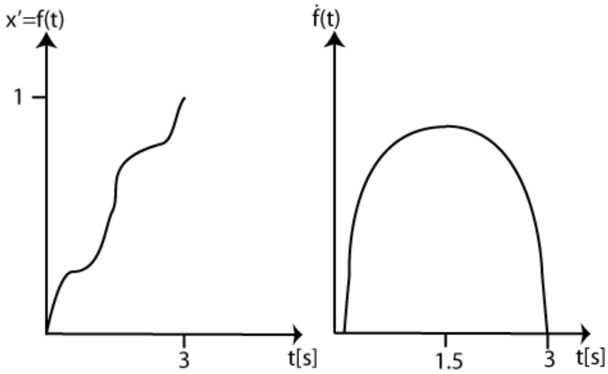
Ejemplo

$t_f=3seg,\quad x_i=1$

$$f(t)=\frac{1}{3}t^2-\frac{2}{27}t^3$$

$$\dot{f}(t)=\frac{2}{3}t-\frac{6}{27}t^2$$

$$\ddot{f}(t)=\frac{2}{3}-\frac{12}{27}t$$



$t_f=1seg,\quad x'_i=2,\quad y'_i\,5$

t	x'(t)	y'(t)
0	0	0
0.1	0.05 6	0.14
0.2	0.20 8	0.52
0.5	1	2.5
0.8	1.79 2	4.48
1	2	5

$$f(t)=\frac{3(2)}{1^2}t^2-\frac{2(2)}{1^2}t^3\Big|_{t=0.1}=0.056 \quad x$$

$$f(t)=\frac{3(5)}{1^2}t^2-\frac{2(5)}{1^2}t^3\Big|_{t=0.1}=0.14 \quad y$$

REPASO TRANSFORMADA DE LAPLACE

$$L\{f(t)\}=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt=F(s)$$

$$L\{e^{-\alpha t}\}=\int_0^{\infty} e^{-\alpha t}e^{-st}dt=\int_0^{\infty} e^{-(s+\alpha)t}dt$$

$$=\frac{e^{(s+\alpha)t}}{s+\alpha}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{s+\alpha}$$

Función escalón

$$L\{u(t)\}=\int_0^{\infty} e^{-st}dt=-\frac{e^{st}}{s}\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{s}$$

$$L\{\cos\omega t\}=\frac{s}{s^2+\omega^2}$$

$$L\{tu(t)\}=L\{u_{-1}(t)\}=\frac{1}{s^2}$$

$$L\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\}=sF(s)-\dot{F}(s)$$

$$L\left\{\int_0 f(t)dt\right\}=\frac{1}{s}F(s)$$

TRANSFORMADA INVERSA

$$f(t)=L^{-1}\{F(s)\}=\int_0^{\infty} F(s)e^{st}ds$$

Sea la ecuación diferencial

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+b_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots+b_1\frac{dy(t)}{dt}+b_0y(t)$$

$$=a_m\frac{d^m x(t)}{dt^m}+a_{m-1}\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\ldots+a_1\frac{dx(t)}{dt}+a_0x(t)$$

Usando la transformada de Laplace para resolver ecuación diferencial (condiciones iniciales nulas).

$$s^nY(s)+b_{n-1}s^{n-1}Y(s)+\ldots+b_1sY(s)+b_0Y(s)=$$
$$a_ms^mX(s)+a_{m-1}s^{m-1}X(s)+\ldots+a_1sX(s)+a_0X(s)$$

$$(s^n+b_{n-1}s^{n-1}+\ldots+b_1s+b_0)Y(s)=$$
$$(a_ms^m+a_{m-1}s^{m-1}+\ldots+a_1s+a_0)X(s)$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{a_ms^m+a_{m-1}s^{m-1}+\ldots+a_1s+a_0}{s^n+b_{n-1}s^{n-1}+\ldots+b_1s+b_0}$$

Se resuelve por fracciones parciales

FRACCIONES PARCIALES

$$F(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{P(s)}{s(s-s_1)(s-s_2)\ldots(s-s_n)}$$

$$=\frac{A_0}{s}+\frac{A_1}{s-s_1}+\frac{A_2}{s-s_2}+\ldots+\frac{A_n}{s-s_n}$$

$$\Rightarrow f(t)=A_0+A_1e^{s_1t}+A_2e^{s_2t}+\ldots+A_ne^{s_nt}$$

$$(s-s_k)F(s)=\frac{(s-s_k)P(s)}{Q(s)}$$

$$=\frac{(s-s_k)A_0}{s}+\frac{(s-s_k)A_1}{s-s_1}+\ldots+\frac{(s-s_k)}{(s-s_k)}A_k$$
$$+\ldots+\frac{(s-s_k)A_n}{s-s_n}$$

$$=\frac{s-s_k}{s}A_0+\frac{s-s_k}{s-s_1}A_1+\ldots+A_k+\ldots+\frac{s-s_k}{s-s_n}A_n$$

