
Matematika 4 — Logika pre informatikov

Teoretická úloha 4

Riešenie teoretickej časti tejto sady úloh **odovzdajte** najneskôr v pondelok **18. marca 2019 o 11:30** na prednáške.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh.

Čísla úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf>.

Cvičenie 1. (2.5.4) Rozhodnite o nasledujúcich formulách, či sú literálmi, klauzulami, v disjunktívnom normálnom tvare, v konjunktívnom normálnom tvare. Pri formulách v konjunktívnom normálnom tvare určte, z koľkých klauzúl sa skladajú.

- | | |
|---|--|
| a) p | g) $((p \wedge q) \vee (q \vee \neg(r \wedge p))) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ |
| b) $\neg \neg q$ | h) $((p \wedge q) \vee (q \vee (\neg r \wedge \neg p))) \vee (\neg r \wedge \neg p)$ |
| c) $((p \vee q) \rightarrow r)$ | i) $((p \vee q) \vee (q \vee (\neg r \vee \neg p))) \wedge (\neg r \wedge \neg p)$ |
| d) $((p \vee \neg q) \vee (q \vee \neg r))$ | |
| e) $((p \wedge q) \wedge \neg(q \wedge \neg r))$ | |
| f) $(p \wedge (q \wedge (\neg q \wedge \neg r)))$ | |

Cvičenie 2. (2.5.5) Pre každú formulu X z úlohy 1, ktorá je v disjunktívnom normálnom tvare, nájdite všetky ohodnotenia výrokových premenných vyskytujúcich sa v X , ktoré spĺňajú X .

Cvičenie 3. (2.5.2) K nasledujúcej formule nájdite ekvivalentnú formulu v CNF pomocou algoritmu CNF:

$$((p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r))$$

Určte počet klauzúl vo formule vytvorenej algoritmom CNF pre formulu z úlohy 1.h).

Cvičenie 4. (2.5.7) Nájdite pomocou Cejtinovej transformácie ekvivalentnú formulu v CNF k nasledujúcej formule:

$$(\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg p)$$

Cvičenie 5. (2.6.1) Uvažujme teóriu

$$T = \left\{ \begin{array}{l} ((p \vee q) \rightarrow \neg s), \\ (\neg r \rightarrow \neg \neg s), \\ (r \rightarrow (u \wedge t)), \\ ((r \rightarrow \neg q) \rightarrow u) \end{array} \right\}.$$

Dokážte bez použitia vety o dedukcii:

a) $T \vdash (p \rightarrow \neg s),$

Dokážte pomocou vety o dedukcii:

b) $T \vdash (p \rightarrow t),$

c) $T \vdash ((p \vee \neg q) \rightarrow u).$

Hodnotená časť

Úloha 1. (2.5.7) Nájdite pomocou Cejtinovej transformácie ekvisplniteľnú formulu v CNF k nasledujúcej formule:

$$((p \rightarrow (q \vee \neg r)) \rightarrow (r \wedge q))$$

Úloha 2. (2.6.1) Uvažujme opäť teóriu T z cvičenia 5. Dokážte pomocou vety o dedukcii, že $T \vdash (q \rightarrow (r \wedge t)).$