«ustawienia$_{g}lobalne, echo = FALSE >>= library(knitr)library(xtable)pakietdotworzeniatabelwfor$
$opts_{c}hunk$set(fig.align='center', fig.pos='H') @

Metody Monte Carlo

Raport 2

Autor: Anna Bonikowska

8.04/2024

Spis treści

1 Problem 1 – Generowanie przy pomocy dystrybuanty odwrotnej (funkcji kwantylowej)

- Zaimplementuj omówiony na wykładzie generator rozkładu wykładniczego, narysuj histogram dla 5000 realizacji i nałóż na niego krzywą gęstości.
- Wyznacz dystrybuantę odwrotną dla rozkładu Weibulla o funkcji gęstości

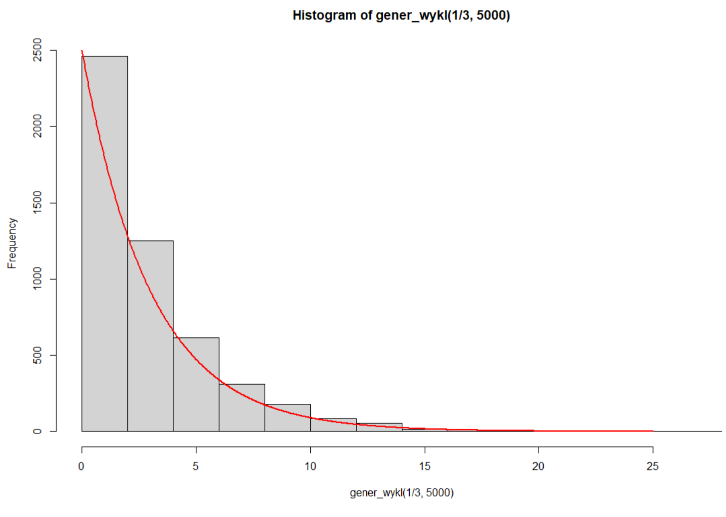
$$f(x) := (k/\lambda)(x/\lambda)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} \mathbf{1}_{x>0}, \quad x \in \mathbb{R},$$

  gdzie $k > 0$, $\lambda > 0$, i napisz odpowiedni generator liczb losowych. Narysuj przykładowy histogram dla próby z tego rozkładu.
- Zaprojektuj metodę generowania z rozkładu Cauchy'ego przy pomocy rozkładu jednostajnego. *Wskazówka:* $\operatorname{arc\,tg}'(x) = 1/(1+x^2)$.

Rozwiązanie:

- Gnerator rozkładu wykładniczego

```
gener_wykl <- function(lam, n){

  u<-runif(n)

  x<-c()

  for(i in 1:n){
    x<-c(x,-(1/lam)*log(x =1 - u[i]))
  }

  return(x[])
}
```

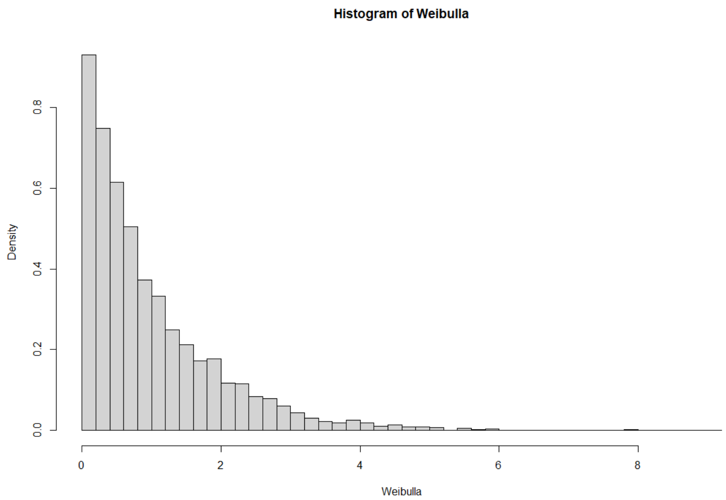


Rysunek 1: Histogram generatora rozkładu wykładniczego z nałożoną krzywą gęstości