$si\ s=s_k$

$$A_k=\left[(s-s_k)\frac{P(s)}{Q(s)}\right]_{s=s_k}$$

Ejemplo

$$F(s) = \frac{s+2}{s(s+1)(s+2)}$$

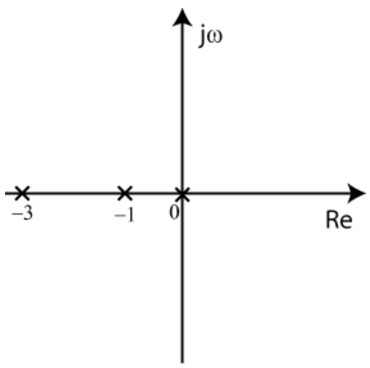
$$A_0 = \left[\frac{s(s+2)}{s(s+1)(s+3)}\right]_{s=0} = \frac{2}{3}$$

$$A_1 = \left[\frac{(s+1)(s+2)}{s(s+1)(s+3)}\right]_{s=-1} = -\frac{1}{2}$$

$$A_2 = \left[\frac{(s+3)(s+2)}{s(s+1)(s+3)}\right]_{s=-3} = -\frac{1}{6}$$

$$F(s) = \frac{2/3}{s} - \frac{1/2}{s+1} - \frac{1/6}{s+3}$$

$$\Rightarrow f(t) = 2/3 - 1/3\, e^{-t} - 1/6\, e^{-3t}$$



POLOS REALES MÚLTIPLES

$$F(s) = \frac{P(s)}{(s-s_1)^2(s-s_2)}$$

$$= \frac{A_{13}}{(s-s_1)^3} + \frac{A_{12}}{(s-s_1)^2} + \frac{A_{11}}{s-s_1} + \frac{A_2}{s-s_2}$$

Transformada inversa

$$f(t) = A_{13}\, t^2/2\, e^{s_1 t} + A_{12} t e^{s_1 t} + A_{11} e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Ejemplo

$$F(s) = \frac{1}{(s+2)^3(s+3)} = \frac{A_{13}}{(s+2)^3} + \frac{A_{12}}{(s+2)^2} + \frac{A_{11}}{s+2} + \frac{A_2}{s+3}$$

$$A_{13} = \left[(s+3)^3 F(s)\right]_{s=-2} =$$

$$\left[A_{13} + A_{12}(s+2) + A_{11}(s+2)^2 + \frac{A_2(s+2)^3}{s+3}\right]_{s=-2}$$

valuando, $A_{13} = 1$

$$A_{12} = \left[(s+2)^2 F(s)\right]_{s=-2} =$$

$$\left[\frac{A_{13}}{s+2} + A_{12} + A_{11}(s+2) + \frac{A_2(s+2)^2}{s+3}\right]_{s=-2}$$

Existe una indeterminación en el primer término

Sin embargo se puede demostrar que

$$A_{12} = \left[\frac{d}{ds}\left(s+2\right)^3 F(s)\right]_{s=-2}$$

$$= \frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s+3}\right]$$

$$\frac{d}{ds}\left[A_{13} + A_{12}(s+2) + A_{11}(s+2)^2 + \frac{A_2(s+2)^3}{s+3}\right]_{s=-2}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s+3}\right] = A_{12}$$

$$\Rightarrow A_{12} = \left.\frac{-1}{(s+3)^2}\right|_{s=-2} = -1$$

Luego para A_{11}

$$A_{11} = 1/2\, \frac{d^2}{ds^2}\left[(s+2)^2 F(s)\right]_{s=-2} = \left.\frac{1}{2}\frac{2}{(s+3)^3}\right|_{s=-2} = 1$$

$$\therefore \quad A_q(r-k) = \left[\frac{1}{k!}\frac{d^k}{ds^k}\left(s-s_q\right)^r \frac{P(s)}{Q(s)}\right]_{s=s_q}$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{1}{(s+2)^3} - \frac{1}{(s+2)^2} + \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3}$$

$$\therefore f(t) = 1/2\, t^2 e^{-2t} - te^{-2t} + e^{-2t} - e^{-3t}$$

POLOS COMPLEJOS CONJUGADOS

$$F(s)=\frac{P(s)}{\left(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^{\,2}\right)(s-s_3)}$$

$$=\frac{A_1}{s+\zeta\omega_n-j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}+\frac{A_2}{s+\zeta\omega_n+j\omega_n\sqrt{1-\zeta}}$$

$$+\frac{A_3}{s+s_3}$$

$$Como\ As^2+Bs+C=s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^{\,2}$$

$$s_{1,2}=\frac{-b\quad\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

La transformada inversa de F(s) es

$$f(t)=A_1e^{-\left(\zeta\omega_n+j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)t}+A_2e^{-\left(\zeta\omega_n-j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)t}+A_3e^{s_3t}$$

Eliminando los coeficientes complejos

$$f(t)=2\left|A_1\right|e^{-\zeta\omega_n t}sen\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\phi\right)+A_3e^{s_3t}$$

ϕ =Ángulo de A_1+90

$$A_1=\left[(s-s_1)F(s)\right]_{s=s_1}=a_{1\mathrm{Re}}+a_{1\mathrm{Im}}$$

$$\left|A_1\right|=\sqrt{a_{1\mathrm{Re}}^{\;2}+a_{1\mathrm{Im}}^{\;2}}$$

$$\deg(A_1)=\tan^{-1}\left(\frac{a_{1\mathrm{Im}}}{a_{1\mathrm{Re}}}\right)$$

Ejemplo

$$F(s)=\frac{10}{\left(s^2+6s+25\right)\left(s+2\right)}=$$

$$=\frac{A_1}{s+3-j4}+\frac{A_2}{s+3+j4}+\frac{A_3}{s+2}$$

$$A_1=\left[(s+3-j4)F(s)\right]_{s=-3+j4}$$

$$=\left.\frac{10}{(s+3+j4)(s+2)}\right|_{s=-3+j4}$$

$$=\frac{10}{(j8)(-1+j4)}=\frac{10}{-32-j8}$$

Multiplicando por el conjugado

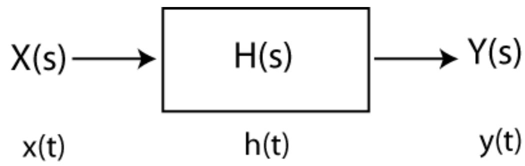
$$\frac{10(-32+j8)}{(-32-j8)(-32+j8)}=\frac{-10}{8(17)}(4-j)$$

