Matematika 4 — Logika pre informatikov Teoretická úloha 5

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **25. marca 2019 o 11:30** na prednáške.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh.

Čísla úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf.

Cvičenie 1. (2.7.1, 2.7.2) V prípade bankovej lúpeže inšpektor Nick Fishtrawn zaistil štyroch podozrivých Browna, Smitha, Taylora a McDonnalda, pričom zistil nasledujúce skutočnosti:

- (A_1) Brown a Smith sú súčasne vinní, iba ak je Taylor ich spolupáchateľom.
- (A_2) Ak je Brown vinný, tak aspoň jeden z Smith, Taylor je jeho spolupáchateľom.
- (A_3) Taylor nikdy nepracuje bez McDonnalda.
- (A_4) McDonnald je vinný, ak je Brown nevinný.

Dokážte pomocou tablového kalkulu, že z týchto skutočností vyplývajú nasledujúce tvrdenia (*X*) a (*Y*).

Zdôvodnite, prečo vaše tablá tieto vyplývania dokazujú.

- (X) Ak je Taylor nevinný, tak je nevinný aj Brown.
- (Y) McDonnald je vinný.

Cvičenie 2. (2.7.5) Na základe tabiel pre každé tvrdenie z predchádzajúceho cvičenia napíšte jeho *slovný dôkaz*, najlepšie priamy.

Cvičenie 3. (O nebezpečenstvách skokov v úvahách.)



- a) Študenti občas "zoptimalizujú" riešenie cvičenia 1 a "dokážu" obe tvrdenia jedným spoločným tablom. Prečo je taký postup **nesprávny**?
- b) Prečo to, že dokážete, že z (A_1) až (A_4) vyplýva (Y), ešte **neznamená**, že inšpektor Fishtrawn môže McDonnalda s istotou obviniť?

Cvičenie 4. (2.7.3) Dokážte v tablovom kalkule, že nasledujúce formuly sú tautológie:

a)
$$(\neg \neg p \leftrightarrow p)$$
, c) $(\neg (p \land r) \leftrightarrow (\neg p \lor \neg r))$.

b)
$$((p \land \neg r) \rightarrow \neg (p \rightarrow r)),$$

Hodnotená časť

Úloha 1. (2.7.4) Dokážte, že z tvrdení:

- (A_1) Keď mám dáždnik, nikdy neprší.
- (A_2) Cesta je mokrá, iba ak prší alebo prešlo umývacie auto.
- (A₃) Umývacie auto nejazdí cez víkend.
- (A₄) Do práce chodím peši vo všetky pracovné dni okrem utorka, kedy chodím električkou.
- (A_5) Keď idem električkou, dáždnik si neberiem.

vyplýva

(X) Ak mám dáždnik a je mokrá cesta, nie je víkend.

Tvrdenia sformalizujte a na dôkaz vyplývania využite tablový kalkul. Zdôvodnite, prečo vaše tablo toto vyplývanie dokazuje.

Snažte sa udržať vaše tablo čo najmenšie. Počet vrcholov by nemal presiahnuť 25. Za každý vrchol navyše stratíte 0,2 boda.

Úloha 2. (2.7.5) Podľa tabla z predchádzajúcej úlohy napíšte slovný dôkaz tvrdenia (X) z tvrdení (A_1) až (A_5), najlepšie priamy.