Рекуррентные сети

Лекция 10

Классификация

- с учителем
- без учителя
- их сочетание - веса настраивают однократно на основе информации извне, то есть запоминает образцы до поступления реальных данных и не меняется в процессе! Сети Хопфилда и Хемминга для организации ассоциативной памяти

Рекуррентные сети, обратная связь

Ассоциативная память

Задача. Известен набор из m двоичных сигналов - образцы (изображения, оцифрованный звук, данные описывающие характеристики объектов или процессов) $X^1,...X^m$. На вход подается неидеальный зашумленный сигнал. Требуется либо восстановить его, либо определить класс принадлежности.

К какому из образцов ближе поданный сигнал

АП- система, определяющая взаимную зависимость векторов

- если компоненты одного и того же вектора, то говорят об **автоассоциативной памяти (**сеть Хопфилда **)**
- 2 различных вектора, то **память гетероассоциативного типа** (сеть Хемминга и ДАП [BAM-Bidirectional Associative Memory])

Мера близости отдельных множеств

Расстояние Хемминга - число несовпавших компонент двух векторов $y=(y_1,\dots,y_n)$ и $d=(d_1,\dots,d_n)$

$$d_H(y,d)=\sum_{i=1}^{n}(d_i(1-y_i)+y_i(1-d_i))$$

Если используются двоичные значения 0 и 1

$$d_H(y,d)=\frac{1}{2}(n-\sum_{i=1}^{n}d_i y_i)$$

Если используются биполярные значения -1 и 1

Если y=d, то мера Хемминга =0

Сеть Хопфилда

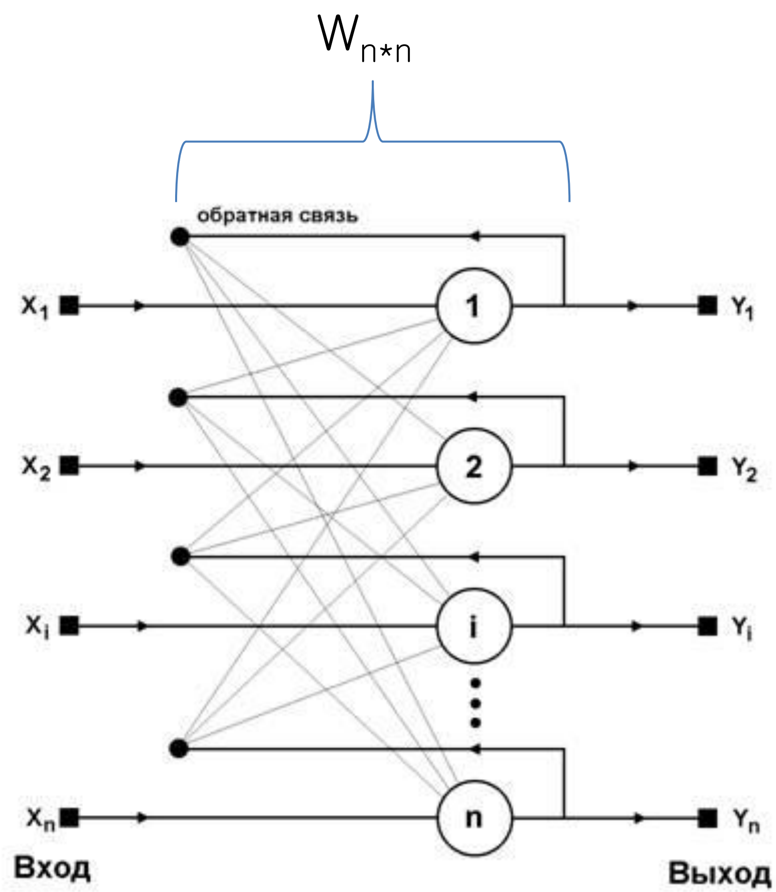
Задача. Дан набор из m образцов

$$X = \begin{matrix} X^1 \\ \dots \\ X^m \end{matrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_n^1 \\ x_1^2 & & \dots & x_n^2 \\ \dots & & & \dots \\ x_1^m & x_2^m & \dots & x_n^m \end{pmatrix}$$

при этом $x_i^k = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}, i = 1..n, k = 1..m$

Подается искаженный сигнал X* , требуется восстановить сигнал, т.е. получить X^k=X*. В случае неудачи – новый сигнал(не образец)

Сеть Хопфилда. Структура



Отсутствует автосвязь
Симметричная матрица весов $W=W^T$

Сеть Хопфилда

2 режима:

- Обучение – определяется W
- Классификация – подается искаженный сигнал X* и вычисляется выходной сигнал Y

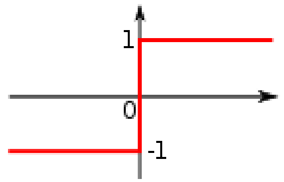
Сеть Хопфилда. Классификация

1. Y(0)=X*
2. Рассчитывается новое состояние

$$y_j(t) = f(\sum_{i=1}^{n} w_{ij} y_i(t-1)), \; j = 1..n$$

3. Сравнивается Y(t) с Y(t–1) – мера Хемминга, если равны с точностью e, то стоп, иначе t+1, переход к ш2

f – функция активации



Сеть Хопфилда. Обучение Хебба

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m} x_i^k x_j^k, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}$$