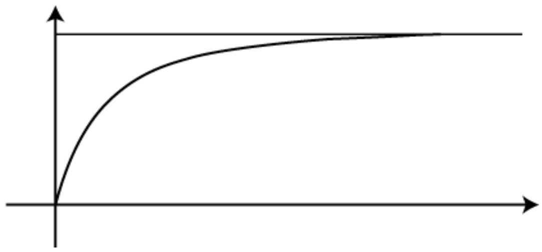
$$\left|A_1\right|=\frac{10}{8(17)}\sqrt{16+1}=0.303$$

$$\deg(A_1)=194^\circ\qquad \phi=-104^\circ$$

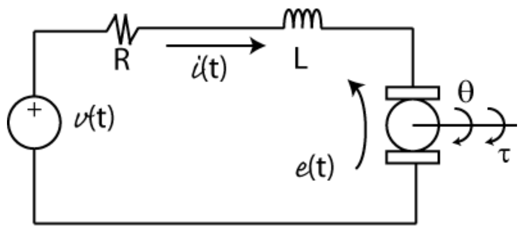
$$A_3=\left[(s+2)F(s)\right]_{s=-2}=0.59$$

$$f(t)=0.6e^{-3t}sen(4t-104^\circ)+0.59e^{-2t}$$





MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA



$$v(t)=Ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}+\varepsilon(t)$$

$\varepsilon(t)=$ Voltaje de fuerza electromotriz $=k_m\omega(t)$

Por Laplace

$$V(s)=(R+Ls)I(s)+\varepsilon(s)$$

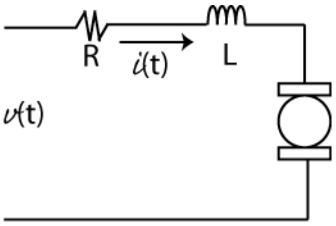
$$pero\quad \tau_a(s)=k_mI(s)$$

$$\tau_l(s)=Js\omega(s)+f\omega(s)$$

τ_l @Torque de aplicación

J @Momento de inercia

f @Coeficiente de fricción



$$\omega(s)=\frac{\tau_a}{Js+f}$$

$$\Rightarrow \omega(s)=\frac{k_m I(s)}{Js+f}=\frac{k_m\dfrac{V(s)-\varepsilon(s)}{R+Ls}}{Js+f}$$

$$\omega(s)=\frac{k_m V(s)-k_m^2\omega(s)}{(Js+f)(R+Ls)}$$

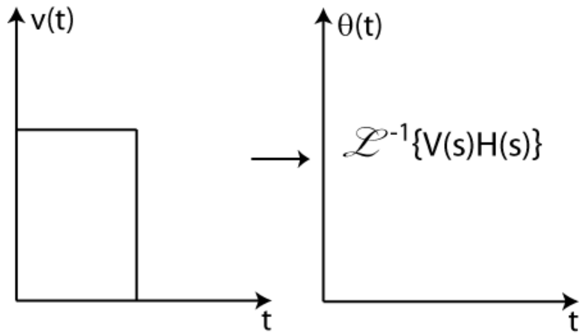
$$\Rightarrow \omega(s)=\frac{k_m V(s)}{(Js+f)(R+Ls)+k_m^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega(s)}{V(s)}=\frac{k_m}{(Js+f)(R+Ls)+k_m^2}=\frac{s\theta(s)}{V(s)}$$

$$\frac{\theta(s)}{V(s)}=\frac{k_m}{s\left(k_m^2+(Js+f)(R+Ls)\right)}$$

Se puede hacer la siguiente simplificación

$$\frac{\theta(s)}{V(s)}=\frac{k_0}{s(s+\alpha)}$$



$$F\left(V(t)\right)=\int_0^{t_1} V_p e^{-st}dt=-\left.\frac{V_p e^{-st}}{s}\right|_o^{t_1}=V_p\left(\frac{1-e^{-st_1}}{s}\right)$$

$$\theta(s)=V(s)H(s)=\left(\frac{k_0}{s(s+\alpha)}\right)\left(\frac{V_p\left(1-e^{-st_1}\right)}{s}\right)$$

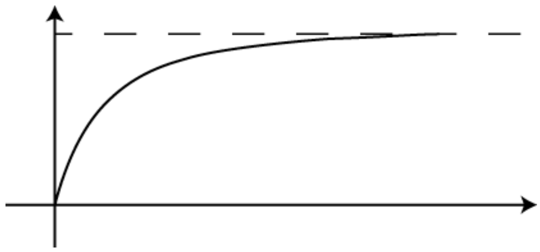
$$\theta(s)=\frac{k_0V_p\left(1-e^{-st_1}\right)}{s^2(s+\alpha)}$$

