

1. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч один камень** или **увеличить количество камней в куче в четыре раза**. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(24, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 36)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 82. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 82 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 4 камня, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 77$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

№19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

№20. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

№21. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

2. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч один камень** или **увеличить количество камней в куче в четыре раза**. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9)$, $(24, 9)$, $(6, 10)$, $(6, 36)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 61 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 3 камня, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 57$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

№19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

№20. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

№21. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

3. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить один камень в одну из куч и два камня в другую** или же **увеличить количество камней в любой куче** в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 8 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 8)$. За один ход из позиции $(6, 8)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 10)$, $(8, 9)$, $(12, 8)$, $(6, 16)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 41 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 32$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

№19. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

№20. Найдите максимальное S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

№21. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.