или

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^{m} x_i^k x_j^k, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}$$

Недостатки: емкость m=0,13n при e=0.01 до 0.15n

$$m \approx \frac{n}{2\ln n}$$

Хорошо запоминает взаимно ортогональные вектора или близкие к ним

Сеть Хопфилда. Обучение проекцией

Подобрать W, чтобы WX=X, тогда

$W=XX^{+}$ или, если образцы – линейно независимы, то упрощается до

$W=X(X^{T}X)^{-1}X^{T}$ или в итерационной форме для образцов X^{k}, k=1..m :

$W^{0}=0$

$Y^{k}=(W^{k-1}-E)X^{k}$

$Wk=W^{k-1}-(Y^{k}Y^{kT})/(Y^{kT}Y^{k})$

Емкость m до n-1

Сеть Хопфилда

Модификация – Δ–проекция – градиентная форма алгоритма минимизации.

Многократно применяется на множестве образцов вплоть до стабилизации:

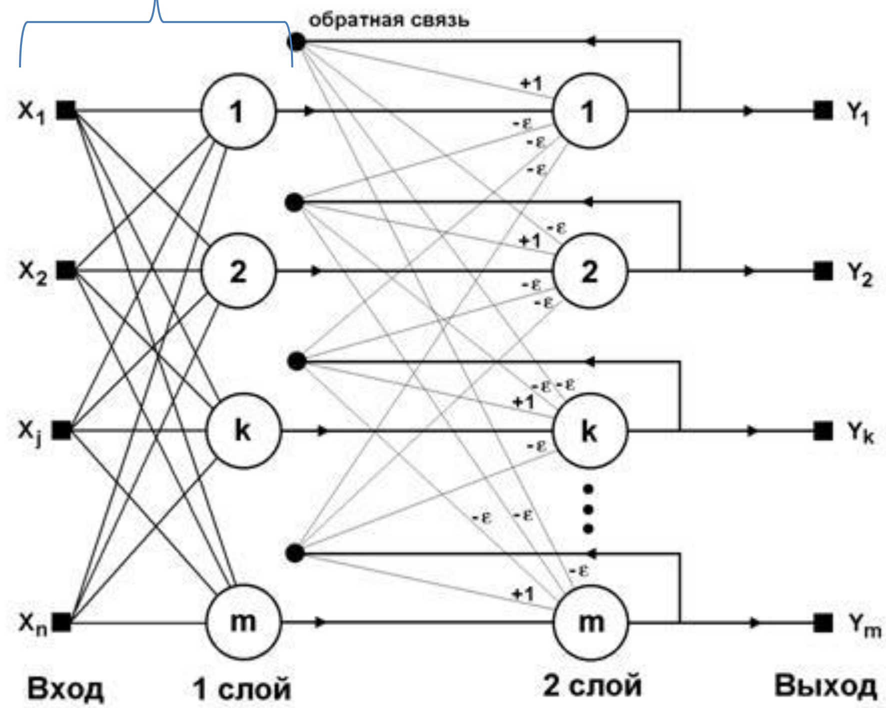
$W = W + (h/n)(X^k - WX^k)X^{kT}$, $h \in (0.7, 0.9)$

Сеть Хемминга

- Бинарные сигналы
- Результат – номер класса, т.е. $Y=(y_1,\cdots,y_m)$, $y_j=1$, то j – номер класса сигнала X^*
- Меньше памяти

Сеть Хемминга. Структура

W_{n*m}



$$0 < \varepsilon \le \frac{1}{m}$$

Сеть Хемминга.

- Обучение

$$w_{ij} = x_i^j, i = 1..n, j = 1..m \text{ или } w_{ij} = \frac{x_i^j}{2}, i = 1..n, j = 1..m$$

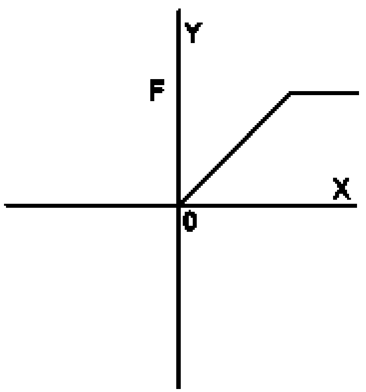
- Классификация:

первый слой $y_j^1 = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} x_i^* + \frac{n}{2}, j = 1..m$

второй слой $y_j^2(0) = y_j^1$

$$y_j^2(t) = f(y_j^2(t-1) - \varepsilon \sum_{i=1, i \neq j}^{m} y_i^2(t-1)), j = 1..m$$

Сравнивается $y^2(t), y^2(t-1)$



Функция активации f

Сеть Хемминга.

- Выходной сигнал – WTA «победитель забирает все»

$$y_j = \begin{cases} 1, & y_j = \max\limits_i (y_i) \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$