Por fracciones parciales

$$\Rightarrow \frac{A_{12}}{s^2}+\frac{A_{11}}{s}+\frac{A_2}{s+\alpha}$$

$$\theta(t)=A_{12}te^{-t}+A_{11}e^{-t}+A_2e^{-\alpha t}$$

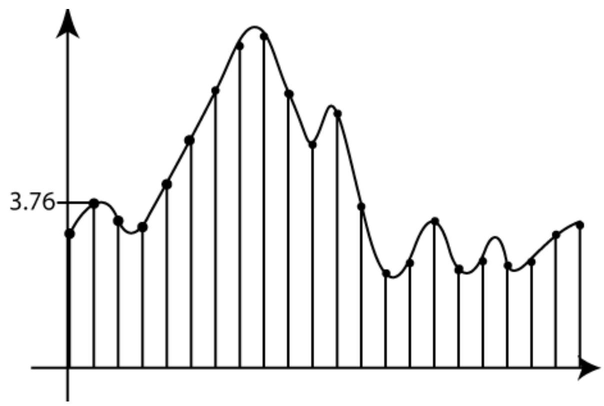
Encontrar A_{11}, A_{12} y A_2



Implementar $A_{12}te^{-t}+A_{11}e^{-t}+A_2e^{-\alpha t}$ requiere de amplificadores operacionales y condensadores, en configuración integrador y/o derivador; luego entonces es cero y conviene hacerlo digital.

TRANSFORMADA Z

$$Z\left[x[n]\right]=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}=X(z)$$



Representar 3.76 a 8 bits, 4 enteros y 4 decimales

2^3	2^2	2	2^0		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
0	0	1	1	.	1	1	0	0

Z es un número complejo limitado a un número de convergencia

$$Z\{x[n-1]\} = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n-1]z^{-n}$$

$$k = n-1$$

$$n = -\infty \qquad k = -\infty$$

$$n = \infty \qquad k = \infty$$

$$n = k+1$$

$$\Rightarrow Z\{x[n-1]\} = \sum_{-\infty}^{\infty} x[k]z^{-(k+1)}$$

$$= z^{-1}\sum_{-\infty}^{\infty} x[k]z^{-k} = z^{-1}X(z)$$

De manera similar

$$Z\{x[n+1]\} = zX(z)$$

ECUACIÓN EN DIFERENCIAS

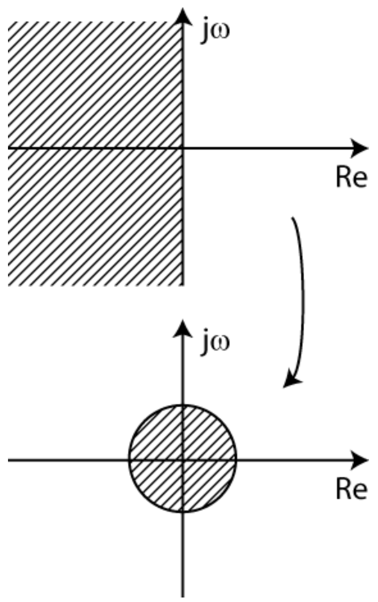
$$a_n y[n-N] + a_{n-1}y[n-(N-1)] + \ldots + a_0 y[n] =$$

$$b_m x[n-M] + b_{m-1}x[n-(M-1)] + \ldots + b_0 x[n]$$

Análogo a la ecuación

$$c_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \ldots + C_0 y(t) =$$

$$d_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + \ldots + d_0 x(t)$$



Se requiere un función que transforme de Laplace a Z (s -> z) conservando los polos estables

Esta función es la función Bilineal

$$s = \frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)$$

$$H(z) = H(s)\Big|_{S=\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)}$$

$$Si \quad H(s) = \frac{k_0}{s(s+\alpha)}$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{k_0}{s(s+\alpha)}\Bigg|_{S=\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)}$$

$$H(z) = \frac{k_0}{\left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)}\right)\left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)}+\alpha\right)}$$

$$H(z) = \frac{k_0}{\frac{4(z-1)^2}{T^2(z+1)^2}+\frac{2(z-1)}{T(z+1)}+\alpha}$$

$$= \frac{k_0T^2(z^2+2z+1)}{z^2(2T\alpha+4)-8z+4-2T\alpha}$$

$$multiplicando\ por\ \frac{z^{-2}}{z^{-2}}$$

$$= \frac{k_0T^2(1+2z^{-1}+z^{-2})}{(2T\alpha+4)-8z^{-1}+(4-2T\alpha)z^{-2}} = \frac{\theta(z)}{V(z)}$$