- Rozkład Weibulla

  Dystrybuanta odwrotna rozkładu Weibulla to: $\mathrm{F}^{-1}(x) = \lambda * \sqrt[k]{-ln(1-x)}$

```
gener_Weibulla <- function(lam,k, n){

  u<-runif(n)

  x<-c()

  for(i in 1:n){

    #u[i]
    x<-c(x,lam*((-log(1-u[i]))**(1/k)))
  }

  return(x[])
}
```



Rysunek 2: Histogram generatora rozkładu weibulla .

- Generator Cauchyego

  Najpierw trzeba wyznaczyć dystrybuante odwrotną i nastepne wykonuje sie takie same kroki jak w poprzednich przypadkach.

```
ener_cauchy <- function(gam,m, n){

  u<-runif(n)

  x<-c()
```

```
    for(i in 1:n){

      #u[i]
      x<-c(x,gam*tan(pi*(u[i]-1/2))+m)
    }

    return(x[])
  }
```

2 Problem 2 – Metoda Boxa-Müllera

Jak wiadomo, transformacja

$$x_1 := \sqrt{-2\ln(u_2)}\cos(2\pi u_1), \quad x_2 := \sqrt{-2\ln(u_2)}\sin(2\pi u_1),$$

produkuje dwie niezależne zmienne normalne z dwóch niezależnych zmiennych jednostajnych.

- Narysuj histogram z nałożoną odpowiednią funkcją gęstości dla 5000 realizacji współrzędnej x_1.
- Wygeneruj 1000 realizacji takich par i narysuj wykresy punktowe dla: (x_{1i}, x_{2i}), $(x_{1i}, x_{1i} + x_{2i})$ oraz $(x_{1i} + x_{2i}, x_{1i} - x_{2i})/\sqrt{2}$.
- W (trzech) powyższych sytuacjach oblicz korelację (tych dwóch) współrzędnych. Czy współrzędne są od siebie niezależne? Wytłumacz.

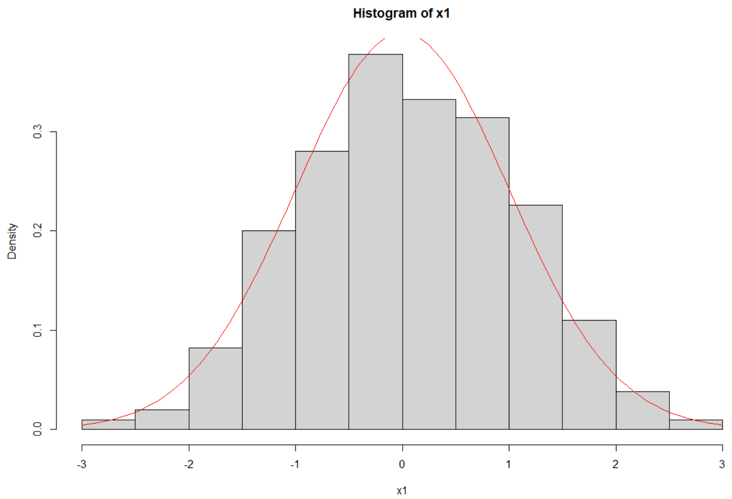
Rozwiązanie:

- generowanie rozkładu za pomocą metody boxa Mullera

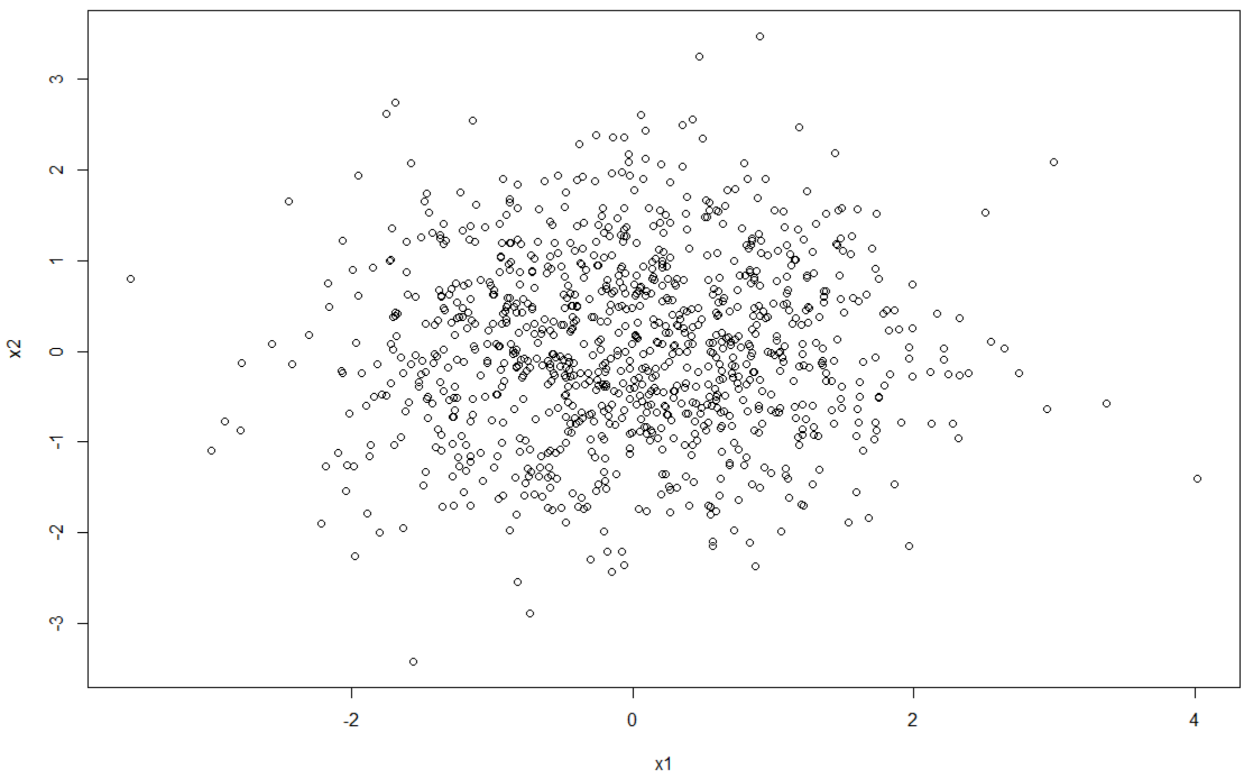
```
box_muller1 <- function(u1,u2){

  d<-length(u1)

  x<-c()

  for(i in 1:d){

    #u[i]
    x<-c(x,sqrt(-2*log(u1[i]))*cos(2*pi*u2[i]))
  }

  return(x[])
}

box_muller2 <- function(u1,u2){

  d<-length(u1)

  x<-c()

  for(i in 1:d){

    #u[i]
    x<-c(x,sqrt(-2*log(u1[i]))*sin(2*pi*u2[i]))
  }
```

```
    return(x[])
}
```