$$V(z)\left(k_0T^2(1+2z^{-1}+z^{-2})\right) =$$

$$\theta(z)\left((2T\alpha+4)-8z^{-1}+(4-2T\alpha)z^{-2}\right)$$

$$Z^{-1}\{V(z)\} = v(n)$$

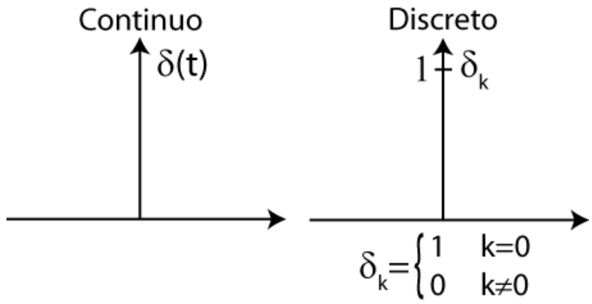
Antitransformando

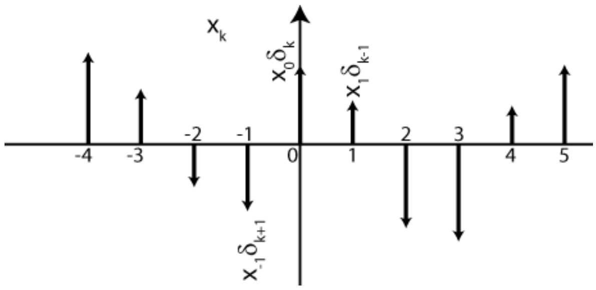
$$k_0T^2v[n] + 2k_0T^2v[n-1] + k_0T^2v[n-2] =$$

$$\theta[n](2T\alpha+4) - 8\theta[n-1] + (4-2T\alpha)\theta[n-2]$$

REPASO MATEMÁTICA DISCRETA

El impulso





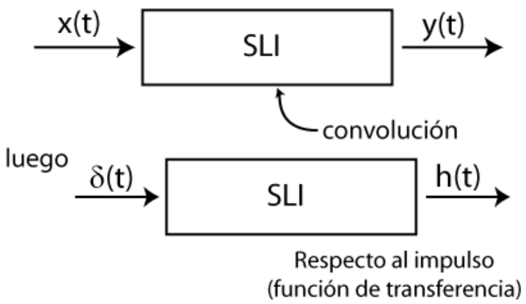
$$x_k = \cdots + x_{-2}\delta_{k+2} + x_{-1}\delta_{k+1} + x_0\delta_k + x_1\delta_{k-1} + x_2\delta_{k-2}$$

$$\Rightarrow x_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i\delta_{k-i}$$

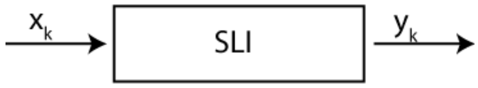
$x_k \equiv$ Función

$x_i \equiv$ Constante

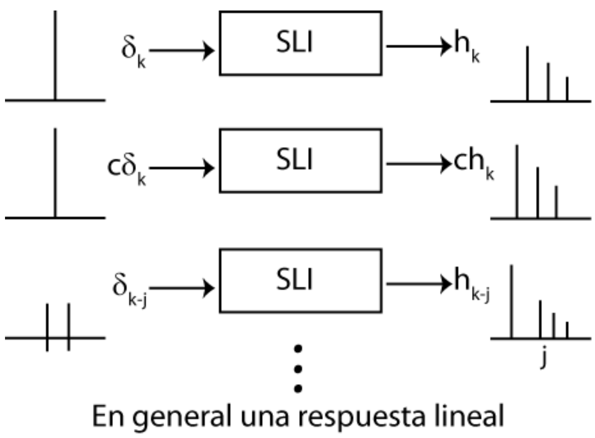
En el mundo continuo



Pero en el discreto:



Se espera que



$$f(k_L) \longrightarrow \boxed{\text{SLI}} \longrightarrow y_k$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i\delta_{k-i} \longrightarrow \boxed{\text{T}} \longrightarrow \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i T\{\delta_{k-i}\}$$

Como

$$T\{\delta_{k-i}\} = h_k$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i\delta_{k-i} \longrightarrow \boxed{\text{T}} \longrightarrow \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i h_{k-i}$$

En el continuo:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y(t) =$$

$$b_0 x(t) + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + \cdots + b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m}$$

$$\Rightarrow Y(s)(a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0) =$$

$$X(s)(b_0 + b_1 s + \cdots + b_m s^m)$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{X(s)(b_0 + b_1 s + \cdots + b_m s^m)}{(a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0)}$$

$$= \frac{A_0}{s+s_0} + \frac{A_1}{s+s_1} + \cdots + \frac{A_n}{s+s_n}$$

$$y(t) = \cdots$$

En el discreto:

$$Z\{a_k y_{n-k} + a_{k-1}y_{n-(k+1)} + \cdots + a_0 y_n\} =$$

$$Z\{b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + \cdots + b_m x_{n-m}\}$$

$$Z\{x_n\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n z^{-n}$$

$$Z\{x_{n-1}\} = z^{-1}X(z) \qquad z$$

$$Y(z)(a_k z^{-k} + a_{k-1}z^{-(k+1)} + \cdots + a_0) =$$

$$X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m})$$

$$\Rightarrow Y(z) = \frac{X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m})}{a_k z^{-k} + a_{k-1}z^{-(k+1)} + \cdots + a_0}$$

$$= \frac{A_0}{z-c_0} + \frac{A_1}{z-c_1} + \cdots + \frac{A_m}{z-c_m}$$

Ejemplo:

$x_k = 2^k U_k \qquad U_k = \begin{cases} 1; & k \geq 0 \\ 0; & k < 0 \end{cases}$

$$x(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} 2^k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(2^{-1} z\right)^{-k}$$

Multiplicando ambos lados por $(2^{-1}z)^{-1}$

$$(2^{-1}z)^{-1} X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (2^{-1}z)^{-1}(2^{-1}z)^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (2^{-1}z)^{-(k+1)}$$

$si \quad i = k+1 \quad \Rightarrow \quad k = 0; \quad i = 1$

$\qquad k = \infty; \quad i = \infty$

$$(2^{-1}z)^{-1} X(z) = \sum_{i=1}^{\infty} (2^{-1}z)^{-i}$$

Como i es variable muda, se puede

$$(2^{-1}z)^{-1} X(z) = \sum_{k=1}^{\infty} (2^{-1}z)^{-k}$$

Restando a la ecuación original

$$X(z) - (2^{-1}z)^{-1} X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (2^{-1}z)^{-k} - \sum_{k=1}^{\infty} (2^{-1}z)^{-k}$$

$$X(z) - (2^{-1}z)^{-1} X(z) = 1$$

Despejando

$$X(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}} \qquad 2^k$$

Volviendo con el robot

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{k_0}{s(s+\alpha)} = H(s)$$

$$s = \frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)$$

$$H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)}$$

$$\frac{\theta(z)}{V(z)} = \frac{k_0 T^2 (1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{(2T\alpha + 4) - 8z^{-1} + (4 - 2T\alpha) z^{-2}}$$

$$\theta(z)\left((2T\alpha + 4) - 8z^{-1} + (4 - 2T\alpha) z^{-2} \right) =$$
$$V(z)\left(k_0 T^2 (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) \right)$$

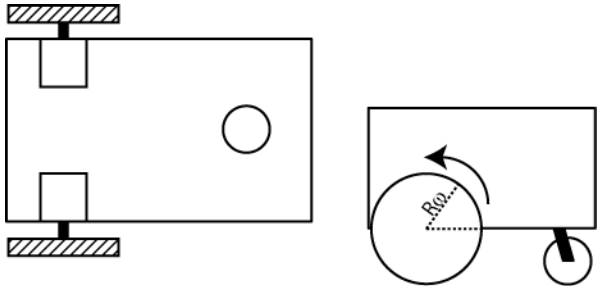
Antitransformando

$$(2T\alpha + 4)\theta_n - 8\theta_{n-1} + (4 - 2T\alpha)\theta_{n-2} =$$
$$k_o T^2 (V_n + 2V_{n-1} + V_{n-2})$$

Despejando θ_n

$$\theta_n = \frac{k_0 T^2 (V_n + V_{n-1} + V_{n-2}) + 8\theta_{n-1} - \theta_{n-2}(4 - 2T\alpha)}{2T\alpha + 4}$$

MOVIMIENTO DE LAS LLANTAS



$J_w =$ Momento de inercia de la llanta

$\ddot{\theta}_w =$ Aceleración rotacional de la llanta

$m_w =$ Masa de la llanta

$F_R =$ Fuerza de fricción $= B_w \dot{\theta}_w$

$B_w =$ Constante de fricción

$R_w =$ Radio de la llanta

Torque de la llanta:

$$\tau_w = J_w \ddot{\theta}_w + B_w \dot{\theta}_w$$
$$\tau_w = F_w R_w$$
$$F_w = \frac{\tau_w}{R_w} = \frac{1}{R_w}\left(J_w \ddot{\theta}_w + B_w \dot{\theta}_w \right)$$

MOVIMIENTO LINEAL DEL ROBOT

$\ddot{x}_R =$ Aceleración lineal del robot

$m_R =$ Masa del robot

$F = m_R \ddot{x}_R$

Se tienen dos llantas

$$F = F_{wI} + F_{wD} = m_R \ddot{x}_R = m_R \dot{v}_R$$

$$\frac{1}{R_{wI}}\left(J_{wI}\ddot{\theta}_{wI} + B_{wI}\dot{\theta}_{wI} \right) +$$
$$\frac{1}{R_{wD}}\left(J_{wD}\ddot{\theta}_{wD} + B_{wD}\dot{\theta}_{wD} \right)$$

$$V_R(s) = \omega_{wI}(s)\left(\frac{J_{wI}s + b_{wI}}{m_R R_{wI} s}\right) + \omega_{wD}(s)\left(\frac{J_{wD}s + b_{wD}}{m_R R_{wD} s}\right)$$

$$V_R(s) = \begin{bmatrix} \frac{J_{wI}s + b_{wI}}{m_R R_{wI} s} & \frac{J_{wD}s + b_{wD}}{m_R R_{wD} s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{wI}(s) \\ \omega_{wD}(s) \end{bmatrix}$$

MOVIMIENTO ROTACIONAL DEL ROBOT

$J_R =$ Momento de inercia del robot

$R_R =$ Radio del robot

$\ddot{\theta}_R =$ Aceleración rotacional del robot

$\tau_R =$ Torque del robot

$B_R =$ Constante de fricción

$$\tau_R = J_R\ddot{\theta}_R + B_R\dot{\theta}_R = (F_{wI} - F_{wD})R_R$$
$$= \left(\frac{J_{wI}\ddot{\theta}_{wI} + B_{wI}\dot{\theta}_{wI}}{R_{wI}}\right)R_R - \left(\frac{J_{wD}\ddot{\theta}_{wD} + B_{wD}\dot{\theta}_{wD}}{R_{wD}}\right)R_R$$