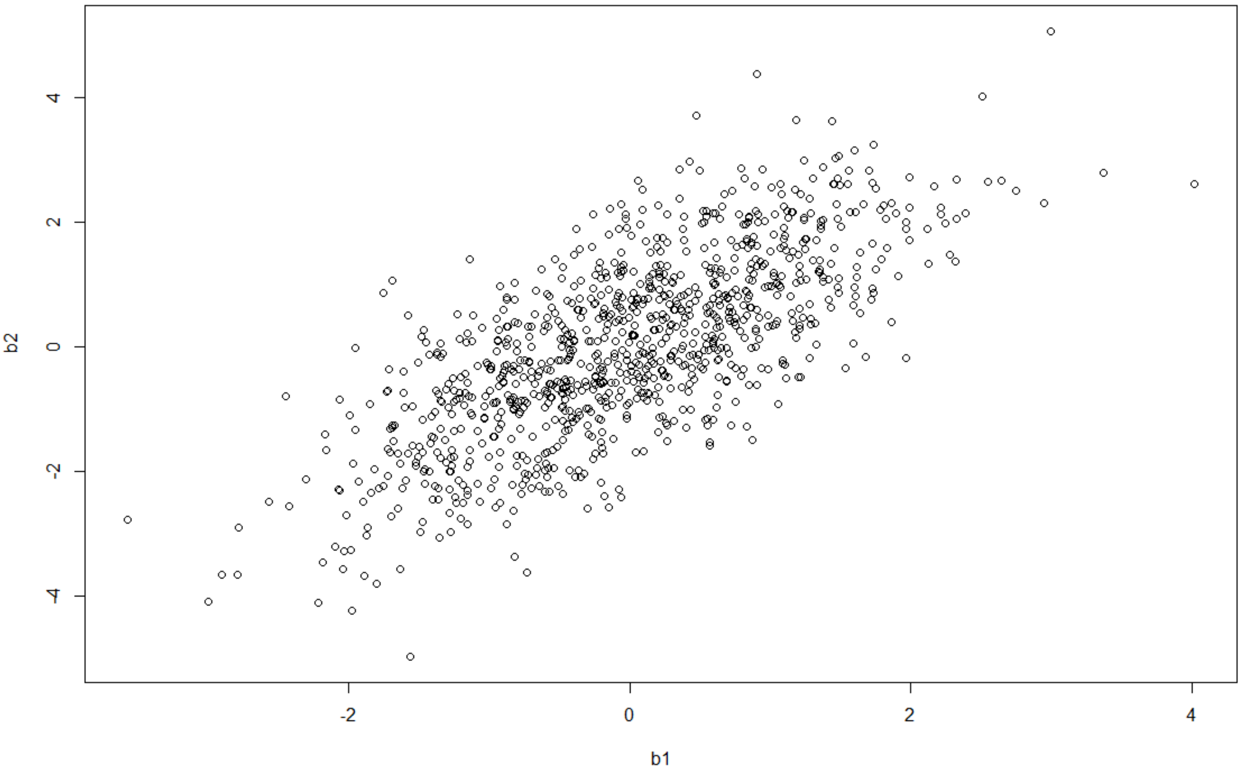
- histogram



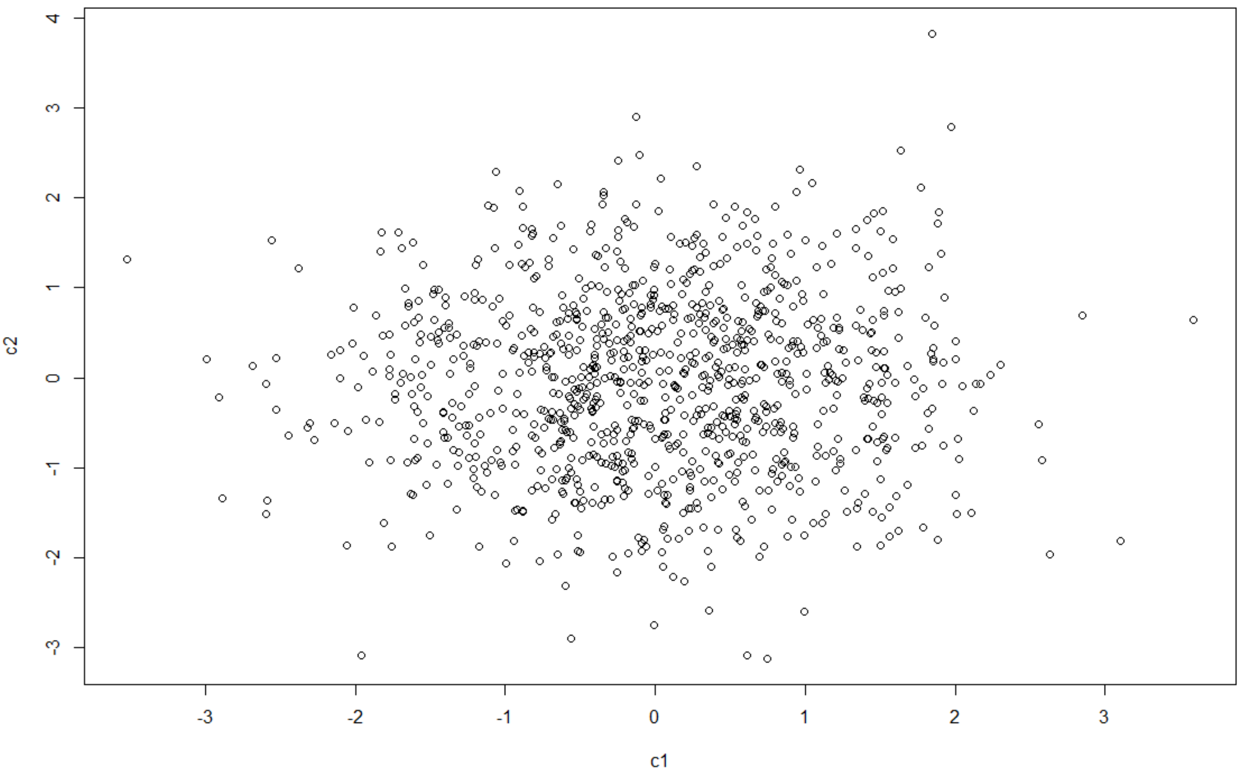
Rysunek 3: Histogram xi z nałożoną funkcją rozkładu normalnego .



Rysunek 4: rozkład punktowy dla (x_{1i}, x_{2i}) .



Rysunek 5: rozkład punktowy dla $(x_{1i}, x_{1i} + x_{2i})$.



Rysunek 6: rozkład punktowy dla $(x_{1i} + x_{2i}, x_{1i} - x_{2i})/\sqrt{2}$.

-
- korelacja (x_{1i}, x_{2i}) wynosi : 0.0003678898

  (x_{1i}, x_{2i}) sa niezależne bo korelacja jest bardzo bliska 0

  korelacja $(x_{1i}, x_{1i} + x_{2i})$ wynosi : 0.6874134

  $(x_{1i}, x_{1i} + x_{2i})$ nie sa niezależne bo korelacja jest duża

  korelacja $(x_{1i} + x_{2i}, x_{1i} - x_{2i})/\sqrt{2}$ wynosi : -0.05531315

  Trudno powiedziec czy jest to niezalezne czy nie.

  Dla porównania korelacja (u_{1i}, u_{2i}) wynosi 0.007589293.

  Gdzie u_{1i}, u_{2i} sa niezależnymi zmienymi rozkladu jednistajnego generowanego przez komputer

3 Problem 3 – Generowanie metodą transformacji

- Jaki rozkład ma sześcian liczby losowej z rozkładu jednostajnego na $(0,1)$? (Podaj gęstość i nazwę rozkładu.) Czy u^3 jest funkcją kwantylową?
- Jak generować rozkład o gęstości $f(x) := \mathbf{1}_{[0,\infty)}(x)\sqrt{2/\pi}e^{-x^2/2}$? Zaimplementuj i zilustruj.
- Jakie rozkład ma wyrażenie pod pierwiastkiem we wzorach Boxa-Müllera?

Rozwiązanie:

-
- Trzeba najpierw wygenerować rozkład normalny i nastepnie nałożyć na niego wartosć bezwględną.

```
n=10000
u1<-runif(n)
u2<-runif(n)

x1<-gener_nor1(u1,u2)

x1<-abs(x1)
```

- To wyrażenie ma rozkład wykładniczy z parametrem $1/2$