Transformando

$$\tau_R(s) = \omega_R(s)(sJ_R + R_R)$$

$$\omega_R(s) = \frac{\omega_{wI}(s)R_R}{R_{wI}}\left(\frac{J_{wI}s + \omega_{wI}}{J_R s + B_R}\right) - \frac{\omega_{wD}(s)R_R}{R_{wD}}\left(\frac{J_{wD}s + \omega_{wD}}{J_R s + B_R}\right)$$

$$\omega_R(s) = \begin{bmatrix} \frac{R_R}{R_{wI}}\left(\frac{J_{wI}s + \omega_{wI}}{J_R s + B_R}\right) \\ \frac{R_R}{R_{wD}}\left(\frac{J_{wD}s + \omega_{wD}}{J_R s + B_R}\right) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \omega_{wI}(s) \\ \omega_{wD}(s) \end{bmatrix}$$

MOVIMIENTO DEL ROBOT

Juntando el movimiento lineal con el rotacional

$$\begin{bmatrix} V_R(s) \\ \omega_R(s) \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} \frac{J_{wI}s + b_{wI}}{m_R R_{wI} s} & \frac{R_R}{R_{wI}}\left(\frac{J_{wI}s + \omega_{wI}}{J_R s + B_R}\right) \\ \frac{J_{wD}s + b_{wD}}{m_R R_{wD} s} & -\frac{R_R}{R_{wD}}\left(\frac{J_{wD}s + \omega_{wD}}{J_R s + B_R}\right) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \omega_{wI}(s) \\ \omega_{wD}(s) \end{bmatrix}$$

Por medio de la matriz inversa se despeja $\begin{bmatrix} \omega_{wI}(s) \\ \omega_{wD}(s) \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \omega_{wI}(s) \\ \omega_{wD}(s) \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} V_R(s) \\ \omega_R(s) \end{bmatrix}$$

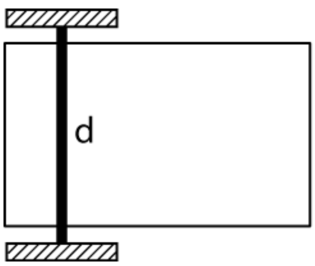
El modelo de motor despreciando la fricción

$$\begin{bmatrix} \omega_{wI}(s) \\ \omega_{wD}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{0I}V_I(s)}{s + \alpha_I} \\ \frac{k_{0D}V_D(s)}{s + \alpha_D} \end{bmatrix}$$

Voltaje que se tiene que aplica a los motores

$$\begin{bmatrix} V_I(s) \\ V_D(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_I(s)(s + \alpha_I)}{k_{0I}} \\ \frac{\omega_D(s)(s + \alpha_D)}{k_{0D}} \end{bmatrix}$$

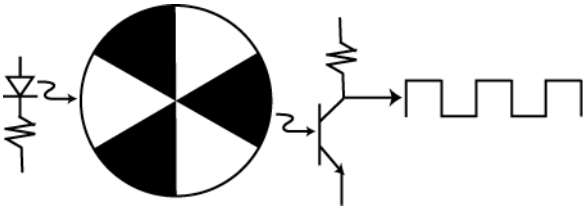
CINEMÁTICA DEL ROBOT



$d =$ Distancia entre las llantas

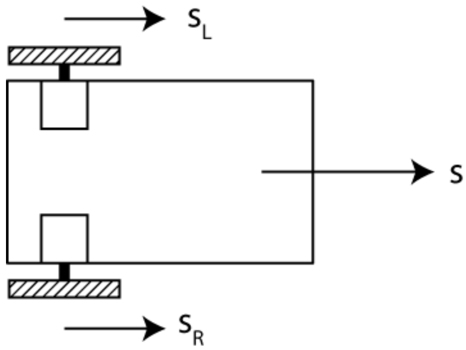
$r =$ Radio de las llantas

Numero de tics del encoder para una vuelta completa de la llanta.



$ticks_L$=Número de tics del codificador izquierdo

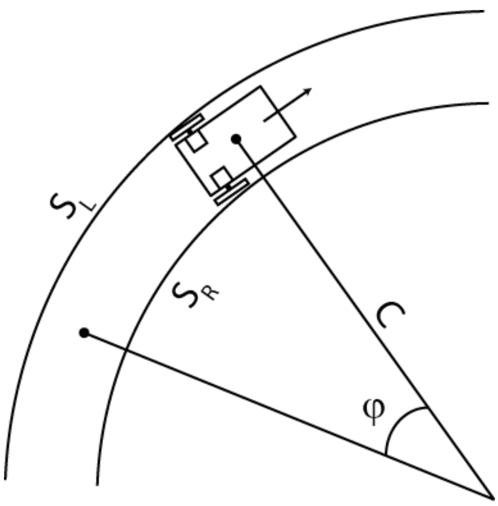
$ticks_D$=Número de tics de codificador derecho



$$s_L = 2\pi r \frac{ticks_L}{ticks\_per\_rev}$$

Análogo para s_R

$$s = \frac{(s_L + s_R)}{2}$$



$$s_L = \phi\left(c + \frac{d}{2}\right)$$

$$s_R = \phi\left(c - \frac{d}{2}\right)$$

$$s_L - s_D = \phi d \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{s_L - s_R}{d}$$

$$v_R = 2\pi r \dot{\theta}_R = 2\pi r \omega_R$$

$$v_L = 2\pi r \dot{\theta}_L = 2\pi r \omega_L$$

Velocidad angular

$$\omega = \frac{2\pi r}{d}(\omega_L - \omega_D)$$

$$v = v_R + v_L$$

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = 2\pi r \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/d & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi r} \begin{bmatrix} 1 & -d/2 \\ 1 & d/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

CONTROL ON – OFF

El motor se prende o se apaga dependiendo de si la velocidad del motor esta abajo o arriba de la velocidad deseada.

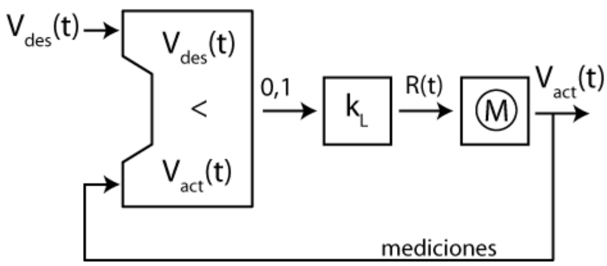
$R(t) =$ Función que controla el motor

$v_{act}(t) =$ Velocidad del motor

$v_{des}(t) =$ Velocidad deseada

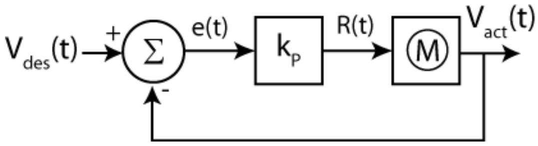
$k_c =$ Valor de la constante del control

$$R(t) = \begin{cases} k_c & si \quad v_{act}(t) < v_{des}(t) \\ 0 & \quad v_{act}(t) \quad v_{des}(t) \end{cases}$$



CONTROL PROPORCIONAL

$$R(t) = k_P(v_{des}(t) - v_{act}(t))$$



CONTROL INTEGRAL PROPORCIONAL

La idea del controlador I es reducir el error del estado estable del controlador P.

$$R(t) = k_P\left[e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt\right]$$

Discretizando: regla trapezoidal

$$R_n = k_P e_n + \frac{k_p}{T_I} t_\Delta \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i - e_{i-1}}{2}$$

Si se calcula $R_n - R_{n-1}$

$$R_n - R_{n-1} = k_P(e_n - e_{n-1}) + \frac{k_p}{T_I} t_\Delta \left[\frac{e_n - e_{n-1}}{2}\right]$$

$$k_I = \frac{k_P}{t_I} t_\Delta$$

$$\Rightarrow R_n = R_{n-1} + k_P(e_n - e_{n-1}) + k_I\left[\frac{e_n - e_{n-1}}{2}\right]$$

Reduce el error en estado estable

CONTROL DERIVATIVO PROPORCIONAL

Reduce el tiempo para obtener el valor deseado.

$$R(t) = k_P\left[e(t) + T_D\frac{d}{dt}e(t)\right]$$

CONTROL PID

$$R(t) = k_P\left[e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt + T_D\frac{d}{dt}e(t)\right]$$

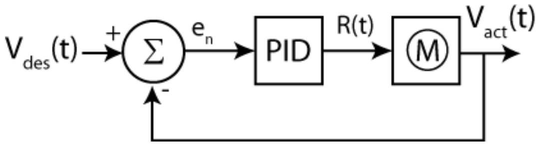
En el discreto

$$R_n = k_P e_n + \frac{k_P}{T_I} t_\Delta \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i - e_{i-1}}{2} + \frac{1}{t_\Delta} k_P T_D (e_n - e_{n-1})$$

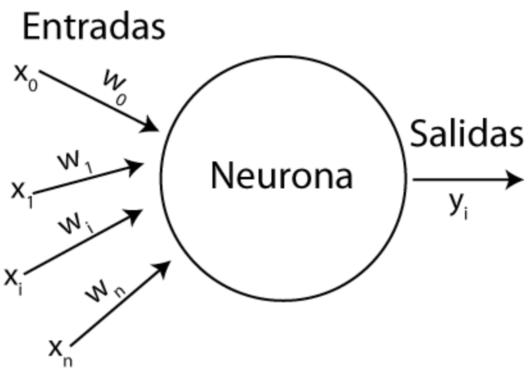
$$k_I = \frac{k_P}{T_I} t_\Delta; \qquad k_D = \frac{1}{t_\Delta} k_P T_D$$

$$R_n - R_{n-1} = k_P(e_n - e_{n-1}) + k_I \frac{(e_n - e_{n-1})}{2} + k_D(e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})$$

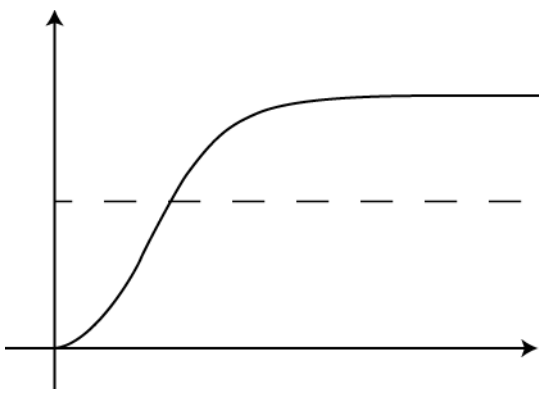
$$R_n = R_{n-1} + k_P(e_n - e_{n-1}) + k_I \frac{(e_n - e_{n-1})}{2} + k_D(e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})$$



RED NEURONAL



$$y_i = f\left(\sum_{i=0}^{n-1} x_i \omega_i\right)$$



Cada salida esta conectada a una entrada de las demás neuronas (formando una red). El aprendizaje se manifiesta mediante la variación de los pesos de la matriz ω_k

El sistema debe entrenarse por un humano experto